

(2)

$$\begin{aligned} u^{(1)} &= (w^{(1)})^T \cdot x^{(0)} \\ &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.7 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$z^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ \tanh(0.7) \\ \tanh(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.604 \\ 0.762 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} u^{(2)} &= (w^{(2)})^T \cdot z^{(1)} \\ &= \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & -2 \\ 0.5 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.604 \\ 0.762 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -0.42 \\ -0.42 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$Z^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ \tanh(-0.42) \\ \tanh(-0.42) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.396 \\ -0.396 \end{bmatrix}$$

$$u^{(3)} = (w^{(3)})^T \cdot Z^{(2)}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -0.396 \\ -0.396 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.98 \end{bmatrix}$$

$$y^{(3)} = \begin{bmatrix} \tanh(-0.98) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.753 \end{bmatrix}$$

(b)

$$f^{(3)} = \frac{\Delta E}{\Delta u^{(1)}} = (y - t) \cdot g'(u^{(1)})$$

$$= [(-0.753) - 1] \cdot [1 - (-0.753)^2]$$

$$= [-0.76]$$

$$f^{(4)} = \underline{h'(u^{(4)})} \cdot \underline{\sum W^{(2)} \cdot f^{(3)}}$$

$$\rightarrow h' \left( \begin{bmatrix} -0.62 \\ -0.42 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 0.84 \\ 0.84 \end{bmatrix}$$

$$\left( \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot [-0.76] \right)$$

$$= \begin{bmatrix} -1.52 \\ -2.28 \end{bmatrix}$$

$$f^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.84 \cdot (-1.52) \\ 0.84 \cdot (-2.28) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.277 \\ -1.915 \end{bmatrix}$$

$$g^{(1)} = \underline{h'(u^{(1)})} \cdot \underline{\sum w^{(2)} \cdot g^{(2)}}$$

$$h' \left( \begin{bmatrix} 0.7 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 0.435 \\ 0.419 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.297 \\ -1.915 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2.553 \\ 2.553 \end{bmatrix}$$

$$g^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.435 \cdot 2.553 \\ 0.419 \cdot 2.553 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.121 \\ 1.069 \end{bmatrix}$$

(c)

$$\frac{\partial \bar{E}_n}{\partial \omega^{(1)}} = X^{(0)} \cdot (f^{(1)})^T$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1.621 & 1.069 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.621 & 2.138 \\ 1.621 & 2.138 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \bar{E}_n}{\partial \omega^{(2)}} = Z^{(1)} \cdot (f^{(2)})^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.604 \\ 0.762 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.277 & -1.915 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1.277 & -1.915 \\ -0.771 & -1.156 \\ -0.973 & -1.459 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \bar{E}_n}{\partial \omega^{(3)}} = Z^{(2)} \cdot (f^{(3)})^T = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.396 \\ -0.396 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.76 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.76 \\ 0.3 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

(d)

$$w \leftarrow w - \eta \cdot \nabla E(w)$$

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 \end{bmatrix} - 0.5 \cdot \begin{bmatrix} 1.621 & 2.138 \\ 1.621 & 2.138 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.71 & -0.87 \\ -0.51 & -0.67 \end{bmatrix}$$

$$w_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} - 0.5 \begin{bmatrix} -1.277 & -1.915 \\ -0.771 & -1.156 \\ -0.973 & -1.459 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.14 & 1.46 \\ 1.39 & 1.578 \\ -1.51 & -1.27 \end{bmatrix}$$

$$w_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} - 0.5 \begin{bmatrix} -0.76 \\ 0.3 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.38 \\ 1.85 \\ 2.85 \end{bmatrix}$$

$$u^{(1)} = (w^{(1)})^T \cdot x^{(0)}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.71 & -0.51 \\ -0.87 & -0.67 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.73 \\ -2.21 \end{bmatrix}$$

$$z^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ \tanh(-1.73) \\ \tanh(-2.21) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.118 \\ 0.049 \end{bmatrix}$$

$$u^{(2)} = (w^{(2)})^T \cdot z^{(1)}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.14 & 1.39 & -1.51 \\ 1.46 & 1.578 & -1.27 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.118 \\ 0.049 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.223 \\ 1.586 \end{bmatrix}$$

$$Z^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ \tanh(1.233) \\ \tanh(1.586) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.289 \\ 0.154 \end{bmatrix}$$

$$u^{(3)} = (w^{(3)})^T \cdot Z^{(2)}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.289 \\ 0.154 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.04 \end{bmatrix}$$

$$y^{(3)} = \begin{bmatrix} \tanh(2.04) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.065 \end{bmatrix}$$