

סמסטר א' תשע"ו

שם הבודק: _____

תאריך הבדיקה: _____

ציון הדו"ח: _____

דו"ח מסכם בניסוי: נפילה חופשית

שם מדריך הניסוי (שם מלא): אלון יפה

תאריך ביצוע הניסוי: 26.12.2015

תאריך הגשת הדו"ח: 7.12.2015

הדו"ח מוגש על ידי:

אמיר מרקוביץ'	201493525		טום רז	302815618	I
שם פרטי	ת.ז.	משפחה	שם פרטי	ת.ז.	משפחה

_____	K	_____	04	_____	הנדסת חשמל
מספר	תת קבוצה	מס' קבוצת המעבדה	מסלול הלימוד	עמדה	

הערות הבודק לנושאים לקויים בדו"ח:

ניסוי 3 – צמיגות

מטרת הניסוי

- מדידת צפיפותו של גליצרין בטמפרטורת החדר.

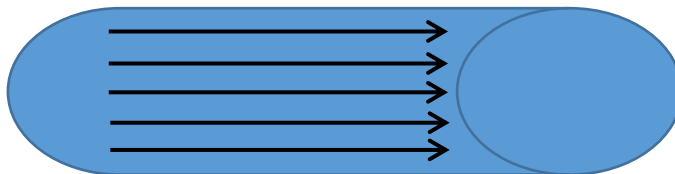
רקע תיאורטי

צמיגות היא תכונה של נוזל המתארת את הכח אותו מפעיל הנוזל בהתנגדות לשינוי צורה, והוא מתנהג בדומה לחיכוך ביחס לתנועתו של גוף בתוך אותו הנוזל. צמיגות נמדדת ביחידות poise המוגדרות כך: $[1 \text{ poise}] = [\frac{1 \text{ gr}}{\text{cm} \cdot \text{sec}}]$ מונח ה"נוזל" דורש הגדרה מאחר ויש כמה סוגים אופייניים:

1. **נוזל אידיאלי:** הוא נוזל בלתי צמיג ובלתי דחיס (דחיסותו קבועה), המקיים את חוק ברנולי (1), בעת זרימתו בגליל מתנהג כיחידה אחת ומהירות זרימת גלילים קונצנטריים זהה.

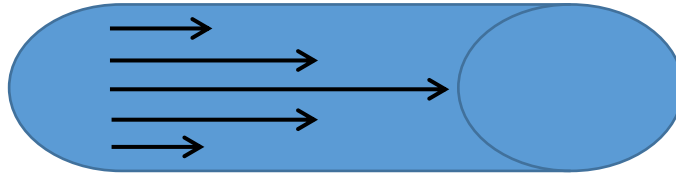
$$\frac{1}{2} \rho v^2 + p = \text{const} \quad (1)$$

כאשר ρ – צפיפות הנוזל, v – מהירות הזרימה, p – הלחץ ההידרודינמי.



איור 1: זרימה אחידה של נוזל אידיאלי

2. **נוזל מעשי (ריאלי):** הוא נוזל שלא ניתן לתיאור ע"י חוק ברנולי בשל כוחות פנימיים שונים המשפיעים על תנועת גופים דרכו. **כוחות החיכוך הפנימיים אופייניים לסוג הנוזל ומהווים למעשה את הצמיגות.** זרימת נוזל כזה מתוארת כלמינרית, כלומר תנועה של גלילים המחליקים אחד על גבי השני ומפעילים כוחות הדדיים של חיכוך, כך שהגליל החיצוני ביותר (שבמגע עם דופן הגליל) שואף להשאר במנוחה עת הנוזל במרכז מקיים את מהירות הזרימה הגבוהה ביותר. במצב צבירה נוזלי הדחיסות ברב המקרים זניחה ולכן מקובל ומעשי לתאר נוזלים כצמיגים אך לא דחיסים, ואלו מכונים **נוזלים ניוטונים**. הגליצרין בו נעסוק הוא נוזל כזה. החל ממהירות מסוימת תנועה בנוזל מסוג זה יוצרת מערבולות מקומיות וזרמים אקראיים משמעותיים מבחינת המדדים אותם נבחן בניסוי. בניסוי זה נעסוק במהירויות נמוכות בהן לא מופיעות תופעות אלה.



איור 2: זרימה למינרית. אורך החץ ממחיש את מהירות הזרימה.

השפעת הטמפרטורה על מדידת הצמיגות:

1. השפעה על צפיפות הנוזל:

עלייה בטמפרטורה גורמת ככלל להתפשטות חומרים, עליית נפחם והקטנת צפיפותם. לתכונות הנ"ל השפעה על תנועת גוף דרך אותו הנוזל. נוסחה (2) מתארת את השינוי בצפיפות כפונקציה של הטמפרטורה:

$$\rho = \rho_0 e^{-\alpha T} \left[\frac{\text{mass}}{\text{volume}} \right] \quad (2)$$

כאשר ρ – הצפיפות המחושבת, ρ_0 – הצפיפות בטמפרטורה 0 מעלות צלסיוס, α – מקדם התפשטות התרמית ו T – הטמפרטורה.

2. השפעה על צמיגות הנוזל:

צמיגות הנוזל היא מידת ההתנגדות שלו לשינוי צורתו, התנגדות זו נובעת משילוב בין החיכוך בין חלקיקי הנוזל (שגדל עם עליית הטמפרטורה) ובין צפיפות הנוזל (שקטנה עם עליית הטמפרטורה), באופן ניסיוני נמצא כי ההשפעה של צפיפות החומר גדולה יותר ולכן צמיגות הנוזל קטנה ככל שהטמפרטורה גדלה, נתאר זאת ע"י הנוסחה:

$$\eta = A e^{\frac{B}{T}} \quad [\text{poise}] \quad (3)$$

הצמיגות מסומנת באות η והקבועים A, B נמצאים ניסויית.

נפילת כדור בתוך נוזל ניוטוני – תיאור פיזיקלי:

בנפילת כדור בתוך נוזל צמיג פועלים הכוחות הבאים:

1. כח הכובד: נסמנו Mg. מאחר וקיים צורך בגדרת צפיפות הכדור נקשור בינה לבין

מסתו באמצעות נוסחה (4). תאוצת הכובד היא $g = 9.81 \pm 0.1 \left[\frac{m}{s} \right]$.

$$M = V(r) * \rho_b = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_b [kg] \quad (4)$$

כאשר ρ_b צפיפות הכדור ו-r רדיוסו.

2. כח הציפה (עפ"י חוק ארכימדס): נסמנו B, מתייחס לכח המופעל עפ"י נפח הגוף

וצפיפות הזורם:

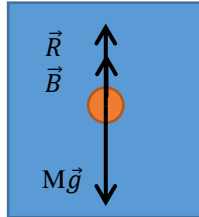
$$B = V * \rho_l * g = \frac{4}{3} \pi r^3 * \rho_l * g [n] \quad (5)$$

כאשר ρ_l צפיפות הנוזל, V נפח הכדור ו-g תאוצת הכובד.

3. כח מעכב (עפ"י חוק סטוקס): נסמנו R , הוא הכח הפועל בנוזל כהתנגדות לשינוי בצורתו שנגרם מתנועת הגוף. הנוסחה המובאת כאן בהנחה שהמהירות קטנה מהמהירות הקריטית ושקוטר הכדור זניח ביחס למימדי הנוזל.

$$R = 6\pi * r * v * \eta \quad [n] \quad (6)$$

כאשר r הוא רדיוס הכדור, v היא מהירותו ו- η היא צמיגות הנוזל.



איור 3 – משוואת הכוחות הפועלים על כדור בנוזל

- מכך, נקבל עפ"י החוק השני של ניוטון את המשוואה הבאה:

$$Mg - R - B = Ma \quad (7)$$

- מאחר והכח המעכב גדל עם המהירות, בשלב מסוים יאזן את הכוחות האחרים והכדור ימשיך בתנועה קצובה במהירותו הסופית אותה נסמן v_f ועבורה יתקיים:

$$Mg - R - B = 0 \quad (8)$$

- מכאן בפיתוח מתמטי נבודד את המהירות הסופית ונקבל:

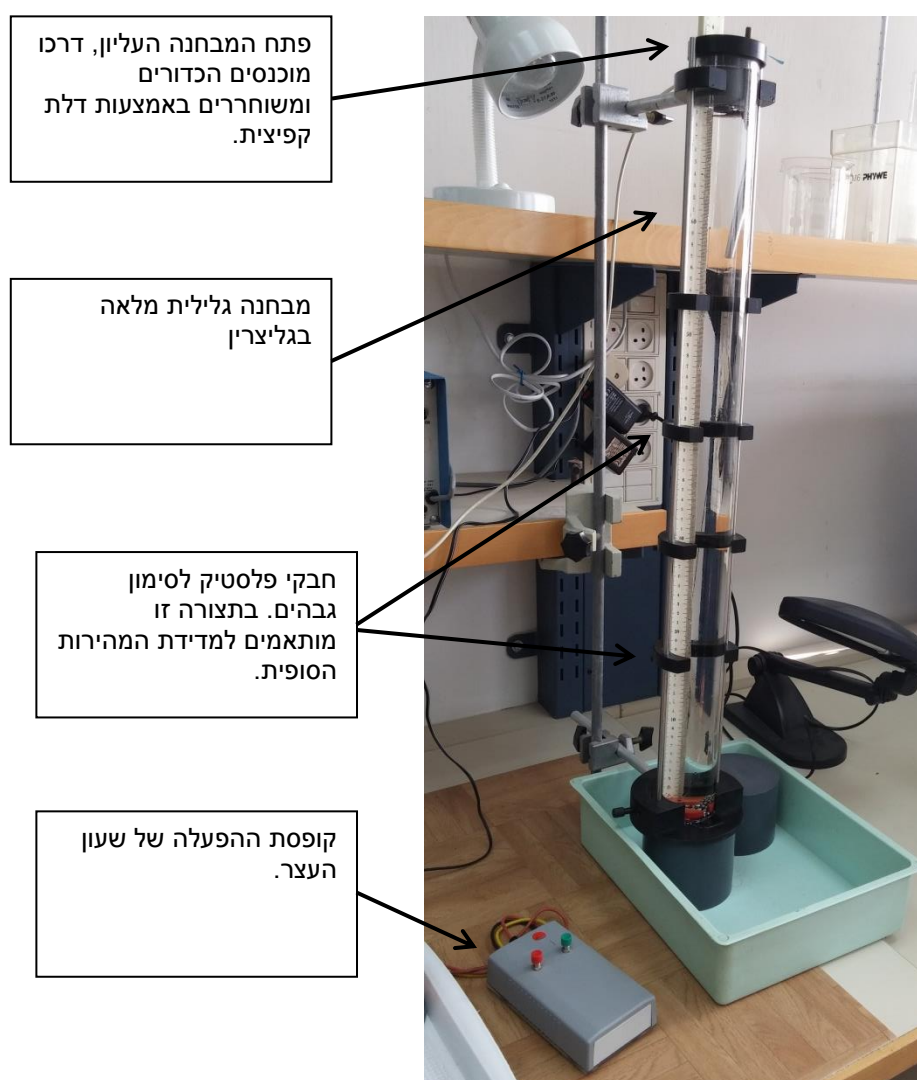
$$v_f = \frac{2gr^2(\rho_b - \rho_l)}{9\eta} \quad \left[\frac{m}{s}\right] \quad (9)$$

- בתנועה במהירות הסופית נוכל לקשור בין הזמן למרחק (תנועה קצובה):

$$t = \frac{9\eta}{2gr^2(\rho_b - \rho_l)} * L \quad [sec] \quad (10)$$

רשימת ציוד

1. מבחנה מלאה בגליצרין, סגורה במכסה עם דלת קפיצית להטלת כדור. למבחנה סרגל בו לא עשינו שימוש.
2. חבקי פלסטיק שחורים לסימון גובה ביחס למבחנה.
3. משקל דיגיטלי (רזולוציה 0.01_g).
4. מיקרומטר (רזולוציה 0.001_{mm}).
5. קליבר דיגיטלי (רזולוציה 0.01_{mm}).
6. כדורי מתכת ב-8 גדלים.
7. מד טמפרטורה ממוחשב. (רזולוציה $0.001^{\circ}C$).
8. שעון עצר דיגיטלי (רזולוציה 0.01_{sec}).
9. אריומטר (רזולוציה $0.2 \frac{gr}{cm^3}$).



תמונה 4 – מערכת הניסוי

מהלך הניסוי

הניסוי בוצע בשלושה שלבים:

1. מדידות הכנה לגדלים השונים:

- a. מדידת מסת ונפח כדורי המתכת:
 - i. קוטר כדוריות המתכת נמדדו באמצעות מיקרומטר.
 - ii. מסת הכדוריות נמדדה ע"י המשקל. מאחר ומשקל הכדוריות הקטנות קטן, נמדדו כולן (12) יחדיו.
 - iii. מנפח וקוטר הכדורים חושב משקלם.
- b. מדידת צפיפות הגליצרין באמצעות האריומטר.
- c. מדידת טמפרטורה בסביבת הניסוי לכל אורכו באמצעות רב מודד אלקטרוני מחובר למחשב.

2. אימות המהירות הקבועה המושגת החל ממרחק מסוים מראש המבחנה:

- a. לשם כך סומנו שני מרווחים שווים בגבהים שונים בנוזל באמצעות חבקי הפלסטיק ובוצעו 5 מדידות לזמן הדרוש לכדור לחצות כל אחד. נבחרו הכדורים הקטנים ביותר מאחר ועבורם כח הציפה והכח המעכב קטנים יחסית לכדורים הגדולים יותר ולכן המהירות הסופית תושג עבורם אחרונה.
- b. בסיום נשווה בין הפרשי זמן המעבר בין שני המרווחים ע"מ לבסס כי המהירות בשניהם זהה וקבועה.

3. מדידת צמיגות הגליצרין:

- a. יוטלו לנוזל בזה אחר זה כדורים בגודל שונה, מספר כדורים מכל גודל, וימדד הזמן הדרוש להם לחצות את המרווח המסומן הקבוע, שנקבע כמרווח בו מהירותם קבועה עפ"י שלב 2 לניסוי זה.

תכנון עיבוד תוצאות הניסוי

מטרתנו לבצע התאמה בין זמן הנפילה לרדיוס הכדור המוטל ע"מ לחלץ את הצמיגות בהתאם לנוסחה (10). לשם כך נבטא כל גודל נמדד ואת שגיאתו ונשקלל שגיאות. באמצעות מידע זה נבצע התאמה לחישוב גודל צפיפות כדורי המתכת ושגיאתו ובעזרתו נמצא את השגיאה הכוללת למערכת כולה ואת ערך הצמיגות אותו אנו מחפשים. שגיאות יחושבו למשתנה נמדד עפ"י נוסחאות 3.9 ו-3.10 בעמ' 19 בחוברת הסטטיסטיקה, ולמשתנה מחושב תחושב השגיאה עפ"י נוסחה 4.17 בעמ' 25 בחוברת.

1. ראשית נחשב את הגדלים שנמדדו ישירות ואת שגיאותיהם:

- a. צפיפות הגליצרין
- b. קוטר כדורי המתכת
- c. משקל כדורי המתכת
- d. מדידות הזמן השונות
 - i. מדידות הזמן לכדורים שהוטלו ע"מ לבסס מהירות אחידה.
 - ii. מדידת הכדורים ברדיוסים השונים שהוטלו למדידת הצמיגות.

2. נחשב את צפיפות כדורי המתכת ואת שגיאתה.
3. נבחן ונוודא אחידות טמפרטורה לאורך הניסוי
4. נבחן ונוודא את שרירות המהירות הקבועה בנפילה במרווח שנבחר.
5. נבצע התאמה בין זמן הנפילה לרדיוס הכדורים ע"מ לקבל מקדם ממנו נחלץ את מידת צמיגות החומר.

1. מידת צפיפות הגליצרין:

- i. עפ"י המדידה שביצענו באמצעות אריומטר שדיוקו $0.2 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ מצאנו את צפיפות הגליצרין (בהמשך נסמנו כ- ρ_l):

$$\rho_{\text{glycerine}} = 1.261 \pm 0.057 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right] \quad (11)$$

2. מידת צפיפות כדורי המתכת:

- ii. קוטרו של כדור מכל קבוצה נמדד באמצעות המיקרומטר. השגיאה בנתון הרדיוס היא פשוט מחצית משגיאת מדידת הקוטר עפ"י נוסחה 11, המבוססת על נוסחאות 4.9 ו-4.10. בחוברת. תוצאות המדידה מופיעות בנספח א' תחת הכותרת Radius.

השגיאה במדידת הרדיוס:

$$r = \frac{d}{2} \quad \Delta r = \left| \frac{\partial r}{\partial d} \right| * \Delta d \quad (11)$$

$$\Delta r = \frac{1}{2} * 0.28 \times 10^{-3} = 0.14 \times 10^{-3} [\text{mm}] \quad (12)$$

- iii. משקל כדורי המתכת הוא תוצאת חלוקת משקלם הכולל של 12 כדורים, המוצגת בנספח א' תחת הכותרת Mass.

השגיאה במדידת הרדיוס:

$$M_{\text{avg}} = \frac{M_{\text{tot}}}{12} \quad \Delta M_{\text{avg}} = \left| \frac{\partial M_{\text{avg}}}{\partial M_{\text{tot}}} \right| * \Delta M_{\text{tot}} \quad (13)$$

$$\Delta M_{\text{avg}} = \frac{1}{12} * \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.29 \times 10^{-2} [\text{gr}] \quad (14)$$

השגיאה במדידת נפח הכדור:

$$V(r) = \frac{4\pi r^3}{3} \rightarrow \Delta V = \frac{\partial V(r)}{\partial r} \Delta r = 4\pi r^2 \Delta r [\text{cm}^3] \quad (15)$$

v. את צפיפות הכדורים נמצא ע"י התאמה ליניארית של מסתם לנפחם, באמצעות הצפיפות (שתהווה שיפוע הגרף).

משוואת צפיפות כדור:

$$\rho_b = \frac{M_{avg}}{V(r)} = \frac{3 \cdot M_{avg}}{4\pi r^3} \quad (16)$$

ההתאמה ליניארית ממנה נפיק את הצפיפות ושגיאתה מוצגת בחלק א' של תוצאות הניסוי.

3. בחינת אחידות הטמפרטורה במהלך הניסוי

במשך הניסוי בוצעו 560 מדידות טמפרטורה באמצעות רב מודד ממוחשב. תוצאות המדידה נמצאות כולן בתחום 23.043-23.854, ובממוצע 23.41 מעלות. נתון זה בר הזנחה לאור השינויים הקטנים לאורך הניסוי.

4. בחינת המהירות הקבועה בנפילת הכדורים

בנספח ב' מוצגות תוצאות מדידת זמני נפילת כדורים דרך שני מרווחים שווים שנמצאים בחלקים שונים של גליל הגליצין. הזמן הממוצע מופיע בעמודת t_avg. שגיאת הזמן הסטטיסטית המחושבת עפ"י נוסחה 3.10 ושגיאת המכשיר המחושבת עפ"י נוסחה 3.4 מוצגות בעמודות dt_inst ו dt_stat והשגיאה המחושבת הכוללת מוצגת בעמודה תחת dt_total. הכותרת היחס בין משך הזמן הדרוש למעבר במרווח העליון על פני 5 מדידות שונות. בהגדרת הניסוי נקבע כי יחס קרוב יותר מ-0.9 מהווה קריטריון טוב להגדרת המהירות הקבועה.

5. מציאת ערך הצמיגות η ושגיאתו

בוצעו מדידות זמן כשהושקעו הכדורים בנוזל. מאחר והסטופר מופעל ידנית חשוב לקחת בחשבון שגיאה אופיינית של מפעיל אנושי (אחד משנינו בכל פעם). זמן תגובה של אדם מוערך ב-0.5-0.75 שניות, ולכן באופן שמרני הגדלנו את שגיאת המכשיר ב-0.3 שניות כדי להכיל שגיאה זו.

באמצעות נוסחה (10) נמצא את הערך הנומינלי של הצמיגות η , בהצבת הערכים הממוצעים של כל הנתונים במשוואה. נבצע התאמה ליניארית לגרף $t(r) = \frac{\beta}{r^2}$

ערך הפרמטר שימצא בהתאמה הוא β המוגדר בנוסחה (17):

$$\beta = \frac{9 \cdot L \eta}{2g(\rho_b - \rho_l)} \quad (17)$$

שגיאתו תחושב ע"י נוסחה (19) עפ"י נוסחה 4.17 כאמור באופן הבא:

צמיגות הנוזל כפ' לערך ההתאמה והנתונים שנמדדו:

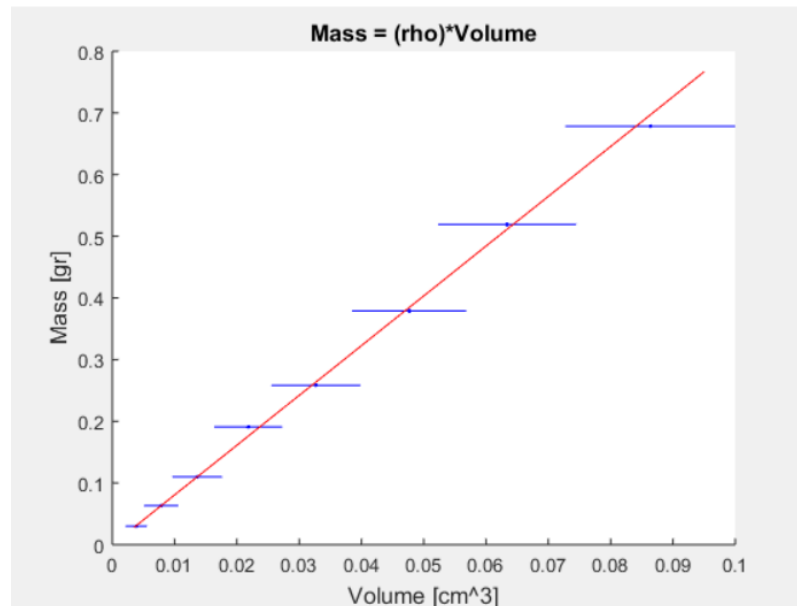
$$\eta = \frac{2g\beta(\rho_b - \rho_l)}{9L} \pm \Delta\eta \quad [poise] \quad (18)$$

השגיאה במדידת צמיגות הנוזל:

$$\Delta\eta = \sqrt{\left(\frac{\partial\eta}{\partial\beta}\Delta\beta\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial g}\Delta g\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial\rho_l}\Delta\rho_l\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial L}\Delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial\rho_b}\Delta\rho_b\right)^2} \text{ [poise]} \quad (19)$$

תוצאות הניסוי:

1. התאמה ליניארית בין ערכי צפיפות הכדורים שנמדדו למציאת הצפיפות ושגיאתה:



איור 5 – התאמה ליניארית בין הנפח למסה. שיפוע הגרף הוא צפיפות הכדורים. נתוני המטלב:

$$\begin{aligned} a1 &= 0.000 \pm 0.016 \text{ [gr]} \\ a2 &= 8.07 \pm 0.83 \left[\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}\right] \\ \chi^2 &= 0.17 \\ \text{ndf} &= 6 \\ \chi^2_{\text{reduced}} &= 0.028 \\ p \text{ probability} &= 0.99991 \end{aligned}$$

גרף זה תואם בצורה טובה לצפיפות שצפינו שתתקבל בכמה מובנים. ראשית, בקשר התיאורטי אין איבר חופשי וגם כאן המקדם $a1$ אכן קטן מאוד עד כדי זניח. השגיאה היחסית בערך $a2$, המבטא את צפיפות הכדורים, גדולה יחסית:

$$\frac{\Delta\rho_b}{\rho_b} = \frac{0.83}{8.07} = 10.29\% \quad (20)$$

אנו סבורים כי הנ"ל נובע מאי דיוקים במדידת קוטר הכדורים באמצעות המיקרומטר. בין אם בגלל חוסר כיול או בגלל טעויות שלנו בשימוש בו, קיימת שגיאה גדולה יחסית בנתון הקוטר (שהוא ביחס חזקה שלישי לרדיוס). שגיאת מדידת המסה, סביר להניח, קטנה משמעותית בגלל אופן מדידתה. גודל שגיאת הנפח הוא זה שמביא לערך P-probability גבוה יחסית למרות ערך חי-בריבוע מופחת נמוך.

ערך צפיפות הכדורים:

$$\rho_b = 8.07 \pm 0.83 \left[\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \right] \quad (21)$$

2. מהירות קבועה בתנועת הכדורים לאורך קטע המדידה:

ביחס למרווחים הקבועים שנקבעו ע"מ לבחון את היחס בין המהירויות בין המרווח העליון לתחתון נמצא היחס הבא:

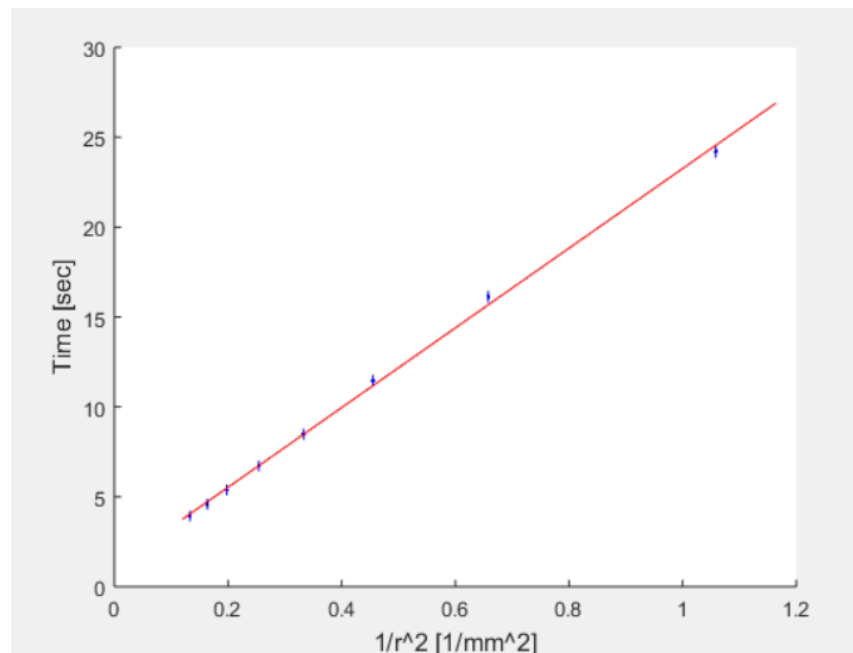
יחס המהירויות בין מרווחי המדידה:

$$\frac{t_{\text{upper}}}{t_{\text{lower}}} = 0.9908 \pm 0.0060 \quad (22)$$

יחס זה שואף לאחידות ועומד בקריטריון שהוגדר בניסוי (היחס נדרש היה להיות גדול מ-0.9) ולכן ניתן לקבוע בסבירות גבוהה כי תנועה הכדור במרווח L שנקבע.

3. מציאת ערך הצמיגות η

שיפוע גרף זה הוא ערך β ממנו נחלץ את נתון הצמיגות של הגליצרין.



איור 6 – התאמה ליניארית בין $\frac{1}{r^2}$ לבין הזמן. שיפוע הגרף הוא הערך β .

נתונים מהמטלב:

$$\begin{aligned}a_1 &= 1.09 \pm 0.19 \text{ [sec]} \\a_2 &= 22.17 \pm 0.39 \text{ [sec/mm}^2\text{]} \\chi^2 &= 4.3 \\ndf &= 6 \\chi^2_{\text{reduced}} &= 0.72 \\p \text{ probability} &= 0.64\end{aligned}$$

בגרף ההתאמה הליניארית הנ"ל ניתן לראות שההתאמה הליניארית מתארת היטב את התופעה שנבחנה בניסוי זה. השגיאה היחסית בערך a_2 , המבטא את מקדם ערך ציר x בניסוי (המייצג את $\frac{1}{r^2}$) היא $\frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{0.39}{22.17} = 1.76\%$. זו שגיאה קטנה ונתון טוב מאוד יחסית להפקת ערך הצמיגות ממנו. לגבי ערך a_1 , הנתון בשניות במקרה זה, ניתן לשער שזהו ערך שגיאה מערכתית, הנובעת ככל הנראה מגורמים שהזנחנו, ובהם נעסוק בשלב הדיון.

לפיכך, נבודד את ערך הצמיגות:

$$\eta = \frac{2g\beta(\rho_b - \rho_l)}{9L} \pm \Delta\eta = \frac{2*981*22.17*(8.07-1.26)}{9*25.281} = 13.01944 \pm \Delta\eta \quad (23)$$

כעת נמצא את ערך שגיאת המדידה בצמיגות עפ"י נוסחה 16 ונמצא את הצמיגות הכוללת:

$$\eta = 13.0 \pm 1.7 \text{ [poise]} \quad (24)$$

השגיאה היחסית בערך הנמדד:

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{1.7}{13.0} = 13.08\% \quad (25)$$

דיון ומסקנות:

מבחינת התוצאות אליהן הגענו בכל שלב ומבחינת הערך הסופי של הצפיפות שקבלנו ושגיאתו אנו רואים בניסוי הצלחה חלקית, מכמה בחינות:

1. ערכים גדולים לשגיאה היחסית:

a. גם בערך צפיפות כדוריות המתכת שנמדד וגם בערך הצמיגות שנמדד עבור הגליצין קיימות שגיאות יחסיות גדולות ($>10\%$). ערך ה-p-probability שחושב גבוה יחסית ומתקרב ל-1, בא לבטא ככל הנראה הערכה לא מספקת של השגיאה בביטוי הנפח.

b. שגיאת הצפיפות עשויה לנבוע מחוסר אחידות מסוים בכדורים, אך סביר יותר שנובעת משימוש לא מיומן מצידנו במיקרומטר, במיוחד בכדורים הקטנים יותר. גם כשהכדורים הקטנים "נאחזים" בידי המיקרומטר עדיין יש מעט חופש להדק או להרפות והנ"ל משפיע על התוצאה. מכך שקוטר הכדורים קטן ומכך שהנתון בו עושים שימוש הוא הנפח, שנמצא ביחס חזקה שלישית לגודל הנמדד, מתקבלת שגיאה גדולה יחסית. כמו שניתן לראות מגרף השארים בנספח ג', השגיאה אינה אחידה.

2. מקדם חופשי בהתאמת ערך β , ממנו חושבה הצפיפות, לו אין מקום בחישוב התאורטי ומבטא שגיאה שיטתית, הטיה של המדידות הנובעות בסבירות גבוהה להערכתנו, מהשימוש בסטופר המופעל ידנית ותלוי במפעילו. בנוסף, השימוש בחבקי הפלסטיק לסימון מקטע המדידה אינו אידיאלי לשיטת מדידה זו, מאחר וגם כשנבחרה נקודת גובה להתחלת ולסיום המדידה, היא מטעה ותלויה בזווית הצפייה של המתבונן המודד, ולה השפעה רבה על התוצאות. עם זאת קבלנו p-probability סביר מאוד במדידות אלו (0.64) המשקף סבירות גבוהה לנתון ריאלי והערכה טובה של גודל השגיאות.

לדעתנו, טיפול בשתי נקודות אלו, ע"י שימוש נכון יותר במיקרומטר או מדידת מספר כדורים גדול יותר מכל מידה, ושימוש בחיישנים להפעלת ועצירת הסטופר, או אפילו בטבעות גובה במקום בחבקים עבים, יכולים לצמצם את השגיאות בניסוי.

התבוננות בגרף השארים של מדידת הצמיגות מראה שגיאה שיטתית נוספת, אם נתעלם מהכדור הקטן ביותר עבורו מתווספת גם שגיאת המדידה, שגיאה ליניארית שעולה ככל שקטן הכדור. אנו מתקשים להעריך את מקורה אך יתכן אולי שמדובר בגורם חיכוך נוסף, כמו פני הכדורים, למשל.

עם זאת, ביחס לערך התאורטי המופיע בגרפים המצורפים להנחיות הניסוי, קיבלנו ערך קרוב וטוב יחסית. הערך בגרף הוא בקירוב 12 poise עבור הטמפ' הממוצעת שנמדדה, ערך קרוב מאוד לתוצאותינו.

נספח א' – תוצאות מפורטות – צפיפות כדורים וצמיגות

	Num of ba	Mass_tot[g]	Mass [gr]	diameter [n]	Radius [n]	t_1 [sec]	t_2 [sec]	t_3 [sec]	t_4 [sec]	t_5 [sec]	t_avg [sec]	Δt_inst [sec]	Δt_stat [sec]	Δt_tot [sec]	Δd_tot [mm]	Δm [gr]	L [mm]	ΔL [mm]
כדור 1	12	0.36	0.03	1.944	0.972	24.61	23.89	24.14	23.89	24.44	24.194	0.302886751	0.14514131	0.33586662	0.000288675	0.002887	252.81	0.002887
כדור 2	12	0.76	0.0633333	2.466	1.233	16.29	15.62	16.06	16.25	16.45	16.134	0.302886751	0.142709495	0.33482291	0.000288675	0.002887	252.81	0.002887
כדור 3	12	1.32	0.11	2.965	1.4825	11.35	11.39	11.57	11.63	11.38	11.464	0.302886751	0.056709788	0.30814994	0.000288675	0.002887	252.81	0.002887
כדור 4	12	2.29	0.190833	3.467	1.7335	8.4	8.54	8.41	8.55	8.5	8.48	0.302886751	0.031780497	0.30454948	0.000288675	0.002887	252.81	0.002887
כדור 5	12	3.1	0.258333	3.967	1.9835	6.62	6.84	6.74	6.7	6.69	6.718	0.302886751	0.03611094	0.30503178	0.000288675	0.002887	252.81	0.002887
כדור 6	9	3.41	0.378889	4.498	2.249	5.32	5.34	5.44	5.52	5.3	5.384	0.302886751	0.041665333	0.30573908	0.000288675	0.002887	252.81	0.002887
כדור 7	12	6.23	0.519167	4.947	2.4735	4.54	4.56	4.66	4.61	4.6	4.594	0.302886751	0.020880613	0.30360564	0.000288675	0.002887	252.81	0.002887
כדור 8	12	8.14	0.678333	5.484	2.742	3.93	3.94	3.86	3.94	3.97	3.928	0.302886751	0.018275667	0.30343761	0.000288675	0.002887	252.81	0.002887

טבלה 1 – ערכי מדידות מידות הכדורים וזמני נפילתם בנוזל. מסודר מהקטן לגדול.

#	m [gr]	dm [gr]	V[cm^3]	dV [cm^3]
1	0.03	0.002887	0.003847	0.001714
2	0.063333	0.002887	0.007852	0.002757
3	0.11	0.002887	0.013648	0.003986
4	0.190833	0.002887	0.02182	0.005451
5	0.258333	0.002887	0.032688	0.007136
6	0.378889	0.002887	0.047649	0.009174
7	0.519167	0.002887	0.063391	0.011097
8	0.678333	0.002887	0.086356	0.013637

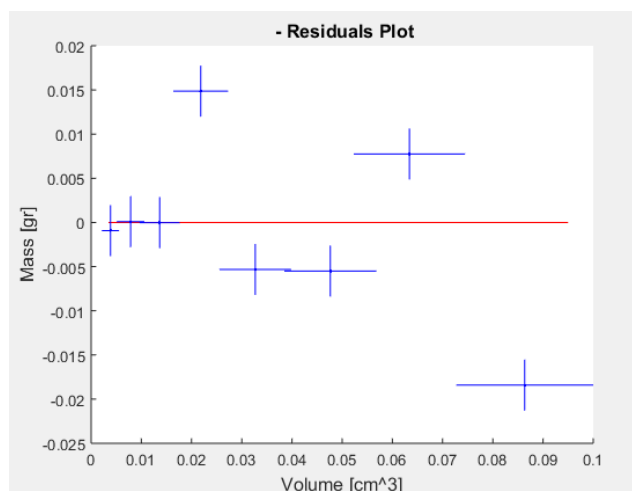
טבלה 2 – חישוב נפח הכדורים ושגיאתו ביחס למסתם ולשגיאתם, ששמשה בהתאמה הליניארית לחישוב צפיפות הכדורים.

נספח ב' – תוצאות מפורטות – מהירות סופית

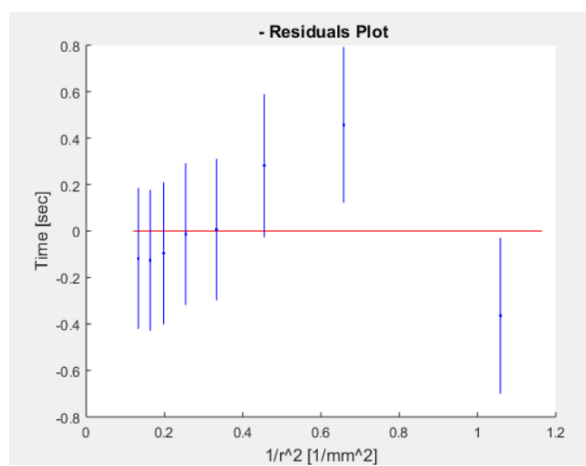
Vf Measurement			
#	t_upper	t_lower	ratio (upper/lower)
t1	9.5	9.48	1.002109705
t2	9.57	9.81	0.975535168
t3	9.56	9.81	0.9745158
t4	9.48	9.48	1
t5	9.64	9.62	1.002079002
t_avg	9.55	9.64	0.990847935
dt_stat	0.023094	0.060387637	0.005285023
dt_inst	0.002887	0.002886751	0.002886751
dt_total	0.023274	0.060456596	0.006022026

טבלה 3 – השוואת זמן המעבר בשני מקטעי המדידה השווים באורכם אך הממוקמים בנקודות שונות לאורך הגליל לצורך הטענה שהכדור נע במהירות אחידה.

נספח ג' – גרפי שארים



איור X – גרף שארים עבור מדידת צפיפות כדוריות המתכת



איור Y – גרף שארים עבור מדידת הצמיגות

נספח ד' – שאלת מדריך ותרגיל בסטטיסטיקה

- התרגיל בסטטיסטיקה מצורף בקובץ נפרד.
- בסיום המעבדה נתבקשנו לרשום משוואת דיפוזיה עבור זרימה חד מימדית צמיגה, לא דחיסה (ניוטונית) ולבטא את הקשר בין מקדם דיפוזיה לצמיגות.

• תשובה:

- דיפוזיה היא פיזור חומר מסביבה מרוכזת יותר לסביבה מרוכזת פחות ע"מ ליצור שוויון ריכוזים, באופן המזכיר תנועה מפוטנציאל גבוה לפוטנציאל נמוך, בנפילת גוף למשל.
- חוק פיק מבטא את שטף הדיפוזיה, וקובע כי הקשר בין חומר מסוים לריכוזו הוא דיפרנציאלי, כלומר, השטף (J) עומד ביחס ישר לנגזרת הריכוז (Φ) לפי המיקום:

$$J = -D \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad \blacksquare$$

- קבוע הדיפוזיה, D, הוא פונקציה של הצמיגות בין היתר, ומתקיים הקשר הבא:

$$D = \frac{k_b T}{6\pi r \eta} \quad \blacksquare$$

- במשוואה זו T היא הטמפרטורה האבסולוטית, k_b הוא קבוע בולצמן, r הוא רדיוס החלקיק העגול ו- η זו הצמיגות.