Master Informatique 1

Correction TD Infographie n°2

Transformations & Coordonnées Homogènes

Mise en place de la réprésentation des objets par Forme Canonique *et* Matrices de Transformations

---

Les transformations sont, de manière générale, des opérateurs permettant d'agir de manière globale sur la forme, la position, l'orientation d'un objet.

Dans le cadre de ce cours, elle sont au nombre de trois : translation, rotation, homothétie. Elles agissent sur les primitives de base que sont les points et les vecteurs.

1. **Translation** (de vecteur $\vec{u}$) : $\mathcal{T}_{\vec{u}}$
   - action sur un point : $P\left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right. \longrightarrow \mathcal{T}_{\vec{u}}(P) = P + \vec{u} = \left|\begin{matrix}x+u_x\\y+u_y\end{matrix}\right.$
   - action sur un vecteur : $\vec{V}\left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right. \longrightarrow \mathcal{T}_{\vec{u}}(\vec{V}) = \vec{V}$ (les vecteurs sont **invariants** par translation)
2. **Rotation** (d'angle θ autour de l'origine) : $\mathcal{R}_\theta$
   - action sur un point : $P\left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right. \longrightarrow \mathcal{R}_\theta(P) = \left|\begin{matrix}x.\cos(\theta) - y.\sin(\theta)\\x.\sin(\theta) + y.\cos(\theta)\end{matrix}\right.$
   - action sur un vecteur : $\vec{V}\left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right. \longrightarrow \mathcal{R}_\theta(\vec{V}) = \left|\begin{matrix}x.\cos(\theta) - y.\sin(\theta)\\x.\sin(\theta) + y.\cos(\theta)\end{matrix}\right.$
3. **Homothétie** (de rapports (a,b) le long des axes) : $\mathcal{H}_{(a,b)}$
   - action sur un point : $P\left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right. \longrightarrow \mathcal{H}_{(a,b)}(P) = \left|\begin{matrix}a.x\\b.y\end{matrix}\right.$
   - action sur un vecteur : $\vec{V}\left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right. \longrightarrow \mathcal{H}_{(a,b)}(\vec{V}) = \left|\begin{matrix}a.x\\b.y\end{matrix}\right.$

La **Rotation** et l'**Homothétie** présentent une forme *matricielle* simple et naturelle :

- $P\left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right. \longrightarrow \mathcal{R}_\theta(P) = \left|\begin{matrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{matrix}\right| \times \left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix}x.\cos(\theta) - y.\sin(\theta)\\x.\sin(\theta) + y.\cos(\theta)\end{matrix}\right.$
- $P\left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right. \longrightarrow \mathcal{H}_{(a,b)}(P) = \left|\begin{matrix}a & 0\\0 & b\end{matrix}\right| \times \left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix}a.x\\b.y\end{matrix}\right.$

L'avantage de cette représentation est que l'enchaînement d'une homothétie, puis d'une rotation se représente simplement par un produit matriciel :

$$P_0\left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right. \longrightarrow \mathcal{H}_{(a,b)}(P_0) = \left|\begin{matrix}a & 0\\0 & b\end{matrix}\right| \times \left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right| = P_1\left|\begin{matrix}a.x\\b.y\end{matrix}\right. \longrightarrow \mathcal{R}_\theta(P_1) = \left|\begin{matrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{matrix}\right| \times \left|\begin{matrix}a.x\\b.y\end{matrix}\right| = P_2\left|\begin{matrix}a.x.\cos(\theta) - b.y.\sin(\theta)\\a.x.\sin(\theta) + b.y.\cos(\theta)\end{matrix}\right.$$

$$\text{soit : } P_2 = \left(\left|\begin{matrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta)\\ \sin(\theta) & \cos(\theta)\end{matrix}\right| \times \left|\begin{matrix}a & 0\\0 & b\end{matrix}\right|\right) \times P_0 = \left|\begin{matrix}a.\cos(\theta) & -b.\sin(\theta)\\ a.\sin(\theta) & b.\cos(\theta)\end{matrix}\right| \times P_0$$

On peut ainsi enchaîner autant de rotations et d'homothéties que l'on veut, la transformation *globale* reste entièrement définie par une simple matrice (2x2).

Appliquée à un objet complexe (une ellipse, par exemple), cette matrice permet de définir entièrement la forme et l'orientation de l'objet par rapport à une forme de référence, que l'on appellera **forme canonique** (par exemple le **cercle unité** de centre $\Omega(0,0)$, de rayon 1).

Malheureusement la **Translation** ne peut pas s'écrire sous cette forme matricielle (2x2), ce qui "casse" le modèle de réprésentation des objets par une forme canonique et une matrice de transformation unique.

☞**La solution : la représentation en coordonnées homogènes** (cf. Cours: Espaces Projectifs)

Sans revenir sur la théorie, cette représentation consiste à ajouter une dimension "fictive" dans laquelle les points et les vecteurs adoptent des représentation différentes.

En 2D, on ajoute une 3^o coordonnée valant 1 pour les points ($\mathsf{P}\begin{vmatrix}\mathsf{x}\\\mathsf{y}\\1\end{vmatrix}$) et 0 pour les vecteurs ($\overrightarrow{\mathsf{V}}\begin{vmatrix}\mathsf{x}\\\mathsf{y}\\0\end{vmatrix}$).

Dans ce modèle, Rotations et Homothétie gardent une représentation matricielle simple (mais 3x3) :

$$\mathcal{R}_\theta = \begin{vmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \text{ et } \mathcal{H}_{(a,b)} = \begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Mais le principal intérêt est que la **Translation** trouve également une représentation matricielle :

$$\mathcal{T}_{\overrightarrow{\mathsf{u}}(x_u,x_u)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & x_u \\ 0 & 1 & y_u \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Il est facile de vérifier que l'action de cet opérateur sur un point ou un vecteur le rend bien homogène à une translation de vecteur $\overrightarrow{\mathsf{u}}$.

On peut ainsi caractériser entièrement la forme (*homotéhties*) l'orientation (*rotations*) et la position (*translations*) d'un objet par la référence à une référence canonique simple et le (pré-)calcul d'une unique matrice homogène 3x3.

Cette représentation s'étend à l'identique en dimension 3 :

$$\text{Point : } P\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{vmatrix} \qquad \text{Vecteur : } \overrightarrow{\mathsf{V}}\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{Homothétie : } \mathcal{H}_{(a,b,c)} = \begin{vmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad \text{Translation : } \mathcal{T}_{\overrightarrow{\mathsf{u}}(x_u,y_u,z_u)} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & x_u \\ 0 & 1 & 0 & y_u \\ 0 & 0 & 1 & z_u \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Rotations (il y en a 3, une pour chaque axe) :

$$\mathcal{R}_{\overrightarrow{\mathsf{x}},\alpha} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \mathcal{R}_{\overrightarrow{\mathsf{y}},\beta} = \begin{vmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \mathcal{R}_{\overrightarrow{\mathsf{z}},\gamma} = \begin{vmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

A partir de maintenant, tout objet de $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$ sera défini par sa référence à un objet canonique et une matrice de transformation globale précisant sa forme, son orientation et sa position dans l'espace.

Le choix de la référence canonique est arbitraire mais doit rester simple : le cercle et la sphére centrés sur l'origine et de rayon 1, le carré et le cube centrés sur l'origine, parallèles aux axes, de côté 2....)

Pour une même "forme", rien n'empêche de définir plusieurs objets canoniques.

Exercice 1. (Transformations Inverses)

Toutes les matrices de transformations (en dimension 2 ou 3) sont *définies positives* donc inversibles. Ces transofrmations inverses permettent de revenir à l'objet canonique de référence, à partir d'une forme quelconque.

1. Définir (en 2D), pour chacune des trois transformations, la transformation inverse et sa matrice associée.
2. Pour un objet défini par un enchaînement de 3 transformations $\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2, \mathcal{T}_3$ de matrices M_1, M_2, M_3 (dans cet ordre), quelles sont les matrice de transformation globales *directe* et *inverse* ?

---

1. Il s'agit de matrices très simples, représentant des transformations triviales à inverser. Ainsi :
   - L'inverse d'une translation de vecteur $\overrightarrow{v}$ est une translation de vecteur $-\overrightarrow{v}$
   - L'inverse d'une rotation d'angle α autour d'un axe est une rotation d'angle $-\alpha$ autour du même axes.
   - L'inverse d'une homothétie de rapports (a, b) est une homothétie de rapports $(\frac{1}{a}, \frac{1}{b})$

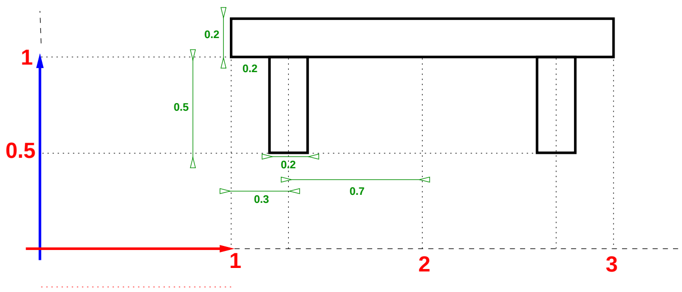
   > ☞ les matrices inverses sont triviales. Il n'y a AUCUNE inversion de matrice à réaliser !!!

2. Appliquée à un point P : $P \xrightarrow{\mathcal{T}_1} M_1{\times}P \xrightarrow{\mathcal{T}_2} M_2{\times}(M_1{\times}P) \xrightarrow{\mathcal{T}_3} M_3{\times}(M_2{\times}(M_1){\times}P)) = (M_3{\times}M_2{\times}M_1){\times}P$
   C'est à dire la tranformation globale de matrice $\mathcal{M} = (M_3{\times}M_2{\times}M_1)$
   Pour la transformation inverse, se rappeler que $(A{\times}B)^{-1} = B^{-1}{\times}A^{-1}$
   Donc, dans le cas qui nous intéresse : $\mathcal{M}^{-1} = (M_1^{-1}{\times}M_2^{-1}{\times}M_3^{-1})$

> A prartir de maintenant, on associera à chaque objet, en plus de sa matrice directe M_d, sa matrice **inverse** M_i, construire parallèlement à M_d.
>
> Pour chaque nouvelle transformation $\mathcal{T}$ appliquée à l'objet : $M_d \rightarrow \mathcal{T}{\times}M_d$ et $M_i \rightarrow M_i{\times}\mathcal{T}^{-1}$.

Exercice 2. (Structuration hiérarchique - "héritage" de transformations)

On veut, en 2D, réaliser la scène suivante :

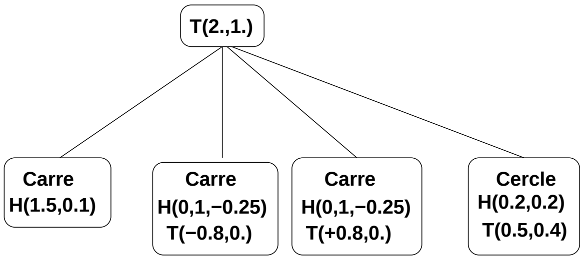


1. Pour chacun des objets formant la scène, définir le "bon" objet canonique ainsi que la suite de transformations.
2. Proposer une structuration hiérarchique de cette scène permettant de simplifier sa gestion.
3. Avec cette structure, intégrer un **cercle** de rayon 0.2, posé sur la table.

---

1. Pour cette scène, l'objet canonique le plus "pratique" est le carré de côté 2, centré sur le point $(0., 1.)$
   - le plateau : $H(1.5, 0.1)$ puis $T(\overrightarrow{u}(2., 1.))$
   - les pieds : $H(0.1, 0.25)$ puis $T(\overrightarrow{u}(1.2, 0.5))$ et $T(\overrightarrow{u}(2.8, 0.5))$

2. On peut construire un arbre dont chaque *feuille* est un objet canonique et une transformation s'appliquant à lui seul et dont les *noeuds* internes sont des transformations s'appliquant à tout le sous-arbre.
   Les transformations à appliquer ne sont bien sûr plus tout à fait les mêmes....



Exercice 3. (Transformations et Produit Vectoriel - Transport des Normales)

1. Rappeler, en coordonnées cartésienne dans $\mathbb{R}^3$, l'expression du produit vectoriel de 2 vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
2. Comparer pour chacune des 3 transformations de base (translation, rotation, homotétie) les valeurs de $\mathcal{T}(\vec{u} \wedge \vec{v})$ et $\mathcal{T}(\vec{u}) \wedge \mathcal{T}(\vec{v})$ (où $\mathcal{T}$ est la transformation considérée, caractérisée par sa matrice en coordonnées homogènes).
3. En déduire plusieur façons de calculer la normale en un point P d'un ellipsoïde $\mathcal{E}$.

1.

$$\vec{w} = (\vec{u} \wedge \vec{v}) = \begin{pmatrix} x_u \\ y_u \\ z_u \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x_v \\ y_v \\ z_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_u z_v - z_u y_v \\ -x_u z_v + z_u x_v \\ x_u y_v - y_u x_v \end{pmatrix}$$

2.
   - $\mathcal{T}$ Translation :
     Un vecteur étant invariant par translation, la solution est évidente : $\mathcal{T}(\vec{u} \wedge \vec{v}) = \vec{u} \wedge \vec{v} = \mathcal{T}(\vec{u}) \wedge \mathcal{T}(\vec{v})$
   - $\mathcal{R}$ Rotation d'angle θ autour de l'axe des (z) (le résultat sera le même pour les autres rotations) :
     $\mathcal{R}$ est caractérisé par la matrice homogène

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Alors

$$\mathcal{R}(\vec{u}) \wedge \mathcal{R}(\vec{v}) = \begin{pmatrix} x_u \cos(\theta) - y_u \sin(\theta) \\ x_u \sin(\theta) + y_u \cos(\theta) \\ z_u \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x_v \cos(\theta) - y_v \sin(\theta) \\ x_v \sin(\theta) + y_v \cos(\theta) \\ z_v \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (y_u z_v - z_u y_v)\cos(\theta) - (-x_u z_v + z_u x_v)\sin(\theta) \\ (y_u z_v - z_u y_v)\sin(\theta) + (-x_u z_v + z_u x_v)\sin(\theta) \\ (x_u y_v - y_u x_v) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} x_w \cos(\theta) - y_w \sin(\theta) \\ x_w \sin(\theta) + y_w \cos(\theta) \\ z_w \\ 0 \end{pmatrix} = \mathcal{R}(\vec{w}) = \mathcal{R}(\vec{u} \wedge \vec{v})$$

Donc, la rotation conserve le produit vectoriel.

- $\mathcal{H}$ Homotétie de rapports α, β, γ dans les direction (x), (y), (z):
  $\mathcal{H}$ est caractérisé par la matrice homogène

$$H = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

  Alors

$$\mathcal{H}(\overrightarrow{\mathsf{u}}) \wedge \mathcal{H}(\overrightarrow{\mathsf{v}}) = \begin{pmatrix} \alpha x_u \\ \beta y_u \\ \gamma z_u \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \alpha x_v \\ \beta y_v \\ \gamma z_v \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta\gamma(y_u z_v - z_u y_v) \\ \alpha\gamma(-x_u z_v + z_u x_v) \\ \alpha\beta(x_u y_v - y_u x_v) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta\gamma x_w \\ \alpha\gamma y_w \\ \alpha\beta z_w \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta\gamma & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \alpha\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \overrightarrow{\mathsf{w}}$$

  Soit : $\mathcal{H}_{(\alpha,\beta,\gamma)}(\overrightarrow{\mathsf{u}}) \wedge \mathcal{H}_{(\alpha,\beta,\gamma)}(\overrightarrow{\mathsf{v}}) = \mathcal{H}_{(\beta\gamma,\alpha\gamma,\alpha\beta)}(\overrightarrow{\mathsf{u}} \wedge \overrightarrow{\mathsf{v}})$

  > La rotation et la translation sont des **isométries** : elles conservent les distances et les angles, donc le produit vectoriel.
  > **L'homotétie n'est pas une isométrie et ne conserve pas le produit vectoriel** - mais le résultat prend la forme d'une homothétie, déduite facilement de l'original

- **Normale d'un ellipsoïde**
  La normale $\overrightarrow{\mathsf{N_P}}$ à $\mathcal{E}$ en un point P se calcule comme le produit vectoriel des tangentes $\overrightarrow{\mathsf{T^1_P}}$ et $\overrightarrow{\mathsf{T^2_P}}$.

  L'ellipsoïde est obtenu par transformation de la sphère canonique. $\mathcal{S}$. Parmis ces transformations on trouve une homothétie $\mathcal{H}_{(\alpha,\beta\gamma)}$.

  Soit M_d la transfomation en question, Q le point de $\mathcal{S}$ tel que $P = \mathcal{M} \times Q$, et $\overrightarrow{\mathsf{N_Q}}$, $\overrightarrow{\mathsf{T^1_Q}}$ et $\overrightarrow{\mathsf{T^2_Q}}$ la normale et les deux tangentes en Q.

  On a, d'après les propriétés du produit vectoriel : $(\overrightarrow{\mathsf{T^P_1}} = \mathcal{M} \times \overrightarrow{\mathsf{T^Q_1}})$ et $(\overrightarrow{\mathsf{T^P_2}} = M_d \times \overrightarrow{\mathsf{T^Q_2}})$, mais $(\overrightarrow{\mathsf{N_P}} \neq M_d \times \overrightarrow{\mathsf{N_Q}})$.

  Celà peut se traduire par le fait que la droite support de $\overrightarrow{\mathsf{N_Q}}$ passe par le centre O de $\mathcal{S}$ mais que celle de $\overrightarrow{\mathsf{N_P}}$ ne passe pas nécessairement par le centre de $\mathcal{E}$.

  La translation et la rotation conservant le produit vectoriel on peut écrire :

$$\overrightarrow{\mathsf{N_P}} = \left(M_d \times \overrightarrow{\mathsf{T^Q_1}}\right) \wedge \left(M_d \times \overrightarrow{\mathsf{T^Q_2}}\right)$$

  Mais d'après le point précédent, on peut également écrire : $\overrightarrow{\mathsf{N_P}} = M_n \times \overrightarrow{\mathsf{N_Q}}$ où M_n est la matrice obtenue avec les rotations de M_d et l'homothétie $\mathcal{H}'_{(\beta\gamma,\alpha\gamma,\alpha\beta)}$. Les translations, sans effets sur les vecteurs, ne servent à rien dans cette matrice M_n

> A prartir de maintenant, on associera à chaque objet, en plus de ses matrices directe M_d et inverse M_i une matrice spéciale destinée au transport des normales M_n. La détermination d'une normale est en effet souvent triviale au niveau de l'objet canonique : il est donc pratique de pouvoir "transporter" celle-ci directemet.
>
> Appliquer une transformation à un objet revient donc simplement à mettre à jour ses 3 matrices.
>
> - **Initialisation** : par défaut, les trois matrices de l'objet sont initialisé à l'**Identité**.
> - **Translation** de vecteur $\overrightarrow{\mathsf{V}}$:
>
> | | | |
> |---|---|---|
> | $M_d \to T_{\overrightarrow{\mathsf{V}}} \times M_d$ | $M_n \to M_n$ | $M_i \to M_i \times T_{-\overrightarrow{\mathsf{V}}}$ |
>
> - **Rotation(s)** d'angle θ :
>
> | | | |
> |---|---|---|
> | $M_d \to R_\theta \times M_d$ | $M_n \to R_\theta \times M_n$ | $M_i \to M_i \times R_{-\theta}$ |
>
> - **Homothétie** de rapports (a, b, c) :
>
> | | | |
> |---|---|---|
> | $M_d \to H_{(a,b,c)} \times M_d$ | $M_n \to H_{(bc,ac,ab)} \times M_n$ | $M_i \to M_i \times H_{(1/a,1/b,1/c)}$ |
>
> Pour certaines applications, plus complexes que le RayTracer, une 4^o matrice, inverse de M_n pourrait s'avérer utile.

▸ **Exercice 4.** **(Transformations et calcul d'intersection)** Dans $\mathbb{R}^2$ on considère une scène constitué d'une ellipse $\mathcal{E}$ (centrée en un point $C(x_c, y_c)$ de rayons (r_x, r_y) et tournée d'un angle θ par rapport à l'axe des z) et d'un rayon R (issu d'un point $A(x_a, y_a)$ et de direction $\overrightarrow{\mathsf{u}}(x_u, y_u)$ normé).

1. Expliciter les matrices $M_d, M_i et M_n$ permettant de passer du cercle canonique $\mathcal{C}_0$ à $\mathcal{E}$
2. On veut déterminer le point d'intersection I du rayon R avec $\mathcal{E}$, ainsi que la normale $\overrightarrow{\mathsf{N_i}}$ en ce point.

   ☞ décrire la suite d'opération à réaliser pour obtenir ces informations.

---

1. On applique les transformations dans cet ordre (c'est presque toujours le cas) : Homothétie, Rotation, Translation.
   - $M_d = T_{\overrightarrow{\Omega C}} \times R_\theta \times H_{(r_x, r_y)}$
   - $M_i = H_{(1/r_x, 1/r_y)} \times R_{-\theta} \times T_{\overrightarrow{C\Omega}}$
   - $M_n = R_\theta \times H_{(r_y, r_x)}$
2.
   - On envoie le rayon dans le repère de l'objet canonique : $R_0 = [A_0, \overrightarrow{\mathsf{u_0}})$ où $A_0 = M_i \times A$ et $\overrightarrow{\mathsf{u_0}} = M_i \times \overrightarrow{\mathsf{u}}$ (et on n'oublie pas de normer $\overrightarrow{\mathsf{u_0}}$!!! $\overrightarrow{\mathsf{u_0}} \rightarrow \overrightarrow{\mathsf{u_0}}/\|\overrightarrow{\mathsf{u_0}}\|$)
   - On détermine l'intersection et la normale de R_0 avec $\mathcal{C}_0$: on obtient I_0 et $\overrightarrow{\mathsf{N_0}}$.
   - On renvoie ces éléments dans le repère général : $I = M_d \times I_0$ et $\overrightarrow{\mathsf{N}} = M_n \times \overrightarrow{\mathsf{N_0}}$ (et on n'oublie pas de normer $\overrightarrow{\mathsf{N}}$!!!)
