Appendice 1
Elementi di elettrotecnica

Introduzione

Questa appendice ha lo scopo di richiamare alcuni concetti fondamentali di elettrotecnica, necessari per un adeguato sostegno al corso di elettronica. I prerequisiti indispensabili per affrontare gli argomenti proposti sono costituiti dalla conoscenza di alcune nozioni essenziali sull'argomento "elettricità" (che dovrebbero essere già state acquisite dallo studente in corsi propedeutici), quali corrente elettrica, potenziale e caduta di tensione, forza elettromotrice, resistenze, collegamenti in serie e in parallelo.

A.1 Definizioni generali

Per *circuito elettrico* si intende un insieme di elementi collegati tra loro tramite linee conduttrici in modo tale che la potenza erogata dai generatori venga trasferita agli utilizzatori. In questa appendice ci limiteremo a considerare i circuiti elettrici alimentati con una tensione continua.

Generatore di tensione

Definiamo innanzitutto il generatore ideale e il generatore reale di tensione.

Si definisce generatore ideale di tensione quel generatore che fornisce ai suoi morsetti una d.d.p. (differenza di potenziale) costante qualunque sia la corrente erogata al carico.

In altri termini, il generatore ideale di tensione ha una resistenza interna nulla. Il suo simbolo e la sua caratteristica tensione/corrente (V/I) sono riportati in **Figura A.1**.

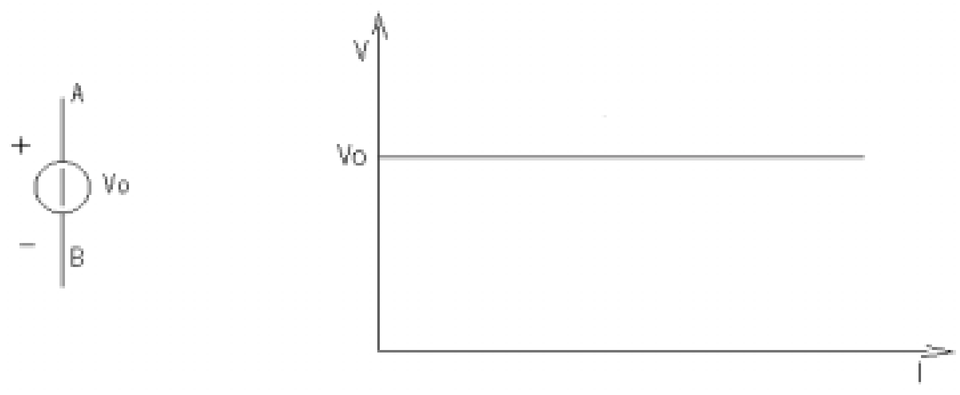

Figura A.1 - Simbolo e caratteristicaV/I del generatore ideale di tensione

Si definisce generatore reale di tensione quel generatore che genera ai suoi morsetti una d.d.p. funzione della corrente erogata al carico.

Il generatore reale di tensione è caratterizzato da una resistenza interna che causa una c.d.t. (caduta di tensione) proporzionale alla corrente erogata; in **Figura A.2** sono riportati il suo simbolo e la caratteristica V/I.

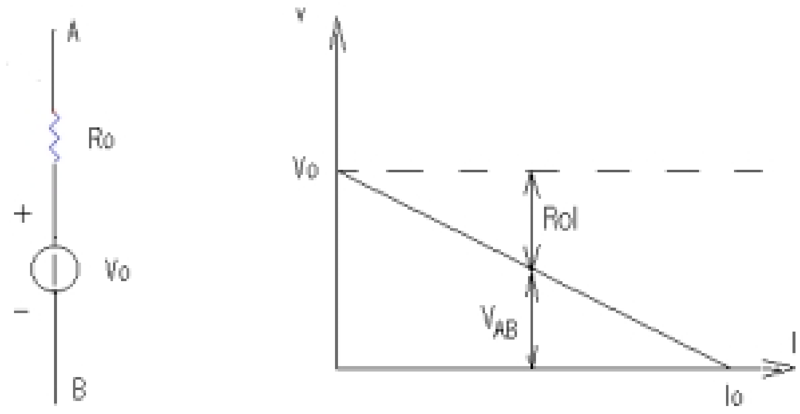

Figura A.2 - Simbolo e caratteristica V/I del generatore reale di tensione

Un generatore reale di tensione può essere schematizzato come un generatore ideale in serie a una resistenza che rappresenta la sua c.d.t. interna.

Caratteristica del generatore reale di tensione

Definiamo il comportamento del generatore reale di tensione nei due casi limite di funzionamento.

In assenza di carico la corrente erogata dal generatore è nulla, pertanto la tensione ai morsetti aperti A e B è proprio V_O e rappresenta la tensione a vuoto (**Figura A.2**).

L'altro caso limite si verifica quando i morsetti A e B sono cortocircuitati: l'elevata corrente che ne consegue è definita di *cortocircuito* ed è legata alla tensione a vuoto dalla relazione: $V_o = R_oI_o$.

Per poter tracciare nel piano V/I la caratteristica statica del generatore è sufficiente scrivere, servendosi della legge di Ohm (si veda il Paragrafo A.2), l'espressione di V_{AB}: $V_{AB} = V_o - R_oI_o$

esempio A.1

Un generatore presenta una tensione a vuoto V_o=50V e una R_o=10Ω. Se la resistenza di carico R_L è di 1KΩ (**Figura A.3**), determiniamo:

1)la corrente di cortocircuito;

2)l’errore percentuale della tensione V_{AB} se si trascura la c.d.t. interna del generatore.

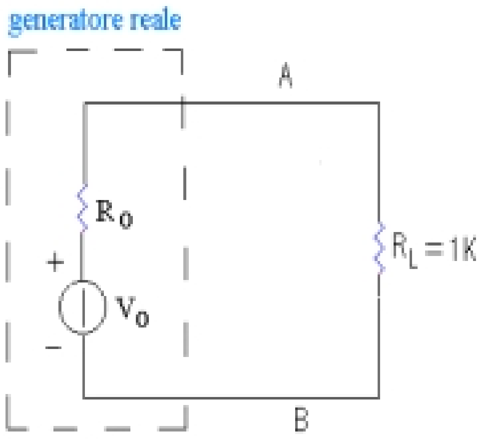

Figura A.3

La corrente di cortocircuito vale: $I_o = V_o/R_o = 5A$ mentre la corrente di carico è:

$$I_o = \frac{V_o}{R_o + R_L} = 49{,}5mA$$

La tensione V_{AB}, considerando ideale il generatore, ammonta a V_{AB}=50V, mentre con la c.d.t. interna si ha $V'_{AB}=R_L I$=49,5V. L’errore percentuale commesso è dunque

$$e\% = \frac{V_{AB} - V'_{AB}}{V_{AB}} 100 = 1\%$$

Con il carico assegnato l’errore commesso nel considerare il generatore ideale è accettabile.

Il comportamento di un generatore reale di tensione è accettabile quando, nel passaggio dal funzionamento a vuoto a quello sotto carico, la tensione ai suoi morsetti subisce una variazione trascurabile.

Generatore di corrente
Un generatore ideale di corrente è un generatore che eroga una corrente costante anche se, variando il carico, varia la tensione fornita ai morsetti.

Il generatore ideale di corrente è caratterizzato da una resistenza interna infinita. È in definitiva il duale del generatore ideale di tensione. Il simbolo e la caratteristica V/I sono riportati in **Figura A.4**.

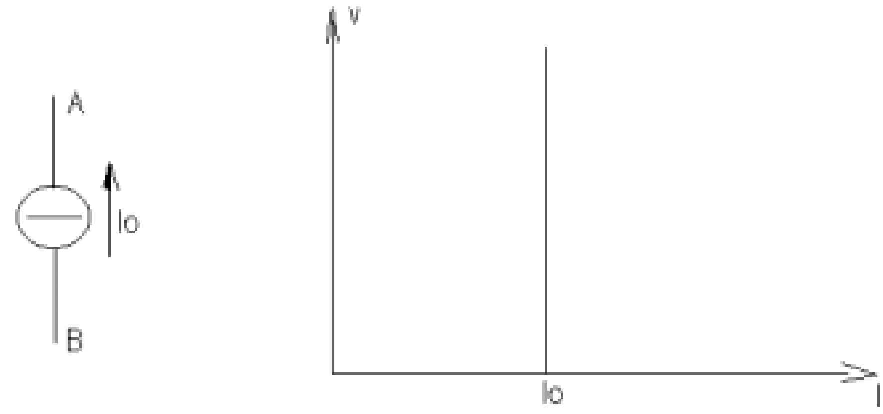

Figura A.4 - Simbolo e caratteristica V/I del generatore ideale di corrente

In pratica, una parte della corrente erogata viene assorbita dalla sua resistenza interna, che ha un valore finito. Un generatore reale di corrente è schematizzabile come un generatore ideale con in parallelo una resistenza finita (**Figura A.5**).

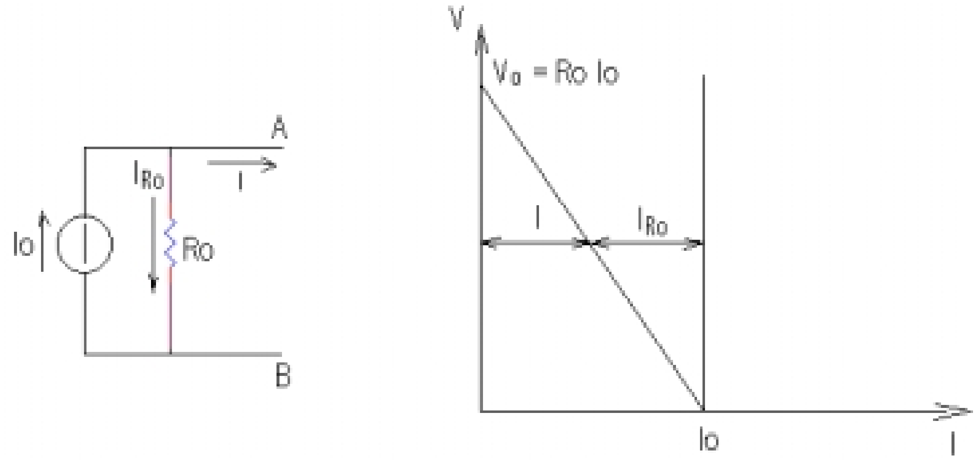

Figura A.5 - Simbolo e caratteristica V/I del generatore reale di corrente

Il generatore reale di corrente è quel generatore che eroga una corrente variabile in funzione del carico.

Caratteristica del generatore reale di corrente

Definiamo il comportamento del generatore reale di corrente nei due casi limiti di funzionamento.

La condizione di lavoro più gravosa per il generatore è costituita dal funzionamento a vuoto, poiché tutta la corrente erogata circola nella sua resistenza interna. Sul grafico di **Figura A.5** questa situazione è rappresentata dal punto di ascissa 0 e ordinata $V_o=R_oI_o$.

Se i morsetti A e B sono collegati in cortocircuito la corrente I_o circola nel ramo AB senza interessare la resistenza interna R_o. In questo caso il punto di funzionamento si trova sull'asse delle ascisse e ha coordinate $(I_o;0)$.

Quando il generatore alimenta un carico qualsiasi il punto di lavoro è intermedio tra i due casi limite esaminati. La corrente I_o erogata si divide in parte nel carico (I) e per la parte restante nella resistenza interna (I_{Ro}).

esempio A.2

Ponendo in cortocircuito i morsetti di un generatore reale è stata misurata una corrente di 1A con una resistenza interna R_o di 180KΩ. Calcoliamo il range di valori che può assumere la resistenza di carico affinché la variazione relativa massima della corrente da cortocircuito a carico sia del 10%.

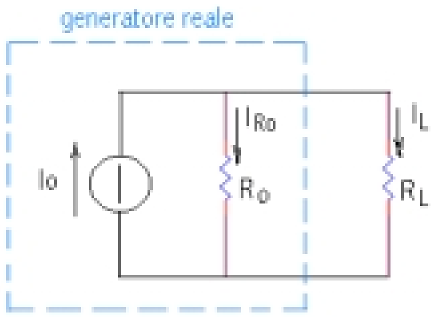

Figura A.6

La corrente di cortocircuito misurata di I_o deve avere una variazione relativa massima del 10%, pertanto la corrente nel carico I_L non deve scendere sotto il valore di 0,9A. Sapendo che $I_L = I_o R_o / (R_o+R_L)$, si ricava con facili passaggi:

$$R_L = R_o \frac{I_o - I_L}{I_L}$$

Sostituendo i valori risulta: $R_L \leq 2K\Omega$.

A.2 Legge di Ohm

Ai capi di una resistenza percorsa da una corrente si stabilisce una caduta di tensione direttamente proporzionale alla corrente stessa.

La relazione matematica che lega la c.d.t. e la corrente è dunque V = R I. Poiché la corrente si sposta da un punto a potenziale maggiore verso un punto a potenziale minore, indicheremo con il segno positivo il morsetto di entrata della corrente nella resistenza e con il segno negativo quello di uscita. Per convenzione la c.d.t. ai capi della resistenza ha verso contrario a quello della corrente (**Figura A.7**).

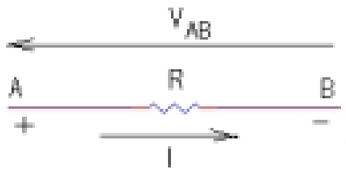

Figura A.7 - Polarità della c.d.t. ai capi di una resistenza

Prendiamo in considerazione il circuito chiuso di **Figura A.8** e applichiamo a esso la legge di Ohm.

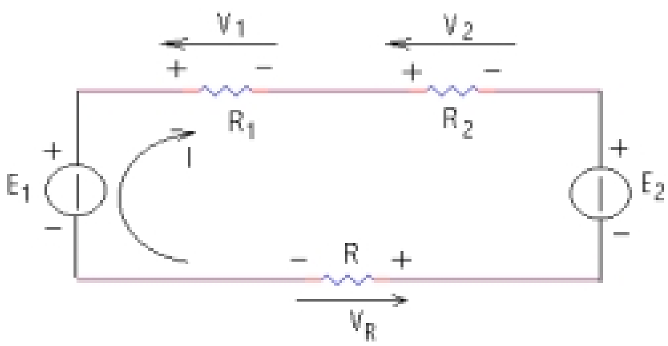

Figura A.8 - Circuito chiuso

Fissiamo un verso convenzionale per la circolazione della corrente, precisando che qualora il verso effettivo sia contrario a quello fissato, le nostre conclusioni resteranno comunque valide. Per quanto stabilito precedentemente le c.d.t. ai capi di ogni resistenza sono note e vengono indicate in figura.
Nel circuito chiuso di **Figura A.8** la somma algebrica delle due forze elettromotrici (f.e.m.) deve essere equilibrata dalla somma di tutte le c.d.t. sulle resistenze. Matematicamente ciò si esprime con la seguente formula: $\Sigma E = \Sigma RI$. Dunque:

$$E_1 - E_2 = RI + R_1 I + R_2 I = (R + R_1 + R_2)\, I$$

Il valore della corrente è dato da:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R + R_1 + R_2}$$

A.3 Partitore ohmico di tensione

Applichiamo la legge di Ohm al circuito di **Figura A.9**, costituito da un generatore ideale di tensione e da due resistenze in serie.

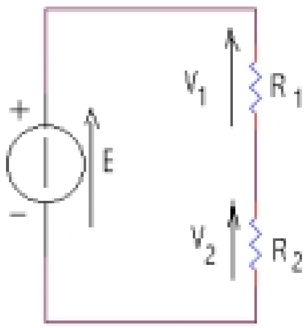

Figura A.9 - Due resistenze in serie formano un partitore di tensione

La c.d.t. della R_1 è data da $V_1 = R_1 I$, da cui deriva $I = V_1/R_1$. Analogamente per R_2: $V_2 = R_2 I$, da cui deriva $I = V_2/R_2$. Dato che le due correnti sono uguali possiamo scrivere:

$$\frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2}$$

oppure

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Si può trarre la seguente considerazione generale:

Le c.d.t. ai capi delle resistenze sono direttamente proporzionali alle resistenze stesse.

Tenendo presente che la somma delle due tensioni V_1 e V_2 è pari alla f.e.m. del generatore E:

$$\frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad ; \quad \frac{V_1}{E} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \; ; \quad V_1 = E\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Analogamente per V_2:

$$V_2 = E\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

La f.e.m. del generatore si suddivide nelle due tensioni V_1 e V_2: il collegamento di due resistenze in serie prende perciò il nome di *partitore ohmico di tensione*.

A.4 Derivatore ohmico di corrente

Nel circuito di Figura A.10 due resistenze collegate in parallelo formano un derivatore ohmico di corrente.

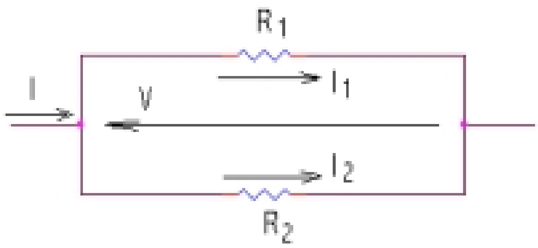

Figura A.10 - Due resistenze in parallelo formano un derivatore di corrente

Applichiamo la legge di Ohm: $V = R_1 I_1$; $V = R_2 I_2$.

Essendo uguale la tensione ai capi delle due resistenze si può scrivere:

$$R_1 I_1 = R_2 I_2$$

da cui si ricava:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

In un derivatore ohmico la corrente che circola in una resistenza è inversamente proporzionale alla resistenza stessa.

La corrente totale I è data dalla somma delle due correnti I_1 e I_2: $I = I_1 + I_2$. Possiamo perciò scrivere:

$$\frac{I_1}{I_1 + I_2} = \frac{R_2}{R_2 + R_1}\ ; \quad \frac{I_1}{I} = \frac{R_2}{R_2 + R_1}\ ; \quad I_1 = I\,\frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

Analogamente per I_2:

$$I_2 = I\,\frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

A.5 Principi di Kirchhoff

Non sempre i circuiti elettrici si presentano con una struttura semplice come quelli esaminati nei paragrafi precedenti: spesso sono costituiti da vari elementi collegati tra loro in serie e in parallelo in modo tale che è possibile individuare diversi percorsi o itinerari per la corrente elettrica. Si parla in questo caso di rete elettrica costituita da rami, nodi e maglie. I *nodi* sono i punti in cui convergono (o da cui divergono) più lati del circuito. I *rami* (o *lati*) sono tratti di circuito compresi tra due nodi. Si definisce *maglia* un insieme di rami che formano percorsi chiusi.

I principi di Kirchhoff rappresentano un metodo per la risoluzione totale di una rete elettrica, nel senso che consentono di determinare tutte le incognite del problema (normalmente le correnti poiché di solito le tensioni dei generatori e le resistenze sono note).

Primo principio di Kirchhoff

Consideriamo un nodo al quale fanno capo alcuni rami del circuito (**Figura A.11**). Assumiamo la convenzione di considerare positive le correnti entranti e negative le correnti uscenti dal nodo.

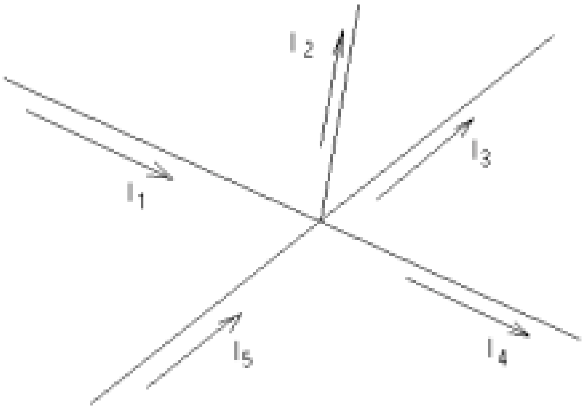

Figura A.11 - Nodo elettrico di un circuito

Il primo principio di Kirchhoff afferma che:

Per ogni nodo la somma algebrica delle correnti è uguale a zero.

La precedente relazione, esprimibile in forma matematica con *equazione ai nodi* $\Sigma I=0$, può essere scritta anche nella forma: $\Sigma I_{entranti}=\Sigma I_{uscenti}$, ossia: la somma delle correnti entranti è uguale alla somma delle correnti uscenti.
Per il nodo di **Figura A.11**, per esempio, l'equazione ai nodi si scrive:

$$I_1 + I_5 = I_2 + I_3 + I_4$$

Se in un circuito vi sono *n* nodi, il primo principio di Kirchhoff si applica solo ai nodi indipendenti, che sono n-1. L'*n*-simo nodo è definito dipendente perché applicando a esso il primo trincio di Kirchhoff. Si ricava un'informazione già nota. La scelta dei nodi indipendenti è del tutto arbitraria.

Secondo principio di Kirchhoff
In un circuito, avente *n* nodi e *l* lati, vi sono *l-n+1* maglie indipendenti.

Il secondo principio di Kirchhoff precisa che:

In ogni maglia la somma algebrica delle f.e.m. dei generatori è uguale alla somma algebrica delle c.d.t. sulle resistenze: $\Sigma E=\Sigma RI$.

Il sistema di equazioni così ottenute (l-n+1) equazioni alle maglie e n-1 equazioni ai nodi) rende determinato il problema, ossia permette di calcolare le correnti che circolano nei lati del circuito.

esempio A.3
Servendosi dei principi di Kirchhoff risolviamo il circuito di **Figura A.12**.

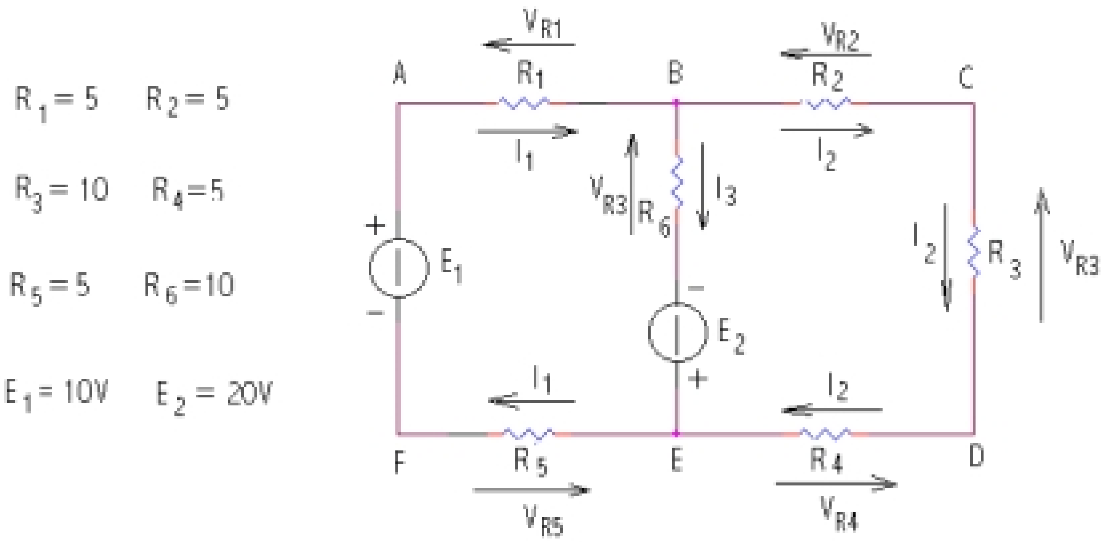

Figura A.12

Il circuito è costituito da due nodi (A e B) e da tre lati. Scegliamo come nodo indipendente il punto A e come maglie indipendenti ABEFA e BCDEB. Per applicare il secondo principio di Kirchhoff a una maglia è necessario scegliere un verso positivo per le tensioni (per esempio quello orario) e di conseguenza attribuire a esse un segno. Scegliamo inoltre un verso arbitrario alle correnti che circolano in ogni ramo; se dai calcoli otterremo dei valori negativi dedurremo che i versi scelti sono contrari a quelli effettivi.

Nodo A: $I_1 = I_2 + I_3$

Maglia ABEFA: $E_1 + E_2 - R_1\, I_1 - R_6\, I_3 - R_5\, I_1 = 0$

Maglia BCDEB: $- E_2 - R_4\, I_2 - R_3\, I_2 - R_2\, I_2 + R_6\, I_3 = 0$

Sostituendo i valori e risolvendo il sistema si ottengono i seguenti risultati:
$I_1 = +1{,}4A$; $I_2 = -0{,}2A$; $I_3 = +1{,}6A$.

A.6 Principio di sovrapposizione degli effetti
Il principio di sovrapposizione degli effetti è un metodo totale di studio e si applica ai circuiti lineari (ossia quei circuiti costituiti da dispositivi per i quali esiste una relazione di proporzionalità tra la tensione e la corrente). Esso afferma che:

La corrente circolante in ogni ramo, prodotta da più generatori agenti contemporaneamente nel circuito, è la somma delle correnti circolanti in quello stesso ramo ed erogate dai singoli generatori agenti singolarmente.

In pratica, si devono studiare tanti circuiti quanti sono i generatori, supporre cioè che i generatori agiscano uno alla volta, calcolare le correnti circolanti e infine sommarle algebricamente. Quando si suppone che nel circuito agisca un generatore tutti gli altri vanno spenti, ovvero cortocircuitati se sono di tensione e aperti se sono di corrente.

esempio A.4
Risolviamo il circuito dell'esempio A.3 con il principio di sovrapposizione degli effetti.
Nella rete elettrica dell'esempio A.3 sono presenti due generatori di tensione, pertanto supponendo che agisca un generatore alla volta è necessario risolvere separatamente due circuiti e infine sommare gli effetti.
Calcoliamo le correnti erogate dal generatore E_1 i cui versi sono indicati in **Figura A.13**.

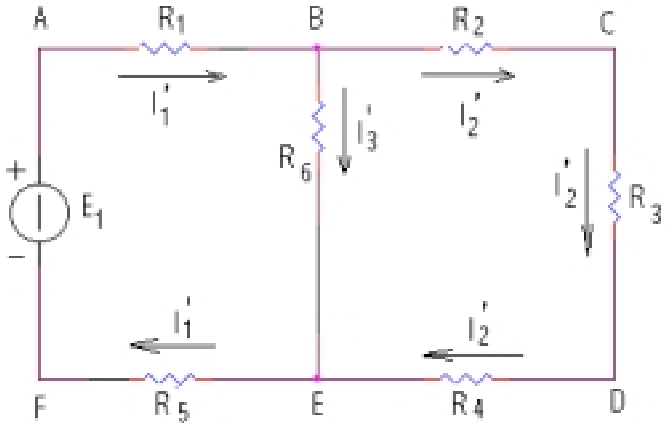

Figura A.13

Resistenza serie: $R_s = R_2 + R_3 + R_4 = 20\Omega$

Resistenza del gruppo in parallelo [il calcolo di due o più resistenze in parallelo viene indicato con la simbologia $R_p = R_{s1} // R_{s2}$, intendendo con ciò che il valore è dato dalla formula: $R_p = R_{s1} R_{s2}/(R_{s1}+ R_{s2})$]:

$$R_p = R_6 // (R_2 + R_3 + R_4) = 6{,}67\Omega$$

Resistenza totale: $R_{tot} = R_1 + R_p + R_5 = 16{,}67\Omega$

Corrente totale: $$I_1^{'} = \frac{E_1}{R_{tot}} = 0{,}6A$$

C.d.t. ai capi del parallelo: $V_{BE} = R_p\ I'_1 = 4V$

Corrente nel ramo BE: $$I_3^{'} = \frac{V_{BE}}{R_6} = 0{,}4A$$

Corrente nel ramo BCDE: $$I_2^{'} = \frac{V_{BE}}{R_s} = 0{,}2A$$

Ricaviamo anche per il secondo circuito i valori delle intensità di corrente.

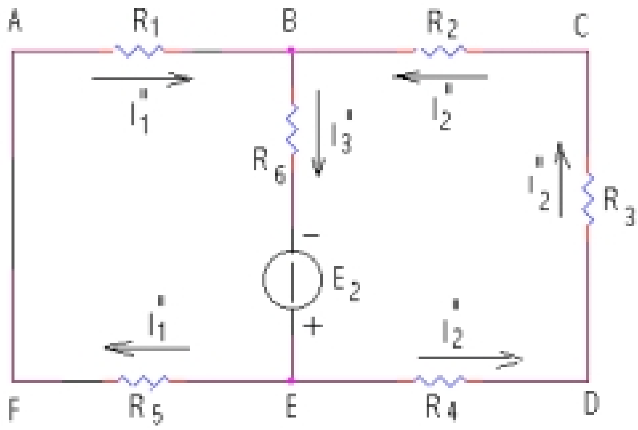

Figura A.14

Resistenza serie: $R_{s1} = R_1 + R_5 = 10\Omega$

Resistenza serie: $R_{s2} = R_2 + R_3 + R_4 = 20\Omega$

Resistenza parallela: $R_p = R_{s1} // R_{s2} = 6{,}67\Omega$

Resistenza totale: $R_{tot} = R_6 + R_p = 16{,}67\Omega$

Corrente totale: $I''_3 = E_2 / R_{tot} = 1{,}2A$

C.d.t. ai capi del parallelo: $V''_{BE} = R_p\ I''_3 = 8V$

Corrente nel ramo BAFE: $I''_1 = V_{BE} / R_{s1} = 0{,}8A$
Corrente nel ramo BCDE: $I''_2 = V_{BE} / R_{s2} = 0{,}4A$

Sovrapponiamo gli effetti:
1. le correnti I'_1 e I''_1 sono concordi e perciò si sommano producendo una $I_1=I'_1+I''_1=1{,}4A$;
2. I'_3 e I''_3 sono anch'esse concordi, quindi nel ramo circola una $I_3=I'_3+I''_3=1{,}6A$;
3. I'_2 e I''_2 sono discordi quindi si sottraggono, la corrente risultante ha un verso effettivo concorde con I''_2 e del valore di $I_2 = I''_2 - I'_2 = 0{,}2A$.

A.7 Principio di Thevenin

Il principio di Thevenin è un metodo parziale per la risoluzione di un circuito che consente il calcolo della corrente circolante in un solo ramo; lo si può enunciare come segue:

Un circuito comunque complesso considerato tra due morsetti può essere sostituito da un generatore reale di tensione avente come f.e.m. equivalente E_{eq} la tensione misurata tra i due morsetti e come resistenza interna equivalente R_{eq} la resistenza misurata tra gli stessi morsetti.

Per calcolare la corrente che circola in un qualsiasi ramo della rete elettrica è necessario staccare il suddetto ramo e sostituire tutto il restante circuito con un generatore reale di tensione. La resistenza equivalente va misurata ai capi dei morsetti dai quali è stato staccato il ramo, cortocircuitando i generatori di tensione e aprendo quelli di corrente.

esempio A.5

Calcoliamo, applicando il principio di Thevenin, la corrente che circola nel ramo BE del circuito dell'esempio B.3.
Dopo aver staccato il ramo BE il circuito da studiare è quello di **Figura A.15**.

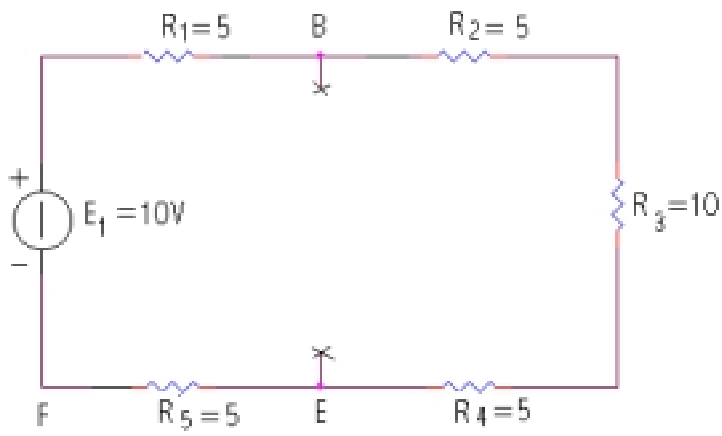

Figura A.15

Calcoliamo la E_{eq}.

Resistenza totale: $R_{tot} = R_2 + R_3 + R_4 = 30\Omega$

Corrente: $I = E_1 / R_{tot} = 0{,}33A$

F.e.m. equivalente: $E_{eq} = (R_2 + R_3 + R_4)\ I = 6{,}6V$

Per determinare R_{eq} sarebbe opportuno inserire tra i due morsetti un generatore di prova (**Figura A.16**).

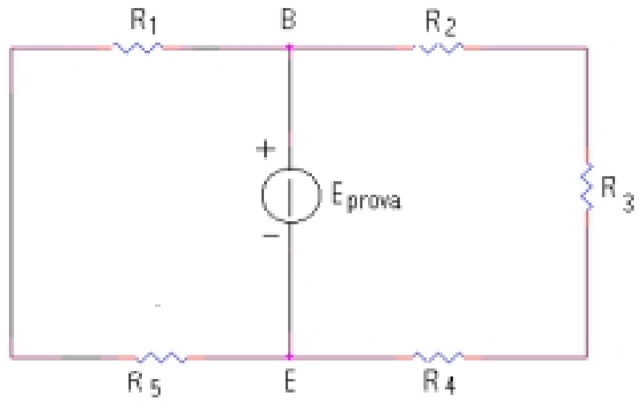

Figura A16

Resistenza equivalente: $R_{eq} = (R_2 + R_3 + R_4) // (R_1 + R_5) = 6{,}6\Omega$

Il circuito è stato così semplificato come in **Figura A.17**. applicando la legge di Ohm si ottiene: $I_3 = (E_{eq} + E_2) / (R_{eq} + R_6) = 1{,}6A$.

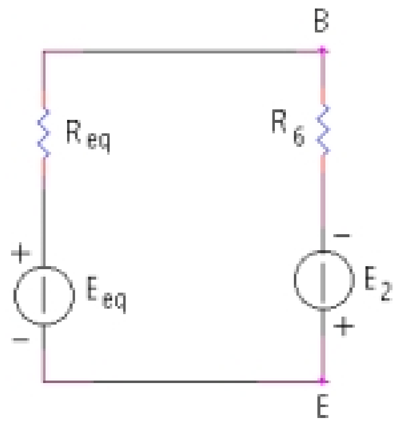

Figura A.17

A.8 Principio di Norton

Il principio di Norton è duale di Thevenin, poiché il circuito viene rappresentato con una resistenza e un generatore reale di corrente.

Un circuito comunque complesso considerato tra due morsetti può essere sostituito da un generatore ideale di corrente (la cui intensità I_{eq} è calcolata ponendo in cortocircuito i due morsetti) avente in parallelo una resistenza R_{eq} misurata tra i morsetti.

Anche il principio di Norton è un metodo parziale, che si applica quando si desidera conoscere l'intensità di corrente che circola in un solo ramo della rete elettrica.

esempio A.6

Calcoliamo, applicando il principio di Norton, la corrente che circola nella resistenza R_3 del circuito dell'esempio A.3.

Dopo aver staccato il ramo contenente la resistenza R_3 si pongono in cortocircuito i morsetti (C e D), quindi si procede al calcolo della corrente che vi scorre (**Figura A.18**).

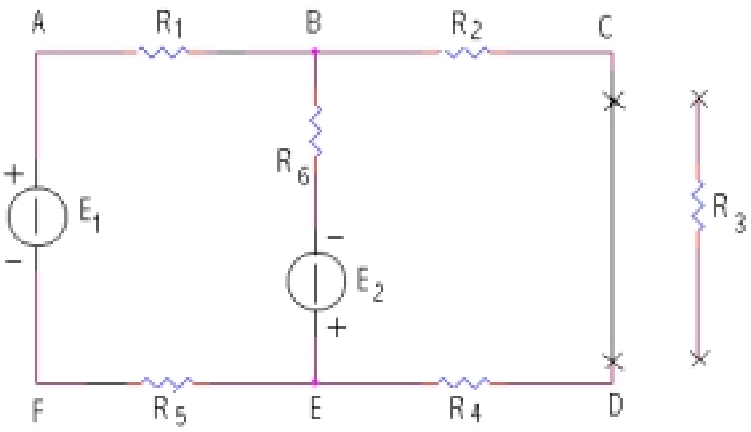

Figura A.18

Poiché nel circuito sono presenti due generatori possiamo applicare il principio di sovrapposizione degli effetti. Supponiamo che nel circuito agisca il solo generatore E_1 (**Figura A.19**).

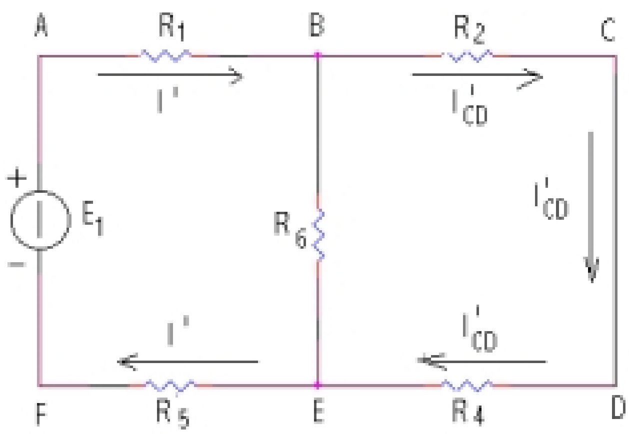

Figura A.19

Resistenza totale: $R_{tot} = R_1 + R_p + R_5 = 15\Omega$

Resistenza gruppo parallelo: $R_p = (R_2 + R_4) // R_6 = 5\Omega$

Corrente totale: $I" = E_1 / R_{tot} = 0{,}67A$

Corrente nel ramo CD: $I''_{CD} = I \dfrac{R_p}{R_2 + R_4} = 0{,}33A$

Studiamo il circuito alimentato dal generatore E_2 (**Figura A.20**).

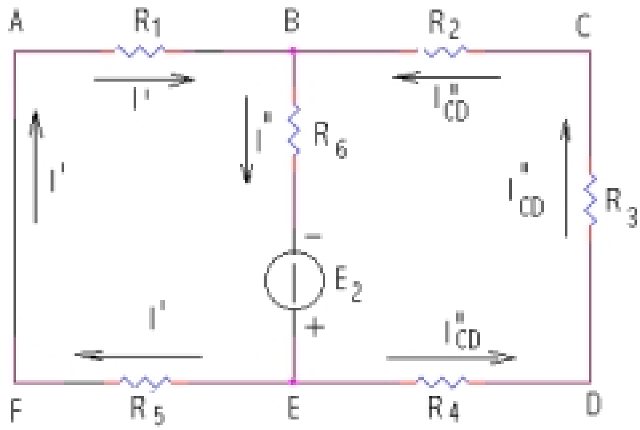

Figura A.20

Resistenza gruppo parallelo: $R_p = (R_1 + R_5) \mathbin{//} (R_2 + R_4) = 5\Omega$

Resistenza totale: $R_{tot} = R_p + R_6 = 15\Omega$

Corrente totale: $I'' = E_2 / R_{tot} = 1{,}33A$

Corrente nel ramo CD: $I''_{CD} = I'' \dfrac{R_p}{R_2 + R_4} = 0{,}67A$

La corrente del generatore equivalente si ricava sovrapponendo gli effetti, le due correnti I'_{CD} e I''_{CD} sono discordi e quindi si sottraggono:

$$I_{eq} = I''_{CD} - I'_{CD} = 0{,}34A$$

Il calcolo della resistenza equivalente da porre in parallelo al generatore si effettua come segue: si cortocircuitano i generatori di tensione e si pone un generatore di prova ai capi del ramo staccato (**Figura A.21**).

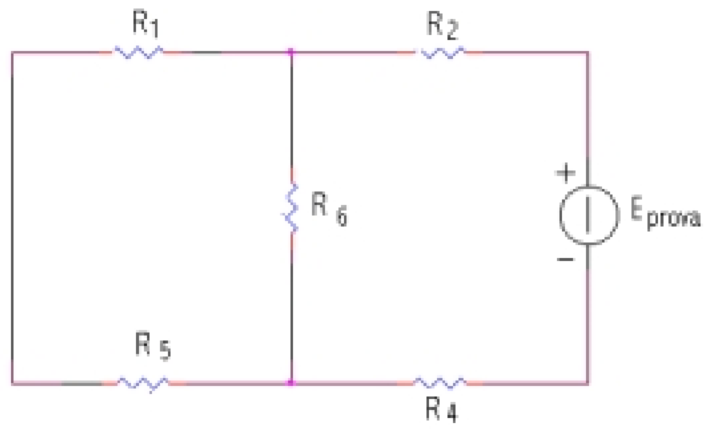

Figura A.21

Si calcola facilmente che $R_{eq}=R_2+[(R_1+R_5)//R_6]+R_4=15\Omega$. Il circuito assegnato si semplifica come riportato in **Figura A.22**.

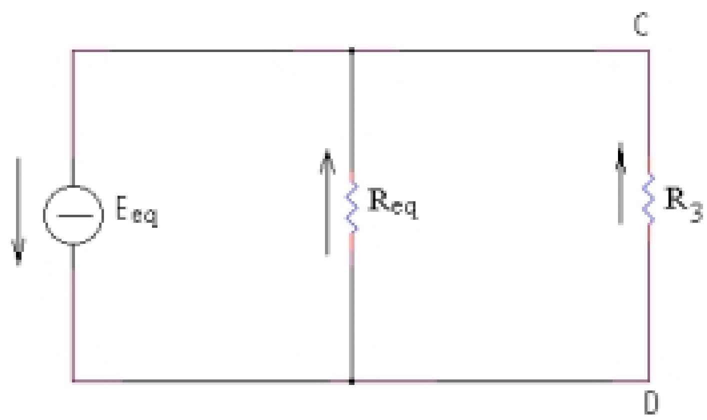

Figura A.22

Il verso del generatore I_{eq} è rivolto verso il basso perché la corrente nel ramo circola da D verso C.
È facile ora ricavare la corrente che scorre nella resistenza R_3:

$$I_{R3} = I_{eq} \frac{R_{eq}}{R_{eq} + R_3} = 0{,}2A$$

A.9 Potenza elettrica

Una resistenza R attraversata da un'intensità di corrente I dissipa una potenza elettrica che si misura in Watt (W) e il cui valore è dato dalla formula:

$$P = R\,I^2 = V\,I = V^2 / R$$

L'espressione della potenza dissipata dalla resistenza ha in realtà un significato più ampio, poiché il prodotto tensione-corrente è idoneo a esprimere anche una potenza erogata da un generatore.

Per il principio di conservazione dell'energia, in un circuito elettrico la potenza assorbita dagli utilizzatori deve essere bilanciata dalla potenza erogata dai generatori.

esempio A.7

Calcoliamo la potenza erogata dai generatori e assorbita dalle resistenze del circuito di **Figura A.22**.

La potenza di una sorgente è data dal prodotto della f.e.m. per la corrente erogata dal generatore stesso, ossia la corrente che percorre il ramo del generatore.

Potenza erogata dal generatore E_1: $P_{G1} = E_1\,I_1 = 14W$

Potenza erogata dal generatore E_2: $P_{G2} = E_2\,I_3 = 32W$

Potenza erogata complessivamente dai generatori: $P_G = P_{G1} + P_{G2} = 46W$

Potenza assorbita da R_1: $P_{R1} = R_1\,I_1^2 = 9{,}8W$

Potenza assorbita da R_2: $P_{R2} = R_2\,I_2^2 = 0{,}2W$

Potenza assorbita da R_3: $P_{R3} = R_3\,I_2^2 = 0{,}4W$

Potenza assorbita da R_4: $P_{R4} = R_4\,I_2^2 = 0{,}2W$

Potenza assorbita da R_5: $P_{R5} = R_5\,I_1^2 = 9{,}8W$

Potenza assorbita da R_6: $P_{R6} = R_6\,I_3^2 = 25{,}6W$

Complessivamente le resistenze assorbono una potenza pari a:

$$P_R = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4} + P_{R5} + P_{R6} = 46W$$

La potenza fornita dai generatori è bilanciata da quella assorbita dalle resistenze.

Appendice 2
Teorema di Miller

In questa breve appendice viene presentato un teorema che risulta di grande utilità nella risoluzione dei quadripoli, argomento affrontato nel modulo F.

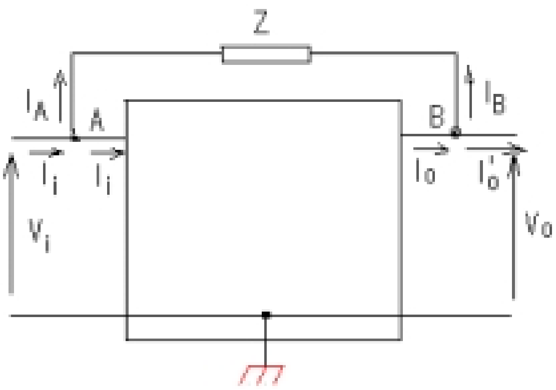

Figura A.23 - Quadripolo con un'impedenza Z collegata tra ingresso e uscita

Sia dato il quadripolo di **Figura A.23**, caratterizzato da un'impedenza **Z** posta tra i nodi A e B e da un morsetto in comune tra la porta d'ingresso e quella d'uscita. Si vuole dimostrare che il quadripolo assegnato è equivalente a quello di **Figura A.24**, in cui la **Z** è sostituita con le seguenti due impedenze:

$$Z_A = \frac{Z}{1 - A}$$

e

$$Z_B = \frac{ZA}{A - 1}$$

Indichiamo con il numero complesso **A** il rapporto tra le due tensioni $\mathbf{V_o}/\mathbf{V_i}$ e calcoliamo la corrente I_A:

$$I_A = \frac{V_i - V_o}{Z} = \frac{V_i}{Z}(1 - \frac{V_o}{V_i})$$

Quindi

$$I_A = \frac{V_i(1 - A)}{Z} = \frac{V_i}{Z_A}$$

dove $\mathbf{Z}_A$ = $\mathbf{Z}$ / (1 – $\mathbf{A}$). Pertanto la $\mathbf{I}_A$ può essere interpretata come una corrente che scorre attraverso l'impedenza $\mathbf{Z}_A$. Analogamente per la corrente $\mathbf{I}_B$:

$$I_B = \frac{V_o - V_i}{Z} = \frac{V_o(1 - \frac{V_i}{V_o})}{Z} = \frac{V_o(1 - \frac{1}{A})}{Z} = \frac{V_o}{Z_B}$$

dove

$$Z_B = \frac{Z}{1 - \frac{V_i}{V_o}} = \frac{Z}{1 - \frac{1}{A}} = \frac{ZA}{A - 1}$$

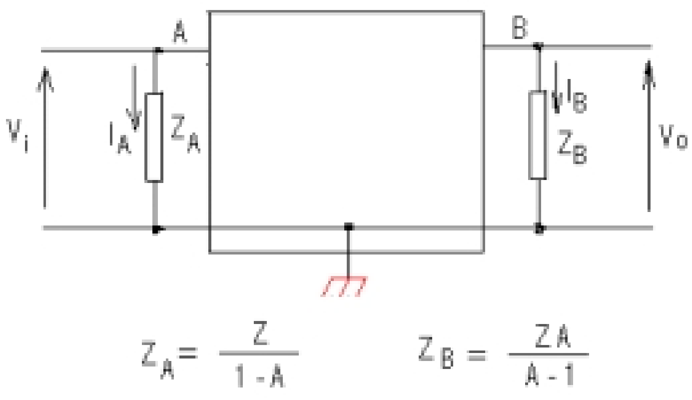

Figura A.24 - Quadripolo equivalente secondo il teorema di Miller