

## B2. Viscosité d'un liquide

### 1 Introduction : phénoménologie

Considérons une expérience de cisaillement simple sur un cube solide de surface  $s$  (voir Fig.1).

Il est facile de vérifier que, pour que le solide reste fixe et ne tourne pas, les forces sur les faces doivent, dans ce cas, être de même module. On définit la contrainte tangentielle  $\tau$  comme

$$\tau = \frac{||\vec{F}_t||}{s} \quad (1)$$

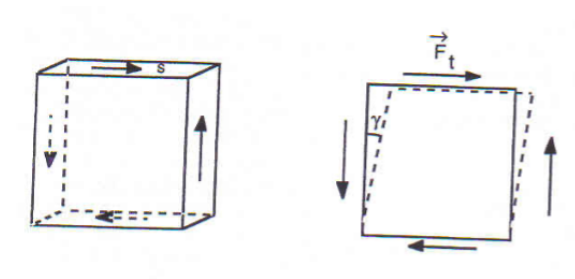


FIGURE 1 – Cisaillement d'un cube.

Dans le cas plus général d'un parallélépipède, les conditions de non déplacement et non rotation imposent que les contraintes tangentielles sur les quatre faces soient égales (voir cours de mécanique). L'expérience montre que le résultat de l'application de cet état de contrainte est une déformation angulaire  $\gamma$  si  $\tau$  n'est pas trop grand.

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad (2)$$

C'est la loi bien connue du cisaillement,  $G$  étant le module de cisaillement qui dépend du corps considéré. Cependant, si on étudie l'établissement de la déformation avec soin, on observe que la déformation angulaire  $\gamma$  est fonction du temps (voir Fig.2). On constate alors que la valeur de l'angle  $\gamma$  trouvée à partir de l'Équation (2) n'est que la valeur asymptotique et que l'expérience obéit plutôt à l'équation différentielle suivante.

$$\tau = G\gamma + \eta\dot{\gamma} \quad (3)$$

où  $\eta$  est appelé coefficient de viscosité dynamique. Il dépend du corps considéré et de différents paramètres dont la température.

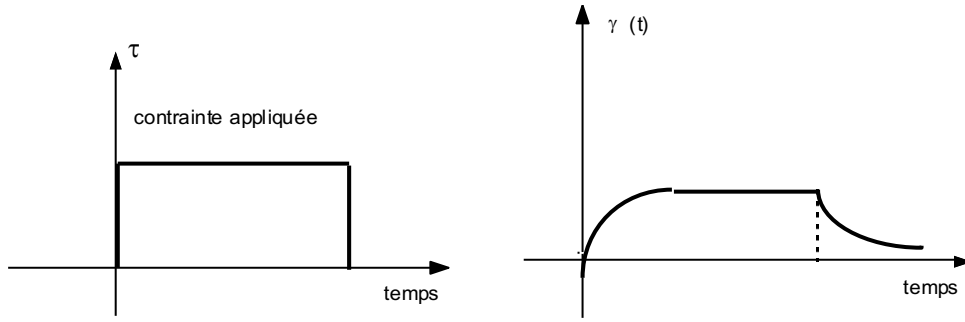


FIGURE 2 – Viscosité dynamique.

La viscosité est donc la propriété pour un corps soumis à une déformation de cisaillement d'opposer une résistance à la vitesse de glissement des couches les unes sur les autres.

La viscosité est mise en évidence bien sûr dans les fluides. C'est même dans ce cas qu'il est le plus aisé de le faire. En effet, un fluide se distingue d'un solide par le fait que les forces intermoléculaires sont peu rigides et ainsi un élément de fluide peut se déplacer considérablement par rapport à un élément voisin. Il résulte de cela que dans l'expérience exposée ci-dessus, on vérifie bien qu'il n'y a pas de valeur asymptotique ou autrement dit que le module de cisaillement  $G$  est nul. La contrainte est donc liée à la seule vitesse de déformation. On définit souvent la viscosité dynamique  $\eta$  à l'aide de l'expérience sur la Figure 3.

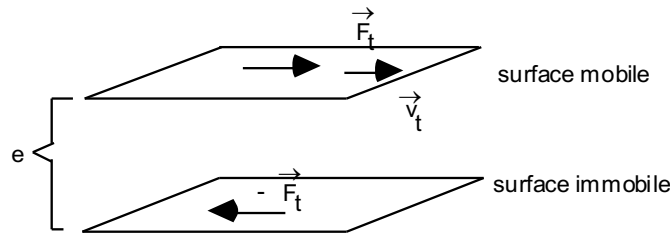


FIGURE 3 – Mouvements relatifs des couches.

On maintient la surface inférieure immobile et pour animer la surface supérieure avec une vitesse  $\vec{v}_t$  (voir Fig.3), on observe que

$$\vec{F}_t = \eta \frac{S \vec{v}_t}{e} \quad (4)$$

où  $\tau = \eta \frac{v_t}{e}$  ou localement  $\tau = \eta \frac{\partial v_t}{\partial z}$ .

La répartition de la vitesse à l'intérieur du fluide est linéaire (voir Fig.4).

Remarques :

1. La relation (4) est cohérente avec  $\tau = \eta \cdot \gamma$  (Équ.(3)) dans le cas de petits angles  $\gamma$ .
2. On définit souvent la viscosité cinématique  $\nu$  par

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

où  $\rho$  est la densité.

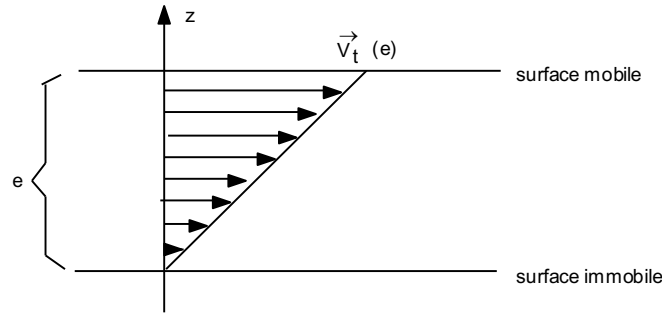


FIGURE 4 – Répartition de la vitesse à l'intérieur du fluide.

3. Lors d'une déformation purement élastique ( $\eta = 0$ ), l'énergie potentielle emmagasinée lors de la déformation est totalement restituée lorsque la contrainte est à nouveau nulle. Par contre, le phénomène de viscosité, comme ceux de plasticité d'ailleurs, se traduit par une absorption irréversible d'énergie mécanique qui chauffe les corps (frottement intérieur).
4. La compressibilité élastique est le phénomène qui relie une contrainte normale isotrope (pression) à la variation de volume. On observe que cette variation de volume n'est pas instantanée lorsque la contrainte est appliquée. On introduit alors un deuxième coefficient de viscosité  $\eta^*$ .

## 2 But de l'expérience

Le but de l'expérience est de mesurer le coefficient de viscosité  $\eta$  de différentes huiles en fonction de la température et de se familiariser avec certaines notions techniques.

## 3 Viscosimètre à bille

Il est clair que les expériences proposées dans l'introduction, si elles sont simples du point de vue fondamental, ne sont guère aisées du point de vue expérimental et technique. On a recours à d'autres phénomènes simples pour avoir accès à  $\eta$ . L'un d'entre eux consiste à observer la chute d'une bille dans un fluide. Dans le vide, on a affaire à une chute uniformément accélérée. Par contre, dans un fluide, il y a une force de frottement ou traînée. Au bout d'un certain temps, la vitesse est constante et, dans certains cas, on peut trouver le coefficient de viscosité  $\eta$  avec la mesure de cette vitesse et de celle de la traînée : c'est le principe du viscosimètre à bille.

### 3.1 Quelques définitions et résultats

Lorsqu'un mobile se déplace dans un fluide, il subit une force de traînée. Celle-ci vaut

$$T = C_x \cdot S \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_\infty^2 \quad (5)$$

où  $v_\infty$  est la vitesse relative du mobile par rapport à celle du fluide (mesurée ailleurs qu'au voisinage immédiat du mobile).  $S$  est la surface de la projection de l'obstacle sur un plan perpendiculaire à la vitesse et  $C_x$  le coefficient de traînée du mobile. Ce coefficient de traînée  $C_x$  dépend d'un nombre sans dimensions appelé nombre de Reynolds  $Re$ , défini comme suit.

$$Re = \frac{\rho}{\eta} v_\infty L \quad (6)$$

où  $L$  est une longueur caractéristique d'un obstacle ou d'une conduite (par ex. diamètre d'une bille en mouvement  $= 2r$ , diamètre d'une conduite cylindrique dans laquelle il y a un écoulement). Bien que ce nombre ait été introduit empiriquement, il peut être calculé théoriquement dans certains cas.

Dans le cas d'une sphère de diamètre  $2r$  se déplaçant dans un fluide au repos, on observe les comportements suivants pour différentes valeurs de  $Re$ , présentés sur les Figures 5.

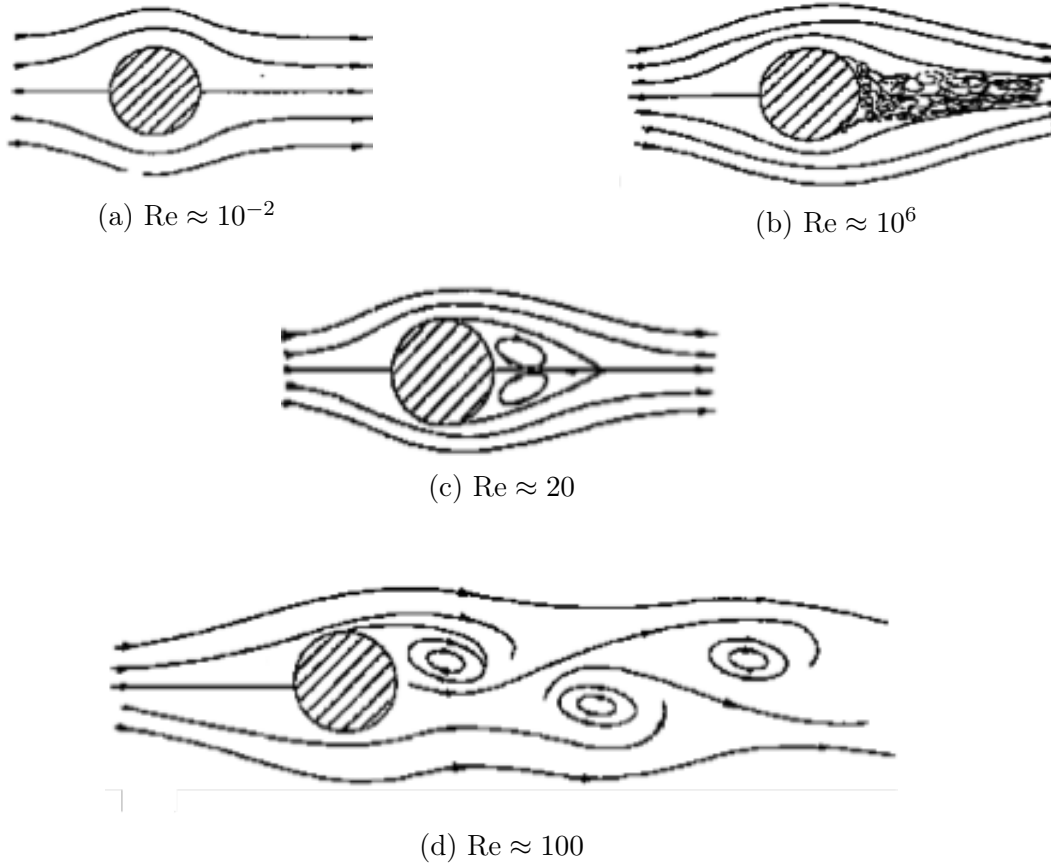


FIGURE 5 – Écoulements autour d'une sphère pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.

La variation de  $C_x$  en fonction de  $Re$  est présentée sur la Figure 6.

Dans le cas d'un écoulement permanent (voir Fig.5a), caractérisé par un faible nombre de Reynolds ( $0 \leq Re < 0.5$ ) et en négligeant les forces d'inertie par rapport aux forces de viscosité, Stokes a pu évaluer  $C_x$  et  $T$ . Il trouve, en tenant compte en particulier des Équations (5) et (6),

$$C_x = \frac{24}{\text{Re}} \quad \text{et} \quad T = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v_\infty \quad (7)$$

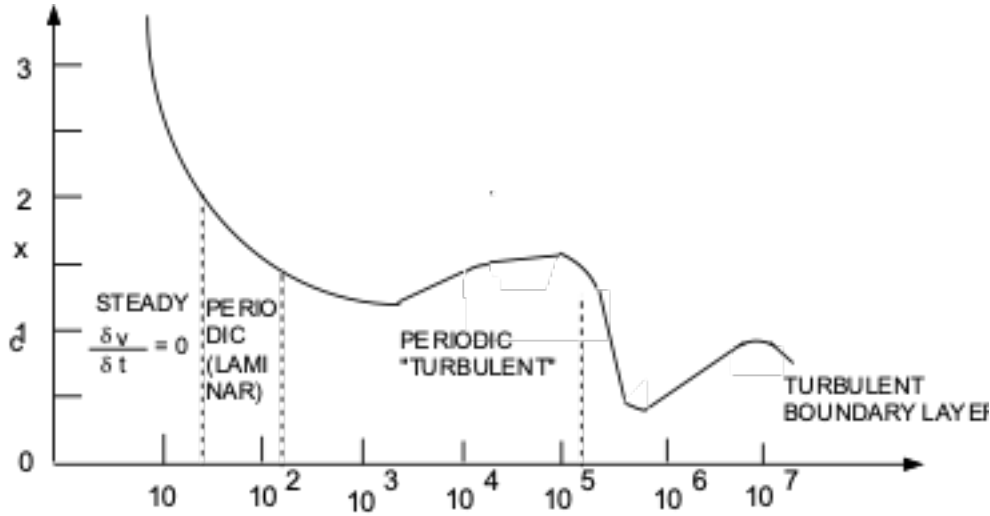


FIGURE 6 – Allure de  $C_x$  pour les différents types d'écoulement.

Pour obéir à l'Équation (7), le fluide doit être "newtonien", c'est-à-dire que sa viscosité est indépendante de la vitesse de cisaillement. C'est le cas par exemple de l'eau, de l'acétone, du pétrole, de la glycérine et de l'huile. Au contraire, ce n'est pas le cas pour les silicones et d'autres liquides formés de grandes molécules en chaîne. Dans ces liquides, la viscosité est anisotrope et varie avec la vitesse (thixotropie). Voici quelques exemples : le ketchup, la suspension de fécules dans l'eau, le beurre fondu. Il existe d'autres formules permettant de calculer le coefficient de traînée  $C_x$ , mais toutes ne sont valables que pour les faibles nombres de Reynolds. Citons celle d'Oseen qui est applicable pour  $0 \leq \text{Re} < 1$  et qui tient compte des forces d'inertie.

$$C_x = \frac{24}{\text{Re}} + \frac{9}{2} \quad \text{et} \quad T = 3\pi \cdot r \cdot v_\infty \cdot \left( 2\eta + \frac{3}{4} \cdot \rho \cdot r \cdot v_\infty \right) \quad (8)$$

### 3.2 Variation de $\eta$ avec la température

Pour un liquide où les molécules ne forment pas des groupements complexes, la "fluidité"  $1/\eta$  est donnée par une relation de Boltzmann (cf. cours de statistique).

$$\frac{1}{\eta} = \frac{1}{A} e^{-\frac{E}{k_b T}} \quad (9)$$

où  $E$  est une énergie d'activation,  $T$  la température et  $k_b$  la constante de Boltzmann.

Cette relation est accessible en expliquant que, du point de vue microscopique, la viscosité dépend d'un transfert de quantité de mouvement d'une couche à l'autre. Ainsi, il faut qu'une molécule soit capable de surmonter une barrière de potentiel  $E$  par agitation thermique, correspondant au passage entre deux molécules voisines. On écrit aussi

$$\ln(\eta) = \ln(A) + \frac{E}{k_b T} \quad (10)$$

## 4 Dispositif expérimental

La manipulation consiste à lâcher, au moyen d'une pincette et sans rotation, une bille rigide de caractéristiques connues (dimension, masse volumique) dans le liquide à étudier (voir Fig.7), dont la masse volumique est connue. Lorsque la vitesse de chute est constante, celle-ci peut être mesurée et, de plus, la force de traînée peut être déterminée séparément et simplement à partir du poids de la bille et de la poussée d'Archimède. Si les conditions énoncées au paragraphe précédent sont satisfaites, on pourra alors extraire la viscosité  $\eta$  de la relation (7).

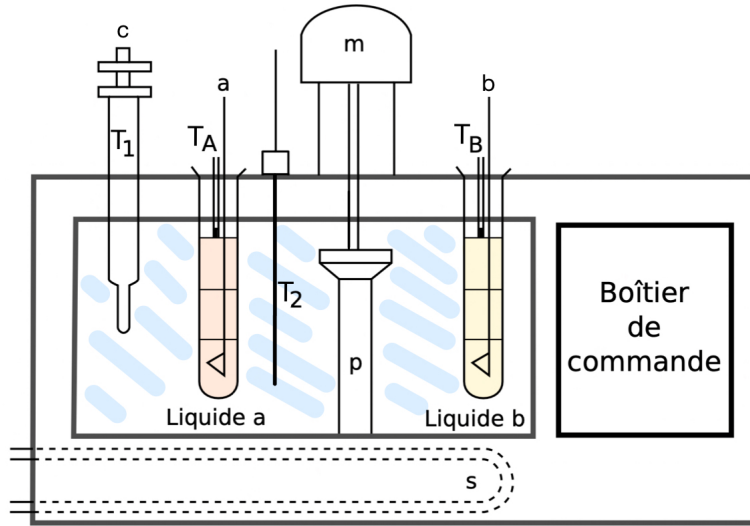
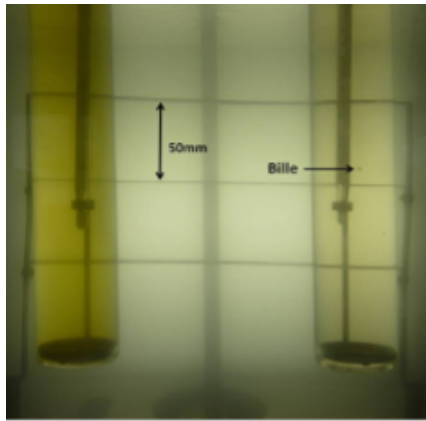
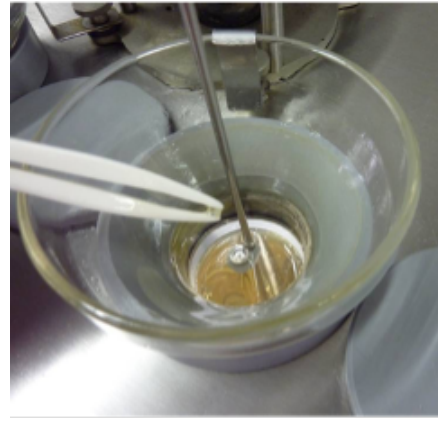


FIGURE 7 – Montage expérimental : viscosimètre à bille.

Pour l'expérience, illustrée par la Figure 7, les liquides à étudier se trouvent dans deux tubes de verre **a** et **b** plongés dans une cuve remplie d'eau que l'on peut chauffer ou refroidir. Ce chauffage de la cuve est assuré par un corps de chauffe, en **c**, commandé par un thermostat, donnant la température  $T_1$ . Son refroidissement s'opère par circulation d'eau de robinet dans un serpentin immergé dans le bain d'eau, en **s**. Une pompe, en **p**, actionnée par un moteur, en **m**, permet d'agiter l'eau dans le but d'homogénéiser sa température,  $T_2$ , mesurée par un thermomètre à sonde relié à un indicateur digital. Il assure une précision de  $1/10^\circ\text{C}$ . La mesure de la température des liquides à étudier se fait au moyen des thermomètres  $T_A$  et  $T_B$  fixés aux agitateurs contenus dans chaque tube. Ces agitateurs sont destinés à homogénéiser la température dans le tube et à ramener la bille en surface.



(a)



(b)

FIGURE 8 – Images permettant de visualiser la Figure 7.

**Manipulation du viscosimètre :** Après avoir pressé les touches "Réseau", "Éclairage" et "Pompe", le chauffage rapide s'obtient en pressant les touches "Chauffage" et "Chauffage automatique" (Fig. 9). Il faut environ 60 minutes pour passer de la température ambiante à 80°C. Ceci laisse généralement assez de temps pour effectuer les mesures. Si nécessaire, appuyer de nouveau sur la touche "Chauffage automatique" pour le désactiver et ralentir le chauffage.

Une fois à 80°C, désactiver le chauffage, et allumer le circuit de refroidissement. Le robinet se trouve à droite des installations, au dessus de l'évier.



FIGURE 9 – Image de touches de commande

## 5 Travail demandé

- (a) Déterminer les valeurs de  $\eta$  pour deux liquides, dans l'intervalle de température de 20°C à 80°C environ (ne pas dépasser 80°C!). Pour chaque liquide, effectuer une série de mesures à température croissante et une à température décroissante.
- (b) Représenter sur un graphe les valeurs de  $\log \eta$  en fonction de  $T^{-1}$  (sans oublier les barres d'erreur) et déterminer les constantes  $A$  et  $E$  de l'Équation (10).  
Attention à ne pas entraîner de bulles d'air dans l'huile en replaçant la tige. Si la bille passe trop proche d'une bulle, ou trop proche de la paroi, la mesure sera faussée.
- Pour une bille donnée, l'erreur faite en appliquant la formule de Stokes augmente avec la température, il faut en être bien conscient et ne pas oublier que  $Re$  ne doit pas excéder 0.5 ( $Re$  est calculé à partir de  $\eta$ , avec l'Équation (6)).
- Il faut également être attentif au fait que la température de l'huile peut varier durant la chute de la bille. Il serait indiqué de discuter les différences entre les valeurs obtenues de

$\eta(T \uparrow)$  et  $\eta(T \downarrow)$ .

4. On peut s'intéresser à la traînée  $T(t) = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v(t)$  pour la chute de la bille avec les conditions initiales  $x(t=0) = v(t=0) = 0$ . Exprimer la constante de temps.

**Valeurs :** Diamètre de la bille :  $(2.00 \pm 0.01)$  mm

Masse de la bille :  $(4.43 \pm 0.03)$  mg

Distance entre les barres : 50 mm

Les masses volumiques des huiles peuvent être trouvées sur une feuille dans le tiroir.

## 6 Annexe : quelques notions techniques au sujet des huiles

### 6.1 Unités

Les unités cgs sont, pour la viscosité dynamique, le poise :  $1\text{Po} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  (on utilise plus couramment le centipoise : cPo) et pour la viscosité cinématique, le stokes :  $1\text{St} = 1 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  (on utilise également plus facilement le centistokes : cSt).

En Suisse, on utilise fréquemment pour les lubrifiants industriels, la viscosité conventionnelle d'après Engler (quotient du temps d'écoulement de  $200 \text{ cm}^3$  d'huile par celui de la même quantité d'eau à  $20^\circ\text{C}$ ).

### 6.2 Classification SAE des huiles

Le système le plus largement employé pour classer les huiles pour véhicules en fonction de leur viscosité est celui adopté par l'"American Society of Automotive Engineers". Ce système fut élaboré pour remplacer certains termes peu précis tels que "légère", "moyenne", "lourde", appliqués aux huiles. Les huiles SAE 5W, SAE 10W et SAE 20W répondent à une spécification de viscosité à  $0^\circ\text{F}$  ( $-17.8^\circ\text{C}$ ). Ces limites ont été déterminées pour assurer un démarrage satisfaisant des moteurs en hiver (d'où le suffixe W : Winter) et une lubrification efficace aux températures de fonctionnement. Les huiles classées SAE 20 à SAE 50 répondent à une spécification de viscosité à  $210^\circ\text{F}$  ( $98.9^\circ\text{C}$ ). Il y a lieu de noter que l'indice SAE n'est en aucun cas un critère de qualité du produit puisqu'il ne couvre que les exigences concernant la viscosité.

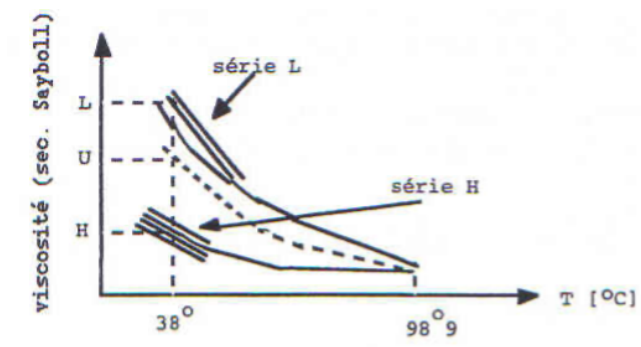
La spécification SAE d'une huile de moteur n'étant basée que sur les exigences de viscosité à deux températures seulement :  $-17.8^\circ\text{C}$  et  $98.9^\circ\text{C}$ , on peut alors, en utilisant une formule appropriée, constituer une seule huile répondant simultanément aux spécifications de deux ou plusieurs grades SAE. C'est ce qu'on appelle une huile multigrade. Par exemple, une huile moteur ayant une viscosité de  $2'000 \text{ cSt}$  à  $-17.8^\circ\text{C}$  (SAE 10 W) et une viscosité de  $15 \text{ cSt}$  à  $98.9^\circ\text{C}$  (SAE 40) serait classée comme étant une huile SAE10 W/40, qui couvre ainsi 4 échelons SAE : SAE 10W, SAE 20W, SAE 30 et SAE 40 selon la température à laquelle est portée l'huile. Ce meilleur indice de viscosité (faible variation de la viscosité avec la température) est obtenu généralement en ajoutant des additifs sous forme de polymères à chaîne longue. L'avantage des huiles multigrades est de pouvoir être utilisées efficacement dans une plage de températures



considérablement plus étendue que celle des huiles monogrades.

### 6.3 Indices de viscosité d'une huile

L'indice de viscosité donne une idée de la variation de la viscosité de l'huile avec la température. La notion d'indice de viscosité ( $VI = \text{viscosity index}$ ) a été conçue en 1929 par Dean et Davis. Ceux-ci retiennent deux séries extrêmes d'huiles de référence, les unes donnant les plus grandes variations de la viscosité avec la température (indice 0), les autres les plus faibles (indice 100). L'indice de viscosité d'une huile donnée est obtenu par comparaison avec ces deux séries d'huiles de référence, notées  $L$  et  $H$  pour les indices 0 et 100 respectivement (voir Fig.10).



Soit une huile quelconque dont la viscosité varie comme l'indique la courbe tracée en pointillés sur la Figure 10, l'indice de viscosité se calcule par

$$VI = \frac{L - U}{L - H} \cdot 100$$

FIGURE 10 – Indice de viscosité.

Ce procédé permet de situer une huile quelconque par rapport aux deux séries d'huiles de référence. Plus l'indice  $VI$  est grand, plus la courbe est voisine de la série  $H$  (caractère paraffinique accentué), par conséquent moins grande est la variation de la viscosité avec la température.