

TRABAJO PRÁCTICO N° 2:

MATRICES – DETERMINANTE – SISTEMA DE ECUACIONES

Metas a lograr por el alumno

- Opere correctamente con matrices.
- Aplique las propiedades de determinante

Objetivo de la asignatura a la que referencia

- Aplique correctamente operaciones con matrices.
- Calcule determinante de orden n
- Resuelve sistema de ecuaciones con n- incógnitas

El alumno debe:

- **Leer** atentamente y en forma pausada las consignas
- **Resolver** en forma ordenada y prolija el examen
- **Entrega fecha:**

PARTE "A" : MATRICES

A. I) A desarrollar junto con el profesor en clase

1. Dadas las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$$

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

$$C = \begin{pmatrix} 7 & -6 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

- a) **Indique** cuáles son rectangulares (horizontales o verticales) y cuáles son cuadradas.
- b) **Clasifíquelas.**

2. Dadas las siguientes matrices:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 2} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}_{3 \times 3} \quad D = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 3} \quad G = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 3 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}_{3 \times 2} \quad H = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 \\ -3 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

Calcule:

a) $D + C - H$ b) $\frac{-1}{3} \cdot B$ c) $(F + G^T) \cdot H$ d) C^2

A. II) A desarrollar por el alumno en clase

1. Dadas las siguientes matrices:

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}_{4 \times 4} \quad \mathcal{E} = \begin{pmatrix} -9 & 0 \\ 6 & 2 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}_{3 \times 2} \quad \mathcal{F} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

a) **Indique** cuáles son rectangulares (horizontales o verticales) y cuáles son cuadradas.

b) **Clasifíquelas.**

2. Dadas las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}_{2 \times 3} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 2} \quad D = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$
$$E = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 2} \quad G = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 3 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}_{3 \times 2} \quad H = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 \\ -3 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

Calcule:

a) $-B + E$ b) $-2 \cdot A$ c) $D \cdot E$ d) $H \cdot (G - A^T)$

e) $(A - G^T - B^T) \cdot D$ f) D^2

A. III) Ejercitación adicional propuesta para el alumno

1. Dadas las siguientes matrices:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 1 & 7 & 5 \end{pmatrix}_{3 \times 3} \quad H = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 5 & 1 & -5 \end{pmatrix}_{2 \times 3} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

a) **Indique** cuáles son rectangulares (horizontales o verticales) y cuáles son cuadradas.

b) **Clasifíquelas.**

2. Dadas las siguientes matrices:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 2} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}_{3 \times 3} \quad D = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

$$E = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 2} \quad F = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 3} \quad G = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 3 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}_{3 \times 2} \quad H = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 \\ -3 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

Calcule:

a) $(-G)^T$ b) $(D-H)^2$ c) $-(H^T)$

d) $(-2.E - B)^T \cdot C$ e) $(B^T + F)G$ f) $(C - D + H)^2$

PARTE "B" : DETERMINANTE

B. I) A desarrollar junto con el profesor en clase

1. Dados los siguientes determinantes:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \end{vmatrix} \quad |B| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} \quad |D| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 0 & 1 & -2 \\ 5 & -2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

- a) **Resuelve** aplicando la regla de Sarros $|A|$
- b) **Halle** El menor complementario del d_{34} del $|D|$
- c) **Halle** El adjunto o cofactor del d_{33} del $|D|$
- d) **Desarrolle** el $|B|$ Por los elementos de la primera fila.

2. Dada la siguiente matriz, **calcule** la matriz inversa

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

3. **Halle** el valor de x, para que resulte:

a)

$$\begin{vmatrix} x & -5 & x-1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -65$$

b)

$$\begin{vmatrix} 4 & x-2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -x \end{vmatrix} = -10$$

B. II) A desarrollar por el alumno en clase

1. Dados los siguientes determinantes:

$$|E| = \begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 & 1 \\ -1 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$|F| = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 1 & 5 \\ -4 & 2 & -2 & -4 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$|G| = \begin{vmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

a) **Resuelve** aplicando la regla de Sarros $|G|$

b) **Halle** el menor complementario del f_{13} del $|F|$

c) **Halle** el adjunto o cofactor del f_{14} del $|F|$

d) **Desarrolle** el $|E|$ Por los elementos de la tercera columna.

2. Dada la siguiente matriz, **calcule** la matriz inversa

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

3. **Halle** el valor de x, para que resulte:

a)

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & x-3 \\ x+1 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = -6$$

b)

$$\begin{vmatrix} -x & 3 & -3 \\ 2 & 1 & x-5 \\ -5 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 18$$

B. III) Ejercitación adicional propuesta para el alumno

1. Dados los siguientes determinantes:

$$|C| = \begin{vmatrix} -2 & -1 & -3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 2 \end{vmatrix} \quad |D| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 0 & 1 & -2 \\ 5 & -2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -2 & 1 \end{vmatrix} \quad |E| = \begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 & 1 \\ -1 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & -2 \\ -1 & 2 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$|F| = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 1 & 5 \\ -4 & 2 & -2 & -4 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \end{vmatrix} \quad |G| = \begin{vmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

- a) **Resuelve** aplicando la regla de Sarros $|C|$ y $|G|$
- b) **Halle** el menor complementario del f_{23} del $|F|$ y d_{24} del $|D|$
- c) **Halle** el adjunto o cofactor del d_{13} del $|D|$ y f_{34} del $|F|$
- d) **Desarrolle** el:
- i) $|G|$ Por los elementos de la primera fila.
 - ii) $|D|$ Por los elementos de la segunda columna.
 - iii) $|F|$ Por los elementos de la cuarta columna

2. Dada las siguientes matrices, **calcule** sus matrices inversas

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}_{3 \times 3} \quad D = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

3. **Halle** el valor de x, para que resulte:

a) $\begin{vmatrix} 1 & x+1 & x+2 \\ -1 & -1 & -5 \\ x+1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -17$

b) $\begin{vmatrix} x+1 & -2 & 1 \\ x & 0 & x+1 \\ -1 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -30$

PARTE "C" : SISTEMA DE ECUACIONES

C. I) A desarrollar junto con el profesor en clase

1. **Resuelve** los siguientes sistemas de ecuaciones, aplicando la Regla de Cramer.

$$a) \begin{cases} x - y + 2z = -1 \\ 2x + y - 5z = 10 \\ 3x - 2y + z = 3 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 2y - 3z = -7 \\ x - y + z = 7 \\ y + 4z = 6 \end{cases}$$

2. **Resuelve** los siguientes sistemas de ecuaciones, aplicando el método de Gauss Jordan:

$$a) \begin{cases} 2x - y + z = -7 \\ -x + 2y + 2z = 3 \\ 3x + y - z = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4x - y + 2z = -4 \\ -2x + y - z = 8 \\ 8x - 2y + 4z = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - y + 3z = 4 \\ x + 2y - z = -2 \\ -4x + 2y - 6z = -8 \end{cases}$$

C. II) A desarrollar por el alumno en clase

1. **Resuelve** los siguientes sistemas de ecuaciones, aplicando la Regla de Cramer.

$$a) \begin{cases} 3x - 2y + z = -6 \\ x + 4y - 2z = 5 \\ 2x - y + 5z = 1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2x + 2y - 3z = 1 \\ 7x - y = -5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$$

2. **Resuelve** los siguientes sistemas de ecuaciones, aplicando el método de Gauss Jordan:

$$a) \begin{cases} -x + 3y - z = -11 \\ -2x - y + z = -5 \\ 3x + y + 2z = 12 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y - 3z = 3 \\ 3x - y + 2z = 6 \\ -2x - 4y + 6z = -4 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x - 6y + 3z = 3 \\ 2x + y - 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

C. III) Ejercitación adicional propuesta para el alumno

1. **Resuelve** los siguientes sistemas de ecuaciones, aplicando la Regla de Cramer.

$$a) \begin{cases} 3x - 2y + z = 13 \\ 2x + 4y - 2z = -10 \\ x - y + 4z = 9 \end{cases} \quad b) \begin{cases} -2x + y - 3z = 19 \\ x + y - z = 1 \\ 4x - 2y - 4z = -8 \end{cases}$$

2. **Resuelve** los siguientes sistemas de ecuaciones, aplicando el método de Gauss Jordan:

$$a) \begin{cases} -2x + y - z = 6 \\ 4x - 2y + 3z = -4 \\ 6x - 3y + 3z = -2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 3x - 2y + z = 19 \\ -x + 3y + 2z = -11 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases}$$
$$c) \begin{cases} -x + 2y + z = 3 \\ 2x - y - 2z = 6 \\ 3x - 6y - 3z = -9 \end{cases} \quad d) \begin{cases} -2x + y - z = -2 \\ 3x - y + 2z = 2 \\ 4x + 2y - 3z = 20 \end{cases}$$