TRABAJO PRÁCTICO Nº 4: GEOMETRÍA ANÁLITICA

Metas a lograr por el alumno

- Realice e interprete, las representaciones gráficas de cónicas en el plano.
- Aplique el concepto de las distintas cónicas del plano y sus características en ejercicios.

Objetivo de la asignatura a la que referencia

- Reconozca cada una de las cónicas y sus elementos.
- Grafique con regla y compás las distintas cónicas

El alumno debe:

- Leer atentamente y en forma pausada las consignas
- Resolver en forma ordenada y prolija el examen
- Entrega fecha:

PARTE "A": RECTA

A. I) A desarrollar junto con el profesor en clase

1. Dadas las siguientes rectas decir cuál es la pendiente, cuál es su ángulo de inclinación, cuál la ordenada al origen, el cero de la función. Graficar cada recta en un par de ejes cartesianos distintos:

a.
$$y = 3x - 4$$
 b. $y = -\frac{4}{5}x + 3$ **c.** $y = 2x$ **d.** $y = 5$

b.
$$y = -\frac{4}{5}x + 3$$

c.
$$y = 2x$$

d.
$$y = 5$$

- 2. Calcule la ecuación de las siguientes rectas dadas por:
 - **a.** Pendiente -3/4 y ordenada al origen 2.
 - **b.** Pendiente 3, y pasa por el punto (-6, -3).
 - **c.** Pasa por los puntos (3,-5) y (5, -1).
 - d. Grafique las rectas anteriores
- 3. Dada la recta 5x-2y + 4 = 0 encuentre:
 - a) Ángulo de inclinación.
 - **b)** Una paralela a la dada que pase por el punto (-2, -5).
 - c) Una perpendicular a la dada que pasa por el punto (-6, 3).
 - d) El ángulo que forma con la recta de pendiente -1/2 y ordenada al origen 2.
 - e) Grafique lo anterior en un solo dibujo.

- **4. Encuentre** el punto de intersección entre la recta 3x 4y + 8 =0, con la recta que pasa por los puntos (-2,6) y (-4, 5). **Encuentre** el ángulo que ellas forman .**Grafique**.
- **5.** *Halle* los puntos de intersección y el ángulo que forman las rectas de pendiente -3 y ordenada al origen 2, con la que pasa por los puntos (2, 4) y (-4,-5). *Grafique*.

A. II) A desarrollar por el alumno en clase

1. Dadas las siguientes rectas decir cuál es la pendiente, cuál es su ángulo de inclinación, cuál la ordenada al origen, el cero de la función. Graficar cada recta en un par de ejes cartesianos distintos:

a.
$$y = -2x + 2$$
 b. $y = \frac{1}{4}x - 2$ **c.** $y = -\frac{3}{4}x$ **d.** $y = -2$

- 2. Calcule la ecuación de las siguientes rectas dadas por:
 - a) Pendiente 2/3 y pasa por el punto (-3, 4).
 - **b)** Pendiente 4/5 y ordenada al origen 5.
 - **c)** Pasa por los puntos (-1,-4) y (4, 6).
 - d) Grafique las rectas anteriores.
- **3.** Dada la recta que pasa por los puntos (-3, 7) y (6, -8), **encuentre**:
 - 1. Ángulo de inclinación.
 - 2. Una perpendicular a la dada que pase por el punto (5,-1).
 - **3.** Una paralela a la dada que pasa por el punto (3, -4).
 - **4.** El ángulo que forma con la recta x- 3y + 6 = 0.
 - 5. *Grafique* lo anterior en un solo dibujo.
- **4.** Dada la recta de pendiente -1 que pasa por el punto (-2, 3). *Encuentre* el punto de intersección y el ángulo que forma con la recta que pasa por los puntos (2, -2) y (-4, -5). *Grafique*.
- **5.** Dada la recta 4x 3y + 6 = 0. *Encuentre* el punto de intersección y el ángulo que forma con la recta de pendiente -1/2 y ordenada al origen 4. *Grafique*.

A. III) Ejercitación adicional propuesta para el alumno

1. Dadas las siguientes rectas decir cuál es la pendiente, cuál es su ángulo de inclinación, cuál la ordenada al origen, el cero de la función. Graficar cada recta en un par de ejes cartesianos distintos:

a.
$$y = -\frac{5}{2}x + 1$$
 b. $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ **c.** $y = \frac{4}{5}x - 4$ **d.** $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$

e.
$$y = \frac{1}{2}x$$
 f. $y = -3x$ **g.** $y = -3x + \frac{1}{2}$ **h.** $y = 2x - \frac{3}{2}$

- 2. Calcule la ecuación de las siguientes rectas dadas por:
 - a) Pendiente 5/4 y pasa por el punto (-2, -4).
 - b) Pasa por los puntos (-3; -3) y (0; 1).
 - c) Pendiente -5 y ordenada al origen 6.
 - d) Grafique las rectas anteriores.
- 3. Dada la recta 3x + 6y-18 = 0, encuentre:
 - a) Ángulo de inclinación.
 - b) Una perpendicular a la dada que pase por el punto (1,-3).
 - c) Una paralela a la dada que pasa por el punto (-4,2).
 - d) El ángulo que forma con la recta que pasa por los puntos (-2,3) y (1,-3).
 - e) Grafique lo anterior en un solo dibujo.
- 4. ada la recta que pasa por los puntos (2, -2) y (-4, -5), *encuentre:*
 - a) Ángulo de inclinación.
 - b) Una perpendicular a la dada que pase por el punto (1, 3).
 - c) Una paralela a la dada que pasa por el punto (4, -3).
 - d) El ángulo que forma con la recta -2x 3y + 4 = 0.
 - e) Grafique lo anterior en un solo dibujo.
- **5.** Dada la recta $y = -3/2 \times + 5$. **Encuentre** el punto de intersección de la perpendicular a la dada que pasa por el punto (3, 1) con la recta que pasa por los puntos (2, 1) y (-4, 4).
- **6.** Dada la recta 3x -2y + 4 = 0. *Encuentre* el punto de intersección de la recta paralela a la dada que pasa por el punto (2, 4) con la recta de pendiente -2 y ordenada al origen 1.

PARTE "B": CIRCUNFERENCIA

B. I) A desarrollar junto con el profesor en clase

- 1. Encuentre la ecuación normal y general de la circunferencia. Grafique.
 - **a.** C(-4,-2); r=3
 - **b.** C(-2,6); r=2
 - **c.** C(-4,0), r=2

2. Encuentre la ecuación general y las coordenadas del centro y radio de las siguientes ecuaciones normales de la circunferencia.

a.
$$(x-4)^2 + (y+1)^2 = 16$$

b.
$$x^2 + (y-1)^2 = 4$$

3. Dada la ecuación general encuentre la ecuación normal y sus elementos

a.
$$x^2 + y^2 - 4x + 4y - 8 = 0$$

b.
$$x^2 + y^2 - 2y - 24 = 0$$

- **4.** Halle los puntos de intersección entre la circunferencia $x^{2} + y^{2} - 6x - 4y - 3 = 0$ con la recta y = 2x + 2. **Grafique**.
- **5.** Halle los puntos de intersección entre la circunferencia $x^{2} + y^{2} + 4x - 5 = 0$; con la recta que pasa por los puntos (2,3) y (-4, 3). Grafique.
- 6. Halle los puntos de intersección entre la circunferencia de C (3, 2) y radio 2; con la recta $y = \frac{1}{5}x - 7$. **Grafique**.

B. II) A desarrollar por el alumno en clase

1. Encuentre la ecuación normal y general de la circunferencia. Grafique.

a.
$$C(0,-1)$$
; $r=5$

b.
$$C(2,3); r = 4$$

$$C_{r}$$
 $C(7,-1); r = 5$

2. Encuentre la ecuación general y las coordenadas del centro y radio de las siguientes ecuaciones normales de la circunferencia.

a.
$$(x+2)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$(x-1)^2 + y^2 = 16$$

b.
$$(x-1)^2 + y^2 = 16$$

c. $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 36$

3. Dada la ecuación general encuentre la ecuación normal y sus elementos

$$x^2 + y^2 + 6x - 8y + 16 = 0$$

b.
$$x^2 + y^2 + 6x + 5 = 0$$

c.
$$x^2 + y^2 - 2x + 10y + 10 = 0$$

- **4.** *Halle* los puntos de intersección entre la circunferencia de C (-2, 0) y radio 3; con la recta que pasa por los puntos (-1, 1) y (3, -3). *Grafique*.
- **5.** *Halle* los puntos de intersección entre la circunferencia $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$; con la recta de pendiente 3/4 que pasa por el punto (1, 2). *Grafique*.
- **6.** *Halle* los puntos de intersección entre la circunferencia de C(-2, 5) y r = 2; con la recta de pendiente 1 y ordenada al origen 4. *Grafique*.

B. III) Ejercitación adicional propuesta para el alumno

1. Encuentre la ecuación normal y general de la circunferencia. Grafique.

a.
$$C(0,4)$$
; $r=2$

b.
$$C(3,0), r=6$$

c.
$$C(-8,1), r=5$$

2. *Encuentre* la ecuación general y las coordenadas del centro y radio de las siguientes ecuaciones normales de la circunferencia.

a.
$$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 49$$

b.
$$(x+2)^2 + y^2 = 9$$

c.
$$x^2 + (y+2)^2 = 25$$

d.
$$(x+3)^2 + (y+2)^2 = 4$$

3. Dada la ecuación general *encuentre* la ecuación normal y sus elementos

a.
$$x^2 + y^2 + 6x + 4y + 9 = 0$$

b.
$$x^2 + y^2 - 2y - 8 = 0$$

c.
$$x^2 + y^2 - 6x - 27 = 0$$

- **4.** *Halle* los puntos de intersección entre la circunferencia $x^2 + y^2 + 2x + 4y 4 = 0$; con la recta de pendiente -4 y ordenada al origen 4. *Grafique*.
- **5.** *Halle* los puntos de intersección entre la circunferencia $(x+2)^2 + y^2 = 9$; con la recta que pasa por los puntos (1, 4) y (-1, 6). *Grafique*
- **6.** Halle los puntos de intersección entre la circunferencia de C (-1, 3) y radio 4; con la recta 2x + y 4 = 0. Grafique.

- 7. Halle los puntos de intersección entre la circunferencia $x^2 + y^2 6x + 4y 3 = 0$; con la recta que pasa por los puntos (-1,-1) y (0, 1). **Grafique**.
- **8.** Halle los puntos de intersección entre la circunferencia $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$; con la recta y = x 3. Grafique.

PARTE "C": PARÁBOLA

C. I) A desarrollar junto con el profesor en clase

1. *Halle* las coordenadas del vértice, del foco, la longitud del lado recto, la ecuación de la directriz y la ecuación general de las siguientes parábolas. *Grafique* con regla y compás.

a.
$$y^2 = 8x$$

b.
$$x^2 = -4y$$

c.
$$(y+1)^2 = 4(x-2)$$

d.
$$x^2 = -2.(y-3)$$

2. Halle las coordenadas del vértice, del foco, la longitud del lado recto, la ecuación de la directriz y la ecuación normal de las siguientes parábolas. Grafique con regla y compás

a.
$$y^2 - 8x + 16 = 0$$

b.
$$x^2 - 4x - 6y - 20 = 0$$

c.
$$y^2 - 6y - 4x + 1 = 0$$

- 3. Halle la ecuación normal y general de la parábola sabiendo:
 - **a.** f(-1, 3) y directriz x = 3

c.
$$v = (3,0)$$
 y directriz $y = 2$

- **4.** *Halle* los puntos de intersección entre la parábola $y^2 4y 4x = 0$ con la recta que pasa por los puntos (2, 5) y (-4, -1). *Grafique*.
- **5.** Halle los puntos de intersección entre la parábola $(y-1)^2 = 8(x-1)$; con la recta y = x+2. Grafique

6. Dada la parábola de foco (0,2) y directriz x = -2; encuentre los puntos de intersección con la recta de pendiente -1 y ordenada al origen -6. Grafique.

C. II) A desarrollar por el alumno en clase

1. Halle las coordenadas del vértice, del foco, la longitud del lado recto, la ecuación de la directriz y la ecuación general de las siguientes parábolas. Grafique con regla y compás.

a.
$$y^2 = -16x$$

b.
$$x^2 = 6y$$

c.
$$(x-1)^2 = -8(y-1)$$

d.
$$y^2 = -4(x+5)$$

2. Halle las coordenadas del vértice, del foco, la longitud del lado recto, la ecuación de la directriz y la ecuación normal de las siguientes parábolas. *Grafique* con regla y compás

a.
$$y^2 - 6y - 8x + 1 = 0$$

b. $x^2 - 4x + y + 12 = 0$

b.
$$x^2 - 4x + y + 12 = 0$$

c.
$$x^2 + 8y - 24 = 0$$

d.
$$y^2 + 6x + 18 = 0$$

3. Halle la ecuación normal y general de la parábola sabiendo:

a.
$$f(0, -5)$$
 y directriz $y = -1$

b.
$$f(0,-4)$$
 y v = $(0,-2)$

c.
$$v(-2, 4)$$
 y directriz $x = 0$

- **4.** Halle los puntos de intersección entre la parábola $(x-1)^2 = -4(y+3)$; con la recta y = 2x-3. *Grafique*.
- **5.** Halle los puntos de intersección entre la parábola $(x+3)^2 = -8(y-2)$; con la recta que pasa por los puntos (3,3) y (-3,5). Grafique.

C. III) Ejercitación adicional propuesta para el alumno

1. Halle las coordenadas del vértice, del foco, la longitud del lado recto, la ecuación de la directriz y la ecuación general de las siguientes parábolas. Grafique con regla y compás.

a.
$$(x-4)^2 = 8y$$

b.
$$(y-3)^2 = -6x$$

c.
$$(y-5)^2 = -4(x+3)$$

d.
$$(x+3)^2 = 8(y-2)$$

2. Halle las coordenadas del vértice, del foco, la longitud del lado recto, la ecuación de la directriz y la ecuación normal de las siguientes parábolas. Grafique con regla y compás

$$x^2 - 4y + 12 = 0$$

b.
$$x^2 - 6y - 42 = 0$$

c.
$$y^2 + 6y - 8x + 33 = 0$$

d.
$$x^2 + 8x + 8y + 32 = 0$$

e.
$$y^2 - 12y + 4x + 36 = 0$$

3. Halle la ecuación normal y general de la parábola sabiendo:

a.
$$f(-4, 1)$$
 y directriz $x = 0$

b.
$$f(1, -6)$$
 y directriz $y = 0$

d.
$$v = (-2, -4)$$
 y f $(-2, -2)$

- 4. Halle los puntos de intersección de la parábola de f (1, 2) y directriz y = 6; con la recta de pendiente -3 y ordenada al origen 4. *Grafique*.
- 5. Halle los puntos de intersección entre la parábola de V (-3, 2) y directriz y = 4, con la recta perpendicular a $y = \frac{1}{2}x + 1$, que pasa por el punto (0, -2). Grafique.
- **6.** Dada la parábola $x^2 16x 6y + 64 = 0$, **encuentre** los puntos de intersección con la recta que pasa por los puntos (-5,-8) y (4,1). Grafique.

PARTE "D": ELIPSE

- D. I) A desarrollar junto con el profesor en clase
 - 1. Encuentre las coordenadas del centro, vértices y focos, la excentricidad y el lado recto, y la ecuación general de las siguientes elipses:

a)
$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

b)
$$\frac{x^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$$

a)
$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$
 b) $\frac{x^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$ c) $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y+3)^2}{4} = 1$

- 2. Dada su ecuación general, **deduce** su ecuación normal, sus elementos y grafique:
 - a) $25x^2 + 16y^2 400 = 0$
 - b) $9v^2 + 16x^2 54v 63 = 0$
 - c) $4x^2 + 25y^2 + 16x 250y + 541 = 0$
- 3. Conocido sus elementos encuentre la ecuación normal y general:
 - a) $V_1(0,2)$ $V_2(6,2)$ $V_3(3,0)$ $V_4(3,4)$
 - b) $F_1(0,1)$ $F_2(6,1)$ $V_3(3,-1)$ $V_4(3,3)$
- **4.** *Halle* los puntos de intersección entre la elipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{\alpha} = 1$, con la recta y = x - 2. Grafique.
- **5.** *Halle* los puntos de intersección entre la elipse $5x^2 + y^2 = 5$, con la recta 2x - y + 3 = 0. *Grafique*.
- 6. Halle los puntos de intersección de la elipse de V1(0,2) V2(6,2) V3(3.0) V4(3,4) con la recta de pendiente 1 y ordenada al origen 5. **Grafique.**

D. II) A desarrollar por el alumno en clase

- 1. Encuentre las coordenadas del centro, vértices y focos, la excentricidad y el lado recto, y la ecuación general de las siguientes elipses:

- a) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ b) $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ c) $\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{36} = 1$
 - 2. Dada su ecuación general, deduce su ecuación normal, sus elementos y grafique:
 - a) $25x^2 + 16y^2 + 200x = 0$
 - b) $9v^2 + 4x^2 18v + 16x 11 = 0$
 - c) $4x^2 + 25y^2 + 24x 100y + 36 = 0$
 - 3: Conocido sus elementos encuentre la ecuación normal y general:
 - a) $V_1(-2,-3)$ $V_2(-2,5)$ $V_3(1,1)$ $V_4(-5,1)$
 - b) $V_1(3,3)$ $V_2(-5,3)$ $F_1(2,46;3)$ $F_2(-4,46;3)$
 - 4.
 - 5.

- **4.** *Halle* los puntos de intersección entre la elipse $16x^2 + 9y^2 64x + 18y 71 = 0$, con la recta que pasa por los puntos (-2, -4) y (3, 1). *Grafique*.
- **5.** *Halle* los puntos de intersección entre la elipse de F₁ (-4, 2); F₂ (-4, 8) y excentricidad 0,5 con la recta de pendiente -2 que pasa por el punto (-2, 5). *Grafique*.

D. III) Ejercitación adicional propuesta para el alumno

1. *Encuentre* las coordenadas del centro, vértices y focos, la excentricidad y el lado recto, y la ecuación general de las siguientes elipses:

a)
$$\frac{(x+6)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{16} = 1$$
 b) $\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{(y+5)^2}{9} = 1$ c) $\frac{x^2}{36} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$

Dada su ecuación general, deduce su ecuación normal, sus elementos y grafique:

a)
$$9y^2 + 4x^2 - 108y + 24x + 324 = 0$$

b)
$$16x^2 + 9y^2 + 32x - 54y - 47 = 0$$

3. Conocido sus elementos *encuentre* la ecuación normal y general:

a)
$$V_1(-3,3)$$
 $V_2(-3,-5)$ $V_3(-5,-1)$ $V_4(-1,-1)$

b)
$$V_1(3,-2)$$
 $V_2(13,-2)$ $F_1(4,-2)$ $F_2(12,-2)$

c)
$$V_1(-8,2)$$
 $V_2(4,2)$ $V_3(-2,-2)$ $V_4(-2,6)$

d)
$$V_1(3,6)$$
 $V_2(3,-4)$ $F_1(3,5)$ $F_2(3,-3)$

- **4.** *Halle* los puntos de intersección entre la elipse $\frac{(x+2)^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ con la recta que pasa por los puntos (-3,-7) y (5,1). *Grafique*.
- **5.** *Halle* los puntos de intersección entre la elipse $9x^2 + 4y^2 8y 32 = 0$ con la recta de pendiente 2 y ordenada al origen 4. *Grafique*.

PARTE "E": HIPÉRBOLA

E. I) A desarrollar junto con el profesor en clase

1. Dada la ecuación normal *encuentre* la ecuación general y sus elementos. *Grafique*.

a)
$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$$

b)
$$\frac{(y-4)^2}{9} - \frac{(x+1)^2}{36} = 1$$

2. Dada la ecuación general *encuentre* la ecuación normal y sus elementos.

a)
$$4x^2 - 9y^2 - 36 = 0$$

b)
$$16y^2 - 9x^2 + 32y + 36x - 164 = 0$$

 Conocido los elementos de la hipérbola encuentre su ecuación normal y general:

a)
$$V_1(0,4)$$
 $V_2(0,0)$ $V_3(3,2)$ $V_4(-3,2)$

- **4.** Dada la ecuación de la hipérbola $\frac{(x+2)^2}{36} \frac{(y-1)^2}{9} = 1$ encuentre los puntos de intersección con la recta y = x + 2. Grafique.
- **5.** Dada la hipérbola $4x^2 25y^2 8x 100y 196 = 0$, **encuentre** los puntos de intersección con la recta y = 1. **Grafique**.

E. II) A desarrollar por el alumno en clase

1. Dada la ecuación normal **encuentre** la ecuación general y sus elementos. **Grafique**.

a)
$$\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

b)
$$\frac{(x+3)^2}{25} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$$

2. Dada la ecuación general *encuentre* la ecuación normal y sus elementos.

$$a) \quad 25x^2 - 16y^2 - 200x = 0$$

$$b) \quad 4y^2 - 9x^2 - 16y - 54x - 101 = 0$$

 Conocido los elementos de la hipérbola encuentre su ecuación normal y general:

a)
$$V_1(3,-2)$$
 $V_2(-3,-2)$ $V_3(0,-1)$ $V_4(0,-3)$

4. Dada la ecuación de la hipérbola $\frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x+3)^2}{16} = 1$, **encuentre** los puntos de intersección con la recta que pasa por los puntos (0, 1) y (-3, 4). **Grafique**.

5. Dada la ecuación de la hipérbola $\frac{(x-4)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ encuentre los puntos de intersección con la recta y = x + 2. *Grafique*.

E. III) Ejercitación adicional propuesta para el alumno

1. Dada la ecuación normal encuentre la ecuación general y sus elementos. Grafique.

a)
$$\frac{(y+1)^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$$

a)
$$\frac{(y+1)^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$$
 b) $\frac{(y+3)^2}{4} - \frac{(x-2)^2}{16} = 1$

2. Dada la ecuación general encuentre la ecuación normal y sus elementos.

a)
$$25x^2 - 9y^2 - 18y - 234 = 0$$
 b) $9x^2 - 16y^2 - 54x - 63 = 0$

b)
$$9x^2 - 16y^2 - 54x - 63 = 0$$

3. Conocido los elementos de la hipérbola encuentre su ecuación normal y

a)
$$F_1(5,1)$$
 $F_2(-5,1)$ $V_1(3,1)$ $V_2(-3,1)$

b)
$$V_1(-1,2)$$
 $V_2(-1,-2)$ $F_1(-1,4)$ $F_2(-1,-4)$

- **4.** Dada la ecuación de la hipérbola $4x^2 9y^2 36 = 0$, **encuentre** los puntos de intersección con la recta y = - 2. Grafique.
- **5.** Dada la ecuación de la hipérbola $\frac{(y+3)^2}{9} \frac{(x-2)^2}{4} = 1$, encuentre los puntos de intersección con la recta que pasa por los puntos (3, -10) y (-4,-3). **Grafique**.
- **6.** Dada la ecuación de la hipérbola $\frac{(y-3)^2}{9} \frac{(x-4)^2}{4} = 1$, **encuentre** los puntos de intersección con la recta de pendiente -2/3 y ordenada al origen 6. Grafique.