

TRABAJO PRÁCTICO N° 3: ANALISIS VECTORIAL

Metas a lograr por el alumno

- Reconozca y represente vectores fijos y vectores libres en el plano y en el espacio.
- Interprete, diferencie y determine el producto escalar, producto vectorial y producto mixto entre vectores.

Objetivo de la asignatura a la que referencia

- Interprete y resuelva situaciones geométricas a través de concepto asociados a los vectores del plano y el espacio

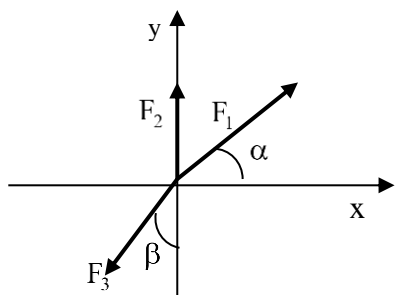
El alumno debe:

- **Leer** atentamente y en forma pausada las consignas
- **Resolver** en forma ordenada y prolija el examen
- **Entrega fecha:**

I) A desarrollar junto con el profesor en clase

1. Represente gráficamente en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 , según corresponda los siguientes vectores geométricos: $v = \overrightarrow{ab}$ donde $a = (2, -4)$ y $b = (-1, 3)$; $w = \overrightarrow{cd}$ donde $c = (0, 4, 2)$ y $d = (1, 1, -2)$. Determine las coordenadas del punto medio de ambas cuplas. Los datos suministrados corresponden a coordenadas rectangulares.
2. Calcule la norma o módulo de $u = \overrightarrow{ab}$ en los siguientes casos, si no se trata de vectores normados, normalícelos:
 - a) $a = (2, 3)$ y $b = (1, 3)$
 - b) $a = (0, -1, 1)$ y $c = (1, -2, 1)$
3. Dados el módulo los siguientes vectores, $\|u\| = 30$ y $\|v\| = 45$, donde ambos forman un ángulo $\alpha = 120^\circ$, encuentre gráfica y analíticamente el vector resultante de la suma de ambos (indique la escala con la cual grafica)

4. Encuentre gráfica y analíticamente la resultante del siguiente sistema de fuerzas concurrentes.



$$F_1 = 30\text{kgf} \quad y \quad \alpha = 45^\circ$$

$$F_2 = 25\text{kgf}$$

$$F_3 = 15\text{kgf} \quad y \quad \beta = 60^\circ$$

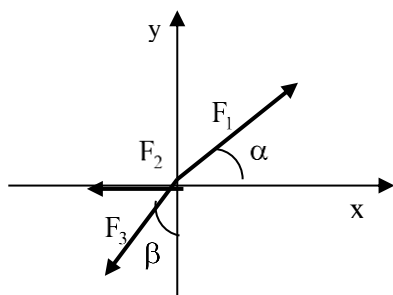
5. Dado el triángulo abc, donde $a = (1, 0)$, $b = (2, 2)$ y $c = (3, 0)$:
- Determine la amplitud de los ángulos interiores.
 - Calcule la longitud de los lados.
 - ¿El triángulo abc es equilátero, isósceles o escaleno?
 - Calcule el perímetro y el área.
 - Represente gráficamente en un sistema de coordenadas ortonormado.
6. Halle un vector de dirección perpendicular a $u = (-2, 0, 4)$ y $v = (5, -1, 2)$:
7. Halle el área del triángulo determinado por los puntos: $a = (-1, 1, 0)$, $b = (-1, 0, 4)$ y $c = (0, 2, 2)$ en \mathbb{R}^3 .
8. Calcule el volumen del paralelepípedo que determinan en \mathbb{R}^3 los puntos: $a = (2, -1, 1)$, $b = (2, 1, 4)$, $c = (4, 3, 1)$ y $d = (3, -1, 0)$

II) A desarrollar por el alumno en clase

1. Represente gráficamente en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 , según corresponda los siguientes vectores geométricos: $v = \overrightarrow{ab}$ donde $a = (-2, 3)$ y $b = (5, -1)$; $w = \overrightarrow{cd}$ donde $c = (0, -2, 0)$ y $d = (1, 0, 4)$. Determine las coordenadas del punto medio de ambas cuplas. Los datos suministrados corresponden a coordenadas rectangulares.

2. Dados el módulo los siguientes vectores, $\|u\| = 65$ y $\|v\| = 50$, donde ambos forman un ángulo $\alpha = 70^\circ$, encuentre gráfica y analíticamente el vector resultante de la suma de ambos (indique la escala con la cual grafica)

3. Encuentre gráfica y analíticamente la resultante del siguiente sistema de fuerzas concurrentes.



$$F_1 = 28\text{kgf} \quad \text{y} \quad \alpha = 50^\circ$$

$$F_2 = 15\text{kgf}$$

$$F_3 = 20\text{kgf} \quad \text{y} \quad \beta = 30^\circ$$

4. Determine la amplitud de los ángulos interiores y la longitud de los lados de un cuadrilátero abcd si se sabe que: $a = (1, 1)$, $b = (2, 3)$, $c = (5, 3)$ y $d = (3, 1)$.
- ¿Es abcd un rectángulo? Justifique analíticamente su respuesta.
 - Calcule su perímetro y la longitud de las diagonales.
 - Represente gráficamente respecto de la referencia natural del plano.

5. Halle el área y el perímetro del paralelogramo abcd de \mathbb{R}^3 si se sabe que: $a = (-2, 0, 3)$, $b = (0, 2, 3)$, $c = (3, 2, 3)$ y $d = (1, 0, 3)$. Indique las coordenadas del punto intersección de las diagonales y la longitud de las mismas.

6. Si u y v son vectores no nulos y θ es el ángulo entre ellos tal que $0 < \theta < \pi$, demostrar que:

θ es agudo si y sólo si $u \cdot v > 0$

θ es obtuso si y sólo si $u \cdot v < 0$

$\theta = \frac{\pi}{2}$ si y sólo si $u \cdot v = 0$

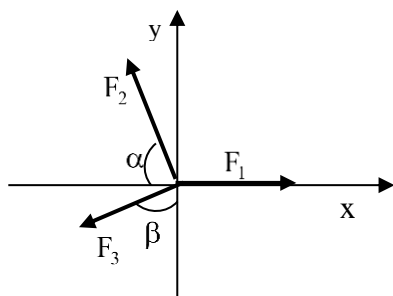
III) Ejercitación adicional propuesta para el alumno

1. Represente gráficamente en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 , según corresponda los siguientes vectores geométricos: $v = \overrightarrow{ab}$ donde $a = (-1, -1)$ y $b = (1, 2)$; $w = \overrightarrow{cd}$ donde $c = (1, -2, 0)$ y $d = (0, 5, 1)$. Determine las coordenadas del punto medio de ambas cuplas. Los datos suministrados corresponden a coordenadas rectangulares.

2. Represente gráficamente en el plano \mathbb{R}^2 los puntos de coordenadas rectangulares $a = (1, 0)$ y $b = (-1, -2)$ que constituyen la cupla (a, b) . Halle las coordenadas que determinan el vector fijo $\frac{1}{3}\overrightarrow{ab}$

3. Dados el módulo los siguientes vectores, $\|u\| = 40$ y $\|v\| = 70$, donde ambos forman un ángulo $\alpha = 150^\circ$, encuentre gráfica y analíticamente el vector resultante de la suma de ambos (indique la escala con la cual grafica)

4. Dado el siguiente sistema de fuerzas concurrentes, calcule su resultante:



$$F_1 = 15\text{kgf}$$

$$F_2 = 20\text{kgf} \quad \text{y} \quad \alpha = 60^\circ$$

$$F_3 = 10\text{kgf} \quad \text{y} \quad \beta = 75^\circ$$

5. En el plano \mathbb{R}^2 se tienen los puntos $a = (-1, 1)$, $b = (1, 3)$, $c = (3, 1)$, $d = (1, -1)$
- a)** Investigue las características del cuadrilátero $abcd$, indique de qué tipo se trata.
 - b)** Calcule el área del cuadrilátero.
 - c)** Represente gráficamente en un sistema de coordenadas ortonormado.
-
6. Halle el área y el perímetro del triángulo abc , si se sabe que: $a = (1, 0, -3)$, $b = (0, 2, -3)$ y $c = (1, 2, 0)$. Indique si se trata de un triángulo equilátero, isósceles o escaleno.
-