



Exame 1 Calc1 BQ BE 20 21 - Exercicios de cálculo I

Cálculo I (Universidade da Beira Interior)



Verifica para abrir em Studocu

Exame de época normal - Cálculo I

Departamento de Matemática - UBI

Cursos: 1º Ciclo em Bioengenharia; 1º Ciclo em Bioquímica

06/03/2021

Nome:.....

Número:.....

Duração: 2h

Justifique convenientemente todas as suas respostas.

1. (4 v.) Considere as funções

$$f(x) = \ln(\arcsen(x)), \quad g(x) = \ln(x^2 + x - 2).$$

- (a) Determine os domínios de f e de g .
- (b) Mostre que f é injectiva, e determine a função f^{-1} .
- (c) A função g tem inversa? Se sim, porque sim? Se não, porque não?

2. (4 v.) Considere a função, de domínio \mathbb{R} , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ e^{-x^2+x} - 1 + \frac{\sen(x^2)}{\sqrt{x}} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

- (a) Estude a continuidade de f em $x = 0$.
- (b) f é diferenciável em $x = 0$?
- (c) Determine as assíntotas horizontais ao gráfico de f .

3. (2 v.)

- (a) Mostre que a função $f(x) = \arctan(2x + 1)$ verifica as condições do Teorema de Lagrange no intervalo $[-1, 0]$, e determine os números que verificam a conclusão do Teorema de Lagrange.

4. (4,5 v.) Calcule as seguintes primitivas:

(a) $\int \cos(\sqrt{x}) dx$ (sugestão: efectue a substituição $x = t^2$)

$$(b) \int \sin(x) \cos^2(x) dx$$

$$(c) \int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx$$

5. (4,5 v.) Seja \mathcal{R} a região do plano xOy situada no primeiro quadrante, limitada por $y = 4 - x^2$, $y = 1 - x$, $x = 0$, $y = 0$.

(a) Esboce \mathcal{R} e calcule a sua área.

(b) calcule o volume do sólido que resulta da rotação de \mathcal{R} em torno do eixo Ox .

(c) calcule o volume do sólido que resulta da rotação de \mathcal{R} em torno do eixo Oy .

6. (1 v.) Utilizando integrais, mostre que o volume de um cone de altura h e base de raio r é dado por $V = \frac{\pi h r^2}{3}$.

Tabela de primitivas

u é uma função, α, a são constantes.

1. $\int u' u^\alpha = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \quad \alpha \neq -1$	7. $\int u' \cos(u) = \sin(u)$
2. $\int \frac{u'}{u} = \ln u $	8. $\int u' \sin(u) = -\cos(u)$
3. $\int \frac{u'}{1+u^2} = \arctan(u)$	9. $\int \frac{u'}{\cos^2(u)} = \operatorname{tg}(u)$
4. $\int \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}} = \arcsen(u)$	10. $\int \frac{u'}{\sin^2(u)} = -\operatorname{cotg}(u)$
5. $\int u' e^u = e^u$	11. $\int u' \sec(u) \operatorname{tg}(u) = \sec(u)$
6. $\int u' a^u = \frac{a^u}{\ln(a)}$	12. $\int u' \operatorname{cosec}(u) \operatorname{cotg}(u) = -\operatorname{cosec}(u)$