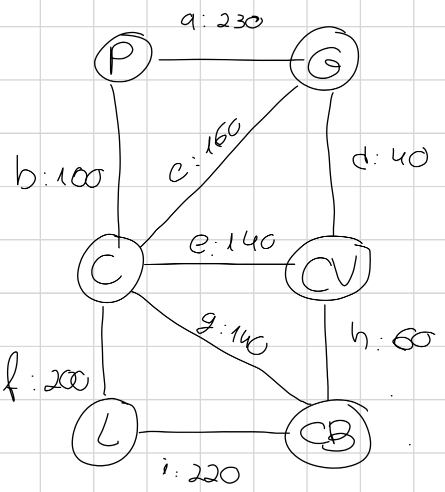
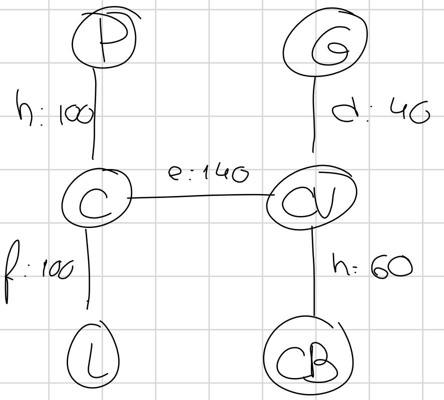
Exemplo



G tem $v = 6$ vértices, qualquer árvore geradora T tem $v = 6$ vértices e $v - 1 = 5$ arestas

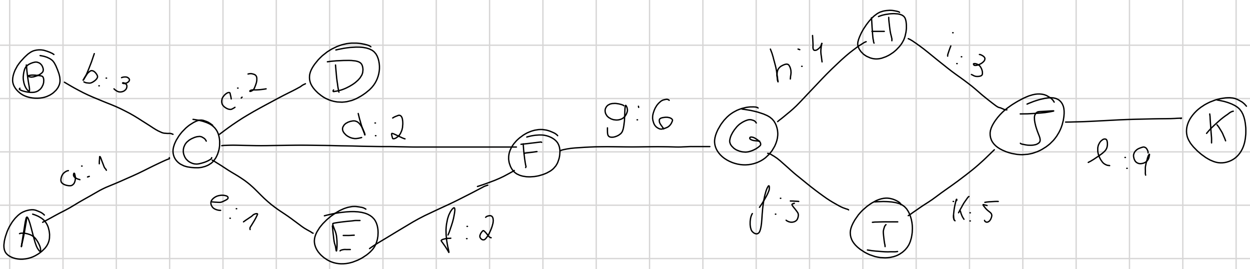
Usando o algoritmo de Kruskal temos a sequência
dhbegcfia



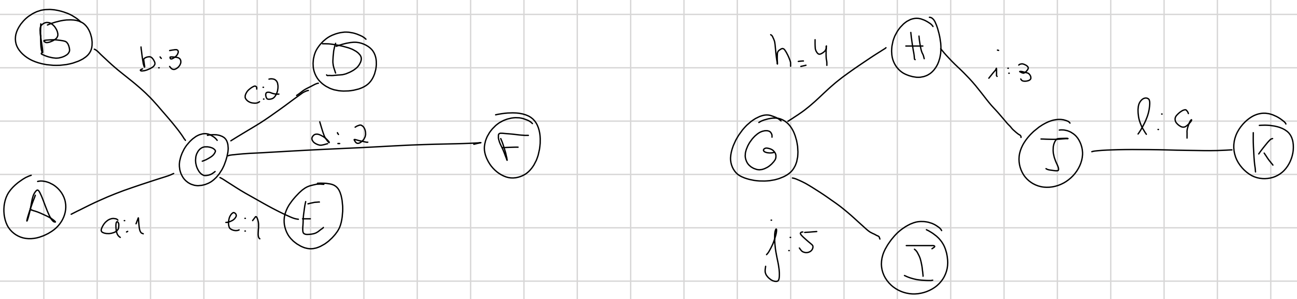
Adicionamos as arestas d, h, b, e e f, pois não formam um ciclo
Retiramos as arestas g, c, a, i pois formam um ciclo

(Árvore mínima)

Exercício 4.59



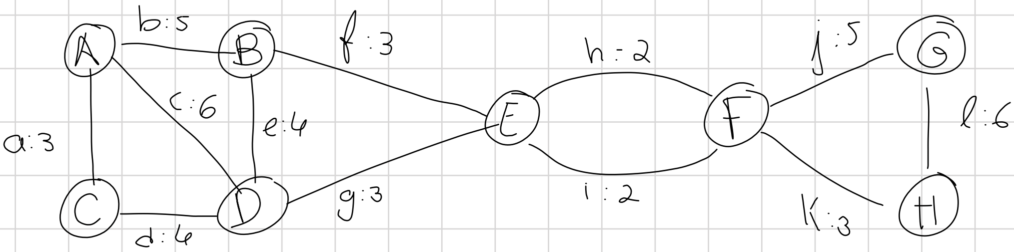
Como G tem $v = 11$ vértices, uma árvore geradora tem $v = 11$ vértices e $v - 1 = 10$ arestas



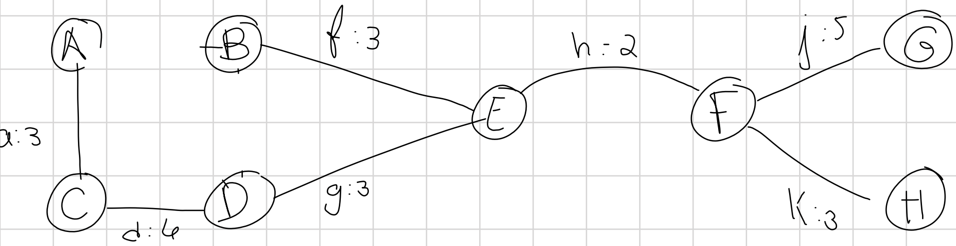
Tomamos as sequências: aecdf bihlj kg } mesmo árvore
eacdf bihlj kg
aefcdbihljkg → árvore diferente

Nota: Como todas as pontes pertencem as árvores geradoras. As arestas a, b, c, g, l pertencem a todas as árvores geradoras pois são pontes

Exemplo



Árvore geradora:
$v = 8$ vertices
$v - 1 = 7$ arestas

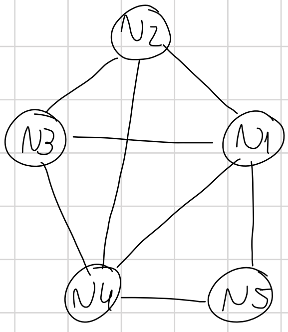


Coloração de grafos

Definição: Dado G um grafo e $Q \subseteq V(G)$. Dizemos que Q é um clique de G se o subgrafo induzido em G por Q, $G[Q]$ é completo, ou seja, se $u, v \in Q$ então $uv \in E(G)$. Se Q é um clique de G e para todo o $v \in V(G) \setminus Q$ tivermos que $Q \cup \{v\}$ então é clique, dizemos que Q é clique maximal de G

Se Q é clique maximal com cardinalidade máxima, dizemos que Q é clique máximo e a sua cardinalidade chamamos número de clique, que indicamos $\omega(G)$. Neste caso, G tem um subgrafo isomorfo $K_{\omega(G)}$

Exemplo



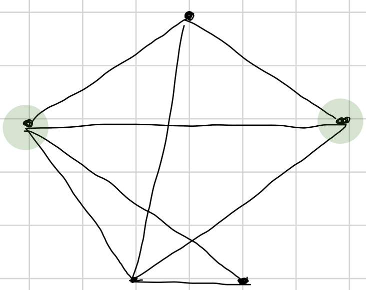
$Q_1 = \{N1, N2, N3\} \Rightarrow$ clique
$Q_2 = \{N1, N2, N3, N4\} \Rightarrow$ clique
$Q_3 = \{N1, N4, N5\} \Rightarrow$ clique
$Q_4 = \{N1, N2, N5\} \Rightarrow$ clique

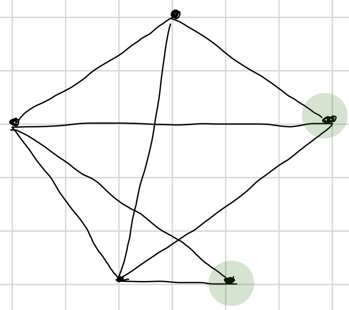
Q_2 e Q_3 são maximais
Q_2 é clique máxima $w(G) = 4$

Definição: Dado um G, dizemos que a função $c: V(G) \to \{1, 2, \dots, k\}$ é uma K-coloração de G se em cada aresta e com $\psi_G(e) = uv$ tivermos que $c(u) \neq c(v)$

Nota: Se G não tiver lacetes, então não admite lacetes

Exemplo





Obs: Num grafo sem lacetes. O grafo G admite colorações se e só se o subgrafo de suporte das arestas admite coloração.

Obs: Dado um grafo simples, podemos construir uma coloração em que $c(v_i) = i$ onde $c: V(G) \to \{1, 2, \dots, v\}$

Obs: Podemos atribuir uma cor a um dado vertice. No vertice seguinte atribuo a 1ª cor possível, caso não existe, atribuo uma nova. A este processo chamamos o algoritmo guloso. A coloração obtida depende da ordem em que tomamos os vertices
Neste algoritmo usamos no máximo $\Delta(G) + 1$ cores