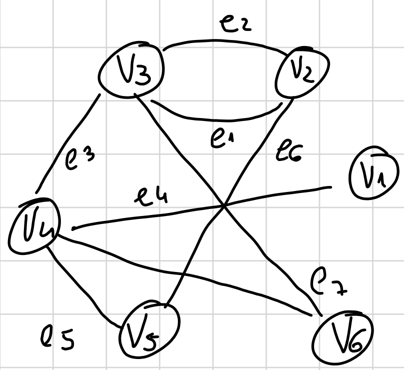
Definição: Dados $G = (V(G), E(G), \psi_G)$ e $H = (V(G), E(G), \psi_G)$ grafos isomorfos se existirem bijeções $z: V(G) \to V(H)$ e $E: E(G) \to E(H)$ tais que $\psi_G(e) = uv \Leftrightarrow \psi_H(\Theta(e)) = z(u)\, z(v)$, ou seja z e Θ preserva a e escrevemos $G \cong H$

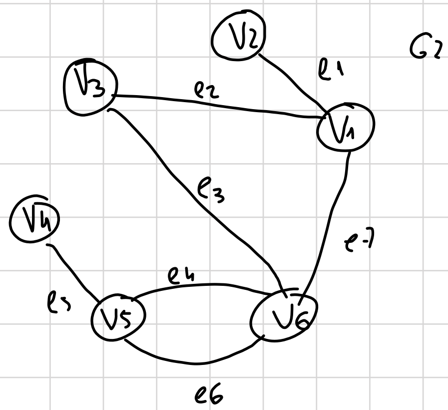
Nota: ______

Grafos isomorfos admitem a mesma representação se ignorarmos a numeração dos vértices e das arestas

Exemplo



G_1



$z: V(G_1) \to V(G_2)$

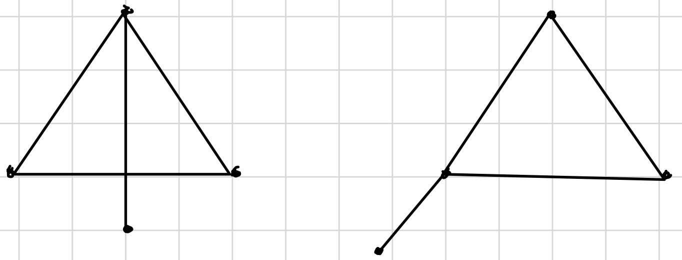
$z(v_1) = v_2$
$z(v_2) = v_5$
$z(v_3) = v_6$
$z(v_4) = v_1$
$z(v_5) = v_4$
$z(v_6) = v_3$

$\Theta: E(G_1) \to E(G_2)$

$\Theta(e_1) = e_5$
$\Theta(e_2) = e_6$
$\Theta(e_3) = e_7$
$\Theta(e_4) = e_1$
$\Theta(e_5) = e_2$
$\Theta(e_6) = e_4$
$\Theta(e_7) = e_3$

Definição: Dados $G = \{V(G), E(G), \psi_G\}$ e $H\{V(G), E(G), \psi_G\}$ grafos simples, dizemos que G e H são grafos isomorfos se existir uma bijeção $z: V(G) \to V(H)$ tal que:

$u.v \in E(G) \Leftrightarrow z(u)\, z(v) \in E(H)$

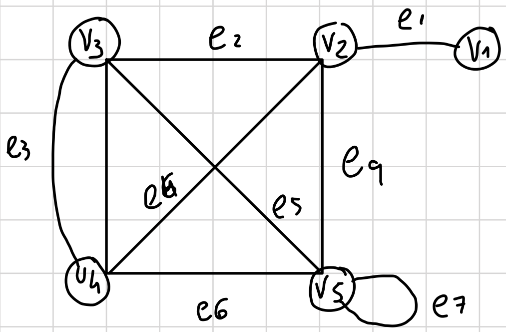


Passeios, circuitos, caminhos e ciclos

Definição: Dado um grafo G. Chamamos passeio a uma sequência $P = v_0 e_1 v_1 e_2 \cdots e_k v_k$ onde $v_0, v_1, \ldots, v_k \in E(G)$: e_i têm vertices extremos v_{i-1} e v_i

Chamamos trajeto a um passeio com todas as arestas distintas. Se o vértice inicial coincide com o final chamamos circuito.

Se P é um trajeto com todos os vertices distintos, dizemos que P é um vertice inicial e final coincidem dizemos que P é um ciclo



P_1: $v_2 e_5 v_4 e_4 v_3 e_4 v_4 e_6 v_5$ É passeio

P_2: $v_2 e_5 v_4 e_4 v_3 e_4 v_4 e_6 v_5$ Não é caminho

P_3 = $v_5 e_9 v_2 e_2 v_3 e_3 v_4 e_4 v_3 e_8 v_5$ É circuito
$v_2 e_5 v_4 e_6 v_5 e_7 v_5 e_9 v_2$

P_4 = $v_2 e_5 v_4 e_3 v_3$ Não é ciclo

P_5 = $v_3 e_4 v_4 e_3 v_3$ É um ciclo
$v_4 e_6 v_5 e_9 v_2 e_5 v_4$

Nota

Um ciclo é um caminho
Um circuito é uma tangente
Um caminho é um circuito

Definição: Dado um passeio P. Chamamos comprimento P ao número de arestos P (contando as repetições) por comp(P)

Exemplo

$comp(P_1) = 4$ $comp(P_4) = 2$
$comp(P_2) = 5$

Nota

Se $P : v$ e u então $comp(P) = 1$
Se $P = v$ então $comp(P) = 0$