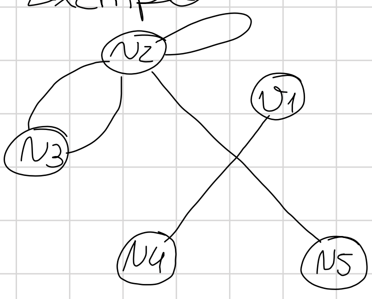
Definição: Dados $u, v \in V(G)$ e P_{uv} é o conjunto de todos os passeios entre u e v

Definimos a distância entre u e v como

$$\text{dist}_G = \begin{cases} \min\limits_{P \in P_{u,v}} \text{comp}(P) \\ \infty & \text{, se } P_{uv} = \emptyset \end{cases}$$

Exemplo



$\text{dist}\, G(v_1, v_2) = 1$

$\text{dist}\, G(v_3, v_5) = 2$

$\text{dist}\, G(v_1, v_2) = \infty$

Teorema: Dado G grafo simples com $\delta(G) \geq 2$. Existe um caminho P com $\text{comp}(P) \geq \delta(G)$ e um ciclo C com $\text{comp}(G) \geq \delta(G) + 1$

Exercício

20

G grafo simples existem pelo menos 2 vértices com o mesmo grau

Sejam $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$

Se $\delta(G) \geq 1$, então $1 \leq d_G(v_1) \leq n-1$

*Pelo princípio da gaiola dos pombos, temos $n-1$ gaiolas e n o número de pombos. Existe pelo menos 1 gaiola com 2 pombos

u e v $= d_G(u) - d_G(v)$

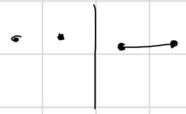
· Se $\delta(G) = 0$ então $0 \leq d_G(v_i) \leq n-2$

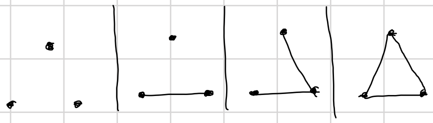
Então pelo mesmo "razão" existem 2 vértices com o mesmo grau

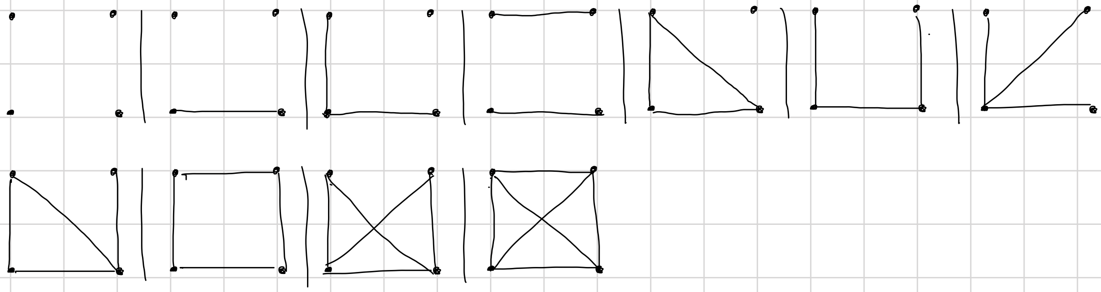
23.

Represente, menos os casos de isomorfismo, todos os grafos simples com υ vertices para $\upsilon = 1, 2, 3, 4$

- $\upsilon = 1$

- $\upsilon = 2$ 

- $\upsilon = 3$ 

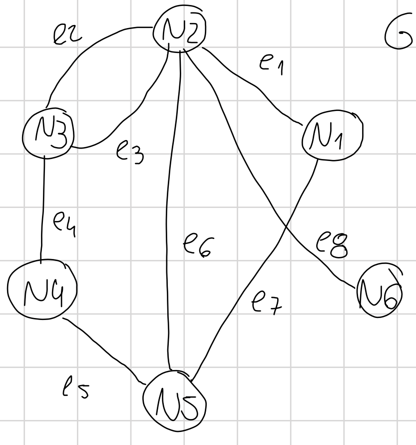
- $\upsilon = 4$ 

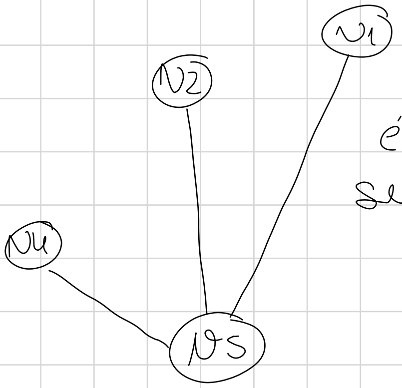
Subgrafo

Definição: Dados $G = (V(G), E(G), \psi_G)$ e $H = (V(H), E(H), \psi_H)$ dizemos que H é subgrafo de G se $V(H) \subseteq V(G)$, $E(H) \subseteq E(G)$ e ψ_G restringo a $E(H)$ coincide ψ_H, nesse caso escrevemos $H \subseteq G$

Se $H \subseteq G$ e $H \neq G$ dizemos que H é subgrafo próprio de G
Se $V(H) = V(G)$ dizemos que H é subgrafo gerador de G

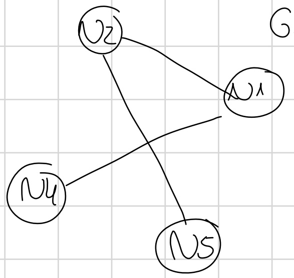
Exemplo C





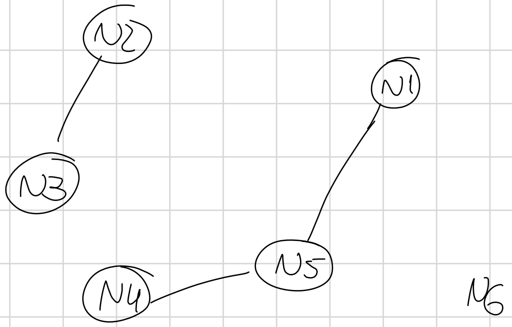
é subgrafo mas não subgrafo gerador de G

G_2



Não é subgrafo de G

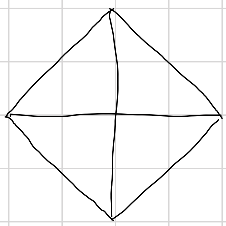
G_3



É subgrafo

Exercício

Quantos grafos geradores existem?



Se é subgrafo gerador temos de ter todos os vertices. Podemos construir subgrafos com $\varepsilon = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ arestas com ε arestas $\binom{6}{\varepsilon}$ subgrafos

No total temos $\sum_{\varepsilon=0}^{6} \binom{6}{\varepsilon} = 2^6$ subgrafos geradores

Definição: Dado um grafo G se eliminarmos todos os lacetes e substituirmos cada conjunto de arestas paralelas por uma única aresta, obtemos o chamado subgrafo de suporte das arestas, este é um grafo gerador de G e é um grafo simples

Exemplo

O subgrafo de suporte das arestas do exemplo C é