



Cálculo II

Teste I (versão para praticar) – abril 2024

1. Calcule o volume do paralelepípedo gerado pelos vetores

$$\vec{u} = (2, 1, -1), \quad \vec{v} = (0, 1, 2), \quad \vec{w} = (3, -2, 5).$$

Resposta: _____

Cálculos:

-
2. O triângulo com vértices nos pontos

$$P = (2, -1, 1), \quad Q = (2, 1, 0), \quad R = (1, -1, -1)$$

é um triângulo retângulo? Qual é a sua área?

Resposta: _____

Cálculos:

-
3. Encontre a equação cartesiana do plano que contém o ponto $(1, 2, -2)$ e é perpendicular ao vetor $(1, -1, 2)$.

Resposta: _____

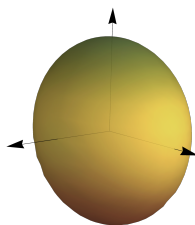
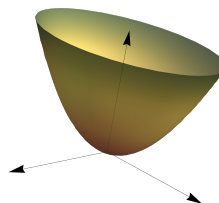
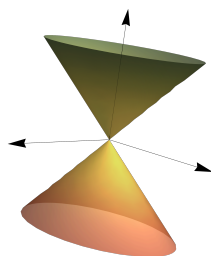
Cálculos:

4. Faça a correspondência entre a equação e o seu gráfico.

(a) $2x^2 + y^2 - z^2 = 0$

(b) $2x^2 + y^2 + z^2 = 1$

(c) $2x^2 + y^2 - z = 0$



5. A parábola $y = x^2 + 1$ é rodada 60° em torno da origem, no sentido negativo. Qual é a equação da parábola resultante?

Resposta: _____

Cálculos:

6. A transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por $T(x, y, z) = (2x + 3y, z, x + y)$ preserva volumes? E a orientação? Justifique.

Resposta: _____

Cálculos:

7. Encontre a equação da parábola com foco no ponto $(1, -1)$ e reta diretriz $y = 2x$, na forma $Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0$.¹

Resposta: _____

Cálculos:

8. Encontre as coordenadas cilíndricas r, θ, z e as coordenadas esféricas ρ, θ, φ do ponto $(1, -\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$.

Resposta: _____

Cálculos:

9. Determine a equação do plano tangente ao gráfico da função $f(x, y) = 1 + \sin(xy^2)$ no ponto $P = (\pi, 1)$.

Resposta: _____

Cálculos:

¹Recorde que a distância de um ponto $P = (x_0, y_0)$ a uma reta ℓ definida pela equação $ax + by + c = 0$ é dada por

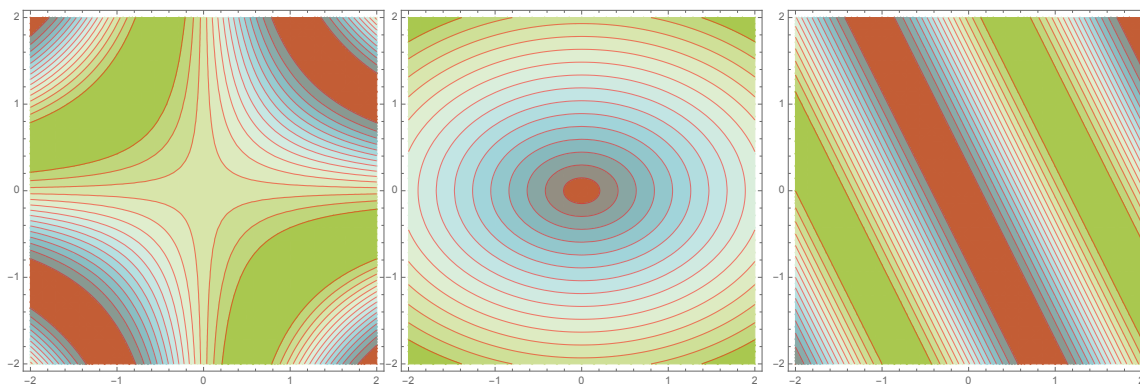
$$d(p, \ell) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

10. Faça a correspondência entre a função e a representação das suas curvas de nível. Justifique a sua escolha.

(a) $\sqrt{x^2 + 2y^2}$

(b) $\cos(xy + 1)$

(c) $\sin(2x + y + 5)$



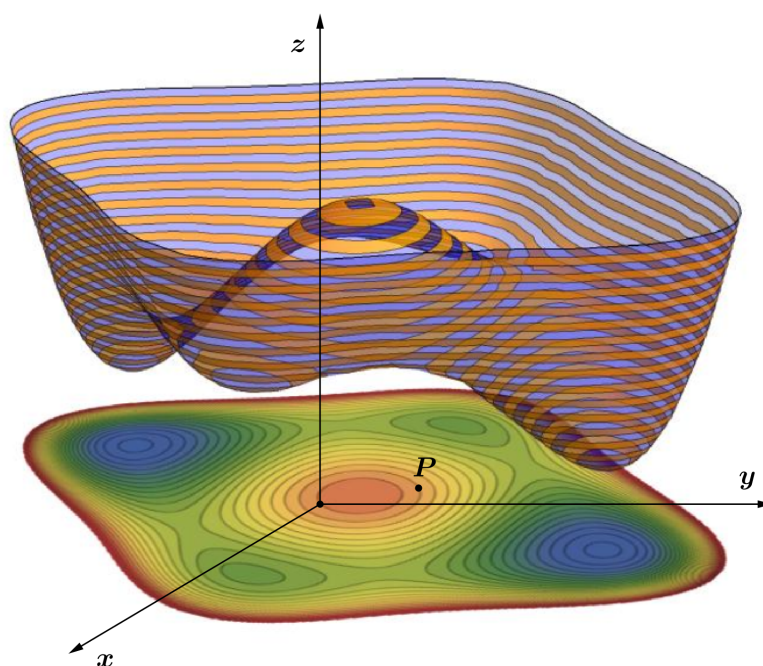
Justificação:

11. As dimensões x, y, z de uma caixa variam com o tempo. Num certo instante, $x = 1$ m, $y = 2$ m e $z = 3$ m; além disso, x e y crescem à taxa de 2 m/s, enquanto z diminui à taxa de 3 m/s. Nesse instante, determine a taxa de variação do comprimento da diagonal da caixa.

Resposta: _____

Cálculos:

12. A figura exibe o gráfico de uma certa função $f(x, y)$, juntamente com uma representação das suas curvas de nível.



- Esboce o vetor $\nabla f(P)$.
- Indique um ponto Q do domínio tal que $\nabla f(Q) = 0$.
- Indique um ponto R do domínio tal que $f_x(R) < 0$ e $f_{xx}(R) > 0$.
- Esboce um vetor unitário \vec{u} tal que $Df_{\vec{u}}(P) < 0$.

Justificação:

-
13. Calcule a derivada direcional de $f(x, y) = x^3 - 3x^2y + 1$ no ponto $P = (-1, 2)$, na direção do versor de $\vec{u} = (3, -1)$.

Resposta: _____

Cálculos:

14. Encontre os pontos críticos da função $f(x, y) = -3x^2 - 4xy - y^2 - 12y + 16x$ e classifique-os.

Resposta: _____

Cálculos:

-
15. Encontre os valores extremos absolutos da função $f(x, y) = x - 3y$ sobre a elipse $x^2 + 2y^2 = 3$.

Resposta: _____

Cálculos: