Informe_Met-Has

La estadistica bayesiana se usa para poder responder a diferentes situaciones en los que se desconoce los parametros que las afectan. Se usan dos fuentes de informacion para ello, lo que uno cree previamente al realizar un experimento, es decir, la informacion a *priori* y los resultados que obtiene al realizarlo, que se utiliza con la *verosimilitud*. Juntando estas informaciones se obtiene lo que se conoce como la distribucion a *posteriori* del o los parametros. Pero para poder responder a dichas situaciones se debe poder sacar muestras de la distribucion a *posteriori*. Para realizar esto, una de las tecnicas que se pueden utilizar es Metropolis-Hasting.

Metropolis-Hasting

Este metodo es una cadena de Marcov que consiste, a grandes rasgos, en visitar a los distintos valores de una distribucion de probabilidad generando un secuencia de valores posibles x de dicha distribucion $x(1), x(2), ..., x(S)$, que en general para obtener $x(i+1)$ usamos $x(i)$.

Esta tecnica funciona de la siguiente manera:

1. En la iteración i estamos en el valor $x(i)$
2. En función del valor actual $x(i) = x$, proponemos un nuevo valor x' en función de $q(x' \mid x)$ siendo q la distribución de salto que uno debe proponer, que sera la que presente los puntos de salto posibles.
3. Decidimos si vamos a la nueva ubicación $x(i+1) = x'$ o si nos quedamos en $x(i+1) = x$:
   i. Calcular la probabilidad de salto:
      - $\alpha_{\theta \to \theta'} = min(1, f(x')f(x))$

   ii. Saltar a x' con probabilidad $\alpha_{x \to x'}$:

$$x^{(i+1)} = \begin{cases} x' \text{ con probabilidad } \alpha_{\theta \to \theta'} \\ x \text{ con probabilidad } \alpha_{\theta \to \theta'} \end{cases}$$

La función para utilizar el metodo es la siguiente:

```
# n: Tamaño de la cadena que se quiere generar

# p_inicial: Primer punto con el que se inicial la cadena. Es igual a 0 por defecto.

# v_random: Utilizar si se quiere empezar la cadena con un punto aleatorio. Introducir un vec

# d_objetivo: Función que calcule la densidad de la función que se quiere muestrear.

# r_propuesta: Función que genera un punto de la distribución de salto con la media sin espec

# d_propuesta: Función que devuelve la densidad en un punto de la distribución de salto con l

sample_mh_1d = function(n, p_inicial = 0, d_objetivo, r_propuesta = rnorm, d_propuesta = dnor
  stopifnot(n > 0)
  muestras = numeric(n)
  #Seleccion del primer valor de la cadena
  if (length(v_random) == 2){
    muestras[1] = runif(1,min(v_random),max(v_random))
  } else {
    muestras[1] = p_inicial
  }
  #Generación de todos los n-1 puntos siguientes de la cadena
  for (i in 2:n) {
    #Proposición del nuevo valor
    puntos = valor_salto_1d(muestras, r_propuesta, i)
    p_actual = puntos[1]
    p_nuevo = puntos[2]

    #Calculo de la probabilidad de salto
    prob = salto_1d(p_actual, p_nuevo, d_objetivo, d_propuesta)

    #Saltamos?
    salto = test_salto_1d(prob)

    #Salto
    muestras[i] = p_gen_1d(salto, p_actual, p_nuevo)
  }
    return(muestras)
}

#Donde las funciones utilizadas son:
```

```r
#Proposición del nuevo valor

valor_salto_1d = function(muestras, r_propuesta, i){
  p_actual = muestras[i-1]
  p_nuevo = r_propuesta(p_actual)
  puntos = c(p_actual, p_nuevo)
  return(puntos)
}

#Calculo de la probabilidad de salto

salto_1d = function(p_actual, p_nuevo, d_objetivo, d_propuesta) {
  f_nuevo = d_objetivo(p_nuevo)
  f_actual = d_objetivo(p_actual)
  q_actual = d_propuesta(p_actual, p_nuevo)
  q_nuevo = d_propuesta(p_nuevo, p_actual)
  prob = (f_nuevo*q_actual) / (q_nuevo*f_actual)
  alfa = min(1, prob)
  return(alfa)
}

#Saltamos?

test_salto_1d = function(alfa){
  result = rbinom(1,1,alfa)
  return(result)
}

#Salto

p_gen_1d = function(result, p_actual, p_nuevo) {
  if (result){
    return(p_nuevo)
  } else {
    return(p_actual)
  }
}
```

Aplicación de Metropolis-Hasting en una dimensión

Distribución de Kumaraswamy

La distribución de Kumaraswamy es una distribución de probabilidad continua que se utiliza para modelar variables aleatorias con soporte en el intervalo $(0, 1)$. Su función de densidad se parece a la beta pero su expresión matematica resulta ser de computo mas sencillo.

$$p(x \mid a, b) = abx^{a-1}(1 - x^a)^{b-1} \quad \text{con } a, b > 0$$