
Matematika 4 – Logika pre informatikov

Domáca úloha du04

Riešenie domácej úlohy odovzdajte najneskôr v pondelok **2. mája 2016** jedným z nasledujúcich spôsobov:

- v **čitateľnej** papierovej podobe na začiatku prednášky o **11:30**;
- elektronicky najneskôr o **23:59:59** cez svoj repozitár na github.com ako pull-request do vetvy (base) **du03** repozitára (base fork) **FMFI-UK-1-AIN-412/váš-AIS-login**.

Odovzdávaný dokument uložte do súboru **du03.pdf** v adresári **du03** vo vetve **du03**. Dokument **musí byť vo formáte PDF**. Vytvorte ho podľa svojich preferencií (TeXom, textovým procesorom, tlačou do PDF z webového prehliadača, ...), **nesmie** však obsahovať obrázky rukou písaného textu ani screeshoty.

Úloha má hodnotu **4 body** [po 1 bode za každú z častí a), b), c)]. Plné hodnotenie môže získať iba riešenie so **zrozumiteľným a zdôvodneným postupom**.

- a) Formalizujte nasledovný dopravný predpis do teórie v jazyku logiky prvého rádu. Vhodne si zvolte predikátové a funkčné symboly podľa potreby, tak aby celá formalizácia dávala zmysel:
- (i) Predchádza sa vľavo. Vpravo sa predchádza vozidlo, ktoré dáva znamenie o zmene smeru jazdy vľavo.
 - (ii) Vozidlo, ktoré predchádza, je povinné dávať znamenie o zmene smeru jazdy, pričom nesmie ohroziť vozidlá jazdiace za ním.
 - (iii) Predchádzané vozidlo nesmie zvyšovať rýchlosť jazdy.
 - (iv) Vozidlo nesmie predchádzať,
 - ak nemá pred sebou dostatočný rozhľad,
 - ak sa nemôže bezpečne zaradiť pred vozidlo, ktoré predchádza,
 - ak pred ním idúce vozidlo dáva znamenie o zmene smeru jazdy vľavo a ak ho nemožno predísť v ďalšom voľnom jazdnom pruhu vyznačenom na vozovke v tom istom smere jazdy.
- b) Pre každú z nasledujúcich troch formúl A_1, A_2, A_3 *doplňte* štruktúru \mathcal{M} tak, aby formula bola v \mathcal{M} i) splnená, ii) nespĺnená, alebo dokážte, že to nie je možné.
- $A_1 = (\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x, f(c))) \rightarrow \exists x (P(x) \wedge Q(x, f(c)))$
 - $A_2 = \forall x P(x) \wedge \exists x \neg P(f(x))$
 - $A_3 = (\neg \exists x P(x) \wedge \forall x \exists y \neg Q(x, f(y))) \rightarrow \forall x (\neg P(x) \wedge \neg \forall y Q(f(x), y))$

$\mathcal{M} = (M, i)$, kde

- $M = \{1, 2, 3, 4\}$
- $i(c) = \underline{\hspace{2cm}}$
- $i(f) = \{1 \mapsto 1, \underline{\hspace{2cm}}\}$
- $i(P) = \{2, \underline{\hspace{2cm}}\}$
- $i(Q) = \{(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (2, 3), \underline{\hspace{2cm}}\}$

- c) Dokážte, že nasledujúce formuly sú platné:

- (i) $\forall u \forall v \forall w (R(u, v) \wedge R(v, w) \rightarrow R(u, w))$
 $\rightarrow \forall w \forall z (\exists x (R(w, x) \wedge \exists y (R(x, y) \wedge R(y, z))) \rightarrow R(w, z))$
- (ii) $\exists x (Q(x, y) \rightarrow \forall y Q(f(y), x) \wedge \forall y Q(x, f(y)))$