
Matematika 4 – Logika pre informatikov

Domáca úloha du02

(opravené zadanie)

V tejto verzii zadania sme oproti zadaniam rozdánym na cvičeniach:

- opravili formulu (1) v časti b),
- vyjasnili podúlohu (ii) v časti a),
- uviedli explicitne požiadavku na zdôvodnenie postupu,
- upresnili spôsob elektronického odovzdania,
- posunuli termín odovzdania z Veľkonočného pondelka na stredu.

Riešenie domácej úlohy odovzdajte najneskôr ~~v pondelok 28. marca 2016~~ v stredu **30. marca 2016** jedným z nasledujúcich spôsobov:

- v **čitateľnej** papierovej podobe na začiatku ~~prednášky o 11:30~~ cvičení **o 14:00** alebo **o 14:50**;
- elektronicky najneskôr **o 23:59:59** cez svoj repozitár na `github.com` ako pull-request do vetvy (base) `du02` repozitára (base fork) `FMFI-UK-1-AIN-412/váš-AIS-login`. Odovzdávaný dokument uložte do súboru v adresári `du02` vo vetve `du02`. Názov a formát súboru s dokumentom musia zodpovedať jednej z možností:
 - `du02.pdf` – PDF z TeXu alebo textového procesora, **nie** obrázok rukou písaného textu,
 - `du02.txt` – hladký text v kódovaní UTF-8, alebo
 - `du02.md` – text vo formáte Markdown v kódovaní UTF-8.

Úloha má hodnotu **2 body** [po 1 bode za každú časť a), b)]. Plné hodnotenie môže získať iba riešenie so **zrozumiteľným a zdôvodneným postupom**.

- a) V prípade bankovej lúpeže inšpektor Nick Fishtrawn zaistil štyroch podozrivých W, X, Y, Z a zistil nasledujúce skutočnosti:

- (A_1) W a X sú súčasne vinní, iba ak je Y ich spolupáchateľom.
- (A_2) Ak je W vinný, tak aspoň jeden z X, Y je jeho spolupáchateľom.
- (A_3) Y nikdy nepracuje bez Z .
- (A_4) Z je vinný, ak je W nevinný.

Vašou úlohou je:

- (i) Formalizovať uvedené skutočnosti ako množinu výrokových formúl. Vinu jednotlivých podozrivých formalizujte výrokovými premennými w, x, y, z .
 - (ii) Pojmami z výrokovej logiky (napr. tautológia, splnenie, splniteľnosť, vyplývanie, ...) vyjadriť nasledujúce 3 otázky:
 - (O_1) Kto z podozrivých je vinný?
 - (O_2) Kto z podozrivých je nevinný?
 - (O_3) Koho vinu ani nevinu nemožno určiť?
 - (iii) Zodpovedať otázky O_1 až O_3 a odpovede dokázať.
- b) Dokážte *nájdenním postupnosti substitúcií* podľa pravidiel asociatívnosti, komutatívnosti, distributívnosti, de Morgana, dvojitej negácie, pravidiel idempotencie, identity, absorpcie a eliminácie implikácie, že formuly (1) a (2) nad $\mathcal{V} = \{p, q, r, s, t\}^+$ sú ekvivalentné:

$$\left((((s \vee q) \wedge (p \vee q)) \vee t) \wedge (t \rightarrow (p \vee s)) \wedge (t \rightarrow (\neg s \rightarrow q)) \wedge (r \rightarrow s) \right) \quad (1)$$

$$\left((((s \vee q) \wedge (p \vee s)) \vee t) \wedge (t \rightarrow (p \vee s)) \wedge (t \rightarrow (\neg s \rightarrow q)) \wedge (r \rightarrow s) \right) \quad (1)$$

$$((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow s \quad (2)$$