

---

## Matematika 4 – Logika pre informatikov: Cvičenie 7

---

**Rozcvička.** V tablovom kalkule dokážte tautológiu:

$$(((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow (q \wedge r)))$$

**Rozcvička.** V tablovom kalkule dokážte tautológiu:

$$(((p \vee r) \wedge (p \vee q)) \rightarrow (p \vee (r \wedge q)))$$

**Rozcvička.** V tablovom kalkule dokážte tautológiu:

$$(((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \wedge (p \vee q)) \rightarrow r$$

**Úloha 1.** V tablovom kalkule dokážte splniteľnosť nasledujúcej formuly:

$$((a \vee b) \wedge ((c \vee d) \rightarrow (a \wedge b)))$$

**Úloha 2.** V tablovom kalkule dokážte nesplniteľnosť nasledujúcej formuly:

$$((a \vee b) \wedge \neg((c \wedge d) \rightarrow (a \vee b)))$$

**Úloha 3.** Pomocou tablového kalkulu rozhodnite o každej z nasledujúcich formúl, či je (i) tautológiou, (ii) splniteľnou formulou, (iii) nesplniteľnou formulou:

- |  |   |
|--|---|
| a) $(p \leftrightarrow \neg(q \vee p))$                      | d) $((\neg a \vee c) \wedge (\neg b \vee c)) \wedge ((a \vee b) \vee \neg c)$ |
| b) $(p \rightarrow (\neg p \vee (p \vee \neg(q \wedge p))))$ | e) $((a \rightarrow (a \vee b)) \vee ((a \wedge b) \rightarrow a))$           |
| c) $((\neg p \rightarrow q) \wedge (s \rightarrow \neg q))$  | f) $((a \leftrightarrow b) \vee (b \vee \neg(c \wedge \neg a)))$              |

**Úloha 4.** V tablovom kalkule dokážte splniteľnosť nasledujúcej množiny formúl  $S$ . Nájdite všetky ohodnotenia množiny výrokových premenných  $\{p, q, r, u, v, w\}$  spĺňajúce  $S$ .

$$S = \left\{ \begin{array}{l} (p \rightarrow (q \wedge r)), \\ (\neg u \wedge (v \vee w)), \\ ((v \rightarrow p) \wedge (w \rightarrow q)) \end{array} \right\}$$

**Úloha 5.** Dokážte v tablovom kalkule, že formula  $X = (u \wedge \neg t)$  vyplýva z množiny  $S$ :

$$S = \left\{ \begin{array}{l} (q \rightarrow (p \wedge r)), \\ ((\neg u \wedge \neg v) \vee q \vee (t \wedge \neg t)), \\ (u \rightarrow \neg v), \\ (\neg(u \rightarrow (p \wedge r)) \vee (v \wedge (\neg p \vee \neg r))) \end{array} \right\}$$

**Domáca úloha du03.** Riešenie domácej úlohy odovzdajte najneskôr v pondelok **18. apríla 2016** jedným z nasledujúcich spôsobov:

- v **čitateľnej** papierovej podobe na začiatku prednášky o **11:30**;
- elektronicky najneskôr o **23:59:59** cez svoj repozitár na [github.com](https://github.com) ako pull-request do vetvy (base) **du03** repozitára (base fork) **FMFI-UK-1-AIN-412/uáš-AIS-login**.  
Odovzdávaný dokument uložte do súboru **du03.pdf** v adresári **du03** vo vetve **du03**. Dokument **musí byť vo formáte PDF**. Vytvorte ho podľa svojich preferencií (TeXom, textovým procesorom, tlačou do PDF z webového prehliadača, ...), **nesmie** však obsahovať obrázky rukou písaného textu ani screeshoty.

Úloha má hodnotu **2 body** [po 1 bode za každú časť a), b)]. Plné hodnotenie môže získať iba riešenie so **zrozumiteľným a zdôvodneným postupom**.

- a) Londýnsky obchodník, pán McConnor, telefonoval do Scotland Yardu, že sa stal obeťou lúpeže. Detektívi predviedli na výsluch troch podozrivých  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  a zistili nasledujúce fakty:

- ( $A_1$ ) Každý z podozrivých  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  bol v McConnorovom obchode v deň lúpeže a nik iný tam v ten deň nebol.
- ( $A_2$ )  $X$  vždy pracuje s práve jedným spoločníkom.
- ( $A_3$ )  $Z$  nie je vinný alebo je vinný  $Y$ .
- ( $A_4$ ) Ak sú vinní práve dvaja, tak  $X$  je jedným z nich.
- ( $A_5$ )  $Y$  je vinný, iba ak je vinný aj  $Z$ .

Koho má inšpektorka Fishcousová obviniť?

Vašou úlohou je:

- (i) Sformalizovať uvedené fakty vo výrokovej logike.
- (ii) Odpovedať na otázku.
- (iii) Svoju odpoveď sformulovať v pojmoch z výrokovej logiky a dokázať *v tablovom kalkule*.

- b) Dokážte, že z množiny formúl

$$S = \left\{ \begin{array}{l} (a \rightarrow e), \\ (h \rightarrow (c \wedge f)), \\ (d \vee a), \\ \neg(g \wedge e), \\ ((b \wedge f) \rightarrow \neg c), \\ ((d \vee e) \rightarrow (g \wedge h)) \end{array} \right\}$$

vyplýva formula

$$X = (\neg b \wedge d).$$