Relatividad: Cuestionario 4

Tomás Ricardo Basile Álvarez
316617194

6 de julio de 2021

Pregunta 1

Respecto al grupo de Lorentz contesta:

- **a) ¿Cuántos boosts y rotaciones independientes hay en 1+1 dimensiones?**

  Tenemos un boost (en la dirección x) y ninguna rotación (pues solamente tenemos una dimensión espacial, no tenemos como rotarla).

- **b) ¿Cuántos boosts y rotaciones independientes hay en 2+1 dimensiones?**

  Tenemos dos boosts independientes (en la dirección x y en la dirección y).
  Y tenemos una rotación independiente, pues tenemos dos dimensiones espaciales. Y en un espacio de 2 dimensiones sólo se puede rotar de una manera.

- **c) ¿Cuántos boosts y rotaciones independientes hay en 3+1 dimensiones?**

  Tenemos tres boosts independientes (en la dirección x, dirección y y dirección z).
  Además, tenemos 3 dimensiones espaciales. Y es bien conocido que en un espacio 3 dimensional existen 3 rotaciones independientes (que pueden estar parametrizados por los ángulos de Euler por ejemplo).

Pregunta 2

Considera dos sistemas inerciales O, O' tal que O' se mueve respecto a O con velocidad v en la dirección positiva del eje x, y una partícula moviéndose a velocidad constante respecto a ambos. En clase vimos que la ley de adición velocidades relativistas es

$$w' = \frac{w - v}{1 - vw}$$

Donde la velocidad de la partícula respecto a O es w y w' respecto a O'

a) **¿Qué ocurre con la expresión si $w = 1$, es decir, si la partícula se mueve a la velocidad de la luz?¿Es lo que esperabas?**

Si $w = 1$ y sustituimos en la ecuación, nos queda que:

$$w' = \frac{1 - v}{1 - v(1)} = \frac{1 - v}{1 - v} = 1$$

Es decir, se mueve a la velocidad de la luz respecto a O'

Esto es justo lo que se esperaba, pues que $w = 1$ significa que la partícula se mueve a la velocidad de la luz respecto a O. Sin embargo, según el postulado de la relatividad, la luz tiene la misma velocidad para todos los sistemas inerciales. Entonces es de esperar que la partícula se mueva también a velocidad 1 respecto a O', en concordancia con el postulado.

b) **¿Qué ocurre con la expresión si consideras el límite no relativista $w, v \leq\leq 1$, es decir, si las velocidades involucradas son mucho menores a la de la luz? ¿Es lo que esperabas?**

Como $v, w << 1$ entonces, el producto vw es mucho menor y no es comparable con el 1. Por tanto, podemos aproximar el denominador $1 - vw$ como simplemente 1. Entonces nos queda que:

$$w' = \frac{w - v}{1 - vw} \simeq \frac{w - v}{1} = w - v$$

Esto es justo lo que se esperaría en el límite no relativista. Pues en este régimen, las velocidades relativas simplemente se suman.

Para ver que este es el mismo resultado al que llegaríamos usando directamente la relatividad Galileiana, vamos a verificarlo usando las transformaciones de Galieleo. Según estas transformaciones, si O' se mueve a velocidad v respecto de O, entonces las

coordenadas de los dos sistemas se relacionan por $x' = x - vt$
Luego, si dividimos esto por el tiempo, nos queda que $\frac{x'}{t} = \frac{x}{t} - v$
Pero $\frac{x'}{t} = w'$ es la velocidad de la partícula respecto a O' (recordar que según Galileo, el tiempo es absoluto, es el mismo para todos los observadores) y $\frac{x}{t} = w$ es la velocidad de la partícula respecto a O. Por lo que llegamos a que $w' = w - v$