Tomás Ricardo Basile Álvarez Relatividad Cuestionario 2.

1. Indica si las siguientes expresiones están escritas correctamente o no bajo la convención de suma.

a) $\partial_\mu F^{\mu\nu} = -4\pi j^\nu$

Sí está bien escrita. ν es un índice libre y aparece de ambos lados de la ecuación, como debería para un índice libre. μ es un índice mudo sobre el que se suma, como tal, debe aparecer dos veces en un mismo término (una arriba y una abajo), tal como lo hace.

b) $\partial_\mu F^{\mu\mu} = -4\pi j^\mu$

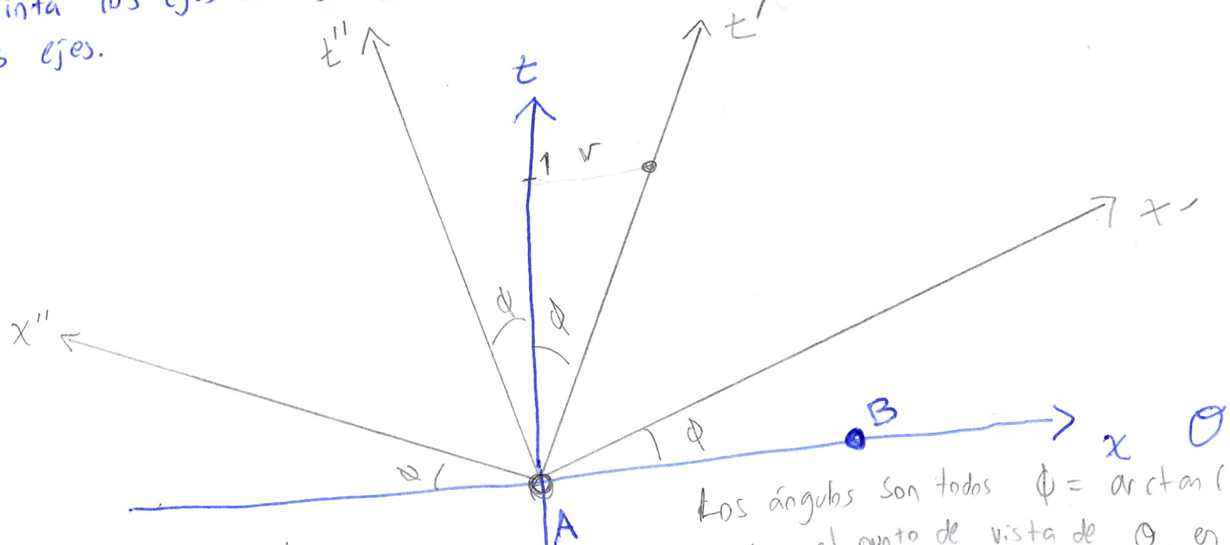
Incorrecto. La μ del lado derecho es un índice libre (pues los índices mudos siempre aparecen en pares, una arriba y uno abajo). Sin embargo, es imposible determinar con qué índice del lado izquierdo se corresponde. El lado izquierdo está mal ya que no podemos escribir un índice 3 veces, pues las sumas son sobre parejas de índices.

c) $\partial_\nu F^{\nu\mu} = -4\pi j^\mu$

Correcto. En realidad, esta expresión es la misma que a) pero con los nombres de los índices cambiados. Los nombres que demos al índice no importan, lo que importa es que la forma es igual a la de a), que ya dijimos que es correcta.

2. Tres sistemas inerciales O, O', O'' en un espacio tiempo 1+1-dimensional. El sistema O' se mueve a v a lo largo de la dirección positiva del eje x respecto a O, mientras que el origen de los 3 coincide en un evento A. O'' se mueve a $-v$ respecto a O.

a) Pinta los ejes de los tres sistemas en el diagrama de O. Indica la inclinación de los ejes.



Los ángulos son todos $\phi = \arctan(v)$

Pues desde el punto de vista de O, en $t=1$, O' se ha movido una distancia $v(1) = v$ en su línea de mundo (eje t'). Lo que genera el triángulo que vemos en la imagen $\Rightarrow \tan\phi = v$. Lo mismo para O'' pero en sentido contrario.

b) Elige un evento B en el eje x y márcalo. ¿Cuál es el tipo de separación entre A y B? Recuerda que esto es independiente del sistema de referencia.

Ya marqué el punto en el diagrama.

La diferencia entre los dos eventos es: $(\Delta t, \Delta x) = (t_B, x_B) - (t_A, x_A)$ ← medidos en O

$= (0, x_B) - (0, 0)$ ← A es el origen, B tiene $t_B = 0$

$= (0, x_B)$

Entonces $\Delta s^2 = -\Delta t^2 + \Delta x^2$

$= x_B^2 > 0$ ← separación Espacialoide

c) ¿Según O qué evento ocurre primero, A o B?

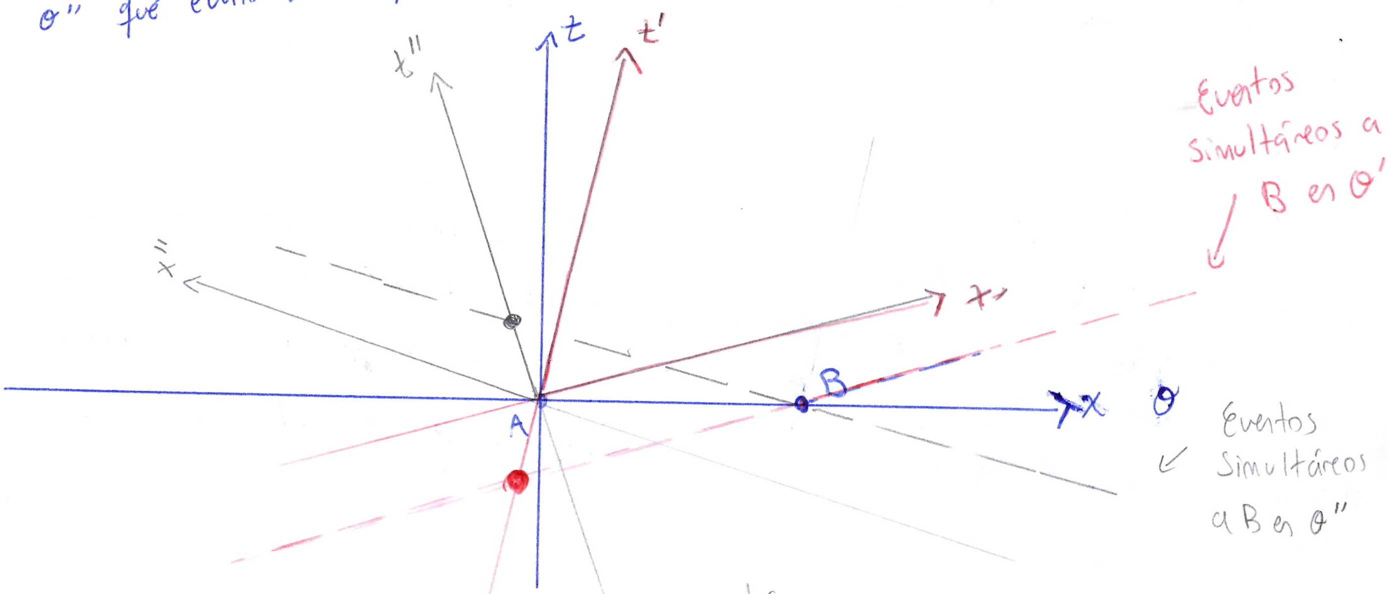
Ocurren a la vez pues ambos tienen coordenada temporal igual a 0

$t_A = t_B = 0$

Pinta la línea de eventos simultáneos a B según O'

d) ¿Según O' qué evento ocurre primero? Pinta la línea de eventos simultáneos a B según O''

e) ¿Según O'' qué evento ocurre primero?



Las líneas de simultaneidad se consiguen como líneas paralelas a X' y X'' en cada caso, y que pasen por B. Esto para que tengan la misma coordenada temporal que B

El tiempo de B en O' se consigue como la intersección de la línea de eventos simultáneos a B con la línea t', para obtener su coordenada temporal. Entonces, vemos que en O' se tiene que $(t_B)_{O'} < 0$ (pues la intersección está abajo del origen como se marca con el punto •) ∴ Como $(t_A)_{O'} = 0$, O' ve que el evento B pasa antes que A.

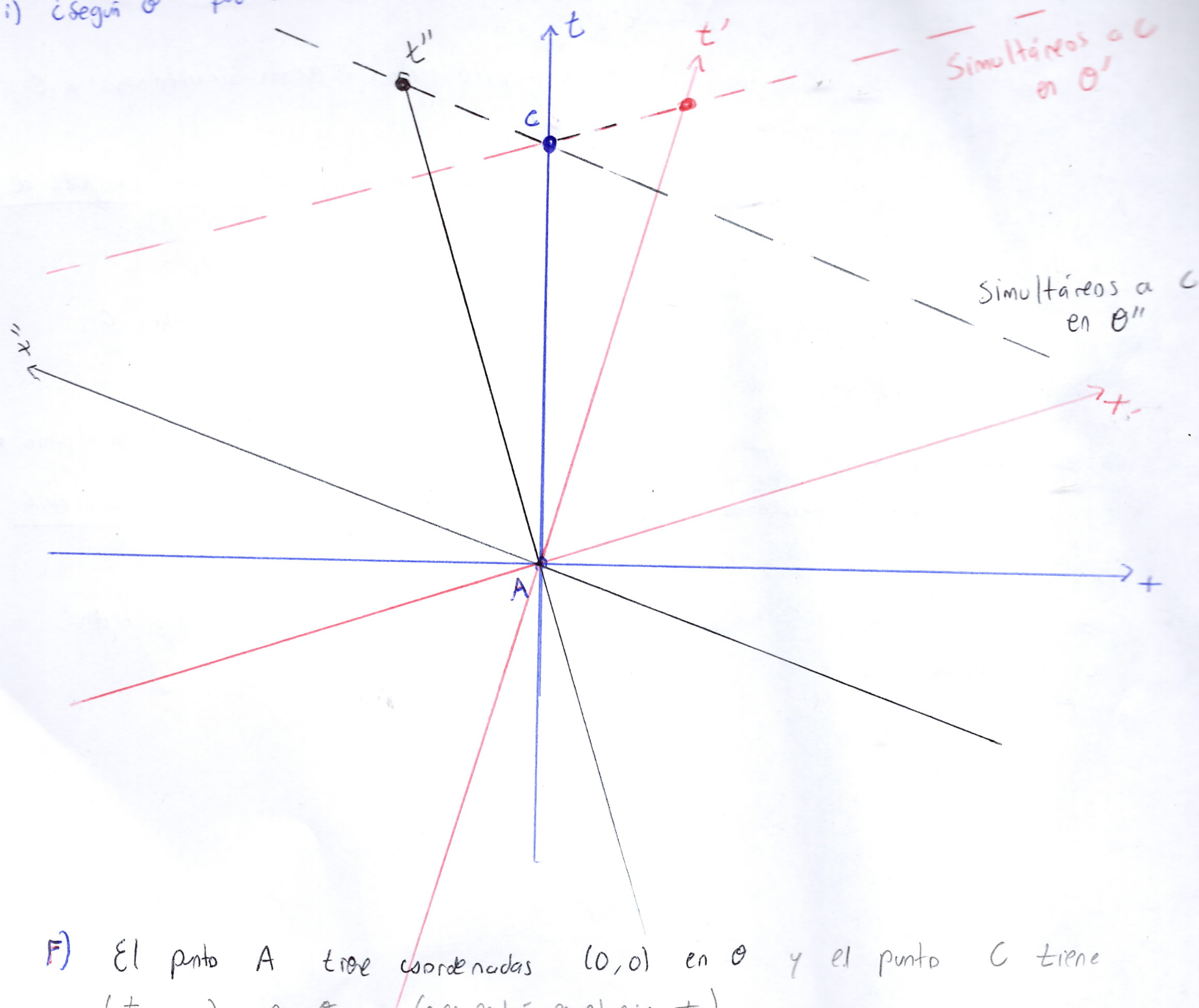
Hacemos algo similar para O'' y vemos que el punto de intersección entre el eje t'' y la línea simultánea a B está arriba del origen en el eje t''. Por lo que la coordenada temporal de B en O'' es mayor a 0. ∴ O'' registra que A sucede antes de B

f) Elige ahora un evento C en el eje t y márcalo. ¿Cuál es el tipo de separación entre A y C? Recuerda que esta respuesta es independiente del sistema de referencia.

g) ¿Según O qué evento ocurre primero?

h) ¿Según O' qué evento ocurre primero? Dibuja la línea de eventos simultáneos a C según O'

i) ¿Según O'' qué evento ocurre primero? Dibuja la línea de eventos simultáneos a C según O''



F) El punto A tiene coordenadas $(0,0)$ en O y el punto C tiene $(t_c, 0)$ en O (pues está en el eje t)

Entonces: $(\Delta t, \Delta x) = (t_c, x_c) - (t_A, x_A)$ ← En O

$= (t_c, 0) - (0,0)$

$= (t_c, 0)$

Entonces, el intervalo es $\Delta s^2 = -\Delta t^2 + \Delta x^2$

$= -t_c^2 + 0 = -t_c^2 < 0$

Como $\Delta s^2 < 0 \rightarrow$ es una separación temporaloide

g) Como puse C arriba del evento A (con una coordenada temporal mayor a la de A)
$\Rightarrow$ El evento A pasa antes que el C.

h) La línea de eventos simultáneos a C según θ' es la línea que pasa por C y paralela al eje x' (pues todos estos eventos suceden al mismo tiempo según θ' pues tienen la misma coordenada t')

La coordenada t' de C se obtiene al intersectar esta recta de eventos simultáneos a C con el eje t', como se marca en el punto

Vemos que se tiene una coordenada de t' positiva, por lo que C sucede después de A

i) Al igual que en h),
la línea de eventos simultáneos a C según θ'' es la línea que pasa por C y paralela al eje x'', que marcamos con una línea punteada.

La coordenada t'' de C se obtiene al intersectar esta recta con el eje t'', en el punto

Vemos que se tiene una coordenada t'' positiva, por lo que C sucede después de A

Para eventos temporaloides, un cambio de coordenadas no causa un cambio en el orden de los eventos.