Termodinámica: Tarea 3

Tomás Ricardo Basile Álvarez
316617194

8 de diciembre de 2021

Pregunta 1

1. Una olla está llena a la mitad con agua y se tapa formando un sello hermético que no permite el escape de vapor. La olla se calienta en una estufa, formándose vapor de agua dentro de ella. La estufa se apaga y el vapor se condensa. ¿Este ciclo es reversible o irreversible? Explique.

Primero recordamos que un proceso reversible es aquél en el que el sistema y los alrededores locales se pueden regresar a su estado inicial sin producir cambios en el resto del universo. Además, el sistema debe de estar en equilibrio térmico o cerca de éste en todo punto del proceso para que pueda ser reversible.

El proceso de la olla de este problema es irreversible. Esto debido a que después de calentar la olla, apagar la estufa y esperar a que el vapor se condense y el agua regrese a su estado inicial, el universo no regresará a su estado inicial.

Mientras la estufa se encuentra prendida en la primera mitad del proceso, ésta cede calor a la olla y de esa forma evapora el agua hasta convertirla en vapor. Luego, cuando se apaga la estufa, como la olla se encuentra a mayor temperatura que sus alrededores, ésta pierde calor y por ello el vapor se condensa hasta regresar a ser agua. Notemos que pierde calor de forma espontánea por una diferencia de temperaturas con el ambiente y sin necesidad de involucrar un trabajo, lo que ya nos indica que será un proceso irreversible.

Además, durante esta mitad del proceso, el calor de la olla fue disipado al ambiente, pues no hay forma de que la olla regrese el calor únicamente hacia la estufa sin disipación al ambiente. Una vez que se ha disipado este calor al ambiente, es imposible que el universo regrese a su estado inicial, ya que este calor no se encontraba inicialmente en el ambiente y es imposible regresarlo a la estufa, pues requeriría pasar calor de una fuente fría a una de mayor temperatura, lo que contradice el enunciado de Clausius de la segunda ley.

Pregunta 2

Convertir energía mecánica totalmente en calor, ¿Viola la segunda ley de la termodinámica? ¿Y convertir calor totalmente en trabajo? Explique.

Convertir energía mecánica totalmente en calor no viola ninguna ley. Por ejemplo, la fricción y otros procesos disipativos convierten la energía mecánica en calor. Si tenemos un objeto deslizándose sobre una superficie con fricción, la energía cinética que tiene el objeto inicialmente se transforma en calor por medio de la fricción y no hay ninguna ley que lo prohíba.

Por otro lado, convertir calor totalmente en trabajo es imposible, pues contradice la segunda ley de la termodinámica. Dicha ley (según la formulación de Kelvin Planck) dice que es imposible que un sistema realice un proceso en el que absorba calor de una fuente de temperatura y la convierta totalmente en trabajo mecánico. En todos los motores térmicos, es necesario expulsar calor a una fuente de temperatura menor, por lo que el calor de entrada no se convierte íntegramente en trabajo.

Pregunta 3

Si ninguna máquina real puede ser tan eficiente como una máquina de Carnot que opera entre las mismas temperaturas ¿Qué sentido tiene deducir y analizar la ecuación $e = 1 - \frac{T_c}{T_H}$

Primero está la obvia razón teórica de querer conocer cuál es la máxima eficiencia a la que podría operar una máquina aunque sea en un caso ideal inalcanzable en la vida real. Nos ofrece así un límite superior a la eficiencia que podríamos esperar de una máquina real y nos permite así cuantificar qué tanto se acerca nuestra máquina real a la eficiencia máxima que tendría idealmente si trabajara sin disipación de energía.

Pero más allá de esto, dicha ecuación es importante porque resulta que se obtiene esa eficiencia para cualquier máquina reversible trabajando entre dos fuentes de temperatura, sin importar su funcionamiento interno. Se puede demostrar (y está en la pregunta 5 de esta tarea) que cualquier motor reversible que funcione entre el mismo par de focos térmicos tiene la misma eficiencia.

Por lo tanto, probando que para alguno de esos motores la eficiencia toma el valor $\eta = 1 - \frac{T_c}{T_H}$ (expresión que no incluye ninguna variable propia del sistema en particular, sino sólo las temperaturas de las fuentes), se sigue que dicha expresión de la eficiencia se vale para todas las máquinas trabajando entre estas temperaturas. Lo cual es un resultado teórico muy importante, pues indica que para la eficiencia de una máquina realizando un ciclo de Carnot no tenemos que preocuparnos por el principio que ésta utilice, sino sólo por las temperaturas de las fuentes.

Por otro lado, si juntamos esto con la expresión usual de eficiencia $1+\dfrac{Q_c}{Q_H}$ nos lleva a que $-\dfrac{T_c}{T_H}=\dfrac{Q_c}{Q_H} \;\Rightarrow\; \dfrac{Q_c}{T_c}+\dfrac{Q_H}{T_H}=0$. Ecuación que se relaciona con el teorema de Clausis para un proceso reversible y se puede usar para luego probar dicho teorema.

Además, como desarrollamos en clase, tener esta relación $\dfrac{|Q_1|}{|Q_2|}=\dfrac{T_1}{T_2}$ nos permite definir una escala de temperatura absoluta que no depende de sistemas en particular. Teóricamente, para conocer la temperatura de cualquier objeto, podríamos construir un ciclo de Carnot que opere entre una fuente en equilibrio con dicho objeto a temperatura T (que queremos medir) y otra en equilibrio con el punto triple del agua a temperatura T_{TP} (lo cual se escoge como punto de referencia). Por la relación de antes, para este ciclo se debe de cumplir que $\dfrac{|Q|}{|Q_{TP}|}=\dfrac{T}{T_{TP}}$ con $|Q|$ y $|Q_{TP}|$ los calores intercambiados en el proceso de funcionamiento de la máquina. Con ello concluimos que:

$$T=T_{TP}\frac{|Q|}{|Q_{TP}|}$$

Lo que nos permite definir temperaturas a partir de sólo conocer los calores intercambiados en ciclos de Carnot.
De esta forma, que la eficiencia de un ciclo de Carnot dependa únicamente de temperaturas y sea universal para todas las máquinas que realicen este ciclo nos permite definir una escala universal de temperaturas.

b) ¿Qué eficiencia tendría una máquina de Carnot que opera con $T_H=T_C$? ¿ y si $T_C=0K$ y T_H cualquier otra temperatura mayor? Discuta.

La eficiencia con $T_c=T_H$ sería de $\eta=1-\dfrac{T_c}{T_H}=1-\dfrac{T_H}{T_H}=1-1=0$.
Este resultado tiene sentido, pues si $T_H=T_c$, las dos fuentes de temperatura son iguales, por lo que la máquina está operando básicamente con una sola fuente de temperatura. Pero hemos visto que una máquina térmica requiere de dos fuentes para trabajar, pues no puede convertir calor en trabajo trabajando en una sola fuente según el planteamiento de Kelvin-Planck de la segunda ley. Cualquier máquina térmica requiere de una diferencia de temperaturas para funcionar, pues necesita expulsar calor a la fuente de menor temperatura. La falta de esta diferencia de temperaturas explica que la eficiencia sea de 0 en este caso.

Si $T_c=0$, entonces la eficiencia será de $\eta=1-\dfrac{T_c}{T_H}=1-\dfrac{0}{T_H}=1$, es decir, de un 100 por ciento. Sin embargo, esto es imposible, pues sabemos que los calores de la máquina y las temperaturas están relacionadas por $\dfrac{|Q_c|}{|Q_H|}=\dfrac{T_c}{T_H}$ y como $T_c=0$, debemos de tener que $\dfrac{|Q_c|}{|Q_H|}=0 \;\Rightarrow\; |Q_c|=0$.

Lo que implicaría que todo el calor $|Q_H|$ se convierte en trabajo y no se pierde nada de calor $|Q_c|$ y la fuente a temperatura T_c ni si quiera entra en juego. Sin embargo, el enunciado de Kelvin Planck indica que es imposible tener un ciclo trabajando en una fuente de temperatura que convierta íntegramente calor en trabajo, por lo que una máquina térmica realizando un ciclo de Carnot no puede tener una de sus fuentes de temperatura a 0K.

Pregunta 4

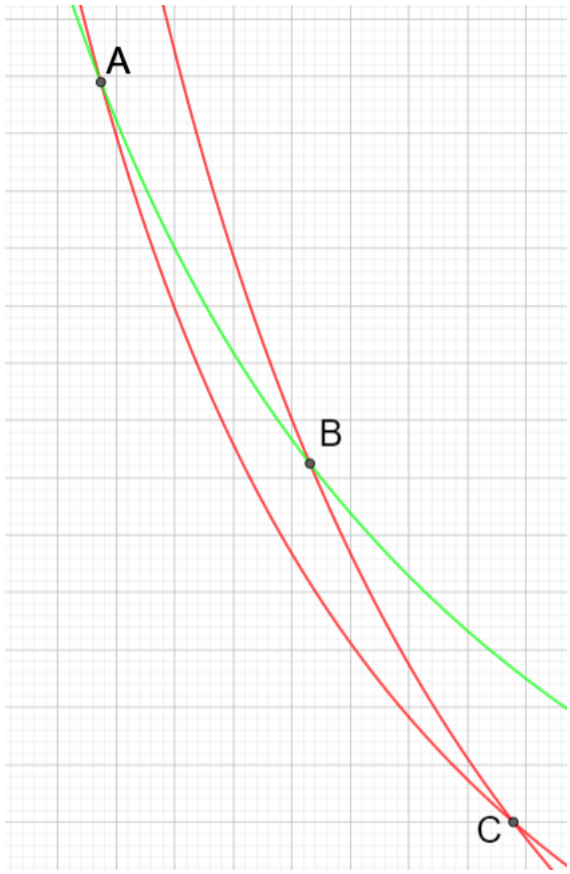
Visualice el ciclo de Carnot para un Gas ideal y discuta cuáles serían las consecuencias de que dos isotermas se cortaran o que dos adiabáticas se cortaran.

Para empezar, sabemos que dos isotermas no se pueden cruzar para un gas ideal. Ya que si dos isotermas con temperaturas T_1, T_2 se cruzan en un mismo punto (P_0, V_0), eso significa que dicho punto tiene asociadas dos temperaturas distintas. Esto contradice lo que hemos discutido en clase de que conocer las variables (P, V) determina completamente el estado del gas, y por tanto su temperatura.

Sin embargo, imaginemos que dos isotermas se cortan y construimos el ciclo de Carnot usándolas junto con una adiabática. Mientras el sistema se encuentra en la primera isoterma (a temperatura T_c digamos), el gas recibe un calor Q_c de la fuente caliente y se expande isotérmicamente hasta un punto (P_0, V_0).

En un sistema en el que las isotermas no se cruzaran, el ciclo de Carnot continuaría luego con una expansión adiabática que nos permitiera enfriar el gas hasta llevarlo a la temperatura de la segunda isoterma T_f. Sin embargo, en este caso las isotermas se cruzan, por lo que no se puede hacer este proceso adiabático para conectar las isotermas, ya que ya están conectadas, y el gas ideal tiene que pasar de la temperatura T_c a T_f sin realizar ningún proceso. Por lo que sería necesario hacer el salto de temperatura de T_c a T_f sin ningún proceso ni cambio de calor o realización de trabajo para que sigamos pudiendo considerarlo un ciclo de Carnot.

Por otro lado, si dos adiabáticas reversibles se cortan en un ciclo de Carnot, podemos terminar el ciclo usando una isoterma como se ve en la siguiente imagen.



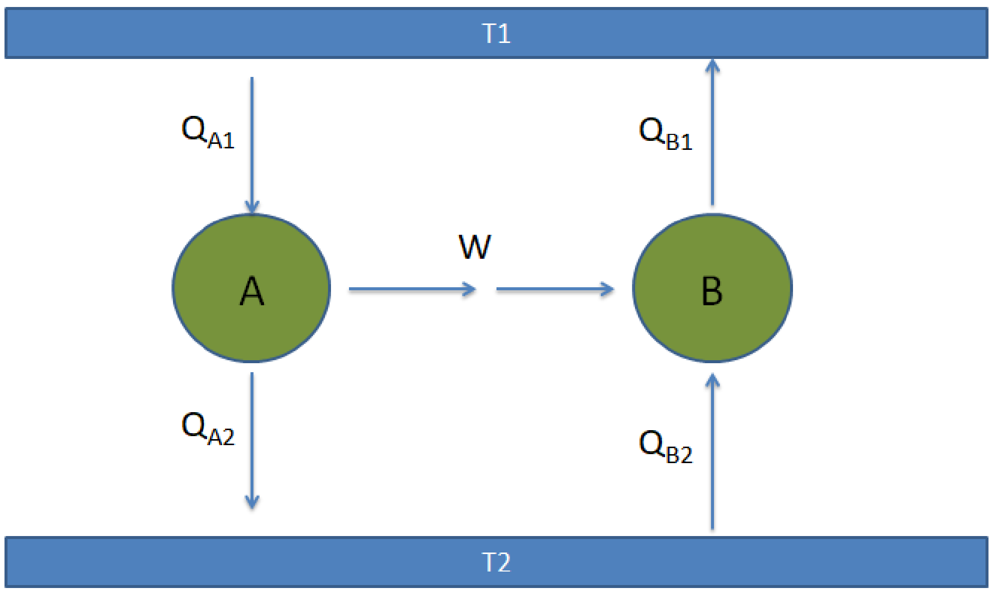
Ciclo de Carnot con isotermas que se cruzan

En la imagen las curvas rojas marcan las adiabáticas que se cruzan en un punto C y la curva verde marca una isoterma. El ciclo consiste en seguir estas curvas para realizar los procesos AB, BC y CA, que forman un ciclo reversible. Sin embargo, dicho ciclo es imposible, pues solamente se está intercambiando calor con una fuente (durante el proceso isotérmico) pues no se intercambia calor durante las adiabáticas. Sin embargo, este ciclo reversible en el que se convierte calor en trabajo intercambiando calor con una sola fuente de temperatura es imposible, pues contradice la formulación de Kelvin-Planck de la segunda ley.

Pregunta 5

Demuestre que 'Todos los motores reversibles que funcionan entre le mismo par de focos térmicos tienen la misma eficiencia térmica'

Para demostrarlo, acoplamos dos motores reversibles A y B que trabajen sobre las mismas fuentes térmicas T_1, T_2 (con $T_1 > T_2$), con B trabajando como un refrigerador como se ve en la siguiente imagen.



Dos máquinas térmicas reversibles acopladas

El motor A recibe una cantidad de calor Q_{A1} de la fuente T_1, expulsa una cantidad de calor Q_{A2} a la fuente T_2 y en el proceso, realiza un trabajo W. El motor B, que funciona como un refrigerador, toma el trabajo W, recibe calor Q_{B2} de la fuente T_2 y expulsa un calor Q_{B1} sobre la fuente T_1.

Como vemos, se operan ambas máquinas de tal forma que usen el mismo trabajo W (la máquina A produce el trabajo W y la máquina B lo recibe). A lo largo del ciclo, la energía total en cada máquina debe de ser 0, por lo que la energía que entra es igual a la que sale, con lo que tenemos que:

- Máquina A: $W + Q_{A_2} = Q_{A1} \quad \Rightarrow \quad W = Q_{A1} - Q_{A2} \quad (1)$
- Máquina B: $W + Q_{B2} = Q_{B1} \quad \Rightarrow \quad W = Q_{B1} - Q_{B2} \quad (2)$

Además, la eficiencia de cada máquina es por definición:

- $\eta_A = \dfrac{W}{Q_{A1}}$
- $\eta_B = \dfrac{W}{Q_{B1}}$

Ahora supongamos que el motor A tiene una eficiencia mayor que la del motor B. Entonces, $\eta_A > \eta_B$, lo que implica que $\dfrac{W}{Q_{A1}} > \dfrac{W}{Q_{B1}} \quad \Rightarrow \quad Q_{B1} > Q_{A1} \quad \Rightarrow \quad Q_{B1} - Q_{A1} > 0 \quad (3)$

Pero igualando (1) y (2), tenemos que:

$$Q_{A1} - Q_{A2} = Q_{B1} - Q_{B2}$$

$$\Rightarrow \quad Q_{A1} - Q_{B1} = Q_{A_2} - Q_{B2}$$

pero por (3), $Q_{A1} - Q_{B1} < 0$, lo cual junto con la igualdad anterior implica:

$$\Rightarrow \quad Q_{A2} - Q_{B2} < 0$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{Q_{A2} < Q_{B2}} \quad (4)$$

Ahora supongamos que consideramos a las dos máquinas A y B como si fueran una sola máquina C, la cual no produce trabajo (pues los trabajos de la máquina A y B se considerarían como trabajos internos en la máquina C).

Esta máquina toma un calor $Q_{B2} - Q_{A2}$ de la fuente T_2, que es un calor positivo por la relación (4). Y entrega un calor $Q_{B1} - Q_{A1}$ a la fuente T_1, sabemos que efectivamente lo entrega porque $Q_{B1} - Q_{A1} > 0$ debido a (3).
Entonces, la máquina C completa toma un calor de la fuente T_2 y lo entrega a la fuente T_1. Es decir, toma calor de una fuente fría y lo entrega a una fuente caliente sin necesidad de que se le aplique trabajo. Esto es imposible por la formulación de Clausius de la segunda ley.

Esto implica que la suposición inicial de que $\eta_A > \eta_B$ no es válida, pues lleva a una imposibilidad.
Igualmente se puede probar que $\eta_B > \eta_A$ tampoco es una suposición válida, lo único que hay que hacer es cambiar de rol a las máquinas A y B (lo cuál es válido porque ambas son reversibles) y análogamente al desarrollo que hicimos antes (con todo el desarrollo igual pero cambiando A y B) llegamos a que suponer $\eta_B > \eta_A$ lleva a una imposibilidad.

Por lo tanto, la única conclusión válida es que $\eta_A = \eta_B$. Esto prueba que todas las máquinas reversibles que funcionan entre dos fuentes térmicas tienen la misma eficiencia térmica.