

FACULTAD DE CIENCIAS  
ÁLGEBRA SUPERIOR I, GRUPO 4002  
CUARTO EXAMEN PARCIAL, TIPO A  
NOVIEMBRE 15 DE 2018

Pregunta	Puntos	Puntuación
1	5	
2	5	
Total	10	

Nombre: \_\_\_\_\_  
Apellido Paterno                      Apellido Materno                      Nombre(s)

Notas:

- 1) El examen dura 1 hora y esta hoja debe entregarse con su nombre.
- 2) Cada respuesta debe ser debidamente **justificada**, de otra forma **no será contabilizada**.

1. (**5 puntos**) Dado  $a \in \mathbb{R}$  definimos el número

$$\lceil a \rceil := \min \{x \in \mathbb{Z} \mid a \leq x\},$$

llamado *menor entero mayor que a*. Definimos la relación  $\sim$  en  $\mathbb{R}$  como sigue: dados  $a, b \in \mathbb{R}$

$$a \sim b \text{ si y sólo si } \lceil a \rceil = \lceil b \rceil.$$

- (a) (2 puntos) Demuestre que  $\sim$  es de equivalencia en  $\mathbb{R}$ .
  - (b) (3 puntos) Dé un conjunto completo de representantes respecto a  $\sim$  y la partición inducida por  $\sim$  en  $\mathbb{R}$ . *Sugerencia: Observe que  $\lceil a \rceil = n$  si y sólo si  $a \in (\mathbf{n} - \mathbf{1}, \mathbf{n}]$ . Además por la propiedad arquimediana, suponemos que, para todo  $x \in \mathbb{R}^+$  existe  $n \in \mathbb{Z}^+$  tal que  $x \in (\mathbf{n} - \mathbf{1}, \mathbf{n}]$ .*
2. (**5 puntos**) Sea  $X = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$  y dados  $m, n \in X$  definimos

$$m < n \text{ si y sólo si } n = mq \text{ para algún } q \in \mathbb{Z} \text{ con } q > 1.$$

- (a) (2 puntos) Demuestre que  $<$  es un orden parcial en  $X$ .
- (b) (2 puntos) Encontrar los elementos maximales, minimales, máximo y mínimo, (si los hay) de  $X$
- (c) (1 punto) Encontrar las cotas inferiores, cotas superiores, supremo e ínfimo, (si los hay), para el subconjunto  $A = \{2, 3\} \subset X$ .