Ecuación de estado y funciones de respuesta: Material Magnético

Para esta investigación nos centraremos en el estudio de un sistema compuesto por un sólido paramagnético. Al igual que en los sistemas vistos en clase, para este sistema contamos con dos variables independientes y una dependiente que se usan para describir al sistema.

Un sólido paramagnético es un material que en presencia de un campo magnético externo, tiende a alinear sus momentos magnéticos en la dirección del campo externo. Sin embargo si no hay ningún campo externo, los momentos magnéticos del cuerpo se orientan al azar, por lo que no su magnetización es cero.

En este sistema, las variables independientes son la Magnetización M y el campo magnético H. Definiremos brevemente estas variables.

Variable ¨x¨: Campo magnético (H):

Los campos magnéticos generados por corrientes se calculan por la ley de Biot-Savarat y la ley de ampere, con lo cual se caracteriza el campo magnético B, medido en Teslas. Sin embargo, cuando los campos externos paran por materiales magnéticos, surgen ambigüedades sobre qué partes del campo provienen de corrientes externas y cuáles las proporciona el material por su cuenta. Es por esto que se define la intensidad de campo magnético, designada por H. Este valor define la influencia que ejercen corrientes externas en el campo magnético de un material, independientemente de la respuesta magnética que tenga el material.

Variable ¨y¨: Magnetización (M):

Para definir la magnetización de un cuerpo, es necesario primero definir el momento magnético. El momento magnético es un vector que representa la fuerza magnética y orientación de un imán o algún objeto que produce un campo magnético. Esta fuerza magnética se define experimentalmente en términos del torque que experimenta el objeto al estar en un campo magnético externo. Finalmente, la magnetización de un cuerpo es una cantidad vectorial que representa la densidad de momentos magnéticos de un cuerpo, es decir la cantidad de momento magnético por unidad de volumen.

Como ya se mencionó, M y H son las variables independientes, y la temperatura es la variable dependiente, es decir existe una función $\Theta=\Theta(M,H)$, que nos lleva a la ecuación de estado: $\Phi(\Theta,M,H)=0$.

Para este sistema encontramos las siguientes funciones de respuesta:

$$\kappa_T = \frac{1}{M}(\frac{\partial M}{\partial h})_T$$

$$\beta = \frac{1}{M}(\frac{\partial M}{\partial T})_H$$

Estas funciones de respuesta son análogas al coeficiente de compresibilidad isotérmica y al coeficiente de expansión térmico isobárico definidos para los fluidos. A partir de esto, obtenemos:

$$dM = \left(\frac{\partial M}{\partial H}\right) dH + \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right) dT$$

Entonces:

$$\frac{dM}{M} = -\beta\, dT + \kappa_T\, dH \qquad ecuacion(2)$$

De manera intuitiva, esperamos que $\left(\frac{\partial M}{\partial H}\right)$ sea una cantidad positiva, ya que si aumentamos el campo, esperaríamos que aumente la magnetización del objeto. Por otro lado, para $\left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)$ la derivada es negativa ya que al aumentar la temperatura a campo magnético constante, la magnetización debe de disminuir.

Como vimos en clase, a partir de estas dos funciones de respuesta, es posible encontrar todas las demás. Otra función de respuesta importante es la susceptibilidad magnética que se define como: $\chi = (\frac{\partial M}{\partial H})_T$

Ahora bien, es posible estudiar estas funciones para un caso muy particular. Podemos observar que las unidades de κ_T Son inversas a las unidades de H y que las unidades de β son inversas a las de T. Con esto, estudiaremos el caso sencillo en que contamos con un material en el que se cumple que:

$$\kappa_T = \frac{1}{H} \qquad\qquad \beta = \frac{1}{T}$$

La primera ecuación implica que si el campo ya es intenso, un aumento en éste no causará un cambio significativo en κ_T y por lo tanto tampoco en la magnetización . La segunda ecuación implica que si la temperatura es alta, un pequeño cambio en ésta no afectará considerablemente a β, por lo que no habrá grandes cambios en la magnetización. Sin embargo, si la temperatura es baja para empezar, un aumento en ella, causará una notable disminución en la magnetización .

Si introducimos las ecuaciones 8 y 9 en la ecuación 2, obtenenmos:

$$\frac{dM}{M} = -\frac{1}{T}\ dT + \frac{1}{H}\ dH$$

Que al integrar se convierte en: $\ln\left(\frac{MT}{H}\right) = \ln(C)$ con C una constante de integración.

Con esto llegamos a la ecuación de Curie: $M = \frac{C}{T}H$ con la que se calcula la magnetización de materiales paramagnéticos (materiales que pierden su magnetización en la ausencia de un campo). La ley indica que los materiales paramagnéticos tienden a volverse cada vez más magnéticos al aumentar el campo aplicado, y cada vez menos magnéticos al elevarse la temperatura. La ley en esta forma sólo es aplicable a campos magnéticos débiles y temperaturas elevadas.