



**Laboratorio de Fenómenos Colectivos.  
Semestre 2020-2.  
Facultad de Ciencias.**

**Dr. Martín Romero Martínez.  
Fis. José Abarca Munguía.**

**Práctica 2  
Velocidad de un Fluido a Presión Atmosférica**

**R. Rangel.  
J. Gallegos.  
I. Santiago.  
T. Basile.  
Grupo: 8144.**

**Universidad Nacional Autónoma de México.**

**Fecha de elaboración: 21 de agosto, 2019.  
Fecha de entrega: 28 de agosto, 2019.**

**Resumen:**

El trabajo muestra los resultados experimentales de medir la velocidad de un chorro de agua que sale de un orificio en la parte baja de un tubo de acrílico, y que sigue una trayectoria parabólica. Analizamos este experimento a través de fotografías y videos, obteniendo así el alcance horizontal del fluido a presión atmosférica y posteriormente la velocidad inicial usando las ecuaciones de movimiento. Esto con el fin de comparar la velocidad inicial obtenida con las ecuaciones de movimiento parabólico y la obtenida con la ecuación de Torricelli.

## I. Introducción

### Marco Teórico

#### *Ecuación de Bernoulli.*

Para describir un fluido, es necesario conocer su velocidad y presión en cada punto de su recorrido. La ecuación de Bernoulli es una relación fundamental de la mecánica de los fluidos que permite justamente encontrar esto. Se aplica únicamente a la aproximación de un fluido estacionario (La velocidad en un punto en particular no varía con el tiempo), no viscoso (no se disipa energía debido a fuerzas viscosas) y no rotatorio (el movimiento del fluido no rota alrededor de algún eje).<sup>[4]</sup>

Un líquido dentro de un recipiente a cierta presión posee energía, la cual permanece constante a través del recorrido de éste. La ecuación de Bernoulli en realidad expresa la conservación de la energía de un fluido.<sup>[3]</sup> El fluido tiene tres tipos de energía:

- Energía Potencial: Que depende de la altitud a la que se encuentra el fluido.
- Energía Cinética: Se refiere a la velocidad con la que se mueve el fluido.
- Energía de Presión: Es la energía relativa a la presión sobre la que está el fluido.

Obtenemos así la ecuación de Bernoulli:

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = cte \quad \text{ecuación (1)}$$

P= Presión [Pa]  
 $\rho$  = densidad [kg/m<sup>3</sup>]  
v = velocidad [m/s<sup>2</sup>]  
y = altura [m]

#### *Principio de Torricelli*

Una aplicación de la ecuación de Bernoulli que caracteriza esta práctica es el principio de Torricelli. En el que se estudia la salida de un

líquido a través de un pequeño orificio en un vaso lleno de agua, bajo la influencia de la gravedad.<sup>[2]</sup>

Para encontrar la velocidad del agua que sale del orificio, se usa la ecuación de Bernoulli. Se aplica la ecuación para un punto en la superficie del líquido y también para otro ubicado en el orificio desde el que sale el agua. Posteriormente se igualan estas dos expresiones ya que según el principio, su valor debe de ser constante. Después de despejar la expresión, se obtiene que la velocidad de salida del fluido es la siguiente función de la altura:

$$v = \sqrt{2gh} \quad \text{ecuación (2)}$$

Esta es la ecuación de Torricelli.

#### *Movimiento Parabólico.*

Por otro lado, también se puede obtener la velocidad con la que sale el fluido del orificio usando las ecuaciones de un movimiento parabólico.

En este tipo de movimiento, el eje horizontal sigue un movimiento rectilíneo uniforme y el eje vertical un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, con la aceleración de la gravedad.<sup>[1]</sup> Es decir:

En el eje y:

$$y(t) = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2}g \cdot t^2 \quad \text{ecuación (3)}$$

En el eje x:

$$x(t) = x_0 + v_{0x} \cdot t \quad \text{ecuación (4)}$$

Para el movimiento que estudiaremos, la velocidad inicial es puramente horizontal, por lo que  $v_{0y} = 0$  con lo cual se puede obtener el tiempo que tarda el agua en caer, que es:

$t_f = \sqrt{\frac{2y_0}{g}}$ . El alcance final será la distancia que se alcanza en x en este tiempo. Es decir:

$$R = v \sqrt{\frac{2y_0}{g}} \quad \text{ecuación (5)}$$

- Agua
- Flexómetro (Marca Truper)
- Cámara de teléfono
- Soporte universal
- Pinza de 3 dedos
- Franela
- Maskin tape

## Objetivos

El objetivo general de la práctica es modelar el movimiento parabólico de un líquido que sale de un tubo de acrílico a través de un orificio circular cerca de su base.

El objetivo particular es: partiendo de 5 distintos niveles iniciales de agua en el tubo, obtener en cada caso la velocidad con la que sale disparado el fluido.

Esta velocidad se obtendrá con dos métodos distintos. El primero será midiendo el alcance del fluido y posteriormente usar la *ecuación (5)* para conseguir la velocidad de salida del fluido. El segundo método será usar directamente la ecuación de Torricelli a partir del conocimiento de la altura del fluido. Finalmente compararemos los resultados obtenidos con cada uno de los métodos.

## II. Desarrollo experimental

### Material

- Probeta de 1L
- Vernier
- Probeta de 250 mL ( $\pm 0.1$  mL)
- Vaso de precipitado de 600 mL



Imagen 1: Materiales

### Montaje experimental.

1. Colocar marcas de 5, 10, 15, 20 y 25cm en el tubo de acrílico con ayuda del masking tape, comenzando del orificio pequeño y continuando hacia arriba. Esto para poder colocar la cantidad correcta de agua en cada caso.
2. Colocar el tubo de acrílico de forma vertical sobre la mesa.
3. Cubrir la mesa con la franela, en la parte de enfrente del orificio pequeño.
4. Extender el flexómetro sobre la mesa y fijarlo colocando el cero de éste a ras del tubo de acrílico, procurando que no quede frente al orificio pequeño, pero si a un costado, a manera que permita medir en línea recta del punto debajo del orificio.

### Procedimiento

1. Medir la altura a la que se encuentra el orificio pequeño del tubo de acrílico con respecto a la base de la mesa y registrar dicha medida.
2. Obstruir el orificio pequeño con un dedo para poder añadir agua al tubo hasta llegar a la marca de 5cm anteriormente colocada.
3. Dejar salir el agua del tubo desde el orificio.
4. El agua comenzara a salir de forma parabólica, con punto inicial en el orificio, observar el alcance horizontal que tiene la parábola y registrar la medida realizada con ayuda del flexómetro que antes se fijó.
5. Una vez concluida la observación del alcance horizontal, realizar nuevamente el punto 2, 3 y 4, llenando el tubo a 10, 15, 20 y 25cm, guiándose de las marcas colocadas con masking tape.

6. Al terminar el análisis de todas las alturas, utilizar las ecuaciones de tiro parabólico para calcular la velocidad inicial con la que sale cada chorro de agua.

7. Nuevamente calcular la velocidad inicial de cada chorro, pero esta vez utilizando la ecuación de Torricelli.

8. Comparar los resultados obtenidos en los pasos 6 y 7 y registrar las discrepancias entre cada resultado.

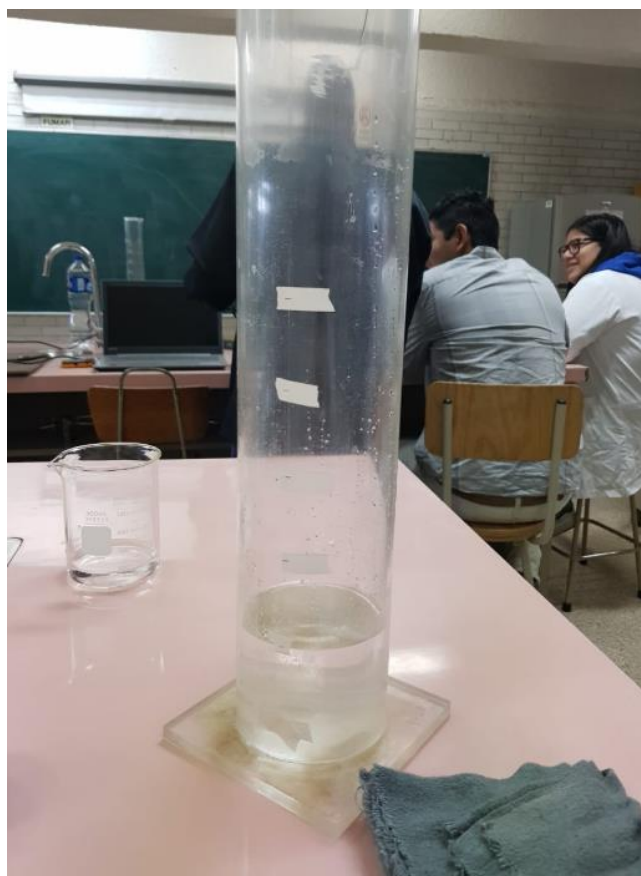


Imagen 2: Montaje experimental

### III. RESULTADOS

Primero para cada altura (h) de agua que marcamos en el tubo de acrílico, medimos el alcance (R) del chorro de agua que sale disparado por el orificio inferior del tubo. Para cada una de las alturas obtuvimos los siguientes resultados:

*Altura 1:  $h=0.05 \pm 0.0005$  m*

Alcance a altura $h=0.05$ m ( $\pm 0.0005$ m)	
1	0.062m
2	0.067m
3	0.059m
4	0.064m
5	0.065m
promedio:	$0.063 \pm 0.004$ m

**Tabla 1**



**Imagen 3: Alcance del agua desde altura 1**

*Altura 2:  $h=0.10 \pm 0.0005$  m*

Alcance a altura $h=0.1$ m ( $\pm 0.0005$ m)	
1	0.109m
2	0.108m
3	0.106m
4	0.107m
5	0.110m
promedio:	$0.108 \pm 0.002$ m

**Tabla 2**



**Imagen 4: Alcance del agua desde altura 2**

*Altura 3:  $h=0.15 \pm 0.0005$  m*

Alcance a altura $h=0.15$ m ( $\pm 0.0005$ m)	
1	0.132m
2	0.134m
3	0.132m
4	0.131m
5	0.133m
promedio:	$0.0132 \pm 0.002$ m

**Tabla 3**



**Imagen 5: Alcance del agua desde altura 3**

*Altura 4:  $h=0.20 \pm 0.0005$  m*

Alcance a altura $h=0.20$ m ( $\pm 0.0005$ m)	
1	0.171m
2	0.172m
3	0.165m
4	0.170m
5	0.169m
promedio:	$0.169 \pm 0.004$ m

**Tabla 4**

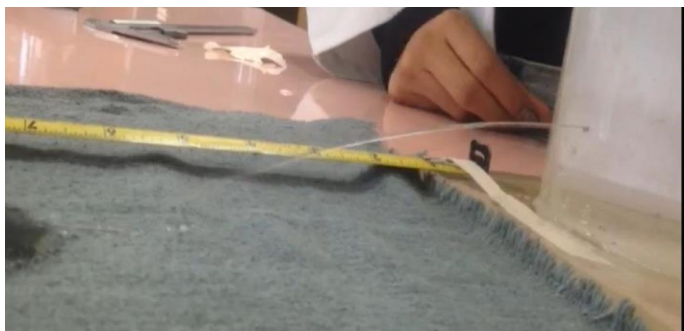


Imagen 6: Alcance del agua desde altura 4

Altura 5:  $h=0.25 \pm 0.0005 \text{ m}$

Alcance a altura $h=0.25\text{m}$ ( $\pm 0.0005\text{m}$ )	
1	0.184m
2	0.181m
3	0.176m
4	0.184m
5	0.180m
promedio:	$0.181 \pm 0.005 \text{ m}$

Tabla 5



Imagen 7: Alcance del agua desde altura 5

A partir de estos datos, podemos calcular la velocidad inicial con la que había salido el líquido usando la ecuación:  $v = R \sqrt{\frac{g}{2y_0}}$  que es un despeje de la ecuación 5.

Donde R es el alcance del líquido,  $y_0$  la altura del agujero con respecto a la mesa. Esta altura es:  $y_0 = 0.0385 \pm 0.0005 \text{ m}$ . Que fue medida usando el flexómetro.

Para esta ecuación en la que  $v$  depende de dos medidas con sus incertidumbres, podemos calcular la incertidumbre de  $v$  como:

$$\Delta v = \left| \frac{\partial v}{\partial R} \right| \Delta R + \left| \frac{\partial v}{\partial y_0} \right| \Delta y_0$$

$$\text{Es decir: } \Delta v = \sqrt{\frac{g}{2y_0}} \Delta R + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{2y_0^3}} R \Delta y_0$$

Con estos resultados podemos construir la siguiente tabla que contiene las velocidades de salida del fluido para las distintas alturas.

$h \text{ [m]}$ ( $\pm 0.0005\text{m}$ )	Alcance: $R \text{ [m]} (\pm 0.0005\text{m})$	$v \text{ [m/s]}$
0.05	$0.063 \pm 0.004 \text{ m}$	$0.71 \pm 0.049$
0.1	$0.108 \pm 0.002 \text{ m}$	$1.22 \pm 0.030$
0.15	$0.132 \pm 0.002 \text{ m}$	$1.50 \pm 0.032$
0.2	$0.169 \pm 0.004 \text{ m}$	$1.90 \pm 0.057$
0.25	$0.181 \pm 0.005 \text{ m}$	$2.04 \pm 0.069$

Tabla 6: Alcance y velocidad inicial a cada altura



Por otro lado, calcularemos la velocidad con la que sale el líquido del orificio, pero usando la ecuación de Torricelli. Con la cual tenemos

$$v = \sqrt{2gh} \text{ y por lo tanto } \Delta v = \sqrt{\frac{g}{2h}} \Delta h. \text{ Con}$$

lo que obtenemos la siguiente tabla.

h [m] ( $\pm 0.0005\text{m}$ )	v [m/s]
0.05	0.99 $\pm$ 0.049
0.1	1.40 $\pm$ 0.035
0.15	1.71 $\pm$ 0.028
0.2	1.98 $\pm$ 0.024
0.25	2.21 $\pm$ 0.022

Tabla 7: Velocidad inicial a cada altura, con ecuación Torricelli

Podemos resumir todos estos datos en la siguiente tabla. Aquí se compara la velocidad calculada con la ecuación de Torricelli (Tabla 7) y la velocidad calculada experimentalmente con las ecuaciones de movimiento parabólico (Tabla 6)

h [m] ( $\pm 0.0005\text{m}$ )	Velocidad con ecuación de Torricelli [m/s]	Velocidad experimental con ecuaciones de movimiento [m/s]
0.05	0.99 $\pm$ 0.049	0.71 $\pm$ 0.049
0.1	1.40 $\pm$ 0.035	1.22 $\pm$ 0.030
0.15	1.71 $\pm$ 0.028	1.50 $\pm$ 0.032
0.2	1.98 $\pm$ 0.024	1.90 $\pm$ 0.057
0.25	2.21 $\pm$ 0.022	2.04 $\pm$ 0.069

Tabla 8: Comparación de las velocidades

Para comparar estos resultados de una forma más ilustrativa, graficaremos ambas curvas en un mismo plano. Sabemos que los datos de Torricelli seguirán la ecuación (2). Sin embargo, para los datos experimentales, usaremos la linealización de una relación potencial.

La gráfica comparativa se presenta en la Gráfica 1 del apéndice.

Para la velocidad teórica, sabemos que se sigue la ecuación de Torricelli:

$$v = 4.4152 h^{0.5} \quad (\text{Ecuación de Torricelli})$$

La linealización de los datos experimentales se encuentra en el apéndice y da como resultado la siguiente relación potencial:

$$v = (4.82 \pm 0.04) h^{0.58 \pm 0.04} \quad (\text{Ecuación Experimental})$$

#### IV. Observaciones

Observamos que tal como se menciona en el marco teórico, la velocidad de salida es una función potencial de la altura del agua.

Al realizar el análisis de las parábolas formadas por los chorros de agua que salían del tubo de acrílico, realmente fue muy sencillo medir el alcance horizontal que éstas tenían. Podemos decir que la medida de dicha longitud medida con el flexómetro, considerando su respectiva incertidumbre, nos proporcionó datos bastante satisfactorios para fines prácticos, ya que su incertidumbre es muy baja.

Notemos el hecho de que los resultados obtenidos con el principio de Torricelli coinciden bastante bien con los que obtuvieron de la ecuación de tiro parabólico. Esto se debe también a la relación que existe entre la ecuación de Torricelli con las ecuaciones del movimiento parabólico.

Para aclarar este punto, podemos usar las ecuaciones 3 y 4 del marco teórico, para llegar a una ecuación de la caída libre del agua. Obtenemos que:

$$v_y^2 = v_{oy}^2 + 2g(y_2 - y_1) \quad \text{ecuación 6}$$

La velocidad en cualquier punto de un cuerpo en caída libre, depende de su velocidad inicial ( $v_{oy}$ ), la aceleración gravitacional ( $g$ ) y la longitud de la distancia recorrida ( $y_2 - y_1$ ) =  $h$ . La altura a la que se encuentra el cuerpo (que en caso del agua sería la altura del orificio hasta la superficie del líquido). Obtenemos:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Que es la ecuación de Torricelli. Es decir, la velocidad con la que sale el fluido del agujero es igual a la velocidad que tendría después de caer desde la altura de la superficie hasta la altura del orificio. Esto muestre una conexión entre las ecuaciones de movimiento y la ecuación de Torricelli.

Finalmente, cabe mencionar que las medidas realizadas para una misma altura varían muy levemente, esto debido a la reproducibilidad de las condiciones en que se obtuvieron y la baja incertidumbre de los métodos de medición.

## V. CONCLUSIÓN

Se cumplieron los objetivos ya que obtuvimos las velocidades de salida del agua teóricamente con la ecuación de Torricelli y experimentalmente con el análisis del movimiento parabólico. Ahora comparamos los datos experimentales y teóricos para encontrar el error porcentual en cada altura.

Para  $h=0.05\text{m}$

$$\text{Diferencia porcentual: } \frac{|0.99-0.71|}{0.99} * 100\% = 28.28\%$$

Para  $h=0.10\text{m}$

$$\text{Diferencia porcentual: } \frac{|1.40-1.22|}{1.40} * 100\% = 12.85\%$$

Para  $h=0.15\text{m}$

$$\text{Diferencia porcentual: } \frac{|1.71-1.50|}{1.71} * 100\% = 12.22\%$$

Para  $h=0.20\text{m}$

$$\text{Diferencia porcentual: } \frac{|1.98-1.90|}{1.98} * 100\% = 4.04\%$$

Para  $h=0.25\text{m}$

$$\text{Diferencia porcentual: } \frac{|2.21-2.04|}{2.21} * 100\% = 7.69\%$$

Podemos notar que a mayor altura, la diferencia porcentual es menor, esto debido a que al ser mayor la presión, el líquido sale a mayor velocidad. Lo que disminuye el efecto de variables no contempladas como la adherencia del líquido a las orillas del orificio.

Así mismo pudimos comprobar experimentalmente lo que decía el marco teórico acerca de que a mayor alcance, mayor velocidad, como podemos ver en la tabla 6, debido a que la altura del agua es mayor y por ende, la presión también.

Finalmente concluimos que el experimento resultó bastante acertado al notar que la diferencia entre ambas velocidades comparadas, no fue muy grande, en especial para las mayores alturas.

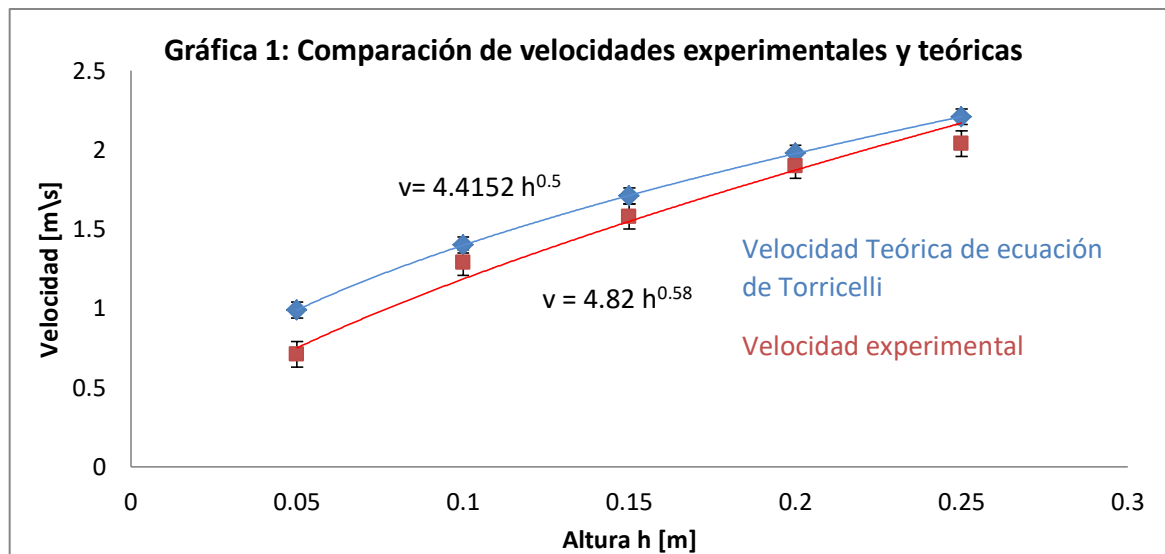
## VI. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Alonso M., Physics, Addison Wesley Longman Limited, England 1992.
- [2] G. Carmona, Termodinámica Clásica, Fac. de Ciencias-UNAM, México (2007).
- [3] Ingard, U., Kraushaar, W.I., Introducción al estudio de la mecánica, materia y ondas, Reverté, S.A., México (1973).
- [4] Halliday & Resnick, Physics, Addison-Wiley, USA, 2004.



# Apéndice

## Gráfica A1



## Linealización de los datos de la Tabla 6

A partir de los datos de la tabla 6, podemos suponer que existe una relación potencial entre las variables  $h$  y  $v$ . Es decir, una relación de la forma:  $v = b * h^m$ . Calculamos el logaritmo natural de ambos lados para obtener una relación lineal:  $\ln(v) = \ln(b) + m \ln(h)$ . De donde se obtiene la siguiente tabla

$\ln(h)$	$\ln(v)$
-2.99	-0.342
-2.301	0.254
-1.897	0.457
-1.609	0.641
-1.386	0.712

Tabla A1: Linealización de los datos experimentales

Aplicar el método de mínimos cuadrados a estos datos da como resultados:

$$\ln(b) = 1.51 \pm 0.02$$

$$m = 0.58 \pm 0.01$$

Entonces:  $\ln(v) = (1.51 \pm 0.02) + (0.58 \pm 0.04) \ln(h)$ , lo que lleva a la siguiente relación potencial:

$$v = (4.82 \pm 0.04) h^{0.58 \pm 0.04}$$

