IFC Tomás Ricardo Basile Álvarez Tarea 1

1. a) ¿A qué fenómeno se le conoce como la catástrofe ultravioleta?

Se le conoce así al resultado teórico de Rayleigh - Jeans para el problema de radiación de cuerpo negro. Ellos usaron postulados clásicos para obtener la densidad de energía emitida por el cuerpo negro como función de la frecuencia ν.

Obtuvieron que la densidad de energía emitida en frecuencias entre ν y $\nu + d\nu$ es de:

$$u(\nu)\,d\nu = \frac{8\pi K T}{c^3} \nu^2 d\nu$$

El problema es que esta ecuación predice que para frecuencias altas (como para ultravioleta por ejemplo), la densidad de energía emitida es muy alta y tiende a infinito conforme $\nu \to \infty$

Esto es obviamente erróneo porque un cuerpo negro no irradia energía infinita.

A esta discrepancia entre resultados teóricos obtenidos con física clásica y la información experimental es lo que se conoce como "crisis del ultravioleta".

Se llama "del ultravioleta" porque son las frecuencias a partir de las que la fórmula de Rayleigh - Jeans falla muy notablemente.

b) A partir de la fórmula de radiación de Planck, encuentra la de Rayleigh - Jeans.

La ecuación de Planck de radiación de cuerpo negro es: $u(\nu)\,d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/KT} - 1}$

Ahora aproximamos esta ecuación para frecuencias bajas (en las que la ecuación de Rayleigh - Jeans sí funciona) Para ver si recuperamos la ecuación de Rayleigh - Jeans.

Para ser más precisos, con "frecuencias bajas" me refiero a frecuencia ν tales que $\frac{h\nu}{KT} << 1$

Con esta condición, calculamos la serie de Taylor de $e^{h\nu/KT}$

$$e^{h\nu/KT} = 1 + \frac{h\nu}{KT} + \frac{(h\nu/KT)^2}{2!} + \frac{(h\nu/KT)^3}{3!} + \dots$$

Podemos olvidarnos de los términos a partir del cuadrático porque $\frac{h\nu}{KT} << 1$

$$\rightarrow e^{h\nu/KT} \approx 1 + \frac{h\nu}{KT}$$

Usamos esta aprox. para la ecuación de Planck:

$$u(\nu)\,d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/KT} - 1} \approx \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3 d\nu}{\left(1 + \frac{h\nu}{KT}\right) - 1} = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3 d\nu}{\frac{h\nu}{KT}}$$

$$= \frac{8\pi K T}{c^3} \nu^2 d\nu \quad \leftarrow \text{Distribución de Rayleigh - Jeans}$$

Lo que prueba que la fórmula de Rayleigh - Jeans es una aproximación de la de Planck para el caso en que $\frac{h\nu}{KT} << 1$

c) Exprese la fórmula de radiación de Planck en términos de λ.

Tenemos la fórmula para frecuencia ν, $u(\nu)\,d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3\,d\nu}{e^{h\nu/kT}-1}$

y usamos la relación entre λ y ν que es $c = \lambda\nu \rightarrow \nu = c/\lambda$

Pero también necesitaremos sustituir el diferencial. Lo obtenemos derivando $\rightarrow$ $d\nu = -\frac{c}{\lambda^2}\,d\lambda$

Ignoramos el signo menos porque $d\nu$ es el ancho del intervalito $[\nu, \nu + d\nu]$ y sólo necesitamos su magnitud.

Sustituimos en la ley de Planck $\rightarrow$ $u(\lambda)\,d\lambda = \frac{8\pi h}{c^3}\left(\frac{(c/\lambda)^3\left(c/\lambda^2\,d\lambda\right)}{e^{h(c/\lambda)/kT}-1}\right)$

$$= \frac{8\pi h}{c^3} \frac{c^4}{\lambda^5\left(e^{hc/\lambda kT}-1\right)}\,d\lambda = \boxed{8\pi h \frac{c}{\lambda^5\left(e^{hc/\lambda kT}-1\right)}\,d\lambda}$$

2. a) ¿Por qué la teoría ondulatoria de la luz no puede explicar el efecto fotoeléctrico?

Porque no coincide con los experimentos.

La teoría ondulatoria establece que la energía de la luz es proporcional a su amplitud. También establece que la energía está distribuida en la onda de luz y que la puede transferir de forma contínua a electrones.

Digamos que hacemos incidir luz de cierta intensidad en una placa y medimos la energía cinética máxima ($KE_{máx}$) con la que salen los fotoelectrones. (podemos hacer esto haciendo pasar a los electrones por una zona con un voltaje retardante y variarlo hasta ver cuál es el voltaje máximo que logran atravesar)

Según la teoría ondulatoria, si hacemos incidir luz de intensidad I, en la placa, saldrán cierto número de fotoelectrones y con cierta $KE_{máx}$. Si ahora duplicamos la intensidad de la luz a $2I$, la teoría ondulatoria predice que saldrán más fotoelectrones y con más energía cinética máxima porque la onda les habrá donado más energía.

Sin embargo, esto no es lo que vemos experimentalmente. Experimentalmente se observa que la KE_{max} es siempre la misma sin importar la intensidad I de la luz (para una frecuencia fija).

Esto contradice a la teoría ondulatoria y sólo se puede resolver si suponemos que la luz transfiere energía en paquetes fijos y no de forma contínua.

3)a)

2. b) Una superficie de metal iluminada por luz de 8.5×10^{14} Hz y emite electrones con máxima energía de 0.52eV. La misma superficie iluminada con luz de 12.0×10^{14} Hz emite electrones de máxima energía 1.97eV. A partir de estos datos obtenga la constante de Planck y la función de trabajo.

Cuando llega luz de frecuencia ν al metal, le transfiere energía $h\nu$ a los electrones. (h = cte de Planck)
Luego, deben de salir del metal, para lo que los electrones realizan un trabajo de por lo menos ϕ (ϕ = función de trabajo)

Entonces, salen con una energía máxima de $KE_{max} = h\nu - \phi$ ... (1)

Luego, para el problema tenemos dos pares de datos: $\nu_1 = 8.5\times10^{14}$ Hz, $KE_{max_1} = 0.52$eV
$\nu_2 = 12.0\times10^{14}$ Hz, $KE_{max_2} = 1.97$eV

Usando (1), esto nos lleva a dos ecuaciones con dos variables (h, ϕ)

$$KE_1 = h\nu_1 - \phi$$
$$KE_2 = h\nu_2 - \phi$$

Despejamos ϕ en la primera $\rightarrow$ $\phi = h\nu_1 - KE_1$ (2) y sustituimos esto en la segunda:

$$KE_2 = h\nu_2 - (h\nu_1 - KE_1) \rightarrow KE_2 - KE_1 = h(\nu_2 - \nu_1)$$

$$\rightarrow h = \frac{KE_2 - KE_1}{\nu_2 - \nu_1}$$

y sustituimos esta h en (2): $\phi = \frac{KE_2 - KE_1}{\nu_2 - \nu_1}\nu_1 - KE_1$

Sustituyendo los datos, tenemos:

muy cercano al valor verdadero ✓

$$h = \frac{KE_2 - KE_1}{\nu_2 - \nu_1} = \frac{1.97eV - 0.52eV}{12.0\times10^{14}\,Hz - 8.5\times10^{14}\,Hz} = 4.143\times10^{-15}\ eV\cdot s$$

$$\phi = \frac{KE_2 - KE_1}{\nu_2 - \nu_1}\nu_1 - KE_1 = \frac{1.97eV - 0.52eV}{12\times10^{14}\,Hz - 8.5\times10^{14}\,Hz}(8.5\times10^{14}\,Hz) - 0.52eV = 3.00\ eV$$

3.a, ¿Cuál es la máxima longitud de onda de la luz que ocasiona emisión de electrones en el sodio?

La luz transmite una energía $h\nu = h\left(\frac{c}{\lambda}\right)$ a los electrones.

según la tabla 2.1 del Beiser.

Luego, los electrones tienen que hacer un trabajo $\phi = 2.3\ eV$ para salir de la superficie

Por tanto, la longitud de onda máxima será aquélla que le de a los electrones justo la energía necesaria para salir de la superficie. i.e:

$$h\left(\frac{c}{\lambda_{max}}\right) = \phi$$

$$\rightarrow \lambda_{max} = h\frac{c}{\phi}$$

Sustituimos $\lambda_{máx} = (4.1356 \times 10^{-15}\ eV \cdot s)\left(\frac{3 \cdot 10^{8}\ m/s}{2.3\ eV}\right) = \underline{5.3943 \times 10^{-7}\ m}$

3.b) ¿Cuál será la máxima energía cinética de los fotoelectrones si luz de 200 nm incide sobre una superficie de sodio?

La luz transmite una energía $h\nu = h\left(\frac{c}{\lambda}\right)$ a los electrones

y luego estos gastan por lo menos un trabajo $\phi = 2.3\ eV$ para salir del sodio

Así, quedan con una energía máxima de $h\left(\frac{c}{\lambda}\right) - \phi$

Sustituimos $KE_{máx} = h\left(\frac{c}{\lambda}\right) - \phi = (4.1356 \times 10^{-15}\ eV \cdot s)\left(\frac{3 \cdot 10^{8}\ m/s}{200 \cdot 10^{-9}\ m}\right) - 2.3\ eV = \underline{3.90\ eV}$

4.a) ¿Qué es el fenómeno de Bremsstrahlug?

Se llama así a la radiación que emiten electrones al frenarlos bruscamente. Esto sucede porque según la teoría electromagnética, una carga acelerada emite ondas electromagnéticas. Si un electrón es frenado rápidamente (quizá porque choca contra una placa como en el experimento para generar rayos X) entonces claramente sufrió una alta aceleración y es por esto que emite radiación según la teoría electromagnética.

4.b) Para qué es útil la ley de Bragg?

La ley de Bragg dice que si la estructura de un material está formada por planos separados una distancia d y le irradiamos luz a un ángulo θ y longitud de onda λ, entonces la luz 'rebotada' por el material tendrá una intensidad máxima (interferencia constructiva) si:

$$2d \sin\theta = n\lambda \qquad \text{para } n = 1, 2, \ldots$$

Con esto, si conocemos la distancia d entre planos adyacentes de un cristal y queremos determinar la longitud de onda λ de un haz de Luz, Podemos hacer incidir la luz en el cristal y buscar los máximos de intensidad según el ángulo θ. Luego, con la ley de Bragg obtener el valor de λ.

O al revés, si conocemos el λ de un haz de luz, lo podemos hacer incidir en un cristal y usar la ley de Bragg para descubrir la distancia entre planos del cristal.

5) ¿Qué voltaje debe ser aplicado a un tubo de rayos X para que emita radiación con $\lambda_{min} = 30pm$?

Los electrones del tubo de rayo X con un voltaje V_0 llegarán a la placa de Tungsteno con energía eV_0

Si queremos que el fotón emitido tenga longitud de onda mínima, esto implica que debe de quedarse con la mayor cantidad de energía posible del electrón

(menos $\lambda \Leftrightarrow$ más energía)

Entonces, el fotón debe de salir con toda la energía eV_0. Pero la energía de un fotón como función de λ es $h\nu = hc/\lambda_{min}$

$$\Rightarrow \quad eV_0 = hc/\lambda_{min}$$

$$\rightarrow \quad V_0 = \frac{hc}{e\lambda_{min}}$$

Sustituimos: $$V_0 = \frac{(4.1356\times10^{-15}\,eV\cdot s)(3\times10^{8}\,m/s)}{e\,(30\times10^{-10}\,m)}$$

$$= \frac{1.2406\times10^{-6}\ V\cdot m}{30\times10^{-10}\ m}$$

$$= \underline{413.53\ \text{Volts}}$$

6. El ángulo mínimo de difracción de Bragg en el KCl es 28.4° para rayos-X de 0,30 nm
Encuentre la distancia entre planos para esta familia de planos del KCl

Según la ley de Bragg, los máximos de interferencia se encuentran cuando:

$$2d \operatorname{sen}\theta = n\lambda \qquad \text{con } n = 1, 2, 3, \ldots$$

donde λ es la longitud de onda de la luz
θ el ángulo de incidencia
y d la distancia entre planos del cristal

$$\Rightarrow \quad d = \frac{n\lambda}{2\operatorname{sen}\theta}$$

El problema nos dice que $\theta = 28,4°$ es el ángulo mínimo de difracción y por tanto corresponde a $n=1$
Así que es el primer ángulo

$$\rightarrow \quad d = \frac{\lambda}{2\operatorname{sen}\theta}$$

Sustituimos: $d = \dfrac{0.30\,nm}{2\operatorname{Sen}(28.4)} = \underline{0.315\ nm}$

7 a) En un experimento de efecto Compton, rayos-x monocromáticos con longitud de onda 55.8 pm son desviados a 46°. Encuentre la longitud de onda de la luz desviada.

Por la ecuación de Compton que deducimos en clase, tenemos:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\phi)$$

Con: λ = longitud de onda inicial (de la luz incidente) (55.8 pm)
λ' = longitud de onda final (la luz desviada)
h = cte planck
m = masa electrón
c = Velocidad de la luz
ϕ = ángulo de desviación. (46°)

Entonces, $$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1-\cos\phi)$$

Reemplazamos $$\lambda' = 55.8\times10^{-12}m + \frac{6.626\times10^{-34}\ J\cdot s}{(9.109\times10^{-31}kg)(3\times10^{8}m/s)}(1-\cos(46°))$$

$$= 56.54\times10^{-12}m = \underline{56.54\ pm}$$

7.b) Encuentre la energía de un fotón que puede impartir a un electrón una energía máxima de 50 KeV

Partimos de la ecuación de compton : $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi)$

Para que el fotón imparta la mayor cantidad de energía, la longitud de onda debe de cambiar lo más posible tras la colisión (así el electrón se lleva toda esa energía)

Viendo la ecuación, notamos que esto sucede cuando $\phi = 180°$

$$\rightarrow \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos(180°)) = \frac{2h}{mc} \quad \rightarrow \quad \lambda' = \lambda + \frac{2h}{mc} \quad (1)$$

Ahora bien, el fotón llega con una longitud de onda λ y por tanto, con energía $h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ y sale con longitud de onda λ' y con energía $h\nu' = \frac{hc}{\lambda'}$

La diferencia entre estas energía es la energía que se lleva el electrón ($KE = 50\,KeV$ $= 8.019\times10^{-15}\,J$)

Conservación energía

$$\Rightarrow KE = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'}$$

$$\rightarrow KE = hc\left[\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + 2h/mc}\right] \quad \leftarrow \text{por (1)}$$

$$\rightarrow KE = hc\left[\frac{\lambda + 2h/mc - \lambda}{\lambda(\lambda + 2h/mc)}\right] = hc\left[\frac{2h/mc}{\lambda^2 + 2h/mc\,\lambda}\right]$$

$$\rightarrow KE\left[\lambda^2 + \frac{2h}{mc}\lambda\right] = 2h^2/m$$

$$\rightarrow \lambda^2 + \left(\frac{2h}{mc}\right)\lambda - \frac{2h^2}{mKE} = 0 \quad \leftarrow \text{Ecuación de } 2^{do} \text{ grado para } \lambda$$

Resolvemos con chicharronera:

$$\lambda = \frac{-\frac{2h}{mc} \pm \sqrt{\frac{4h^2}{m^2c^2} + \frac{8h^2}{mKE}}}{2} \quad \leftarrow$$

Elegimos la solución positiva porque es la que tiene sentido físico.

$\Rightarrow$ Energía del fotón : $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc\,(2)}{-\frac{2h}{mc} + \sqrt{\frac{4h^2}{m^2c^2} + \frac{8h^2}{mKE}}}$

$$= \frac{2hc}{-\frac{2h}{mc} + \frac{2h}{mc}\sqrt{1 + \frac{2mc^2}{KE}}} = \frac{mc^2}{-1 + \sqrt{1 + \frac{2mc^2}{KE}}}$$

Sustituimos: $E = \frac{mc^2}{-1 + \sqrt{1 + \frac{2mc^2}{KE}}} = \frac{(9.109\times10^{-31}\,kg)(3\times10^8\,m/s)^2}{-1 + \sqrt{1 + \frac{2(9.109\times10^{-31}\,kg)(3\times10^8\,m/s)^2}{8.019\times10^{-15}\,J}}} = 2.2577\times10^{-14}\,J$ $= \boxed{140.9\,keV}$

8. Un fotón de frecuencia ν es dispersado por un electrón en reposo. Verifique que la máxima energía cinética del electrón es:

$$KE_{max} = \frac{2h^2\nu^2}{mc^2}\left(1+\frac{2h\nu}{mc^2}\right)^{-1}$$

Sabemos que $\lambda' - \lambda = h/mc \, (1-\cos\phi)$

La máxima energía cinética que le puede dar al electrón sucede cuando el fotón pierde la máxima energía posible que sucede cuando cambia más su longitud de onda. Es decir, cuando $\lambda' - \lambda$ es máximo

Por (1) esto sucede cuando $\phi = 180°$, con lo que:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos(180)) = 2h/mc \rightarrow \lambda' = \lambda + \frac{2h}{mc} \quad (1)$$

Por otro lado, la energía inicial del fotón es $h\nu$ y la energía final del sistema es $h\nu' + KE$ (con KE = energía del electrón)

$\rightarrow$ Por conservación de la energía: $h\nu = h\nu' + KE$ ... (2)

Podemos expresar (1) en término de frecuencias como $\frac{c}{\nu'} = \frac{c}{\nu} + \frac{2h}{mc} = \frac{mc^2 + 2h\nu}{mc\nu}$

$$\rightarrow \nu' = \frac{mc^2\nu}{mc^2 + 2h\nu}$$

Ahora sustituimos esto en (2), con lo cual podemos obtener la KE_{max}

$$\rightarrow h\nu = h\left(\frac{mc^2\nu}{mc^2+2h\nu}\right) + KE_{max}$$

$$\rightarrow KE_{max} = h\left[\nu - \frac{mc^2\nu}{mc^2+2h\nu}\right] = h\left[\frac{mc^2\nu + 2h\nu^2 - mc^2 h}{mc^2 + 2h\nu}\right]$$

$$= \frac{2h^2\nu^2}{mc^2+2h\nu} = \frac{2h^2\nu^2}{mc^2\left[1+\frac{2h\nu}{mc^2}\right]}$$

$$= \frac{2h^2\nu^2}{mc^2}\left[1+\frac{2h\nu}{mc^2}\right]^{-1}$$

9. a) Un positrón con una energía cinética de 2000 MeV colisiona con un electrón en reposo y ambos son aniquilados. Dos fotones son producidos: uno se mueve en la misma dirección que tenía el positrón y el otro en la dirección opuesta. Encuentra las energías de los fotones

Llamamos fotón 1 al que sale en el mismo sentido que el positrón y 2 al otro

Planteamos la conservación del momento:

- Momento inicial = momento positrón = P

momento del fotón que sale en misma dirección $\rightarrow$

- Momento final = momento de los dos fotones = $P_1 - P_2$

momento del fotón en dirección opuesta.

$\rightarrow$ $\underline{P = P_1 - P_2}$ ... (1)

Conservación de energía:

- Energía Inicial: Energía Total del positrón más energía en reposo del electrón $= \underbrace{\underbrace{E}_{\text{Energía cinética de positrón} = 2000\,\text{MeV}} + \underbrace{mc^2}_{\text{Energía reposo positrón}}}_{\text{Energía total positrón}} + \underbrace{mc^2}_{\text{Energía reposo electrón}}$

con m = masa de electrón / positrón.

- Energía final: Energía de fotones $= \underbrace{E_1}_{\text{fotón 1}} + \underbrace{E_2}_{\text{fotón 2}}$

$\rightarrow$ $\underline{E + 2mc^2 = E_1 + E_2}$ ...(2)

Multiplicamos (1) por c $\rightarrow$ $pc = P_1c - P_2c = E_1 - E_2$ ← porque pc es la energía de un fotón

$\rightarrow$ $pc = E_1 - E_2$

por (2) $\rightarrow$ $E + 2mc^2 = E_1 + E_2$

Sumamos las ec. $\rightarrow E + pc + 2mc^2 = 2E_1 \rightarrow E_1 = \dfrac{E + 2mc^2 + pc}{2}$

Restamos las ec $\rightarrow E + 2mc^2 - pc = 2E_2 \rightarrow E_2 = \dfrac{E + 2mc^2 - pc}{2}$

Sustituimos $E = 2\,\text{MeV}$, $\underbrace{mc^2}_{\text{para electrón / positrón}} = 0.511\,\text{MeV}$, $pc = \sqrt{E_{tot}^2 - m^2c^4}$ ← porque $E_{tot}^2 = p^2c^2 + (mc^2)^2$

$= \sqrt{(E + mc^2)^2 - m^2c^4}$ ← $E_{tot} = E_{cinética} + mc^2$

$\rightarrow E_1 = \left(E + 2mc^2 + \sqrt{(E+mc^2)^2 - m^2c^4}\right)/2 = \left[2\,\text{MeV} + 2(0.511\,\text{MeV}) + \sqrt{(2 + 0.511\,\text{MeV})^2 - (0.511)^2}\right]/2$

$= \underline{2.74\,\text{MeV}}$

$E_2 = \dfrac{E + 2mc^2 - \sqrt{(E+mc^2)^2 - m^2c^4}}{2} = \left[2\,\text{MeV} + 2(0.511\,\text{MeV}) - \sqrt{(2+0.511\,\text{MeV})^2 - (0.511\,\text{MeV})^2}\right]/2$

$= \underline{0.282\,\text{MeV}}$

b) El coeficiente de absorción lineal de rayos gama de 1 MeV en plomo es $78 m^{-1}$. Encuentra el espesor de plomo para reducir a la mitad la intensidad

Vimos en clase que $I = I_0 e^{-\mu x}$ con μ = coeficiente
x = profundidad atravesada
I_0 = Intensidad de incidencia
I = Intensida a profundidad x

$\rightarrow \ln(I) = \ln(I_0) + (-\mu x)$

$\rightarrow \mu x = \ln(I_0) - \ln(I)$

$\rightarrow x = \dfrac{\ln(I_0/I)}{\mu}$

En nuestro caso queremos la profundidad x tal que la intensidad en x sea la mitad de la original, es decir, $I = \frac{1}{2} I_0$

$\rightarrow x = \dfrac{\ln(I_0/(I_0/2))}{\mu}$

$= \dfrac{\ln(2)}{\mu}$

Sustituimos: $x = \dfrac{\ln(2)}{78 m^{-1}} = \underline{8.88 \times 10^{-3} m}$ ✓

10. Encuentre el gravitacional corrimiento al rojo para:
a) luz emitida del sol con longitud 500nm (Masa del sol 2×10^{30} Kg , radio 7×10^{8}m)

El rayo emitido del sol tiene energía $h\nu$ debido a su frecuencia.
Pero también tiene energía potencial gravitacional $-\frac{GMm}{R}$ debido a su distancia con la masa del sol.
Donde $M=$ Masa sol , $m=$ "masa" fotón , $R=$ radio Sol ← Distancia del centro a la que se emite el fotón.

pero la masa del fotón es $m=\frac{p}{c}=\frac{h\nu}{c^2}$

Entonces, el fotón tiene energía inicial $\underline{h\nu-\frac{GMh\nu}{Rc^2}}$

Si medimos el fotón en un punto lejano al sol en el que ya no tenga energía gravitacional ⇒ su energía final es sólo $\underline{h\nu'}$

Igualamos las energías → $h\nu-\frac{GMh\nu}{Rc^2}=h\nu'$

$$\rightarrow \nu-\nu'=\frac{GM\nu}{Rc^2}$$

→ Corrimiento: $\frac{\nu-\nu'}{\nu}=\frac{GM}{Rc^2}$

Sustituimos: $\frac{\nu-\nu'}{\nu}=\frac{(6.67\times10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2})(2\times10^{30}kg)}{(7\times10^{8}m)(3\times10^{8}m/s)^2}=\underline{2.1174\times10^{-6}}$

o bien, la frecuencia final es $\frac{\nu-\nu'}{\nu}=2.1174\times10^{-6}$

$$\rightarrow \nu'=\nu-2.1174\times10^{-6}\nu=(1-2.1174\times10^{-6})\nu$$

y la longitud de onda final es $\frac{c}{\lambda'}=(1-2.1174\times10^{-6})\frac{c}{\lambda}$

$$\rightarrow \lambda'=\frac{\lambda}{(1-2.1174\times10^{-6})}=\frac{500nm}{(1-2.1174\times10^{-6})}=\underline{500.0010\ nm}$$

b) luz de 500nm emitida por una estrella enana blanca cuya masa es la del sol y radio 6.4×10^6 m

Usamos la misma ecuación de la parte anterior

$$\rightarrow \underline{\text{Corrimiento}} = \frac{\nu - \nu'}{\nu} = \frac{GM}{Rc^2}$$

$$= \frac{\left(6.67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}\right)\left(2 \times 10^{30} kg\right)}{(6.4 \times 10^6 m)(3 \times 10^8)^2}$$

$$= \underline{2.316 \times 10^{-4}}$$

y entonces, similar al inciso anterior, tenemos que λ' es:

$$\lambda' = \frac{\lambda}{1 - 2.316 \times 10^{-4}} = \frac{500nm}{1 - 2.316 \times 10^{-4}} = \underline{500.116 \text{ nm}}$$