

QFT

$\frac{\partial}{\partial t} \phi$

1. Classical Field Theory

- Field: A quantity defined at every point of space and time $\phi(x, t)$
- Lagrangian: $L(t) = \int d^3x \mathcal{L}(\phi_a, \partial_\mu \phi_a)$
- Action: $S = \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3x \mathcal{L} = \int d^4x \mathcal{L}$

\Rightarrow Euler-Lagrange: El campo debe de cumplir que $\delta S = 0$. Para que el campo cumpla esto, debe cumplir:

$$\boxed{\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_a)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_a} = 0}$$

Porque t, x, y, z son indep.
 Si, solas t es indep $\rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) = 0$

Ejemplos:

•) Klein-Gordon: $\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2$ con $\phi(x, t)$

\rightsquigarrow Ecu. E-L: $\boxed{\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + m^2 \phi = 0}$ \leftarrow Klein-Gordon Equation

•) First Order: $\mathcal{L} = \frac{i}{2} (\psi^* \dot{\psi} - \dot{\psi}^* \psi) - \nabla \psi^* \cdot \nabla \psi - m \psi^* \psi$

Tratamos a ψ y ψ^* como indep. y conseguimos dos ecuaciones:

$$\boxed{i \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\nabla^2 \psi + m \psi}, \quad \boxed{i \frac{\partial \psi^*}{\partial t} = -\nabla^2 \psi^* + m \psi^*},$$

•) Cuerda: $\mathcal{L} = \frac{1}{2} \dot{\gamma}^2 - \frac{g}{2} \gamma'^2$ con $\gamma(x, t)$

\rightsquigarrow E.L.: $\boxed{\frac{\partial^2 \gamma}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2} = 0}$ con $v = \sqrt{g/p}$

•) EM: $\mathcal{L} = c_1 F_{\sigma\tau} F^{\sigma\tau} + c_2 A_\sigma J^\sigma$ con $F^{\alpha\beta} = \partial^\alpha A^\beta - \partial^\beta A^\alpha$
 La coordenada generalizada es $A_\mu(\tilde{x}, t)$

\rightsquigarrow E-L: $\boxed{\frac{\partial_\mu F^{\mu\nu}}{\partial_\nu} = \frac{c_2}{4c_1} J^\nu}$ \leftarrow Eqs. de Maxwell

-) Complejo Escalar: $\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - m^2 \phi^* \phi$

\rightsquigarrow E.L.: $\boxed{\begin{aligned} (\partial_\mu \partial^\mu + m^2) \phi^* &= 0 \\ (\partial_\mu \partial^\mu + m^2) \phi &= 0 \end{aligned}}$

1.2 Invariancia de Lorentz:

Transformación de Lorentz: $x^M \rightarrow (x')^M = \Lambda_v^M x^v$

$$\text{donde } \Lambda \text{ satisface: } \Lambda_v^M \eta^{vI} \Lambda_I^v = \eta^{Mv}$$

En una transformación activa, el campo se transforma como $\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = \phi(\Lambda^{-1}x)$

- Por ejemplo, Klein Gordon es Lorentz invariante.

1.3 Noether Toda transformación continua lleva a una corriente conservada.

$$\text{Si } \phi \rightarrow \phi'(x) = \phi(x) + \delta\phi(x) \quad x^M \rightarrow x'^M = x^M + \delta x^M$$

se consigue $S = \int d^4x \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi; x) = \int d^4x' \mathcal{L}(\phi', \partial_\mu \phi'; x')$

$$\phi'(x') - \phi(x) = \Delta\phi, \quad \phi'(x) - \phi(x) = \delta\phi$$

Entonces, se conserva la corriente:

$$j^\alpha = \partial_\alpha \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\alpha \phi)} \delta\phi + \delta x^\alpha \mathcal{L} \right)$$

Es decir, $\partial_\mu j^\mu = 0$

Lo que implica que la carga $Q = \int d^3x j^0$ cumple $\frac{dQ}{dt} = 0$

1) Energía Momentum: Simetría por traslación $x^v \rightarrow x^v - \epsilon^v$

Las corrientes conservadas son: $(j^M)_v = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_M \phi)} 2v \phi_a - \delta_v^M \mathcal{L} = T_v^M$ Cada ragón es una corriente.

Satisface $\partial_M T_v^M = 0$. Las cargas conservadas son:

Energía $\rightarrow E = \int d^3x T^{00}$, $P^i = \int d^3x T^{0i}$ momento

2) Lorentz: Simetría $\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = \phi(\Lambda^{-1}x)$ con $\Lambda_v^M = \sum_v^M + w_v^M$ con $w^M v^v = w^v v^M$ corriente infinitesimal

$$j^M = -w_v^P T_P^M x^v, \quad Q^{ij} = \int d^3x (x^i T^{0j} - x^j T^{0i})$$

3) Simetría interna: (verde) $\mathcal{L} = \partial_\lambda \psi^* \partial^\lambda \psi - V(|\psi|^2)$ como en el escalar complejo

Se tiene la simetría $\psi \rightarrow e^{i\alpha} \psi$ ($\delta\psi = i\alpha\psi$) infinitesimal

$$j^M = :(\partial^M \psi^*) \psi - i\psi^* (\partial^M \psi) :,$$

$$Q = \int d^3x j^0 = q_i \int d^3x (\phi \partial^0 \phi^* - \phi^* \partial^0 \phi)$$

Q es la carga total de partículas + anti-partículas

1.4 Hamiltonian

momento asociado a un campo: $\Pi^a(x) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}_a}$

Densidad H : $\mathcal{H} = \Pi^a(x) \dot{\phi}_a(x) - \mathcal{L}(x)$

$$H = \int d^3x \mathcal{H}$$

Ej 1: Real Escalar: $\mathcal{L} = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 - V(\phi)$
 $\rightarrow \Pi = \dot{\phi}$

Ej 2: Complex Escalar: $\mathcal{L} = (\partial_m \phi)^* (\partial^m \phi) - m^2 \phi^* \phi$
 $\rightarrow \Pi = \dot{\phi}, \quad \Pi^* = \dot{\phi}^*$

Free Fields

2.1 (continuación) Canónica: Nuestros campos también tienen que cumplir: Cuantizar campo

$$\begin{aligned} [\phi_a(\vec{x}), \phi_b(\vec{y})] &= [\Pi^a(\vec{x}), \Pi^b(\vec{y})] = 0 \\ [\phi_a(\vec{x}), \Pi^b(\vec{y})] &= i\delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y}) \delta_a^b \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{y no hay dependencia de } t \\ \text{Esto es siempre a mismo tiempo} \end{array} \right.$$

La dependencia del tiempo está en los restados, no los operadores ϕ, Π . Los estados cumplen:

$$i \frac{d|\psi\rangle}{dt} = H|\psi\rangle$$

Einstein: $\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_m \phi \partial^m \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 \Rightarrow [\partial_m \partial^m \phi + m^2 \phi = 0]$

$$\text{La solución es: } \phi(\vec{x}, t) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} \phi(\vec{p}, t)$$

Donde $\phi(\vec{p}, t)$ compleja: $\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + (\vec{p}^2 + m^2) \right) \phi(\vec{p}, t) = 0$ para cada \vec{p}

Punto Que es un oscilador armónico de frecuencia $\omega_p = +\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$

Para cuantizar ϕ , tenemos que cuantizar los osciladores armónicos

Oscilador Cuántico: Primero cuantizamos el oscilador para luego cuantizar ϕ el campo escalar.

$$H = \frac{1}{2} p^2 + \frac{1}{2} \omega^2 q^2 \quad \text{con } [q, p] = i$$

$$\text{Definimos } a = \sqrt{\frac{\omega}{2}} q + \frac{i}{\sqrt{2\omega}} p, \quad a^\dagger = \sqrt{\frac{\omega}{2}} q - \frac{i}{\sqrt{2\omega}} p \quad \Rightarrow [a, a^\dagger] = 1$$

$$\therefore H = \omega(a^\dagger a + \frac{1}{2})$$

Sea $|E\rangle$ un eigenestado de energía E ($H|E\rangle = E|E\rangle$) entonces:

$$Ha^\dagger|E\rangle = (E + \omega)|E\rangle, \quad Ha|E\rangle = (E - \omega)|E\rangle$$

El ground state es $|0\rangle$, cumple: $\langle H|0\rangle = \frac{1}{2}\omega|0\rangle$ ← energía $\frac{1}{2}\omega$

Los estados son $|1n\rangle = (a^\dagger)^n|0\rangle$, con energía $(n + \frac{1}{2})\omega$

Cuantización del campo escalar real

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \int d^3x \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 \quad \text{E.I. KG} \rightarrow \partial_\mu \partial^\mu \phi + m^2 \phi = 0$$

$$\text{La solución es: } \phi(x, t) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} \phi(\vec{p}, t)$$

$$\text{Donde } \phi(\vec{p}, t) \text{ cumple } \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + (\vec{p}^2 + m^2) \right) \phi(\vec{p}, t) = 0 \quad \text{para cada } \vec{p} \quad \text{Oscilador con } \omega_{\vec{p}} = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$$

Sabemos que el Hamiltoniano es:

$$H = \frac{1}{2} \int d^3x (\pi \dot{\phi} - \mathcal{L}) \stackrel{\text{def. } \pi = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}}}{=} \frac{1}{2} \int d^3x (\pi^2 + (\nabla \phi)^2 + m^2 \phi^2) \quad \text{por que } \pi = \dot{\phi}$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left\{ \tilde{\pi}(p) \tilde{\pi}(q) + [(ip)(iq) + m^2] \tilde{\phi}(p) \tilde{\phi}(q) \right\} \int d^3x e^{i(\vec{p}+\vec{q}) \cdot \vec{x}} \quad \text{pasando a Fourier}$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left(\tilde{\pi}(p) \tilde{\pi}(-p) + [\vec{p}^2 + m^2] \tilde{\phi}(p) \tilde{\phi}(-p) \right)$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left(\tilde{\pi}(p) \tilde{\pi}^*(p) + (\vec{p}^2 + m^2) \tilde{\phi}(p) \tilde{\phi}^*(p) \right) \quad \text{Res como } \phi(x) = \phi^*(x) \Rightarrow \tilde{\pi}(-p) = \tilde{\pi}^*(p)$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} (|\tilde{\pi}|^2 + \omega_p^2 |\tilde{\phi}|^2)$$

Como se parece mucho al H del oscilador armónico, lo cuantizamos igual

$$\text{Cuantizamos } \hat{H} = \frac{1}{2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} (|\hat{\pi}|^2 + \omega_p^2 |\hat{\phi}|^2) \quad \text{practicar con operadores} \quad \begin{matrix} \phi(p) & \tilde{\pi}(p) \\ \phi(-p) & \tilde{\pi}(-p) \end{matrix}$$

$$\therefore \text{proponemos: } \hat{a}_p = \frac{1}{2} (\sqrt{\omega_p} \hat{\phi}(p) + i \sqrt{\frac{1}{\omega_p}} \hat{\pi}(p)), \quad \hat{a}_p^\dagger = \frac{1}{2} (\sqrt{\omega_p} \hat{\phi}^*(p) - i \sqrt{\frac{1}{\omega_p}} \tilde{\pi}^*(p))$$

$$\therefore \phi(p) = \frac{\hat{a}_p + \hat{a}_p^\dagger}{\sqrt{2\omega_p}}, \quad \tilde{\pi}(p) = \sqrt{\omega_p} \frac{(a_p - a_{-p}^\dagger)}{i}$$

$$\therefore \phi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} \phi(p) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} (\hat{a}_p + \hat{a}_{-p}) / \sqrt{2\omega_p}$$

$$\boxed{\phi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2\omega_p}} \left[a_p e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} + a_{-p}^\dagger e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}} \right]}$$

$$\boxed{\tilde{\pi}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} (-i) \sqrt{\frac{1}{2\omega_p}} \left[a_p e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} - a_{-p}^\dagger e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}} \right]}$$

} Campos Escalar Cuantizado

$$\text{con } [a_p, a_q] = [a_p^\dagger, a_q^\dagger] = 0, \quad [a_p, a_q^\dagger] = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(p - q)$$

Teorema: A partir de $[a_{\vec{p}}, a_{\vec{q}}^\dagger] = [a_{\vec{p}}^\dagger, a_{\vec{q}}^\dagger] = 0$, $[a_{\vec{p}}, a_{\vec{q}}^\dagger] = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{q})$

Se sigue que $[\phi(x), \phi(y)] = [\pi(x), \pi(y)] = 0$, $[\phi(x), \pi(y)] = i\delta^{(3)}(x - y)$

$\therefore \phi, \pi$ están cuantizados

Hamiltoniano: Siguiendo el desarrollo de antes, el Hamiltoniano es

$$\hat{H} = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \omega_p [a_p^\dagger a_p + \frac{1}{2} (2\pi)^3 \delta^{(3)}(0)]$$

$$\therefore \hat{H} = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \omega_p a_p^\dagger a_p$$

Ya en buen orden
al cuantizar. Igual solo importan las diferencias.

Co omisiones.
Aparece por no haber usado buen orden.

Operadores: $\phi(x_1) \dots \phi(x_n)$: =, Acordar con los a_p a la derecha de los a_p^\dagger .

Estado vacío: Definimos el estado vacío |0⟩ como $|a_p|0\rangle = 0 \forall p$

2.4 Partículas

$$[H, a_p] = \omega_p a_p^\dagger, \quad [H, a_p^\dagger] = -\omega_p a_p$$

Energía eigenstates $|1\vec{p}\rangle = a_p^\dagger |0\rangle$, que tiene energía $H|1\vec{p}\rangle = \omega_p |1\vec{p}\rangle$ con $\omega_p^2 = \vec{p}^2 + m^2$

Viendo que se parece a $E_p^2 = \vec{p}^2 + m^2$, escribiríamos E_p en vez de ω_p

$$\text{Momentum: } \vec{P} = - \int d^3 x \nabla \phi = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \vec{p} a_p^\dagger a_p \quad \vec{P}|1\vec{p}\rangle = \vec{p}|1\vec{p}\rangle$$

Múltiple-Partículas States: $|1\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n\rangle = a_{\vec{p}_1}^\dagger \dots a_{\vec{p}_n}^\dagger |0\rangle$

$$N = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} a_{\vec{p}}^\dagger a_{\vec{p}} \quad N|1\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n\rangle = n|1\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n\rangle$$

Normalización Relativista: La medida intrínseca de Lorentz es $\int \frac{d^3 p}{2E_p}$

2.5 Campos escalares complejos $\mathcal{L} = \partial_M (\psi^* \partial^M \psi - M^2 \psi^* \psi)$

$$E.L.: \partial_M \partial^M \psi + M^2 \psi = 0$$

$$\partial_M \partial^M (\psi^* + M^2 \psi) = 0.$$

Cuantizamos los campos similar a antes.

$$\hat{\phi} = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} (a_p^- e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}} + a_p^+ e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}})$$

$$\hat{\phi}^+ = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} (b_p^+ e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}} + b_p^- e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}}).$$

Y están cuantizados, pues cumplen $[\hat{\phi}, \hat{\pi}] = i\delta(\vec{x} - \vec{y})$, $[\hat{\phi}^+, \hat{\pi}^+] = i\delta(\vec{x} - \vec{y})$.

Dado que $\psi \rightarrow e^{i\theta} \psi$ es una simetría, concluimos que tenemos la carga conservada

$$Q = i \int d^3 x (\psi^* \psi - \psi^* \psi) = i \int d^3 x (\pi \psi - \psi^* \pi) \stackrel{\text{orden normal}}{=} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} (c_p^+ c_p - b_p^+ b_p) = N_e - N_b$$

2.6 Heisenberg Pictures.

- ~~Heisenberg~~: Los operadores $\phi(\vec{x})$ dependen del espacio. Los estados cambian con el tiempo

$$i \frac{d|\vec{p}(t)\rangle}{dt} = H |\vec{p}(t)\rangle \Rightarrow |\vec{p}(t)\rangle = e^{-iE_p t} |\vec{p}\rangle$$

- ~~Heisenberg~~: Los estados son fijos, los operadores cambian con el tiempo

$$\Theta_H = e^{iHt} \otimes e^{-iHt}, \quad \frac{d\Theta_H}{dt} = i[H, \Theta_H]$$

$\phi(\vec{x})$ significa que depende del espacio instantáneamente (shro), $\phi(\vec{x}, t) = \phi(\vec{x})$ depende del tiempo (Heis)

El comutador cumple $[\phi(\vec{x}, t), \phi(\vec{y}, t)] = 0$, $[\phi(\vec{x}, t), \pi(\vec{y}, t)] = i\delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y})$

Para tiempos distintos se tiene que $[\phi(\vec{x}, x_0), \phi(\vec{y}, y_0)] = 0$ si $(x - y)^2 < 0$

Separación espacial
No causalidad.

2.7 Propagator.

Si preparamos una partícula en y , proba de verla en x ?
debería ser $\langle 0 | \phi(x) \phi(y) | 0 \rangle$ pero $\phi = \phi$ en orden real

$$\begin{aligned} \langle 0 | \phi(x) \phi(y) | 0 \rangle &= \int \frac{d^3 p d^3 p'}{(2\pi)^6} \frac{1}{\sqrt{4E_p E_{p'}}} \langle 0 | a(p) a(p') | 0 \rangle e^{-ip \cdot x + ip' \cdot y} \\ &= \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_p} e^{-ip \cdot (x-y)} = D(x-y) \quad \text{[Propagador]} \end{aligned}$$

• Propagador: $D(x-y) \equiv \langle 0 | \phi(x) \phi(y) | 0 \rangle$ proba de medir en x si preparamos en y

• Teorema: Si $(x-y)^2 < 0 \Rightarrow D(x-y)$ decrece como $\sim e^{-m|x-y|}$

Como conciliamos esto con la causalidad que dice que $(x-y)^2 < 0 \Rightarrow$ No hay interacción $x \rightarrow y$.
Notamos que:

$$[\phi(x), \phi(y)] = D(x-y) - D(y-x) = 0 \quad \text{si } (x-y)^2 < 0$$

Se explica que si $(x-y)^2 < 0$ no hay forma invariant de ordenar los eventos.
Y es por eso que hay que considerar $x \rightarrow y$ y también $y \rightarrow x$, que se cancelan.

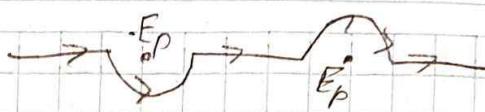
$$[\phi(x), \phi(y)] = 0$$

Propagador de Feynman:

$$\text{Donde } T\phi(x)\phi(y) = \begin{cases} \phi(x)\phi(y) & x^0 > y^0 \\ \phi(y)\phi(x) & y^0 > x^0 \end{cases}$$

$$\Delta_F(x-y) = \langle 0 | T\phi(x)\phi(y) | 0 \rangle = \begin{cases} D(x-y) & x^0 > y^0 \\ D(y-x) & y^0 > x^0 \end{cases}$$

Tercera: $\Delta_F(x-y) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{i}{p^2 - m^2} e^{-ip \cdot (x-y)}$



$$= \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{i e^{-ip \cdot (x-y)}}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$$

función de Green: Δ_F es una función de Green de KG

$$(D_E^2 - \nabla^2 + m^2) \Delta_F(x-y) = i\delta^{(4)}(x-y)$$

3 Interacciones

Lagrangian de la forma $\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \sum_{n \geq 3} \frac{\lambda_n}{n!} \phi^n$

$$\text{Con } [\mathcal{L}] = 4 \Rightarrow [\lambda_n] = 4 - n.$$

$[\lambda_3] = 1 \Rightarrow$ Región de desarrollos

$$[\lambda_4] = 0$$

$[\lambda_n] = \frac{1}{n!}$ para $n \geq 5 \rightarrow$ Región de desarrollos

Ejemplo: $\phi^4 : \boxed{\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4}$

Interaction Picture:

Schrödinger: $i \frac{d|\psi\rangle_S}{dt} = H |\psi\rangle_S \quad \varrho_S = \text{cte}$

Háisenberg: $|\psi\rangle_H = e^{iHt} |\psi\rangle_S \quad \varrho_H(t) = e^{iHt} \varrho_S e^{-iHt}$

Interaction Picture: Partimos el Hamiltoniano $H = H_0 + H_{\text{int}}$

Dependencia de los operadores

Dependencia de los estados

$$|\psi(t)\rangle_I = e^{iH_0 t} |\psi(0)\rangle_S$$

$$|\varrho_I(t)\rangle = e^{iH_0 t} \varrho_S e^{-iH_0 t}$$

$$H_I \equiv (H_{\text{int}})_S = e^{iH_0 t} (H_{\text{int}})_S e^{-iH_0 t}$$

Con lo que concluimos que $\boxed{i \frac{d|\psi\rangle_I}{dt} = H_I(t) |\psi\rangle_I}$ que es la razón por la que usamos el interactivo

Fórmula de Dyson: $\boxed{|\psi(t)\rangle_I = U(t, t_0) |\psi(t_0)\rangle_I}$ U es el operador de evolución

$$\Rightarrow i \frac{dU}{dt} = H_I(t) U$$

La solución es $\boxed{U(t, t_0) = T \exp \left(-i \int_{t_0}^t H_I(t') dt' \right)}$

S-matrix: $\lim_{t_+ \rightarrow \pm\infty} \langle f | U(t_+, t_-) | i \rangle \equiv \langle f | S | i \rangle$

$t \rightarrow \infty$

Ejemplo: Yukawa $H_{\text{int}} = g \int d^3x \psi^\dagger \psi \phi$

Probable si esperamos en i , terminemos en f

meson Decay: $|f\rangle = \sqrt{2E_p} \frac{a_p^+ |0\rangle}{b_{q_1}^+ c_{q_2}^+ |0\rangle} \quad \left. \begin{array}{l} \text{obtenemos amplitud de par de } j/\psi \\ \text{a } U \end{array} \right\}$

$\uparrow \text{en } t = \infty$

$$\Rightarrow \langle f | b_{-I}^- | i \rangle = \langle f | T \exp \left(-ig \int_{-\infty}^0 dx^\mu \int d^3x \psi^\dagger \psi \phi \right) | i \rangle$$

práctica de scattering

$$= \dots = -ig \langle f | \int d^3x (\psi^\dagger \psi) e^{-ip^\mu x} | 0 \rangle = -ig \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - p)$$

Renormalización

Primer principio: $T\phi(x)\phi(y) = :\phi(x)\phi(y): + \Delta_F(x-y)$

contracción: $\phi(x)\phi(y) = \Delta_F(x-y) = T\phi(x)\phi(y) - :\phi(x)\phi(y):$

Teo: $T(\phi_1 \dots \phi_n) = :\phi_1 \dots \phi_n: + :\text{all possible contractions}:$

P. ej.: $T(\phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4) = :\phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4: + :\phi_1 \phi_2 : \phi_3 \phi_4: + :\phi_1 \phi_3 : \phi_2 \phi_4: + 4 \text{ términos similares}$
 $+ :\phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4: + :\phi_1 \phi_3 \phi_2 \phi_4: - :\phi_1 \phi_4 \phi_2 \phi_3:$

Ejemplo: $T[\hat{\phi}(x_1) \hat{\phi}(x_2) \hat{\phi}(x_3)] = \Delta_F(x_1-x_2) \phi(x_3) + \Delta_F(x_1-x_3) \phi(x_2) + \Delta_F(x_2-x_3) \phi(x_1)$

..) $\langle 0 | T[\hat{\phi}(x_1) \hat{\phi}(x_2) \hat{\phi}(x_3)] | 0 \rangle = 0$ (por $\langle 0 | \phi(x_i) | 0 \rangle = 0$)

..) $\langle 0 | T[\phi(x_1) \phi(x_2) \phi(x_3) \phi(x_4)] | 0 \rangle = \Delta_F(x_1-x_2) \Delta_F(x_3-x_4) \leftarrow \text{q 2 periodos}$

3.4 Feynman Diagrams

Se puede calcular $\langle F | S - 1 | i \rangle$ con dibujitos.

a) Dibujar una línea para cada partícula en $|i\rangle$ y en $|F\rangle$

Feynman Rules:

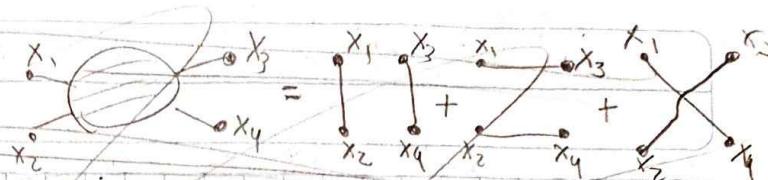
-) Agregar un momento k a cada línea interna
-) En cada vértice escribir $(-ig) (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\sum k_i)$ con $\sum k_i$ el momento entrante al vértice
- ..) Para cada línea interna pataca (i) con momento k poner un factor

$$\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{i}{k^2 - m^2 + i\epsilon}$$

Feynman de tercio ϕ^4 :

$$H_{int} = \sum \phi^4$$

A orden 0, con 4 puntos, tenemos



Cero cuarto término, es decir $\langle T(\phi(x_1)\phi(x_2)\phi(x_3)\phi(x_4)) \rangle$

Queremos la interacción entre 4 elementos $(\phi(x_1, x_2, x_3, x_4))$

$$L = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi) \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4$$

constante de Acoplamiento

$$\text{Al igual que antes, } \Pi(x) = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}(x)} = \dot{\phi}(x)$$

$$\text{Para cuantizar, usamos las reglas de cuantización } [\phi(t, x), \Pi(t, x')] = i \delta^{(3)}(x - x')$$

Pero la ecuación de Heisenberg para $\hat{\phi}(x)$ es ahora $(\partial^2 + m^2) \hat{\phi}(x) = -\frac{\lambda}{3!} \hat{\phi}^3(x)$ es no lineal y $\hat{\phi}$ ya no se puede escribir como ondas planas con coeficientes \hat{a}_p y \hat{a}_p^\dagger .

Si las interacciones son débiles ($\lambda \ll 1$) podríamos usar una expansión perturbativa.

Notemos que podemos partir el hamiltoniano como:

$$H = \underbrace{\int d^3x [\frac{1}{2} \Pi^2 + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + \frac{1}{2} m^2 \phi^2]}_{\equiv H_0} + \underbrace{\int d^3x \frac{\lambda}{4!} \phi^4}_{\equiv H_{int}}$$

- Cuadro de Schrödinger: $\hat{O}_S = \phi(t)$ $|\psi(t)\rangle_S = e^{-i\hat{H}t} |\psi(0)\rangle_S$

- Heisenberg: $\hat{O}_H(t) = e^{i\hat{H}t} \hat{O}_S e^{-i\hat{H}t}$, $|\psi\rangle_H = e^{i\hat{H}t} |\psi(t)\rangle_S = |\psi(0)\rangle_S$

- Interacción: $\hat{O}_I(t) = e^{i\hat{H}_0 t} \hat{O}_S e^{-i\hat{H}_0 t} = e^{i\hat{H}_0 t} e^{-i\hat{H}_0 t} \hat{O}_{H(t)} e^{i\hat{H}_0 t} e^{-i\hat{H}_0 t}$
 $|\psi(t)\rangle_I \equiv e^{i\hat{H}_0 t} |\psi(t)\rangle_S = e^{i\hat{H}_0 t} e^{-i\hat{H}_0 t} |\psi(0)\rangle_S = e^{i\hat{H}_0 t} e^{-i\hat{H}_0 t} |\psi\rangle_H$

Lo importante de este cuadro, es que ahora $\hat{\phi}_I(x)$ satisface las ecuaciones ~~H_{int}~~

$$\boxed{i \frac{d|\psi\rangle_I}{dt} = H_I(t) |\psi\rangle_I}$$

con $H_I \equiv (H_{int})_I = e^{i\hat{H}_0 t} (H_{int})_S e^{-i\hat{H}_0 t}$

Entonces tenemos que $|\psi(t)\rangle_I = U(t, t_0) |\psi(t_0)\rangle_I$

Con $U(t, t_0) = T \exp \left(-i \int_{t_0}^t H_I(t') dt' \right)$

En el campo libre calcularemos el propagador de Feynmann

$\langle 0 | T \{ \hat{\psi}_H(x), \hat{\psi}_H^\dagger(x') \} | 0 \rangle$ que es la amplitud de que una partícula se propague de x' a x

($\hat{\psi}_H^\dagger(x')$ si es un campo complejo).

Ahora nos interesan las funciones de correlación o correladores de N puntos:

$$\langle G_N(x_1, x_2, \dots, x_N) = \langle 0 | T \{ \hat{\psi}_H(x_1) \dots \hat{\psi}_H^\dagger(x_N) \} | 0 \rangle \sim \text{Varios interactores}$$

Podría pasar que (de corresponden a procesos en los que $n \leq N$ partículas parten de los puntos x_1, \dots, x_n y $N-n$ partículas llegan a los restantes. Aunque no exactamente)

Después de muchas cuentas:

$$\langle 0 | T \{ \hat{\psi}_H(x_1) \dots \hat{\psi}_H^\dagger(x_N) \} | 0 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty (1-i\epsilon)} \frac{\langle 0 | T \{ \hat{\psi}_I(x_1) \dots \hat{\psi}_I(x_N) \exp \left[-i \int_{-T}^T dt \hat{H}_{\text{int}}^I(t) \right] \} | 0 \rangle}{\langle 0 | T \{ \exp \left[-i \int_{-T}^T dt \hat{H}_{\text{int}}^I(t) \right] \} | 0 \rangle}$$

Ejemplo de Diagrama

$$\langle 0 | T \{ \psi_1 \psi_2 \psi_3 \psi_4^\dagger \} | 0 \rangle = \begin{array}{c} x_1 \\ \vdots \\ x_4 \end{array} + \begin{array}{c} x_1 \xrightarrow{x_2} x_3 \\ \vdots \\ x_4 \end{array} + \begin{array}{c} x_1 \xrightarrow{x_2} x_3 \\ \vdots \\ x_4 \end{array} = \Delta_F(x_1-x_2) \Delta_F(x_3-x_4) + \Delta_F(x_1-x_3) \Delta_F(x_2-x_4) + \Delta_F(x_1-x_4) \Delta_F(x_2-x_3)$$

Diagrama 2 puntos:

$$G_2(x_1, x_2) = \langle 0 | T \{ \psi_1 \psi_2 \} | 0 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty (1-i\epsilon)} \frac{\langle 0 | T \{ \psi_1 \psi_2 \exp \left[-i \int_{-T}^T dt \int d^4y \frac{\lambda}{4!} \psi_I^4(y) \right] \} | 0 \rangle}{\langle 0 | T \{ \exp \left[-i \lambda \int d^4y \psi_I^4(y) \right] \} | 0 \rangle}$$

Numerador $N_2(x_1, x_2)$.

$$\bullet) O(\lambda^0): \langle 0 | T \{ \psi_I(x_1) \psi_I(x_2) \} | 0 \rangle = \overbrace{\psi_I(x_1) \psi_I(x_2)}^{} = \begin{array}{c} x_1 \\ \vdots \\ x_2 \end{array}$$

$$\therefore O(\lambda^1) = \langle 0 | T \{ \psi_I(x_1) \psi_I(x_2) (-i \frac{\lambda}{4!}) \int d^4y \psi_I^4(y) \} | 0 \rangle$$

$$= -\frac{i\lambda}{4!} \int d^4y \left[\underbrace{\psi_I(x_1) \psi_I(y)}_{\text{y}} \underbrace{\psi_I(y) \psi_I(y)}_{\text{y}} \underbrace{\psi_I(y) \psi_I(y)}_{\text{y}} + \text{otras 2 zigzags} + \underbrace{\psi_I(x_1) \psi_I(y)}_{\text{y}} \underbrace{\psi_I(y) \psi_I(y)}_{\text{y}} + 18 \text{ iguales} \right]$$

$$= -i\lambda \int d^4y \left[\frac{1}{8} \Delta_F(x_1-x_2) \Delta_F(y-y)^2 + \frac{1}{2} \Delta_F(x_1-y) \Delta_F(y-y) \Delta_F(y-x_2) \right]$$

$$= \frac{1}{8} \begin{array}{c} x_1 \xrightarrow{x_2} y \\ \text{Factor de simetría} \end{array} + \frac{1}{2} \begin{array}{c} x_1 \xrightarrow{y} x_2 \\ \text{Factor de simetría} \end{array}$$

$$S_1 = \frac{2x_1 x_2}{C}$$

$$S_2 = \frac{2}{C}$$

$$S = \left(\begin{array}{l} \text{2 cortes por de} \\ \text{2 cortes por de} \\ \text{un mismo vértice} \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} \text{2!} \\ \text{2!} \\ \text{2 cortes} \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} \text{2!} \\ \text{2!} \\ \text{2 cortes intercambiables} \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} \text{2!} \\ \text{2!} \\ \text{2 vértices} \end{array} \right)$$

Factor de simetría: $\frac{1}{3} \cancel{\cancel{\cancel{}}} \cancel{\cancel{\cancel{}}}$, factor adimensional $\frac{FC}{4!} \cancel{\cancel{\cancel{\cancel{}}}}$

$$\text{p.e. } FC_1 = 3 \quad FC_2 = 12$$

FC = Número de elecciones para hacer el diagrama

$$\bullet \theta(x^2): N_2^{(7)}(x_1, x_2) = \langle 0 | T \{ \varphi_I(x_1) \varphi_I(x_2) \frac{1}{2!} (-i\lambda)^2 \int d^4y_1 d^4y_2 \varphi_I^{(4)}(y_1) \varphi_I^{(4)}(y_2) \} | 0 \rangle$$

Formas de
Cubrir y_1, y_2 $\frac{(-i\lambda)^2}{1152}$
por los 2 \times

$$= \frac{(-i\lambda)^2}{1152} \left[\int d^4y_1 d^4y_2 \left[\underbrace{\varphi_I(x_1) \varphi_I(x_2) \varphi_I(y_1) \varphi_I(y_2)}_{+ \frac{1}{5!} \binom{10}{2} \binom{8}{2} \binom{6}{2} \binom{4}{2}} \underbrace{\varphi_I(y_1) \varphi_I(y_2) \varphi_I(y_3) \varphi_I(y_4)}_{- 1} \underbrace{\varphi_I(y_1) \varphi_I(y_2) \varphi_I(y_3) \varphi_I(y_4)}_{\text{Formas restantes de contracción}} \right] \right]$$

$\therefore N_2^{(7)}(x_1, x_2) =$ Suma sobre todos los diagramas topológicamente distintos al orden 2 puntos externos con 2 vértices de 4 patas.

$$= \begin{array}{c} x_1 \\ \bullet \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} x_2 \\ \bullet \\ y_2 \end{array} + \begin{array}{c} x_1 \\ \bullet \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} x_2 \\ \bullet \\ y_2 \end{array} + \begin{array}{c} x_1 \\ \bullet \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} x_2 \\ \bullet \\ y_2 \end{array}$$

$$+ \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} x_2 \\ \bullet \\ y_2 \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_2 \end{array} \begin{array}{c} x_2 \\ \bullet \\ y_1 \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_2 \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_2 \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_1 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} y_1, y_2 \text{ son nudos intercambiables} \\ \text{no dan nuevos diagramas} \end{array} \right\}$$

$$= \frac{1}{2^4} \frac{1}{2!} \frac{1}{2!} \Delta_F(x_1 - x_2) (-i\lambda)^2 \int d^4y_1 d^4y_2 \Delta_F(y_1 - y_2)^2 \Delta_F(y_2 - y_1)^2$$

$$= \frac{1}{128} = \frac{9}{1152} = \frac{FC}{1152}$$

$$= \frac{1}{2^2} \frac{1}{2!} \frac{1}{2!} \Delta_F(x_1 - x_2) (-i\lambda)^2 \int d^4y_1 d^4y_2 \Delta_F(y_1 - y_2) \Delta_F(y_1 - y_2)^2 \Delta_F(y_2 - y_1)$$

$$= \frac{1}{16} = \frac{27}{1152}$$

$$+ 1 \frac{1}{4!} \frac{1}{2!} \Delta_F(x_1 - x_2) (-i\lambda)^2 \int d^4y_1 d^4y_2 \Delta_F(y_1 - y_2)^2$$

$$= \frac{1}{48} = \frac{27}{1152}$$

$$+ \frac{1}{2^2} \frac{1}{2!} \frac{1}{2!} (-i\lambda)^2 \int d^4y_1 \Delta_F(x_1 - y_1) \Delta_F(y_1 - y_1) \Delta_F(y_1 - x_2) \int d^4y_2 \Delta_F(y_2 - y_1)^2$$

$$= \frac{1}{16} = \frac{27}{1152}$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{1}{2!} \frac{1}{2!} 1 (-i\lambda)^2 \int d^4y_1 d^4y_2 \Delta_F(x_1 - y_1) \Delta_F(y_1 - y_2)^2 \Delta_F(y_2 - y_1) \Delta_F(y_1 - x_2)$$

$$= \frac{1}{4} = \frac{282}{1152}$$

$$+ \frac{1}{2^2} \frac{1}{2!} \frac{1}{2!} (-i\lambda)^2 \int d^4y_1 d^4y_2 \Delta_F(x_1 - y_1) \Delta_F(y_1 - y_2) \Delta_F(y_2 - y_1) \Delta_F(y_2 - y_2) \Delta_F(y_2 - x_2)$$

$$= \frac{1}{9} = \frac{282}{1152}$$

$$+ 1 \frac{1}{3!} \frac{1}{2!} (-i\lambda)^3 \int d^4y_1 d^4y_2 \Delta_F(x_1 - y_1) \Delta_F(y_1 - y_2)^3 \Delta_F(y_2 - x_2)$$

$$= \frac{1}{6} = \frac{192}{1152}$$

Juntando $N_2^{(6)} + N_2^{(11)} + N_2^{(7)}$ veremos muchos términos proporcionalmente a $\begin{array}{c} x_1 \\ \bullet \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} x_2 \\ \bullet \\ y_2 \end{array}$

$$N_2(x_1, x_2) \rightarrow \begin{array}{c} x_1 \\ \bullet \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} x_2 \\ \bullet \\ y_2 \end{array} + \begin{array}{c} x_1 \\ \bullet \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_2 \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} x_2 \\ \bullet \\ y_2 \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_2 \end{array} + \text{others with 1 bubble de varia}$$

$$+ \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_2 \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_2 \end{array} + \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} \bullet \\ \circ \\ y_2 \end{array} + \text{others with 2 bubbles}$$

$$= \begin{array}{c} x_1 \\ \bullet \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} x_2 \\ \bullet \\ y_2 \end{array} \left[1 + (\infty + \infty + \bullet + \dots) + \frac{1}{2!} (\infty + \infty + \bullet + \dots)^2 \right] = \begin{array}{c} x_1 \\ \bullet \\ y_1 \end{array} \begin{array}{c} x_2 \\ \bullet \\ y_2 \end{array} \exp(\infty + \infty + \bullet + \dots)$$

Los otros términos del numerador se pueden agrupar similarmente factorizando la parte que involucra los puntos externos. P.ej:

$$\begin{aligned} & x_1 \circ x_2 + \circ \circ + \circ \circ \circ + \circ \circ \circ \circ + \circ \circ \circ \circ \circ \\ & + \circ \circ \circ + \circ \circ \circ \circ + \dots \\ & = \circ \circ \exp(\circ \circ + \circ \circ \circ + \circ \circ \circ \circ + \dots) \end{aligned}$$

$$N_2(x_1, x_2) = \underbrace{[x_1 \circ x_2 + x_1 \circ \circ x_2 + \dots]}_{\text{Diagramas conexos (sin burbujas)}} \times \exp(\circ \circ + \circ \circ \circ + \circ \circ \circ \circ + \dots)$$

Burbujas conexas

Ahora bien, el denominador:

$$D = \langle 0 | T \{ \exp \left[-i \frac{\lambda}{q_1} (d^u q^u_{(1)} d^u q^u_{(2)}) \right] \} | 0 \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(i \frac{\lambda}{q_1} \right)^n \langle d^u q^u_{(1)} \dots d^u q^u_{(n)} \langle 0 | T \{ \varphi^u_{(1)} \varphi^u_{(2)} \dots \varphi^u_{(n)} \} | 0 \rangle \rangle$$

= Todas las burbujas de vano

$$\begin{aligned} & = 1 + \circ \circ + \circ \circ \circ + \circ \circ \circ \circ + \dots \\ & + \circ \circ \circ + \circ \circ \circ \circ + \dots \end{aligned}$$

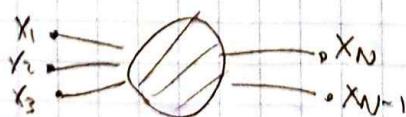
$$= \exp(\circ \circ + \circ \circ \circ + \circ \circ \circ \circ + \dots)$$

Burbujas conexas

$$G_2(x_1, x_2) = \frac{N_2(x_1, x_2)}{D} = \underbrace{\circ \circ + \circ \circ \circ + \circ \circ \circ \circ + \dots}_{\text{Todos los diagramas conexos (sin burbujas)}}$$

En general:

$G_N(x_1, \dots, x_N) =$ Suma sobre todos los diagramas conexos (sin burbujas) topológicamente distintos con N puntos externos



Reglas de Feynman

$$\frac{1}{2} \delta^4(p_\mu q_\nu) - \frac{i}{2} m \delta^2$$

Espacio de configuración:

- A cada linea le asignamos un propagador

$$x_1 \quad x_2 = D_F(x_2 - x_1)$$

- A cada punto da integral

$$X = -i\lambda \int d^4y$$

- Factores numéricos. Agregar el factor

$$\text{Espacio de momentos } L = L_0 + L_I$$

$$\vec{p} = \frac{i}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$$

$$X = -i\lambda (2\pi)^4 \delta(\sum_n p_n)$$

$$\int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \delta^4(p-q)$$

Diagramas Irreducibles



irreducible



reducible, pero lo probaremos en 2 diagramas más sencillos



El correlador total es

$$\begin{aligned} \text{Diagrama total} &= \text{Diagrama I irreducible} + \text{Diagrama I reducible} + \text{Diagrama II reducible} \\ &+ \text{Diagrama III reducible} + \text{Diagrama IV reducible} + \text{Diagrama V reducible} \end{aligned}$$

Rearregemos la suma

$$\begin{aligned} \text{Diagrama total} &= \text{Diagrama I irreducible} + (\text{Diagrama I reducible} + \text{Diagrama II reducible} + \text{Diagrama III reducible} + \dots) \\ &+ (\text{Diagrama IV reducible} + \text{Diagrama V reducible} + \dots) \end{aligned}$$

Diagramas I de 2 partículas.

Diagramas Reducibles de 2 partículas

$$\Rightarrow \text{Diagrama total} = \text{Diagrama I irreducible} + \text{Diagrama II irreducible} + \text{Diagrama III irreducible} + \dots$$

Irreducibles

$$= \text{Diagrama I irreducible} + \text{Diagrama II irreducible} + \text{Diagrama III irreducible} + \text{Diagrama IV irreducible} + \dots$$

$$= \frac{1}{1 - \text{Diagrama I irreducible}}$$

para mejorar resultado

$$= \dots = \frac{i}{p^2 - (m^2 + \Pi) + i\epsilon}$$

con $\Pi = i$

La masa medida en un lab. es $\sqrt{m^2 + \Pi}$ que es la
masa desnuda m con una contribución Π debida a
fluctuaciones cuánticas.

L57



Estados asintóticos

Un evento a el que llegan algunas partículas, interactúan y salen otras.
Las estados inicial $|i\rangle$ y final $|f\rangle$ son asintóticamente libres.

$\langle f | S | i \rangle$ = Probabilidad de que suceda este proceso. $S \in$ matriz Scattering.

Teorema: $\langle f | S | i \rangle = [i \int d^4x_1 e^{-ip_1 \cdot x_1} (1 + m^2}] \dots [i \int d^4x_n e^{-ip_n \cdot x_n} (1 + m^2}]$

Formula L52:

$$\langle f | S | i \rangle = \langle f | T(\phi(x_1) \dots \phi(x_n)) | i \rangle$$

Función de correlación de n puntos

S tiene una expresión exponencial y se ve como: $S = 1 + \text{algo}$

$$\langle f | S | i \rangle = \langle f | (1 + i(2\pi)^4 \delta^4(\sum p) \hat{M}) | i \rangle$$

esta parte habla de interacción
Esta parte de no interacción

$$\rightarrow \langle f | S - 1 | i \rangle = i(2\pi)^4 \delta^4(\sum p) \langle f | \hat{M} | i \rangle$$

Matriz \hat{M} , que está relacionada con σ (algo de experimentos, medida efectiva).

El estado $|i\rangle$ se consigue creando las n.º partículas (en este caso 2) en $-\infty$ en el vacío int.

$$|i\rangle = \sqrt{2E_{p_1}} \sqrt{2E_{p_2}} a_{p_1}^\dagger(-\infty) a_{p_2}^\dagger(-\infty) |0\rangle_I$$

En total, n partículas

$$\text{El final, } |f\rangle = \sqrt{2E_{p_3}} \sqrt{2E_{p_4}} \dots \sqrt{2E_{p_n}} a_{p_3}^\dagger(+\infty) \dots a_{p_n}^\dagger(+\infty) |0\rangle_I$$

$$|i\rangle \neq |f\rangle \Rightarrow \langle f | S - 1 | i \rangle = \langle f | S | i \rangle$$

$$\text{Entonces } \langle f | S - 1 | i \rangle = \sqrt{\prod_{i=1}^n (2E_{p_i})^{1/2}} \langle 0 | a_{p_3}(+\infty) \dots a_{p_n}(+\infty) a_{p_1}^\dagger(+\infty) a_{p_2}^\dagger(+\infty) | 0 \rangle_I$$

$$\text{Sabiendo que } \phi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} (a_p(+e^{ip \cdot x}) + a_p^\dagger(+e^{ip \cdot x}))$$

$$\text{y sabemos que la evolución es } \phi(x) = \phi(\vec{x}, t) = e^{iH(t-t_0)} \phi(x, t_0) e^{-iH(t-t_0)}$$

$$\text{Notamos que } \langle 0 | \phi(\vec{x}, t=\pm\infty) | p \rangle = C e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} \text{ con } C \text{ una cte.}$$