

Práctica 3: Óptica geométrica: Lentes e imágenes

Tomás Basile, Jessica Gallegos, Rebeca Rangel

1 de agosto de 2021

Resumen

En el presente reporte estudiaremos la formación de imágenes cuando la luz pasa por una lente delgada. En particular, nos interesa estudiar cómo cambia la nitidez de la imagen producida por la lente conforme variamos la distancia entre la lente y una cámara, tomaremos fotos a varias distancias. Finalmente, analizaremos con un algoritmo la nitidez de estas fotografías para encontrar la distancia a la que se consigue la mayor nitidez posible.

Introducción y Teoría

■ Óptica Geométrica

La óptica geométrica es un modelo de la óptica en el que la propagación de la luz se describe en términos de rayos rectos que se pueden desviar cuando cambian de un medio a otro según el índice de refracción. Finalmente esto crea una imagen (puede ser real o virtual).^[1]

En el estudio de la óptica geométrica es fundamental el concepto de lentes, los cuales son artefactos ópticos creados con un medio transparente. Su objetivo es enfocar o dispersar rayos de luz por medio de la refracción.

Una forma de caracterizar a las lentes es por medio del “punto focal”, que se define como el punto en el que convergen rayos paralelos al hacerlos pasar por la lente. La distancia entre la lente y el punto focal se llama distancia focal y se denota por f . Este valor puede ser positivo (si los rayos paralelos convergen a una distancia f tras cruzar la lente) o negativo (si los rayos divergen al cruzar la lente pero parecen provenir de un punto a una distancia f antes de la lente). Nosotros solamente estudiaremos lentes con distancia focal positiva, también llamadas “lentes convergentes”.

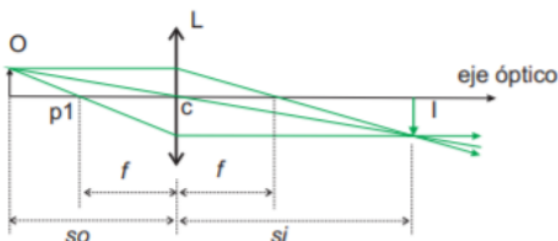


Figura 1: Sistema óptico simple

El sistema óptico más simple que podemos tener es uno constituido por un objeto (O), una lente (L) y la imagen (I) formada por la lente. En dicho sistema, es común denotar como s_o a la distancia entre el objeto y la lente y como s_i a la distancia entre la lente y la posición en la que se forma la imagen del objeto (posición en la que convergen los rayos que salen del objeto).

Para determinar la relación entre s_o , f y s_i , usaremos la aproximación de “lentes delgadas” (lentes con un grosor pequeño) y de rayos paraxiales (suponemos que los rayos hacen un ángulo pequeño

respecto al eje óptico). Al aplicar estas dos aproximaciones, se llega a la ecuación de una lente delgada:^[2]

$$\frac{1}{s_0} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

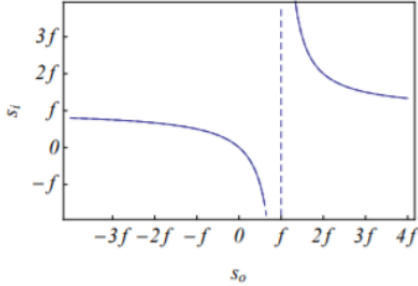


Figura 2: Relación entre s_0 y s_i para una lente positiva ($f > 0$)

Con esta ecuación, dada una distancia focal f (que está determinada por la geometría particular de la lente) y una distancia s_0 al objeto, se puede determinar la distancia s_i a la que se formará la imagen. En particular, para una lente convergente, se obtiene la siguiente gráfica de s_i como función de s_0 (con las distancias medidas en múltiplos de f).

Vemos por ejemplo que para $s_0 > f$, siempre se tiene una s_i positiva, lo que indica que los rayos convergen del lado opuesto de la lente y forman una imagen real.

■ Analizar la nitidez de una imagen

Una parte importante de esta práctica es poder determinar si una imagen se encuentra enfocada o no. Para lograr cuantificar esto, utilizaremos el hecho de que una imagen nítida es aquella que tiene los bordes bien definidos, es decir, hay discontinuidades bien marcadas en los valores de sus píxeles cuando nos acercamos a un borde.

Para encontrar la nitidez de una imagen, utilizaremos un algoritmo basado en el artículo [3]. A grandes rasgos, el algoritmo separa la imagen en celdas de 8x8 píxeles y calcula la transformada coseno de Fourier discreta (DCT) de cada celda. Luego se queda sólo con los coeficientes más importantes de la transformada y finalmente suma estos coeficientes para todas las celdas. El resultado es un número que es mayor conforme más nítida sea la imagen, lo que nos permite comparar cuantitativamente la nitidez de distintas imágenes.

Además de usar el algoritmo propuesto por el artículo, usaremos un algoritmo alternativo que consiste en aplicar la DCT a toda la imagen (en vez de dividirla por celdas) y luego sumar los coeficientes resultantes. Al igual que el primero, este algoritmo cuantifica con un número la nitidez de una imagen.

Para más información, consultar el Apéndice.

Experimento y Resultados

■ Montaje experimental

El montaje es como el que se muestra en la figura 3. Consiste de un objeto (en este caso un cartón), una lente y una cámara montada en una plataforma que se puede deslizar.

La lente es positiva y tiene una distancia focal de $50mm$. Se coloca el cartón a una distancia de $2f$ de la lente ($s_0 = 100mm$). Por lo que según la fórmula (1), al sustituir s_0 y f obtenemos que la imagen se debería de formar a una distancia de $s_i = 100mm$ de la lente.

La plataforma nos permite mover la cámara un total de $25mm$ y está colocada de tal forma que cuando la plataforma se haya movido $12,5$ de los $25mm$, el sensor de la cámara coincida con el punto en el que teóricamente se debería crear la imagen (el punto a $100mm$ del lente).



Figura 3: Montaje experimental

■ Experimento

Fuimos deslizando la plataforma en la que se encontraba la cámara desde 0 hasta $25mm$, tomando fotografías en distintos puntos (17 en total). Luego, analizamos la nitidez de cada una de las fotografías usando los algoritmos descritos en el marco teórico. Esto para encontrar la posición de la cámara en la que se obtiene la imagen de mayor nitidez.

La cámara se configuró con un tiempo de exposición de $0,119ms$ y ganancias de 10 en el color rojo, 10 en verde y 80 en azul, para simular la sensibilidad del ojo a cada color.

■ Resultados

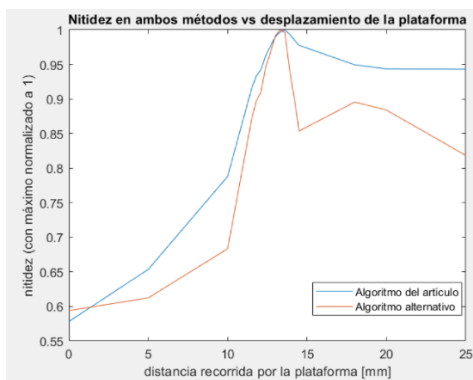


Figura 4: Gráfica de nitidez en ambos métodos

En la siguiente gráfica se exponen los resultados de aplicar los dos algoritmos mencionados anteriormente a cada una de las imágenes. El eje horizontal representa la posición de la plataforma (de 0 a $25mm$) y el eje vertical, el resultado de aplicar los algoritmos a cada imagen correspondiente (para cada algoritmo los resultados están divididos entre el máximo de todas las imágenes para hacer que el máximo sea 1).

Vemos que en ambos métodos, se alcanza un máximo de nitidez cerca de los $12,5mm$ (como era de esperar, pues ésta es la distancia de la plataforma en donde la cámara coincide con la posición en la que supuestamente se forma la imagen). Resulta que la nitidez alcanza su máximo en la posición de $13,6mm$ para el algoritmo del artículo y en la posición de $13,3mm$ para el algoritmo alternativo. Notemos que ambos resultados son un poco mayores al valor predicho por la teoría.

Conclusiones

Como podemos ver en los resultados, cumplimos nuestro objetivo de hallar la posición en donde se formaba la imagen a partir de analizar la nitidez de las fotografías.

La posición de formación de la imagen que buscábamos obtener era de $12,5mm$. Ahora bien, con el algoritmo del artículo obtuvimos $13,6mm$, mientras que con el algoritmo alternativo obtuvimos $13,3mm$. Estos resultados difieren de nuestro valor teórico un $8,8\%$ y un $6,4\%$ respectivamente.

Podemos explicar esto si tomamos en cuenta que la posición de $12,5mm$ esperada se calculó a partir de varias aproximaciones, como podemos leer en la teoría (la de lentes delgadas y la de rayos paraxiales), por lo que éste valor tampoco era sumamente exacto y por lo tanto, era evidente que los resultados iban a diferir.

Sin embargo, aún así podemos concluir que ambos métodos funcionan correctamente, puesto que fueron capaces de aproximarse lo suficiente al valor que buscábamos encontrar.

Referencias

- [1] Hecht Eugene, Optics, Fifth Edition, Pearson, USA, 2017.
- [2] Ramírez, H. C. (2017). *Óptica geométrica II: Lentes e imágenes*. Recuperado 31 de Julio de 2021 de [http://www.paginaspersonales.unam.mx/app/webroot/files/5268/Optica geométrica II.pdf](http://www.paginaspersonales.unam.mx/app/webroot/files/5268/Optica%20geometrica%20II.pdf)
- [3] X. Marichal, W. Y. Ma and H. Zhang. Blur determination in the compressed domain using DCT information. pages 386-390. IEEE, 1999.

Apéndice

Algoritmos para cuantificar la nitidez de una imagen

■ Algoritmo del artículo

Ocupamos un algoritmo propuesto en el artículo [3] que utiliza la transformada coseno de Fourier discreta (DCT). Dicha transformada descompone toda la información de una imagen en una suma de cosenos de distintas frecuencias (o armónicos).

Usamos la transformada debido a que un resultado bien conocido del análisis de Fourier es que en general mientras menos suave sea una función, la DCT requerirá de más armónicos para reconstruir dicha función. Entonces, una imagen bien enfocada, en la cual los valores de los píxeles tienen discontinuidades en los bordes, tendrá una DCT que requiera de muchos más armónicos que una imagen mal enfocada.

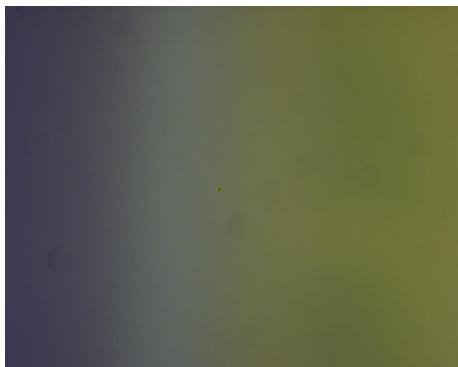
El algoritmo consiste en primero dividir la imagen (que originalmente tiene un tamaño de 1280×1024 píxeles) en varias celdas de 8×8 píxeles. Posteriormente, para cada una de estas celdas se calcula la DCT, lo cual descompone toda la información de la celda en una suma de cosenos de distintas frecuencias. DCT nos arroja una nueva matriz de 8×8 que denotamos por $C_s = DCT(B_s)$ en la que las entradas indican el peso correspondiente a cada frecuencia necesaria para formar la celda. Lo que haremos es marcar con un 1 aquellas frecuencias que tienen un peso considerable (las entradas de la matriz C_s que superen un valor de 8) y con un 0 las demás. Lo que nos deja con una matriz de 8×8 con valores binarios, con un 1 para las frecuencias que son más necesarias para construir la celda original.

Finalmente, repetimos este procedimiento para todas las celdas que forman a la imagen y vamos sumando las matrices binarias de cada celda. Al acabar, sumamos la matriz final y obtenemos entonces un número. Dicho número será alto si se requieren muchas frecuencias para construir la imagen, es decir, si es una imagen nítida. Esto nos permite cuantificar la nitidez de la imagen.

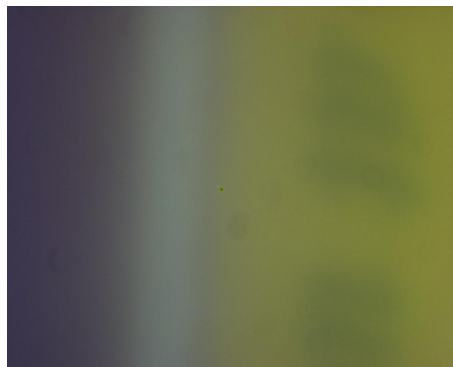
■ Algoritmo Alternativo

Una alternativa más sencilla consiste en aplicar la DCT a toda la imagen completa y luego sumar los valores absolutos de los coeficientes resultantes. De esta forma obtenemos un número que es en cierto sentido una medida de la cantidad de armónicos necesarios para reconstruir la imagen, lo que nos da una idea de la nitidez que tiene.

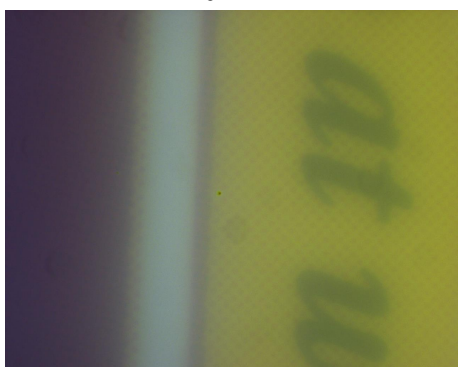
Fotos tomadas en el experimento remoto, según el desplazamiento de la plataforma



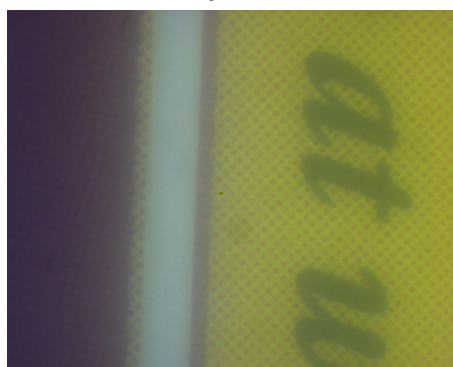
0mm



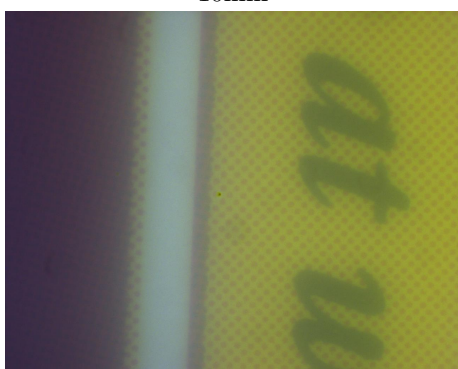
5mm



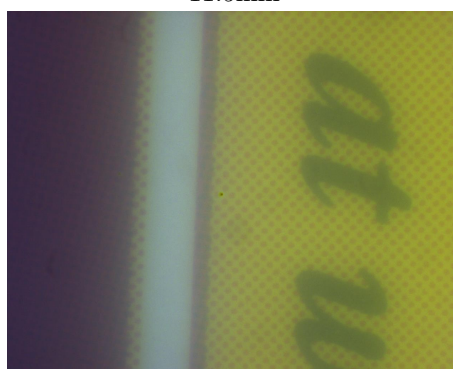
10mm



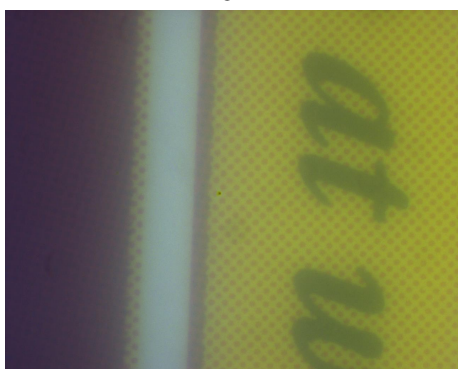
11.5mm



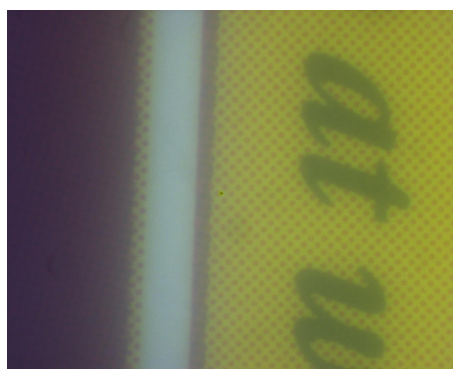
11.8mm



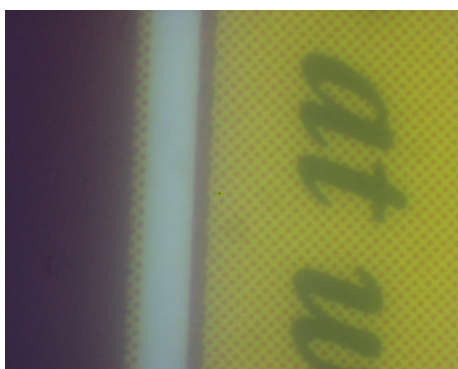
12.1mm



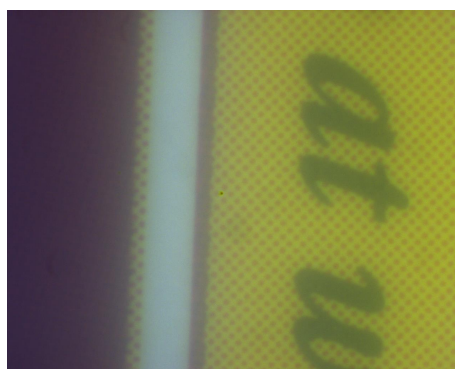
12.4mm



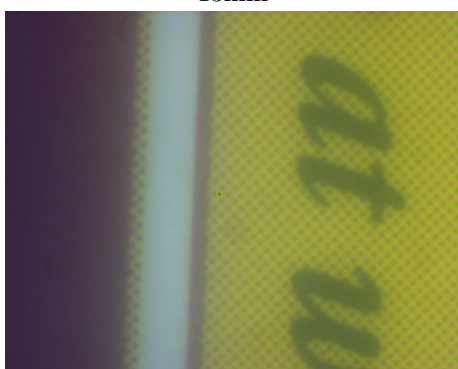
12.7mm



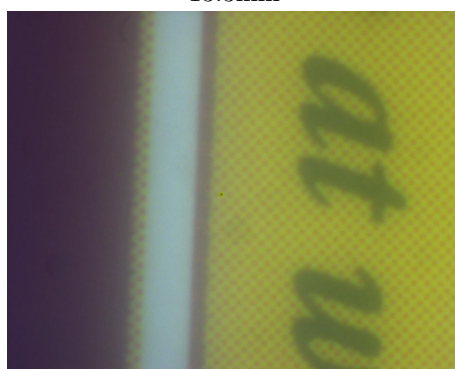
13mm



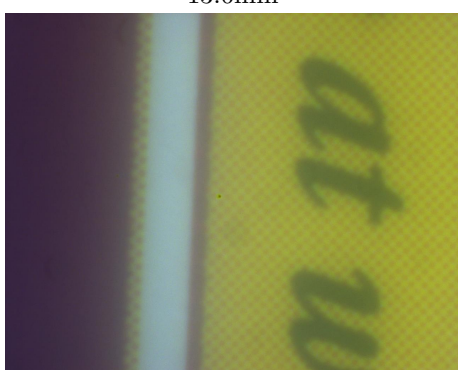
13.3mm



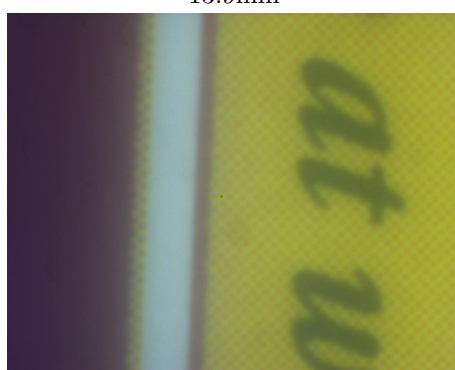
13.6mm



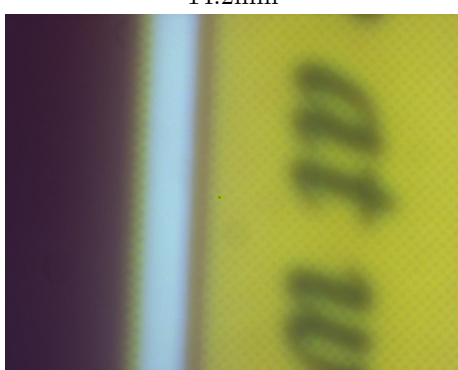
13.9mm



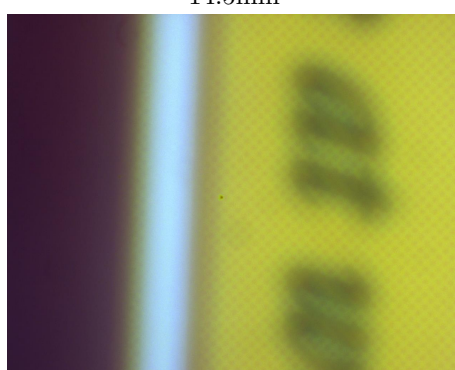
14.2mm



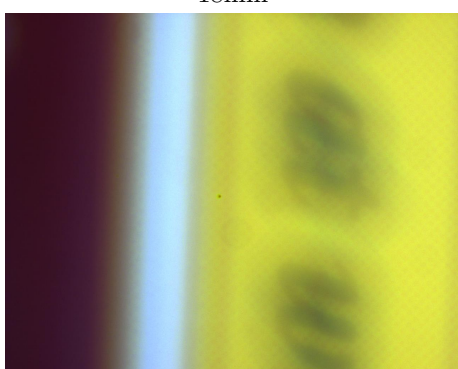
14.5mm



18mm



20mm



25mm