Laboratorio de Fenómenos Colectivos.
Semestre 2020-1.
Facultad de Ciencias.

Dr. Martín Romero Martínez.
Fis. José Abarca Munguía.

Proyecto 2
Ondas estacionarias en una cuerda

<u>T Basile.</u>
I. Santiago.
R. Rangel.
J Gallegos.

Grupo: 8144.

Universidad Nacional Autónoma de México.

Fecha de elaboración: 23, 28 de sebre, 2019
Fecha de entrega: 25 de septiembre, 2019.

Resumen

En este trabajo se muestran los resultados de producir ondas estacionarias en una cuerda utilizando un oscilador mecánico. Se crearon varias ondas con un número distinto de antinodos, y en cada una se midió la longitud de onda y la tensión que fue necesaria en la cuerda para crear esta onda. Esto con la meta de encontrar una relación entre la longitud de onda y la tensión en la cuerda y usar la ecuación de Melde para ondas estacionarias para encontrar la densidad lineal de la cuerda.

I. Introducción

Marco Teórico

Una onda mecánica es una perturbación que viaja a través de un cuerpo al que se le llama medio de la onda y mientras viaja, las partículas del medio sufren desplazamientos de varios tipos. En este caso nos interesan las ondas que se propagan a través de una cuerda, este es un ejemplo de ondas transversales, ya que el desplazamiento de las partículas de la cuerda es perpendicular a la dirección de propagación de la onda.[1]

Para describir a estas ondas, se definen las siguientes magnitudes físicas:

Frecuencia (f): Es el número de veces que se repite la onda por unidad de tiempo, es decir, cuántas oscilaciones tiene la cuerda en un segundo. Se mide en Hertz (Hz), que es equivalente a s^{-1}.[4]

Longitud de Onda (λ): Se refiere a la distancia que hay entre dos máximos de perturbación consecutivos, también conocidos como crestas de la onda. Se mide en metros.[4]

Otro fenómeno que es de importancia para esta práctica es la interferencia de ondas. Cuando dos o más ondas se encuentran propagándose en el mismo medio al mismo tiempo, se suman las perturbaciones de ambas ondas y se crea así una única onda resultante. [2]

Para esta práctica, nos interesa ver qué sucede en las ondas creadas en una cuerda. Cuando una onda se propaga en la cuerda, ésta llega hasta el extremo opuesto de la cuerda, en donde se refleja y se crea una onda reflejada con la misma longitud y frecuencia pero que se propaga en la dirección opuesta. La onda original y la reflejada interfieren entre sí y crean una nueva onda sobre la cuerda que resulta de lo suma de estas dos.[3]

Cuando interfieren estas dos ondas que se propagan en direcciones opuestas, se produce una onda estacionaria sobre la cuerda. La onda estacionaria no es una onda que se propaga, sino que los puntos en la cuerda sólo vibran en la dirección transversal a la cuerda. Todos los puntos vibran con la misma frecuencia, aunque la amplitud de oscilación de cada punto depende de la posición sobre la cuerda.[3] A los puntos que oscilan con máxima amplitud se les llama antinodos de la onda, mientras que aquellos que no oscilan y permanecen inmóviles reciben el nombre de nodos.[3]

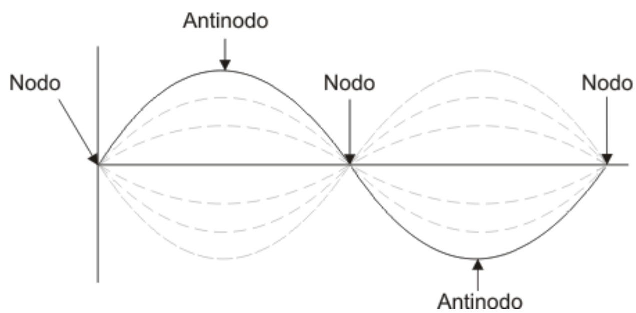


Imagen 1: Onda estacionaria en una cuerda.

Como se puede ver en la imagen, la distancia entre dos antinodos consecutivos es igual a la mitad de la longitud de la onda original, es decir:

$$d = \frac{\lambda}{2} \qquad ecuación\ 1$$

Donde d es la distancia entre los antinodos y λ es la longitud de onda.

Esto nos permite obtener la longitud de una onda a partir del número de antinodos que se observan sobre la cuerda. Si tenemos una onda estacionaria en una cuerda de longitud L y se observan exactamente n antinodos, como la distancia entre ellos es $d=\lambda/2$ según la ecuación 1, entonces la longitud total de la cuerda será $L= n\ \lambda/2$, con lo cual obtenemos:

$$\lambda = \frac{2L}{n} \qquad ecuación\ 2$$

Donde n es el número de antinodos en la cuerda. Esta ecuación nos será muy útil ya que nos permite calcular la longitud de onda a partir de solamente contar el número de antinodos que se observan en la onda estacionaria.

Por otro lado, el físico alemán Franz Melde estudió el comportamiento de ondas que se propagan por una cuerda. Melde fue el primero en descubrir que la interferencia de dos ondas en sentidos opuestos puede crear una nueva onda en la que cada punto oscila con una cierta amplitud que depende de su posición sobre la cuerda, y les dio el nombre de ondas estacionarias.

Finalmente llegó a la siguiente relación entre la longitud de onda, la tensión sobre la que se encuentra la cuerda y la frecuencia de oscilación:[1]

$$T = \mu f^2 \lambda^2$$

Donde T es la tensión a la que está sujeta la cuerda [N]

μ es la densidad lineal de la cuerda [kg/m]

f es la frecuencia de la oscilación $[s^{-1}]$

λ es la longitud de onda [m]

Objetivos

El objetivo general de esta práctica es usar la ecuación de Melde para encontrar experimentalmente el valor de la densidad lineal de una cuerda a partir de la longitud de una onda estacionaria creada en ella y de la tensión en la cuerda. Posteriormente compararemos este valor de la densidad de la cuerda con el valor obtenido al simplemente medir la densidad de la cuerda a partir de su longitud y de su masa.

Para esto tenemos como objetivo particular, para una frecuencia fija en el oscilador mecánico, encontrar la tensión de la cuerda adecuada para producir una onda estacionaria sobre ella. Posteriormente analizar el número de antinodos en esta onda y obtener así fácilmente la longitud de onda. Esto con el objetivo de encontrar una relación matemática entre la tensión de la cuerda la longitud de onda.

II. Desarrollo Experimental

Materiales

-Generador de Funciones (Pasco Scientific modelo PI-9587C)

-Adaptador Banana Banana

-Oscilador mecánico (Pasco Scientific modelo SF-9324)

-Flexómetro de 5 metros (marca Truper)

-Cuerda con un pivote para colocar en el oscilador

-Polea con sujetador

- Distintas masas (Para este experimento utilizamos una bolsa de arena, para poder variar de forma controlada la masa amarrada a la cuerda)

-Balanza granataria de triple brazo (Triple Beam Balance)

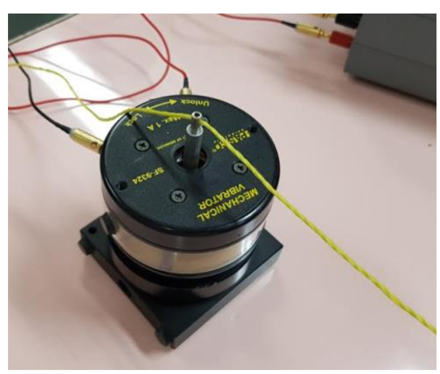


Imagen 2: Oscilador mecánico

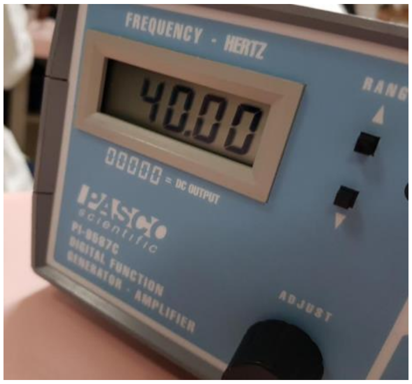


Imagen 3: Generador de Funciones

Montaje experimental

1) Colocar la polea en un extremo de la mesa y del lado contrario colocar un sujetador para amarrar la cuerda.

2) Amarrar la cuerda en el sujetador y pasar el otro extremo de la cuerda por la polea, de tal forma que sobre un pedazo lo suficientemente largo de cuerda para amarrar una bolsa que contendrá a la arena.

3) Colocar el oscilador mecánico cerca del extremo de la cuerda opuesto a la polea, meter el pivote de la cuerda en el oscilador mecánico para que las oscilaciones se propaguen por la cuerda.

4) Conectar el generador de funciones al oscilador mecánico con ayuda del adaptador Banana Banana.

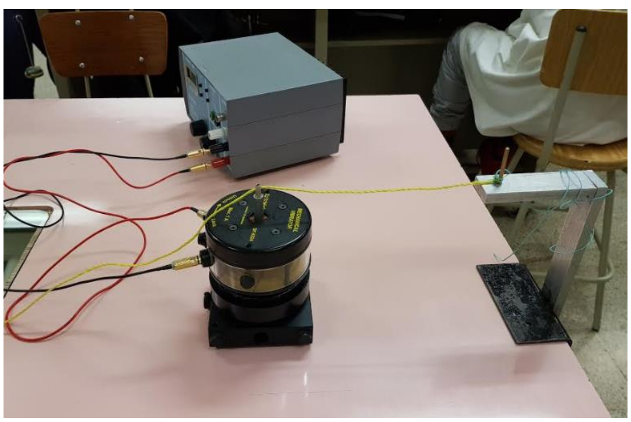


Imagen 4: Montaje del oscilador mecánico, generador de funciones y el sujetador

Imagen 5: Montaje experimental

Procedimiento

1) Elegir una frecuencia fija en el generador de funciones, con la cual oscilará la cuerda.

2) Cuando comience a oscilar, aumentar poco a poco la tensión de la cuerda al agregar arena cuidadosamente a la bolsa amarrada a la cuerda del lado de la polea.

3) Seguir aumentando la tensión de la cuerda hasta que se observe claramente la formación de una onda estacionaria y contar el número de antinodos de dicha onda estacionaria.

4) Aumentar nuevamente la tensión de la cuerda de forma controlada hasta obtener otra onda estacionaria pero con una cantidad distinta de antinodos. Contar el número de antinodos en la onda estacionaria y pesar la arena que fue necesaria para crear dicha onda.

5) Continuar hasta conseguir todas las ondas estacionarias posibles con distintas cantidades de antinodos y para cada una medir la tensión de la cuerda (que es el peso de la arena).

Imagen 6: Onda oscilando sobre la cuerda

6) Con los datos del número de antinodos en la onda, obtener la longitud de onda según la ecuación 2 y tabular los valores de la longitud de onda con la tensión aplicada a la cuerda. Graficar los datos de tensión y longitud de onda y encontrar así la relación matemática entre estas variables con el método de mínimos cuadrados.

7) Usar la ecuación 3 del marco teórico junto con la relación encontrada entre la tensión y longitud de onda para calcular la densidad lineal de la cuerda.

8) Repetir los pasos del 2 al 7 pero ahora con otra frecuencia fija en el generador de funciones y calcular así la densidad lineal de la cuerda usando varias frecuencias distintas. Para cada frecuencia, la densidad calculada debería de variar levemente, ya que este valor es una aproximación de la densidad real de la cuerda.

9) Obtener la masa de la cuerda en la balanza y su longitud con el flexómetro, para calcular la densidad lineal de la cuerda. Esta medida será la medida "real" de la densidad de la cuerda, con la que se compararán los resultados experimentales.

10) Comparar la densidad lineal de la cuerda obtenida en cada una de las frecuencias y compararla con la densidad medida en el paso anterior, para examinar el error en cada caso y encontrar con cuál frecuencia el valor se aproximó más al valor de la densidad real.

11) Repetir todos los pasos anteriores para otra cuerda diferente.

Imagen 7: Ejemplo de onda estacionaria creada sobre la cuerda 2

Imagen 8: Onda estacionaria sobre la cuerda 1

III. Resultados

Como ya se mencionó, para cada una de las frecuencias obtuvimos una relación entre tensión y longitud de onda, y a partir de ella encontramos la densidad lineal de la cuerda. En cada caso, la longitud de onda se obtuvo a partir de contar el número de antinodos de la cuerda y de utilizar la ecuación 2 del marco teórico.

❖ *Cuerda 1*

Longitud total de la cuerda: 2.115 m ± 0.0005 m

Masa de la cuerda: 1.3g ± 0.05g

Densidad lineal de la cuerda: **μ = 0.000614 ± 0.000024 kg/m**

Aunque la longitud total del hilo sea de 2.115m, la parte del hilo puesta a vibrar (la parte entre el vibrador mecánico y la polea) y en la cual se contó el número de antinodos tiene una longitud de L = 1.870 ± 0.0005m. Esta es la medida con la cual se obtiene la longitud de onda al reemplazarla en la ecuación 2.

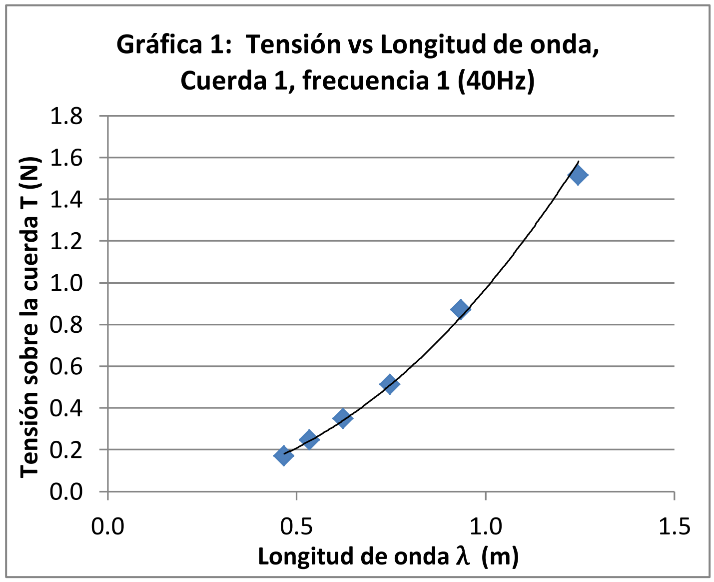
Frecuencia 1: 40 Hz

Para la frecuencia 1 (40Hz) obtuvimos los siguientes datos experimentales:

Número de antinodos	Longitud de onda [m] (±0.0005m)	Tensión sobre la cuerda [N] (±0.00049N)
3	1.247	1.516
4	0.935	0.872
5	0.748	0.514
6	0.623	0.350
7	0.534	0.248
8	0.468	0.171

Tabla 1: Longitud de onda y Tensión. Cuerda 1, frecuencia 1

A partir de estos datos, obtenemos la siguiente gráfica.



Esta gráfica sigue un comportamiento potencial, la linealización de los datos de la tabla 1 y la obtención de la ecuación potencial que mejor se ajusta a ellos se encuentra en el apéndice (Tabla A1). Finalmente, llegamos a la siguiente ecuación:

$$T = (0.97 \pm 0.020)\ \lambda^{(2.21 \pm 0.044)}$$

De donde sabemos por la ecuación 3 del marco teórico, que $0.97 \pm 0.02 = \mu f^2$, entonces:

$$\mu = (0.97 \pm 0.02)\ /\ (40)^2 = 0.00060 \pm 0.000012$$

Por lo tanto, densidad de la cuerda = **0.00061 ± 0.000012 kg/m**

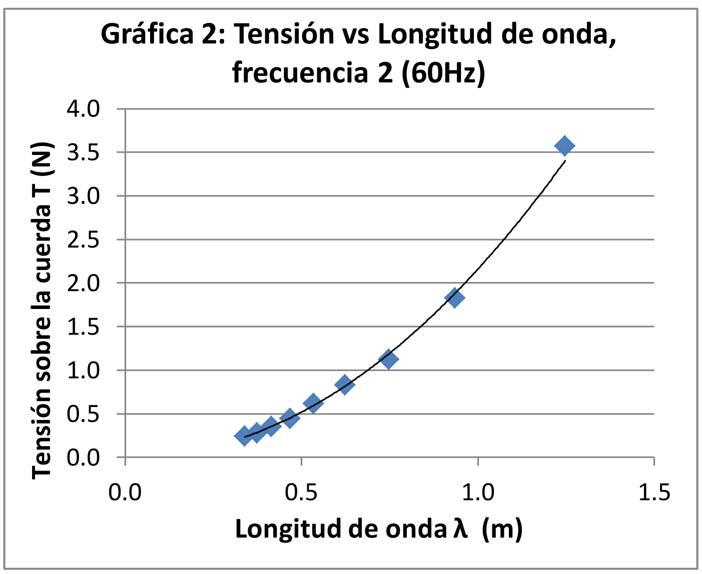
Frecuencia 2: 60 Hz

Para la frecuencia 2 (60Hz) obtuvimos los siguientes datos experimentales:

Número de antinodos	Longitud de onda [m] (±0.0005m)	Tensión sobre la cuerda [N] (±0.0049N)
3	1.247	3.570
4	0.935	1.825
5	0.748	1.120
6	0.623	0.831
7	0.534	0.612
8	0.468	0.446
9	0.416	0.352
10	0.374	0.281
11	0.340	0.244

Tabla 2: Longitud de onda y Tensión, Cuerda 1, Frecuencia 2

A partir de estos datos, obtenemos la siguiente gráfica.



Esta gráfica sigue un comportamiento potencial, la linealización de los datos de la tabla 2 y la obtención de la ecuación potencial que mejor se ajusta a ellos se encuentra en el apéndice (Tabla A2). Finalmente, llegamos a la siguiente ecuación:

$T = (2.16 \pm 0.045)\ \lambda^{(2.06 \pm 0.056)}$

De donde sabemos por la ecuación 3 del marco teórico, que $2.16 \pm 0.045 = \mu f^2$, entonces:

$\mu = (2.16 \pm 0.045)\ /\ (60)^2\ =\ 0.00060 \pm 0.000013$

Por lo tanto, densidad de la cuerda = **0.00060 ± 0.000013 kg/m**

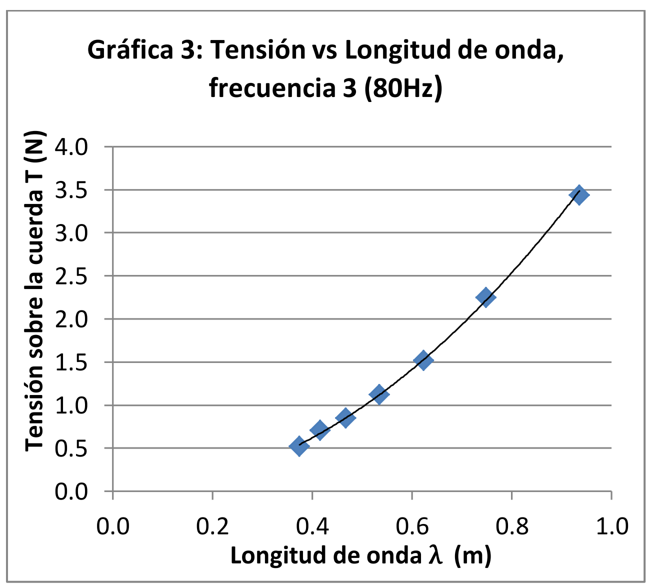
Frecuencia 3: 80Hz

Para la frecuencia 3 (80Hz) obtuvimos los siguientes datos experimentales:

Número de antinodos	Longitud de onda [m] (±0.0005m)	Tensión sobre la cuerda [N] (±0.0049N)
4	0.935	3.437
5	0.748	2.249
6	0.623	1.518
7	0.534	1.121
8	0.468	0.851
9	0.416	0.705
10	0.374	0.518

Tabla 3: Longitud de onda y tensión, cuerda 1, frecuencia 3

A partir de estos datos, obtenemos la siguiente gráfica.



Esta gráfica sigue un comportamiento potencial, la linealización de los datos de la tabla 3 y la obtención de la ecuación potencial que mejor se ajusta a ellos se encuentra en el apéndice (Tabla A3). Finalmente, llegamos a la siguiente ecuación:

$T = (3.99 \pm 0.088)\ \lambda^{(2.03 \pm 0.032)}$

De donde sabemos por la ecuación 3 del marco teórico, que $3.99 \pm 0.088 = \mu f^2$, entonces:

$\mu = (3.99 \pm 0.088)\ /\ (80)^2 = 0.00062 \pm 0.000014$

Por lo tanto, densidad de la cuerda = **0.00062 ± 0.000014 kg/m**

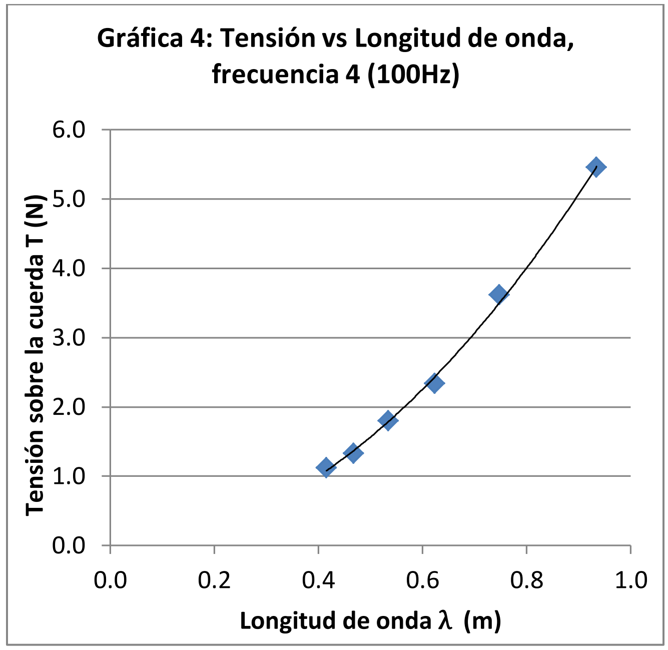
Frecuencia 4: 100 Hz

Para la frecuencia 4 (100Hz) obtuvimos los siguientes datos experimentales:

Número de antinodos	Longitud de onda [m] (±0.0005m)	Tensión sobre la cuerda [N] (±0.0049N)
4	0.935	5.387
5	0.748	3.492
6	0.623	2.366
7	0.534	1.664
8	0.468	1.408
9	0.416	1.156

Tabla 4: Longitud de onda y tensión, Cuerda 1 Frecuencia 4

A partir de estos datos, obtenemos la siguiente gráfica:



Esta gráfica sigue un comportamiento potencial, la linealización de los datos de la tabla 4 y la obtención de la ecuación potencial que mejor se ajusta a ellos se encuentra en el apéndice (Tabla A4). Finalmente, llegamos a la siguiente ecuación:

$T = (6.26 \pm 0.094)\ \lambda^{(2.00 \pm 0.039)}$

De donde sabemos por la ecuación 3 del marco teórico, que $6.26 \pm 0.094 = \mu f^2$, entonces:

$\mu = (6.26 \pm 0.094)\ /\ (100)^2 = 0.000626 \pm 0.000009$

Por lo tanto, densidad de la cuerda = **0.000626 ± 0.000009 kg/m**

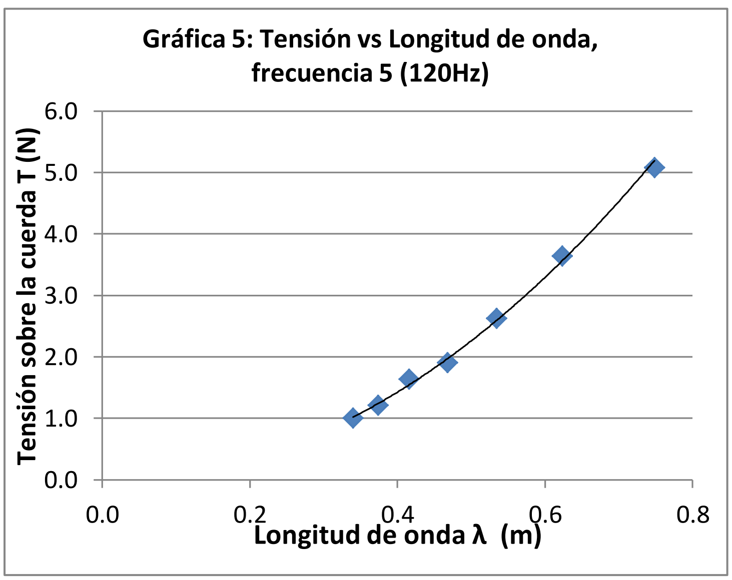
Frecuencia 5: 120 Hz

Para la frecuencia 5 (120Hz) obtuvimos los siguientes datos experimentales:

Número de antinodos	Longitud de onda [m] (±0.0005m)	Tensión sobre la cuerda [N] (±0.0049N)
5	0.748	5.019
6	0.623	3.562
7	0.534	2.635
8	0.468	1.999
9	0.416	1.627
10	0.374	1.242
11	0.340	1.0027

Tabla 5: Longitud de onda y tensión, Cuerda 1, Frecuencia 5

A partir de estos datos, obtenemos la siguiente gráfica:



Esta gráfica sigue un comportamiento potencial, la linealización de los datos de la tabla 5 y la obtención de la ecuación potencial que mejor se ajusta a ellos se encuentra en el apéndice (Tabla A5). Finalmente, llegamos a la siguiente ecuación:

$T = (9.2 \pm 0.22)\ \lambda^{(2.01 \pm 0.061)}$

De donde sabemos por la ecuación 3 del marco teórico, que $9.2 \pm 0.022 = \mu f^2$, entonces:

$\mu = (9.2 \pm 0.022) / (120)^2 = 0.00064 \pm 0.000015$

Por lo tanto, densidad de la cuerda = **0.00064 ± 0.000015 kg/m**

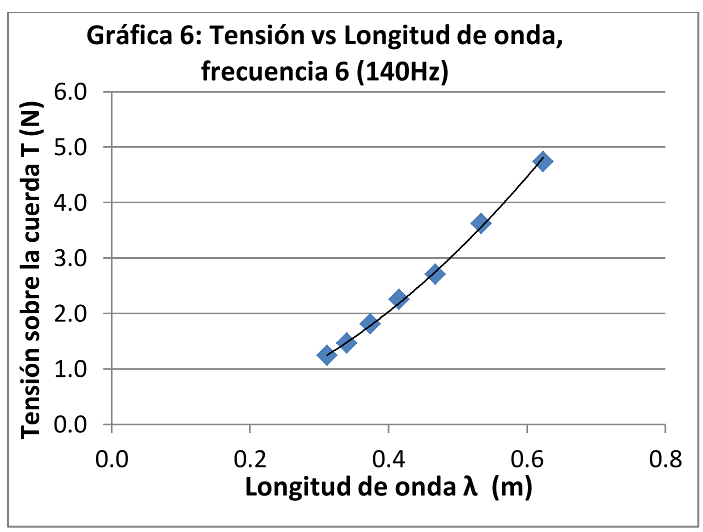
Frecuencia 6: 140 Hz

Para la frecuencia 6 (140Hz) obtuvimos los siguientes datos experimentales:

Número de nodos	Longitud de onda [m] (±0.0005m)	Tensión sobre la cuerda [N] (±0.0049N)
6	0.623	4.919
7	0.534	3.721
8	0.468	2.695
9	0.416	2.188
10	0.374	1.793
11	0.340	1.438
12	0.312	1.257

Tabla 6: Longitud de onda y tensión, Cuerda 1, frecuencia 6

A partir de estos datos, obtenemos la siguiente gráfica:



Esta gráfica sigue un comportamiento potencial, la linealización de los datos de la tabla 6 y la obtención de la ecuación potencial que mejor se ajusta a ellos se encuentra en el apéndice (Tabla A6). Finalmente, llegamos a la siguiente ecuación:

$T = (12.7 \pm 0.27)\ \lambda^{(1.99 \pm 0.062)}$

De donde sabemos por la ecuación 3 del marco teórico, que $12.7 \pm 0.027 = \mu f^2$, entonces:

$\mu = (12.7 \pm 0.027)\ /\ (140)^2 = 0.00065 \pm 0.000014$

Por lo tanto, densidad de la cuerda = **0.00065 ± 0.000014 kg/m**

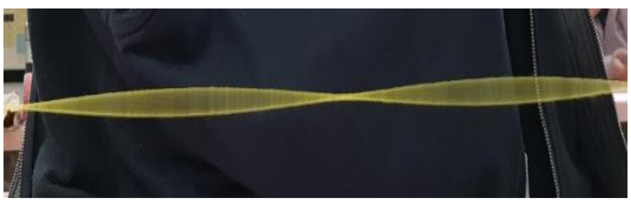


Imagen 9: 2 antinodos en una onda estacionaria cuerda 1

Imagen 10: Onda estacionaria cuerda 1

❖ *Cuerda 2*

Longitud total de la cuerda: 2.800 m ± 0.0005 m

Masa de la cuerda: 1.3g ± 0.05g

Densidad lineal de la cuerda: **μ = 0.000464 ± 0.000018 kg/m**

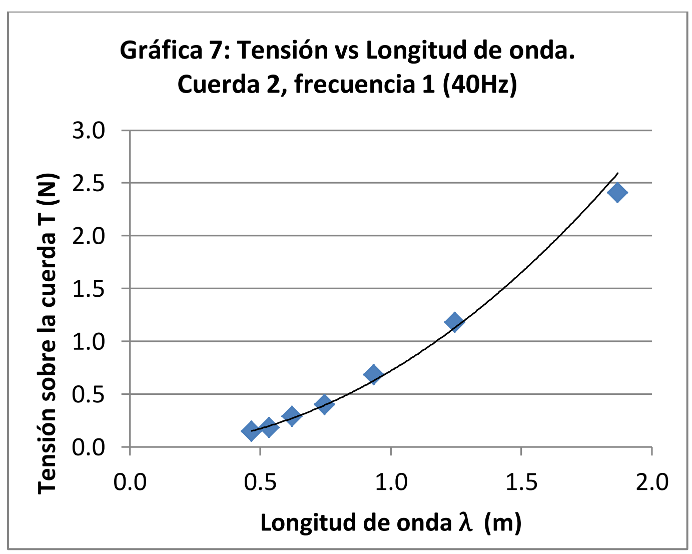
Frecuencia 1: 40Hz

Para la frecuencia 1 (40Hz) obtuvimos los siguientes datos experimentales:

Número de antinodos	Longitud de onda [m] (±0.0005m)	Tensión sobre la cuerda [N] (±0.0049N)
2	1.870	2.406
3	1.247	1.180
4	0.935	0.683
5	0.748	0.399
6	0.623	0.289
7	0.534	0.183
8	0.468	0.150

Tabla 7: Longitud de onda y tensión, cuerda 2, frecuencia 1

A partir de estos datos, obtenemos la siguiente gráfica:



Esta gráfica sigue un comportamiento potencial, la linealización de los datos de la tabla 7 y la obtención de la ecuación potencial que mejor se ajusta a ellos se encuentra en el apéndice (Tabla A7). Finalmente, llegamos a la siguiente ecuación:

$T = (0.72 \pm 0.015)\ \lambda^{(2.04 \pm 0.037)}$

De donde sabemos por la ecuación 3 del marco teórico, que $0.72 \pm 0.015 = \mu f^2$, entonces:

$\mu = (0.72 \pm 0.015) / (40)^2 = 0.00045 \pm 0.000009$

Por lo tanto, densidad de la cuerda = **0.000451 ± 0.000009 kg/m**

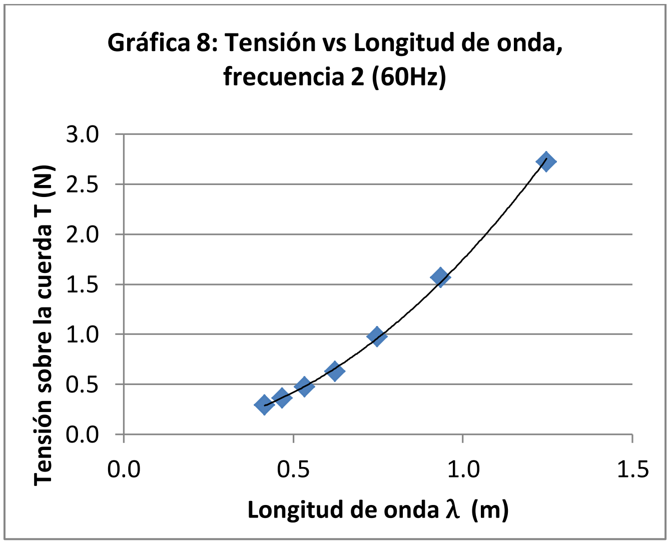
Frecuencia 2: 60Hz

Para la frecuencia 2 (60Hz) obtuvimos los siguientes datos experimentales:

Número de antinodos	Longitud de onda [m] (±0.0005m)	Tensión sobre la cuerda [N] (±0.0049N)
3	1.247	2.724
4	0.935	1.570
5	0.748	0.976
6	0.623	0.632
7	0.534	0.473
8	0.468	0.364
9	0.416	0.294

Tabla 8: Longitud de onda y tensión, Cuerda 2, frecuencia 2

A partir de estos datos, obtenemos la siguiente gráfica:



Esta gráfica sigue un comportamiento potencial, la linealización de los datos de la tabla 8 y la obtención de la ecuación potencial que mejor se ajusta a ellos se encuentra en el apéndice (Tabla A8). Finalmente, llegamos a la siguiente ecuación:

$T = (1.75 \pm 0.037)\ \lambda^{(2.06 \pm 0.071)}$

De donde sabemos por la ecuación 3 del marco teórico, que $1.75 \pm 0.037 = \mu f^2$, entonces:

$\mu = (1.75 \pm 0.037) / (60)^2 = 0.00048 \pm 0.000010$

Por lo tanto, densidad de la cuerda = **0.00048 ± 0.00001 kg/m**

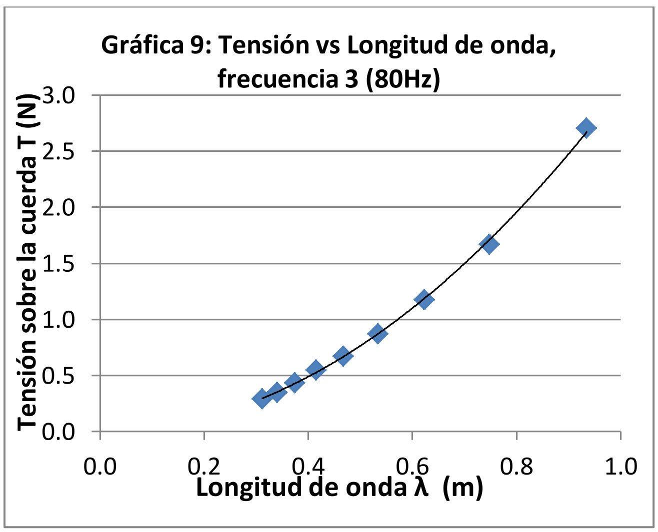
Frecuencia 3: 80Hz

Para la frecuencia 3 (60Hz) obtuvimos los siguientes datos experimentales:

Número de antinodos	Longitud de onda [m] (±0.0005m)	Tensión sobre la cuerda [N] (±0.0049N)
4	0.935	2.646
5	0.748	1.700
6	0.623	1.165
7	0.534	0.847
8	0.468	0.662
9	0.416	0.537
10	0.374	0.415
11	0.340	0.358
12	0.312	0.295

Tabla 9: Longitud de onda y tensión, Cuerda 2, frecuencia 3

A partir de estos datos, obtenemos la siguiente gráfica:



Esta gráfica sigue un comportamiento potencial, la linealización de los datos de la tabla 9 y la obtención de la ecuación potencial que mejor se ajusta a ellos se encuentra en el apéndice (Tabla A9). Finalmente, llegamos a la siguiente ecuación:

$$T = (3.00 \pm 0.081)\ \lambda^{(1.99 \pm 0.037)}$$

De donde sabemos por la ecuación 3 del marco teórico, que $3.00 \pm 0.081 = \mu f^2$, entonces:

$\mu = (3.00 \pm 0.081) / (80)^2 = 0.000470 \pm 0.0000099$

Por lo tanto, densidad de la cuerda = **0.000470 ± 0.0000099 kg/m**

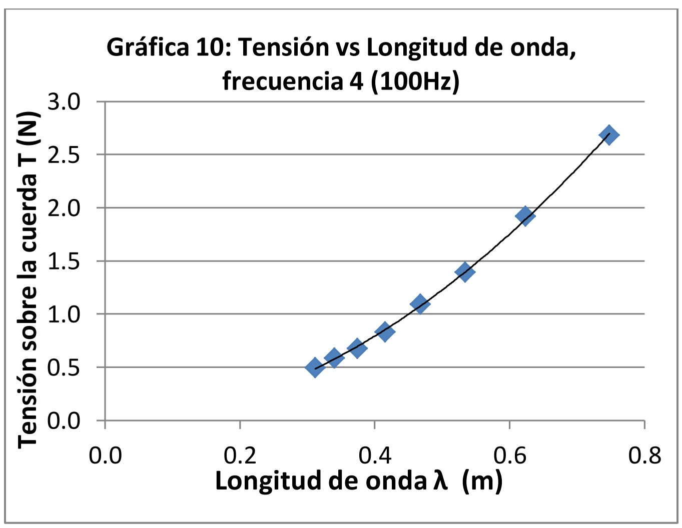
Frecuencia 4: 100Hz

Para la frecuencia 4 (100Hz) obtuvimos los siguientes datos experimentales:

Número de antinodos	Longitud de onda [m] (±0.0005m)	Tensión sobre la cuerda [N] (±0.0049N)
5	0.748	2.725
6	0.623	1.885
7	0.534	1.404
8	0.468	1.050
9	0.416	0.849
10	0.374	0.667
11	0.340	0.574
12	0.312	0.464

Tabla 10: Longitud de onda y tensión, cuerda 2, frecuencia 4

A partir de estos datos, obtenemos la siguiente gráfica:



Esta gráfica sigue un comportamiento potencial, la linealización de los datos de la tabla 10 y la obtención de la ecuación potencial que mejor se ajusta a ellos se encuentra en el apéndice (Tabla A10). Finalmente, llegamos a la siguiente ecuación:

$T = (4.9 \pm 0.14)\ \lambda^{(2.01 \pm 0.063)}$

De donde sabemos por la ecuación 3 del marco teórico, que $4.9 \pm 0.14 = \mu f^2$, entonces:

$\mu = (4.9 \pm 0.14) / (100)^2 = 0.00049 \pm 0.000014$

Por lo tanto, densidad de la cuerda = **0.00049 ± 0.000014 kg/m**

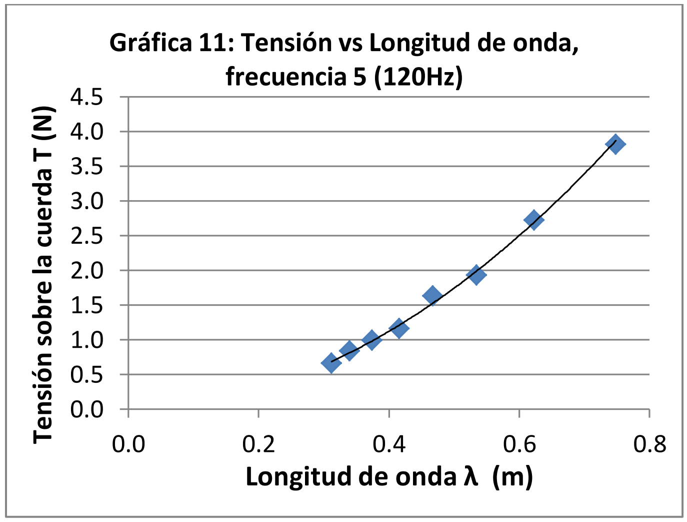
Frecuencia 5: 120Hz

Para la frecuencia 5 (120Hz) obtuvimos los siguientes datos experimentales:

Número de antinodos	Longitud de onda [m] (±0.0005m)	Tensión sobre la cuerda [N] (±0.0049N)
5	0.748	4.129
6	0.623	2.876
7	0.534	1.960
8	0.468	1.473
9	0.416	1.197
10	0.374	0.957
11	0.340	0.844
12	0.312	0.715

Tabla 11: Longitud de onda y tensión, cuerda 2 frecuencia 5

A partir de estos datos, obtenemos la siguiente gráfica:



Esta gráfica sigue un comportamiento potencial, la linealización de los datos de la tabla 11 y la obtención de la ecuación potencial que mejor se ajusta a ellos se encuentra en el apéndice (Tabla A11). Finalmente, llegamos a la siguiente ecuación:

$T = (7.2 \pm 0.27)\ \lambda^{(2.02 \pm 0.083)}$

De donde sabemos por la ecuación 3 del marco teórico, que $7.2 \pm 0.27 = \mu f^2$, entonces:

$\mu = (7.2 \pm 0.27) / (120)^2 = 0.00050 \pm 0.000019$

Por lo tanto, densidad de la cuerda = **0.00050 ± 0.000019 kg/m**

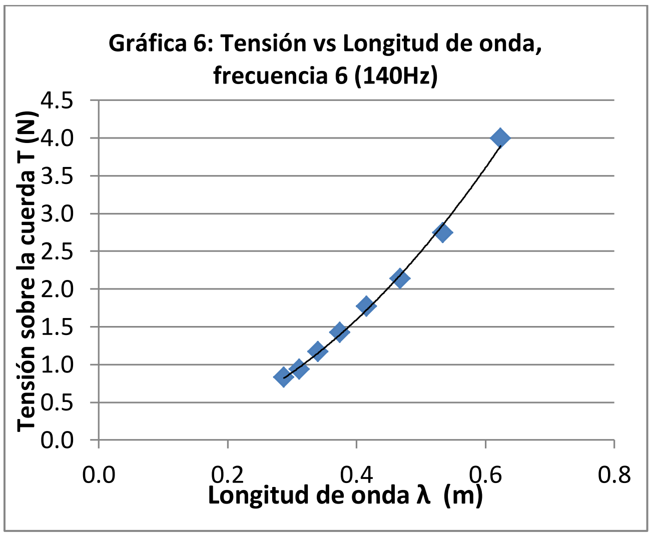
Frecuencia 6: 140Hz

Para la frecuencia 6 (140Hz) obtuvimos los siguientes datos experimentales:

Número de antinodos	Longitud de onda [m] (±0.0005m)	Tensión sobre la cuerda [N] (±0.0049N)
6	0.623	3.749
7	0.534	2.842
8	0.468	2.169
9	0.416	1.626
10	0.374	1.330
11	0.340	1.080
12	0.312	0.894
13	0.288	0.818

Tabla 12: Longitud de onda y tensión, cuerda 2 frecuencia 12

A partir de estos datos, obtenemos la siguiente gráfica:



Esta gráfica sigue un comportamiento potencial, la linealización de los datos de la tabla 12 y la obtención de la ecuación potencial que mejor se ajusta a ellos se encuentra en el apéndice (Tabla A12). Finalmente, llegamos a la siguiente ecuación:

$T = (10.0 \pm 0.44)\ \lambda^{(2.05 \pm 0.091)}$

De donde sabemos por la ecuación 3 del marco teórico, que $10.0 \pm 0.44 = \mu f^2$, entonces:

$\mu = (10.0 \pm 0.44) / (140)^2 = 0.00051 \pm 0.000022$

Por lo tanto, densidad de la cuerda = **0.00051 ± 0.000022 kg/m**

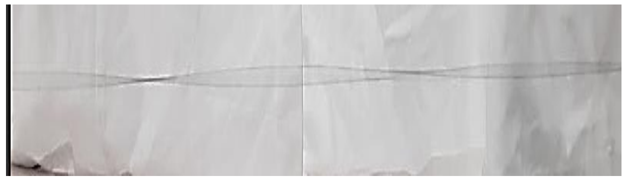


Imagen 11: Onda estacionaria con la cuerda 2

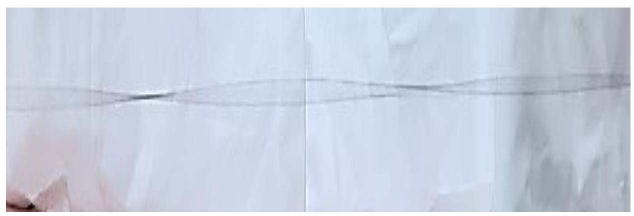


Imagen 12: Onda estacionaria en la cuerda 2

IV Observaciones y/o Discusión

Notamos que tal como lo dice la ecuación 3 del marco teórico, la longitud de onda y la tensión sobre la que se encuentra la cuerda, siguen una relación cuadrática. Es por esto que al encontrar los coeficientes de las relaciones potenciales con el método de mínimos cuadrados, el exponente de λ fue siempre muy cercano a 2.

También nos topamos con que no fue muy sencillo formas ondas estacionarias en la cuerda. En especial si se buscaba que el punto en donde se encuentra el oscilador mecánico fuera un nodo de la onda (para que la onda tuviera un número entero de secciones y no se cortara en el oscilador). Ya que para esto, son necesarios unos valores muy específicos de la tensión y la frecuencia.

Con el generador de funciones es muy sencillo manipular el valor de la frecuencia con cambios muy pequeños. Sin embargo, para cada parte de esta práctica, la frecuencia se mantiene fija, y lo que es necesario variar es la tensión de la cuerda. Es por esto que utilizamos arena para variar la tensión, ya que con los discos del laboratorio no se puede modificar la masa de forma continua y con pequeños cambios.

También notamos que es importante observar la cuerda fijamente mientras se varía continuamente la tensión. Ya que las ondas estacionarias solo se ven de forma clara para algunas tensiones muy específicas, y para otras tensiones no se distinguen los nodos y antinodos ya que la onda no se comporta como una onda estacionaria.

Además, el rango de frecuencias con las que se puede realizar el experimento está muy restringido. Esto se debe a que para frecuencias muy bajas, el movimiento de la cuerda es muy lento y no se observan claramente los nodos y antinodos. Por otro lado, el oscilador mecánico no funciona para frecuencias mayores a aproximadamente 150Hz. Es por esto que restringimos nuestro experimento a frecuencias comprendidas en el rango entre 40Hz y 140Hz.

Observamos también que para las frecuencias más altas con las que realizamos el experimento, era necesario estudiar ondas estacionarias con mayor número de nodos que aquéllas estudiadas en las frecuencias bajas. Esto se debe a que para producir una onda estacionaria con alta frecuencia pero bajo número de nodos, es necesaria una tensión muy grande (como sugiere la ecuación 3) , la cual no podíamos aplicar ya que se nos recomendó en el laboratorio no colgar una masa muy grande al usar el oscilador mecánico.

Asimismo, notamos que fue más difícil encontrar la tensión adecuada para formar una onda estacionaria con muchos nodos, ya que al variar un poco la tensión, el comportamiento de la onda variaba considerablemente. Con esto en mente y tomando en cuenta lo que dice el párrafo anterior, las medidas para frecuencias altas fueron las más difíciles de obtener y también las más inexactas.

V. Conclusiones

Se lograron los objetivos propuestos ya que nos fue posible encontrar la relación entre la tensión de la cuerda y la longitud de onda y usar esta relación para calcular la densidad lineal de la cuerda en cada caso. Compararemos ahora las medidas de la densidad lineal de la cuerda obtenidas experimentalmente con ondas estacionarias, con la medida realizada al inicio del experimento con flexómetro y balanza, para encontrar el error porcentual en cada caso.

Cuerda 1

Como se ve en los resultados, la densidad lineal de la cuerda obtenida sencillamente con flexómetro y balanza y con la que se compararán todos los resultados obtenidos es de:

μ = 0.000614 ± 0.000024 kg/m

En la siguiente tabla se resumen los resultados de las densidades obtenidas con cada frecuencia, y el error porcentual correspondiente.

Frecuencia	Densidad lineal obtenida [kg/m]	**Error porcentual**
40	**0.00061 ± 0.000012**	**0.65 %**
60	**0.00060 ± 0.000013**	**2.28%**
80	**0.00062 ± 0.000014**	**0.97%**
100	**0.000626 ± 0.000009**	**1.95%**
120	**0.00064 ± 0.000015**	**4.23%**
140	**0.00065 ± 0.000014**	**5.86%**

Tabla 13: Errores porcentuales, cuerda 1

Cuerda 2

Al igual que para la cuerda 1, tomamos como referencia a la densidad obtenida sencillamente con flexómetro y balanza, que en este caso es de:

μ = 0.000464 ± 0.000018 kg/m

En la siguiente tabla se encuentran los errores porcentuales de las medidas para la cuerda 2.

Frecuencia	Densidad lineal obtenida [kg/m]	**Error porcentual**
40	**0.000451 ± 0.000009**	**2.80 %**
60	**0.00048 ± 0.00001**	**3.44%**
80	**0.000470 ± 0.0000099**	**1.29%**
100	**0.00049 ± 0.000014**	**5.6%**
120	**0.00050 ± 0.000019**	**7.75%**
140	**0.00051 ± 0.000022**	**9.91%**

Tabla 14: Errores porcentuales, cuerda 2

Observando las tablas para las dos cuerdas, notamos que el error porcentual entre la densidad lineal medida experimentalmente con las ondas estacionarias y la densidad lineal medida al inicio del experimento con la balanza es muy pequeño.

Esto nos permite afirmar que comprobamos la validez de la ecuación de Melde para ondas estacionarias en una cuerda. Sin embargo, es notable que el error porcentual es mayor para frecuencias más grandes. Esto coincide con lo mencionado al final de las observaciones sobre la dificultad en las mediciones en estas frecuencias.

Bibliografía

[1] Sears, Zemansky, Física universitaria Vol. 1, Addison-Wesley, México 2009.

[2] Buffa Anthony. et al., FÍSICA, Pearson Educación, México 2007.

[3] Resnick R., Física Vol. 1, Compañía Editorial Continental, México 1999.

[4] Jones Edwin, Childers Richard, FÍSICA Contemporánea Tercera Edición, McGraw Hill, México 2001.

Apéndice

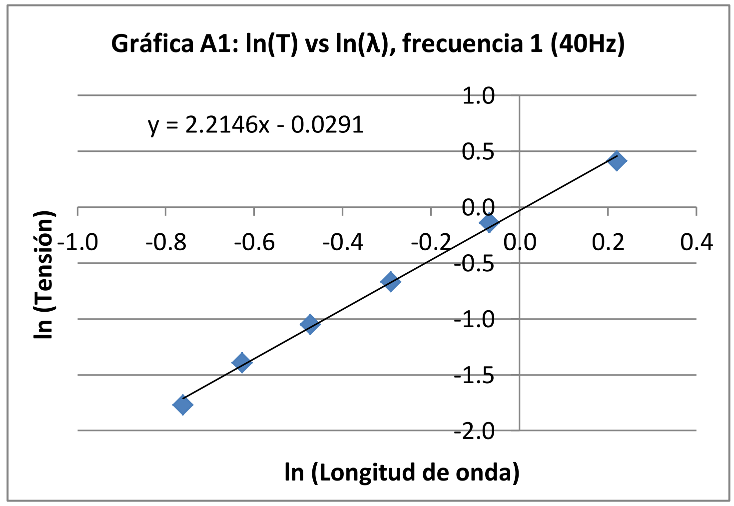
<u>*Cuerda 1*</u>

Frecuencia 1 (40Hz)

A partir de la tabla 1, creamos la siguiente tabla y gráfica aplicando el logaritmo natural a los datos de longitud de onda y de tensión para obtener una relación lineal.

Ln (Longitud de onda)	Error	Ln (Tensión)	Error
0.2205	0.00040	0.4158	0.0033
-0.0672	0.00053	-0.1368	0.0057
-0.2904	0.00067	-0.6654	0.0097
-0.4727	0.00080	-1.0492	0.0143
-0.6268	0.00094	-1.3935	0.0201
-0.7604	0.00107	-1.7679	0.0293

Tabla A1: Cuerda 1, frecuencia 1 linealizado



Con el método de mínimos cuadrados, obtenemos que: $\ln(T) = (2.21 \pm 0.044)\ \ln(\lambda) + (-0.029 \pm 0.021)$, de donde se obtiene que: $T = e^{(2.21 \pm 0.044)\ \ln(\lambda)} * e^{(--0.029 \pm 0.021)}$, entonces: $T = e^{(--0.029 \pm 0.021)}\ \lambda^{(2.21 \pm 0.044)}$.

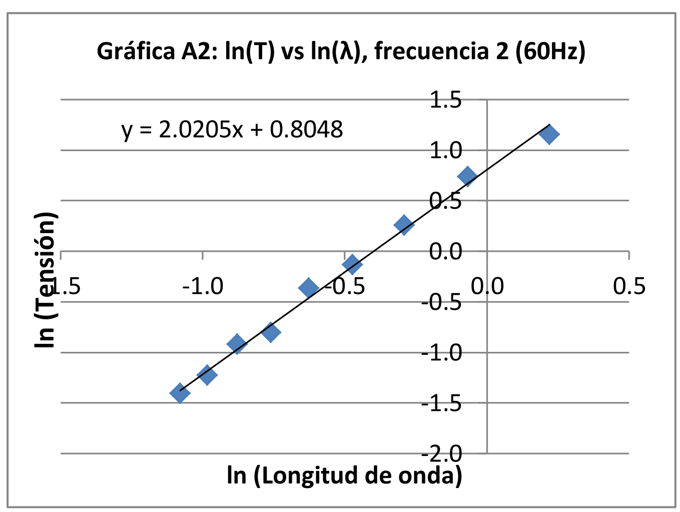
Por lo que finalmente obtenemos: $T = (0.97 \pm 0.02)\ \lambda^{(2.21 \pm 0.044)}$

Frecuencia 2 (60 Hz)

A partir de la tabla 2, creamos la siguiente tabla y gráfica aplicando el logaritmo natural a los datos de longitud de onda y de tensión para obtener una relación lineal.

ln(Longitud de onda)	Error	ln(Tensión)	Error
0.2205	0.00040	1.1538	0.0016
-0.0672	0.00053	0.7328	0.0024
-0.2904	0.00067	0.2561	0.0039
-0.4727	0.00080	-0.1373	0.0057
-0.6268	0.00094	-0.3660	0.0072
-0.7604	0.00107	-0.8080	0.0112
-0.8781	0.00120	-0.9249	0.0126
-0.9835	0.00134	-1.2300	0.0171
-1.0788	0.00147	-1.4089	0.0205

Tabla A2: Cuerda 1, frecuencia 2, linealizado



Con el método de mínimos cuadrados, obtenemos que: ln(T) = (2.05 ± 0.056) ln(λ) + (0.78 ± 0.021), de donde se obtiene que: $T = e^{(2.05 \pm 0.056)\ \ln(\lambda)} * e^{(--0.78 \pm 0.021)}$, entonces: $T = e^{(--0.078 \pm 0.021)}\ \lambda^{(2.05 \pm 0.056)}$.

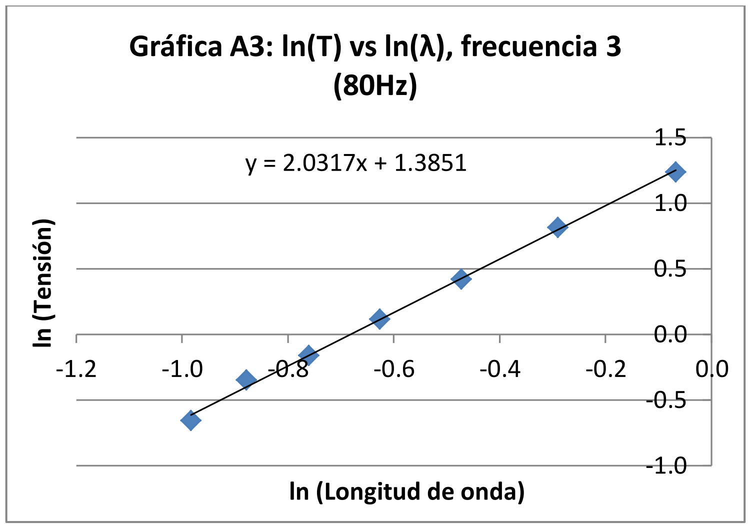
Por lo que finalmente obtenemos: $T = (2.19 \pm 0.046)\ \lambda^{(2.05 \pm 0.056)}$

Frecuencia 3 (80Hz)

A partir de la tabla 3, creamos la siguiente tabla y gráfica aplicando el logaritmo natural a los datos de longitud de onda y de tensión para obtener una relación lineal.

Ln (Longitud de onda)	Error	Ln (Tensión)	Error
-0.0672	0.00053	1.2347	0.0015
-0.2904	0.00067	0.8107	0.0022
-0.4727	0.00080	0.4171	0.0033
-0.6268	0.00094	0.1145	0.0045
-0.7604	0.00107	-0.1619	0.0059
-0.8781	0.00120	-0.3491	0.0071
-0.9835	0.00134	-0.6578	0.0097

Tabla A3: Cuerda 1, frecuencia 3 linealizado



Con el método de mínimos cuadrados, obtenemos que: ln(T) = (2.03 ± 0.032) ln(λ) + (1.39 ± 0.022), de donde se obtiene que: $T = e^{(2.03 \pm 0.032)\ \ln(\lambda)} * e^{(-1.39 \pm 0.022)}$, entonces: $T = e^{(--1.39 \pm 0.022)}\ \lambda^{(2.03 \pm 0.032)}$.

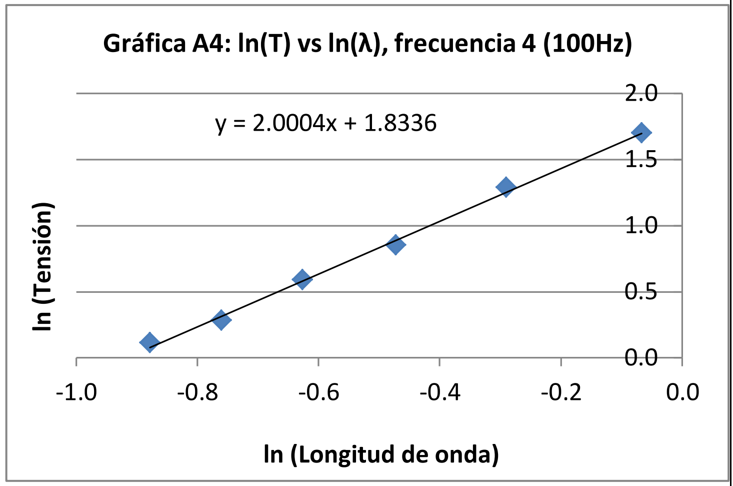
Por lo que finalmente obtenemos: $T = (3.99 \pm 0.088)\ \lambda^{(2.03 \pm 0.032)}$

Frecuencia 4 (100 Hz)

A partir de la tabla 4, creamos la siguiente tabla y gráfica aplicando el logaritmo natural a los datos de longitud de onda y de tensión para obtener una relación lineal.

ln(Longitud de onda)	Error	ln(Tensión)	Error
-0.0672	0.00053	1.6971	0.0009
-0.2904	0.00067	1.2856	0.0014
-0.4727	0.00080	0.8497	0.0021
-0.6268	0.00094	0.5867	0.0028
-0.7604	0.00107	0.2807	0.0038
-0.8781	0.00120	0.1098	0.0045

Tabla A4: Cuerda 1, frecuencia 4, linealizado



Con el método de mínimos cuadrados, obtenemos que: $\ln(T) = (2.00 \pm 0.039) \ln(\lambda) + (1.83 \pm 0.015)$, de donde se obtiene que: $T = e^{(2.00 \pm 0.039) \ln(\lambda)} * e^{(-1.83 \pm 0.015)}$, entonces: $T = e^{(-1.83 \pm 0.015)} \quad \lambda^{(2.00 \pm 0.039)}$.

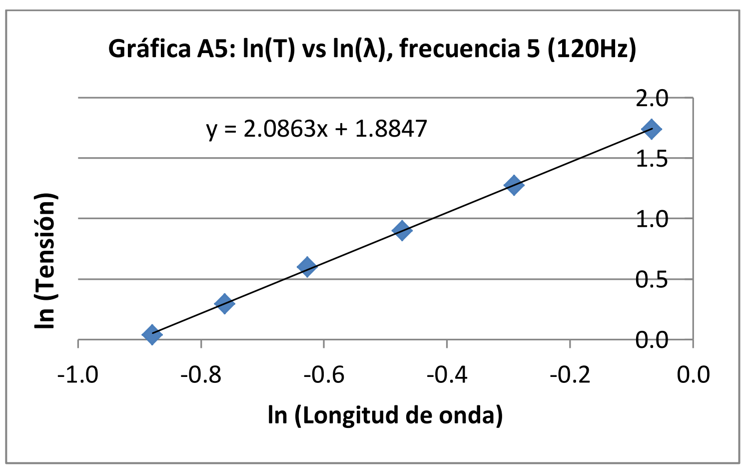
Por lo que finalmente obtenemos: $T = (6.26 \pm 0.094) \quad \lambda^{(2.00 \pm 0.039)}$

Frecuencia 5 (120 Hz)

A partir de la tabla 5, creamos la siguiente tabla y gráfica aplicando el logaritmo natural a los datos de longitud de onda y de tensión para obtener una relación lineal.

ln(Longitud de onda)	Error	ln(Tensión)	Error
-0.0672	0.00053	1.6940	0.0009
-0.2904	0.00067	1.2495	0.0014
-0.4727	0.00080	0.8772	0.0021
-0.6268	0.00094	0.6267	0.0027
-0.7604	0.00107	0.3221	0.0036
-0.8781	0.00120	0.1000	0.0045

Tabla A5: Cuerda 1, frecuencia 5, linealizado



Con el método de mínimos cuadrados, obtenemos que: $\ln(T) = (1.96 \pm 0.056) \ln(\lambda) + (1.8 \pm 0.015)$, de donde se obtiene que: $T = e^{(2.00 \pm 0.039) \ln(\lambda)} * e^{(-1.83 \pm 0.015)}$, entonces: $T = e^{(-1.83 \pm 0.015)} \quad \lambda^{(2.00 \pm 0.039)}$.

Por lo que finalmente obtenemos: $T = (6.26 \pm 0.094) \quad \lambda^{(2.00 \pm 0.039)}$