

Laboratorio de Mecánica. Semestre 2019-2. Facultad de Ciencias.

Dr. Martín Romero Martínez. Fis. José Abarca Munguía.

Práctica 3
Velocidad media, velocidad instantánea y aceleración

T Basile.

I. Santiago.

R. Rangel.

J Gallegos.

Grupo: 8074.

Universidad Nacional Autónoma de México.

Fecha de elaboración: 27 de febrero, 6 de marzo 2019. Fecha de entrega: 13 de marzo, 2019.

Resumen

Este trabajo muestra los resultados de mediciones de velocidad media, velocidad instantánea y aceleración de un deslizador al moverse por un riel de aire. Las mediciones se realizaron mediante fotocompuertas, con un cronómetro y con la cámara lenta de un celular. Los resultados muestran los valores de la velocidad y aceleración del deslizador en distintos tipos de movimientos: movimiento con velocidad constante y movimiento con aceleración constante.

I. Introducción

Marco Teórico

Para el estudio de la cinemática en este trabajo, usamos un caso de movimiento simple: el de una partícula que se mueve en línea recta (movimiento en una dimensión).

Se puede obtener una descripción del movimiento que tiene una partícula si conocemos la dependencia de su posición x con respecto al tiempo t transcurrido. Esto es, la posición x como una función del tiempo. [2] Además es también importante tomar en cuenta el marco de referencia escogido.

Para estudiar el movimiento de una partícula se definen ciertas magnitudes físicas importantes como lo son la velocidad media, velocidad instantánea y la aceleración.

-Velocidad Media: La velocidad promedio durante un cierto intervalo de tiempo es igual al desplazamiento promedio por unidad de tiempo. La velocidad además ofrece información sobre la dirección del movimiento y se mide en $\frac{m}{s}$ en el sistema de unidades MKS.

La velocidad media se define para un intervalo de tiempo entre un tiempo inicial t_1 y un tiempo final t_2 elegidos. Si en el tiempo t_1 la posición del móvil es x_1 y al tiempo t_2 es x_2 , la velocidad media en este intervalo se define mediante la expresión:

$$v_{media} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \tag{1}$$

-Velocidad Instantánea: La velocidad promedio puede ser útil al considerar el comportamiento total de una partícula durante cierto intervalo, pero para describir los detalles de su movimiento, la velocidad promedio no es particularmente útil. Un concepto más apropiado sería la velocidad instantánea, que puede ser considerada como el valor que tiene la velocidad media cuando el intervalo de tiempo que se toma se hace muy pequeño. En el

lenguaje matemático esto es equivalente a calcular el valor límite de la velocidad promedio cuando el intervalo de tiempo tiende a cero. [1] Así, este concepto se refiere a la velocidad que tiene un cuerpo en un punto o un instante de tiempo. Usemos la notación sintetizada $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta t = t_2 - t_1$ para definir entonces la velocidad instantánea como:

$$v_{instant\'anea} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$
 (2)

Que esta expresión es lo mismo que decir que la velocidad instantánea es igual a la derivada de la posición x con respecto al tiempo.

-Aceleración: Así como la velocidad describe la tasa de cambio de posición con el tiempo, la aceleración describe la tasa de cambio de velocidad con el tiempo. Al igual que la velocidad, la aceleración es una cantidad vectorial. La aceleración se mide en $\frac{m}{s^2}$ en el sistema de unidades MKS.

Si para un tiempo inicial t_1 la velocidad del móvil es v_1 y para un tiempo final t_2 la velocidad es v_2 , la aceleración media del móvil en este intervalo se define como:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \tag{3}$$

De manera similar a la velocidad instantánea, también se puede definir una aceleración instantánea como la derivada de la velocidad con respecto al tiempo. Sin embargo, en el caso de nuestro trabajo no usamos este concepto ya que para los movimientos estudiados la aceleración es constante y por lo tanto la aceleración media es igual a la instantánea.

Teniendo en cuenta estas definiciones, se pueden estudiar dos tipos de movimientos muy específicos:

-MRU (Movimiento Rectilíneo Uniforme): Es aquél en el que la velocidad permanece constante y por lo tanto la aceleración es siempre cero y la posición depende linealmente del tiempo.

-MRUA (Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado): Es aquél tipo de movimiento en el que la aceleración permanece constante y por lo tanto la velocidad cambia de manera uniforme respecto al tiempo.

Si además la velocidad inicial y la posición inicial son 0, entonces podemos llegar a la siguiente función de x con respecto al tiempo:

$$x = at^2/2 (4$$

Objetivos

El objetivo general de esta práctica es obtener los valores de la velocidad y aceleración de un deslizador en un riel de aire, además de comparar los datos obtenidos a partir de distintos métodos de medición.

El primer objetivo es obtener la relación de proporcionalidad entre la distancia recorrida por el deslizador y el tiempo transcurrido para un MRU. Esto con el propósito de obtener la velocidad media según la relación (1).

Posteriormente el objetivo es obtener la velocidad instantánea en un punto de un MRUA, haciendo esto a partir del uso de la relación (2).

Finalmente a partir de la relación (3) contamos con el objetivo de obtener la aceleración media del deslizador en un MRUA y comprobar que según lo estudiado, por el tipo de movimiento, este valor debería ser una constante.

II. Desarrollo Experimental Materiales

- -Riel de Aire: Riel de aire de 1.30m de largo con tornillos en la base para inclinarlo.
- -Compresora: Compresora de aire y una manguera para conectar al riel.
- -Deslizador: Un deslizador de metal para el riel.
- -Nivel: Nivel de burbuja.
- -Cronómetro: Cronómetro manual.

- -2 Fotocompuertas: Fotocompuertas marca PASCO junto con su base y un cable para conectarlo al Smart timer.
- -Smart Timer: Smart Timer marca PASCO con capacidad de medir tiempos, velocidad y aceleración con una o dos fotocompuertas.
- -flexómetro: Flexómetro con una longitud máxima de 5m.
- -Estroboscopio: Estroboscopio eléctrico con frecuencia ajustable.

Montaje experimental

1) Colocamos el riel sobre la mesa y lo nivelamos con ayuda del nivel de burbuja al girar los tornillos de la base. Lo medimos usando el flexómetro y le hicimos marcas cada 5cm.

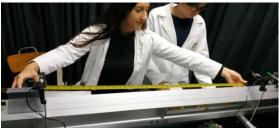


Ilustración 1: Medición del riel

- 2) Conectamos la compresora de aire y la unimos al riel a través de la manguera.
- 3) Colocamos un clip sobre el deslizador para asegurarnos de que las fotocompuertas sólo tomen en cuenta el movimiento de este clip, que es un punto en específico en vez de todo el deslizador.
- 4) Colocamos las fotocompuertas de forma tal que los sensores capten durante el movimiento al clip colocado en el deslizador.

Procedimiento A). Velocidad media en MRU

1) Lanzamos el deslizador usando una liga en el extremo del riel para propursarlo y asegurar que tengamos un MRU.

2) Dejamos una fotocompuerta fija cerca del extremo desde el que soltamos el deslizador y colocamos la otra fotocompuerta a distancias de 0.10m, 0.20m, etc.



Ilustración 2: Montaje del experimento

- 3) Para cada distancia, lanzamos el deslizador 5 veces y obtuvimos los tiempos en cada lanzamiento.
- 4) Repetimos el procedimiento pero grabando el movimiento con una cámara lenta para obtener los tiempos.
- 5) Tomamos una foto estroboscópica, para ello colocamos el estroboscopio a aproximadamente 2 metros del riel y lo ajustamos a una frecuencia de 180 RPM. Además usamos una aplicación celular llamada Long Exposure Camera para tomar una fotografía con 4 segundos de exposición y así captar todo el movimiento del deslizador en una sola imagen.

Procedimiento B: Velocidad instantánea en MRUA

- 1) Elevamos 2.2cm uno de los extremos del riel para obtener una inclinación tal que la aceleración de la gravedad actúe sobre el movimiento del deslizador.
- 2) Queremos medir la velocidad instantánea en el centro del riel. Para ello colocamos las fotocompuertas a 0.3m a la izquierda y derecha de este punto y medimos el tiempo en recorrer toda la distancia entre los sensores.

Posteriormente lo repetimos pero con las fotocompuertas a 0.25m del centro y así sucesivamente hasta llegar a colocar las fotocompuertas a 0.05m de cada lado del centro.



Ilustración 3: Fotocompuertas a 10 cm del centro para medir velocidad media

3) Para cada distancia del centro, soltamos el deslizador 5 veces y obtuvimos los tiempos en pasar de una fotocompuerta a la otra.

Procedimiento C: Aceleración en MRUA

- 1) Con la inclinación del riel como en el procedimiento pasado, colocamos una fotocompuerta fija a 10 centímetros del extremo del riel.
- 2) Colocamos la otra fotocompuerta a una distancia de 0.1m, 0.2m y así sucesivamente hasta llegar a 1m.
- 3) Para cada distancia, soltamos el deslizador y obtuvimos los tiempos en pasar de una fotocompuerta en la otra.
- 4) Luego, sin mover las fotocompuertas, medimos la velocidad en cada una con la función One Gate del Smart Timer. Para hacer esto agregamos un segundo clip a 1cm de distancia del primero porque el Smart Timer necesita dos puntos separados por 1cm del objeto en movimiento para calcular la velocidad con una sola fotocompuerta.

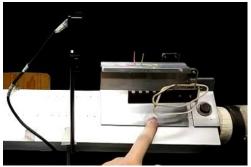


Ilustración 4: Deslizador con dos clips para medir velocidad con una fotocompuerta

5) Retiramos las fotocompuertas y medimos con un cronómetro el tiempo del deslizador en recorrer todo el riel y posteriormente calculamos la aceleración a partir del despeje de la ecuación

$$(4) \quad a = \frac{2x}{t^2}$$

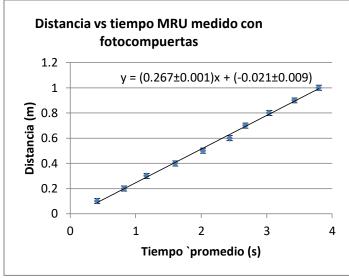
III. Resultados

A) Velocidad media en MRU

Los resultados de los tiempos del movimiento del deslizador se encuentran en la **tabla 1.1**

En la tabla se incluye el tiempo promedio a cada distancia y su incertidumbre obtenida como la máxima diferencia de un dato respecto al promedio.

Finalmente graficamos la distancia comparada con el tiempo promedio medido (con su incertidumbre). A estos puntos les aplicamos el método de mínimos cuadrados para obtener la pendiente y ordenada al origen de la recta de mayor aproximación junto con sus incertidumbres.



Gráfica 1

La velocidad media del deslizador es igual a la pendiente de esta recta, ya que esta pendiente es igual a $\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}$ y según la **fórmula** (1) esto es igual a la velocidad media del móvil.

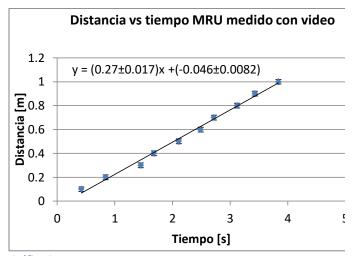
Por lo tanto la velocidad media del deslizador es de:

Velocidad media: $0.267\pm0.001\frac{m}{s}$.

Por otro lado, también medimos el mismo fenómeno pero usando la cámara lenta de un celular y tomando así el tiempo que tarda el deslizador en cruzar las marcas hechas sobre el riel.

Con este video, habiendo grabado el movimiento una vez, obtuvimos la **tabla 1.2** del apéndice que incluye el tiempo medido para cada distancia y su incertidumbre. (que en el caso del celular es ± 0.005 s ya que el video muestra hasta centésimas de segundo).

Con estos datos, graficamos la distancia comparada con el tiempo (y sus incertidumbres). Aplicamos el método de mínimos cuadrados para obtener la recta de mayor aproximación, así como su pendiente y ordenada al origen con sus incertidumbres.



Gráfica 2

Siguiendo el razonamiento del caso anterior, sabemos que la velocidad media será la pendiente de esta recta, que es:

Velocidad media: $0.27\pm0.017 \frac{m}{s}$.

Finalmente, tomamos una fotografía estroboscópica del fenómeno, usando un estroboscopio dispuesto con una frecuencia de 180 RPM y una cámara configurada con un tiempo de exposición de 4s.



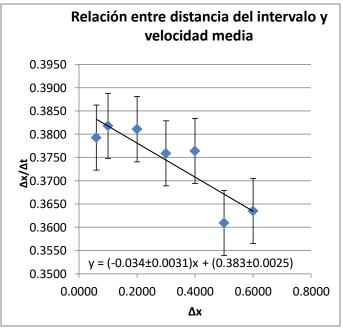
Ilustración 5: Foto estroboscópica del MRU (180 RPM)

Como se puede apreciar en la imagen, el deslizador aparece múltiples veces en diferentes partes de su trayectoria (cada imagen del deslizador separada por un tiempo de 1/3s). Sin embargo, la distancia entre éstas permanece constante, tal como se esperaría para un MRU.

B) Velocidad instantánea en un MRUA

Construimos una tabla comparando la distancia recorrida (Δx), el intervalo de tiempo en recorrer la distancia (Δt) y la velocidad media para cada caso ($\Delta x/\Delta t$). El resultado se muestra en la **Tabla 2.1** del apéndice, para cada distancia se hicieron 5 mediciones de tiempo, por lo que se incluye una columna con el tiempo promedio y su incertidumbre.

De esta tabla, podemos comparar la relación de $\Delta x \cos \Delta x/\Delta t$. Para esto graficamos los puntos y encontramos la recta que más se aproxime a ellos con el método de mínimos cuadrados. Además de encontrar la pendiente y ordenada al origen con sus respectivas incertidumbres.

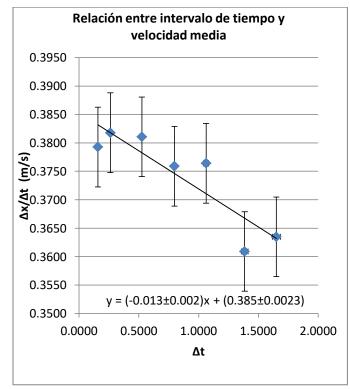


Gráfica 3

Como queremos conocer la velocidad instantánea, nos interesa saber qué sucede con la velocidad media ($\Delta x/\Delta t$) conforme tomamos distancias Δx cada vez más pequeñas. Así, nos interesa saber el valor de ($\Delta x/\Delta t$) cuando Δx es 0. Pero esto es simplemente la ordenada al origen, que es lo que encontramos con el método de mínimos cuadrados que vale:

Velocidad instantánea: 0.383±0.0025 m/s

Por otro lado, podemos hacer un análisis similar pero tomando la relación del intervalo de tiempo Δt con la velocidad media $\Delta x/\Delta t$. Para esto primero graficamos los puntos $(\Delta t, \Delta x/\Delta t)$ y calculamos la recta que más se acerque a estos puntos, así como su pendiente y ordenada al origen.



Gráfica 4

Ya que nos interesa conocer la velocidad instantánea, según la **fórmula 2** tenemos que encontrar el valor al que tiende $\Delta x/\Delta t$ conforme Δt tiende a 0. Para esto podemos ver en la gráfica que el valor de la velocidad instantánea cuando Δt tiende a 0 es la ordenada al origen, que vale:

Velocidad instantánea: 0.385±0.0023 m/s

Así, notamos que con ambas gráficas podemos concluir que la velocidad instantánea en el punto en que la medimos ronda los 0.383 m/s.

C) Aceleración en un MRUA

Para esta sección calculamos el valor de la aceleración del deslizador al soltarlo sobre el riel con cierta inclinación. Para esto medimos la velocidad del deslizador en dos puntos diferentes del riel separados por una distancia. Luego medimos el tiempo que tardaba el riel en recorrer esa misma distancia, para así obtener la aceleración media al usar la **fórmula 3.**

Todos estos resultados se encuentran en la **Tabla 3.1** del apéndice. En ella la distancia, tiempo y velocidades tienen una incertidumbre debida al instrumento de medida. Sin embargo la diferencia de velocidad y la aceleración media tienen su error debido a la propagación de las incertidumbres.

Calculamos el promedio de las aceleraciones y su error, que es la mayor diferencia de una medida con respecto al promedio. Y obtenemos: $a = 0.140 \pm 0.0037 \text{ m/s}^2$

Alternativamente, medimos el tiempo que tarda el deslizador en recorrer cada distancia con un cronómetro y repetimos la medición 5 como se ve en la **tabla 3.2.**

Posteriormente calculamos el promedio de las aceleraciones y su error, para obtener:

 $a=0.14\pm0.01 \text{ m/s}^2$

IV Observaciones y/o Discusión

En la parte A de la práctica encontramos que la relación entre el tiempo y la distancia del deslizador se puede aproximar con una recta. Este resultado nos indica que existe una constante de proporcionalidad entre el tiempo y la distancia. Esta constante resulta ser la velocidad del deslizador y según lo visto en el marco teórico, esto nos indica que el movimiento del deslizador es efectivamente un MRU y que la velocidad no cambia en ninguna parte del trayecto. Además encontramos resultados muy cercanos sin importar si las mediciones se realizaron con las fotocompuertas o con el cronómetro.

En la parte B de la práctica usamos la definición de velocidad instantánea dada en el marco teórico para poder calcularla indirectamente a partir de la velocidad media en intervalos cada vez más pequeños del recorrido. Observamos que con el método de mínimos cuadrados se puede seguir la tendencia que sigan algunos puntos medidos experimentalmente para encontrar valores que no se pueden medir directamente tal como medir la velocidad en un intervalo de tiempo 0.

En la parte C encontramos que el movimiento estudiado tenía cambios de velocidad proporcionales a los cambios de tiempo por una constante. Esto según la definición de aceleración dada en el marco teórico, nos hace interpretar que estamos observando un MRUA y la constante de proporcionalidad es la aceleración.

Una observación importante es que durante la realización del experimento, primero soltábamos el deslizador sin colocar ningún clip encima de él o algo similar. Lo tirábamos de tal forma que la fotocompuerta captaba el deslizador en su totalidad, por lo que se mantenía encendida durante un periodo muy

largo de tiempo mientras el deslizador pasaba por el sensor.

Posteriormente añadimos un clip en la punta del deslizador y lo colocamos de tal forma que las fotocompuertas sólo detectaran el clip. De esta manera, los sensores sólo registraban un punto y no se mantenían encendidos durante un gran periodo de tiempo.

Notamos que estas dos maneras de realizar las medidas discrepaban considerablemente ya que en el primer caso la longitud del riel causaba que la fotocompuerta empezara a contar el tiempo unos milisegundos después, cuando la parte de atrás cruzara. Por esta razón obteníamos tiempos un poco más bajos que con la segunda manera. Concluimos que el uso del clip es necesario para medidas más precisas ya que el sensor se enfoca en un punto en específico del deslizador.

V. Conclusiones

Mediante el análisis experimental realizado se encontró que la velocidad media en la parte A del experimento fue de 0.267±0.001 m/s al medir con las fotocompuertas y fue de 0.27±0.017 m/s al medir con la cámara lenta del celular. Ambos valores difieren en un 1.11% lo cual es una diferencia muy pequeña y debida únicamente a la precisión de los instrumentos de medición.

Para la parte B cumplimos el objetivo ya que fuimos capaces de encontrar la velocidad instantánea del deslizador en el punto medio de su recorrido por el riel. Se encontró que esta velocidad instantánea es de 0.383±0.0023 m/s y que las velocidades medias en intervalos cercanos se acercan poco a poco a este valor, tal

como se esperaba según lo información obtenida en el marco teórico.

En la parte C encontramos que al dejar caer el riel, éste tiene una aceleración constante, la cual pudimos medir cualitativamente como $0.140 \pm 0.0037 \text{ m/s}^2$. Podemos comparar este valor medido con el valor teórico esperado, ya que sabemos que la aceleración del deslizador se debe a la componente de la gravedad en la dirección paralela al riel.

Conocemos que la longitud del riel de aire es de 1.3m y como lo levantamos 2.2cm, podemos conocer su ángulo con respecto a la horizontal por $\arctan\left(\frac{0.022}{1.3}\right) = 0.9695^{\circ}$. Posteriormente obtenemos la componente de la aceleración de la gravedad en este dirección como a= $9.81*sen(0.9695) = 0.1659m/s^2$

Este valor teórico indica que nuestro valor experimental tiene un error del $\frac{0.1659-0.140}{0.1509}*100$ = 17.16 %

Lo cual indica que obtuvimos un valor cercano al esperado pero con un error considerable y por lo tanto la técnica utilizada sirve para medir la aceleración pero no es demasiado exacto.

Bibliografía

- [1] Alonso M. et al., FÍSICA Vol 1. Mecánica, Fondo educativo interamericano, España 1970.
- [2] Resnick R., FÍSICA Vol. 1, Compañía Editorial Continental, México 1999.
- [3] Sears, Zemansky, Física universitaria Vol. 1, Addison-Wesley, México 2009.

Apéndice

Tabla 1.1) Comparación de distancia y tiempo en el MRU medido con fotocompuertas.

Distancia (±0.0005m)			Tiempo	(±0.00005s)		Tiempo promedio con incertidumbre
0.10	0.4109	0.4121	0.4124	0.4108	0.4102	0.411±0.001 s
0.20	0.8165	0.8156	0.8159	0.8262	0.8225	0.818±0.0081
0.30	1.1623	1.1595	1.1749	1.1728	1.1675	1.166±0.0088s
0.40	1.5978	1.6149	1.6064	1.5960	1.6147	1.60±0.0109s
0.50	2.0256	2.0299	2.0376	2.0352	2.0140	2.034±0.0089s
0.60	2.4177	2.4266	2.4460	2.4424	2.4390	2.43±0.0162s
0.70	2.6631	2.6877	2.6704	2.6931	2.6953	2.68±0.0152
0.80	3.0210	3.0440	3.0530	3.0385	3.0572	3.04±0.0179s
0.90	3.4473	3.4183	3.4498	3.4116	3.4050	3.43±0.0208s
1	3.7688	3.8019	3.7969	3.7746	3.7893	3.79±0.0303s

Tabla 1.2) Comparación de distancia y timpo en el MRU medido con cámara lenta de celular.

Distancia [m] (±0.0005m)	Tiempo [s] (±0.005s)		
0.10	0.42		
0.20	0.84		
0.30	1.45		
0.40	1.68		
0.50	2.11		
0.60	2.49		
0.70	2.72		
0.80	3.12		
0.90	3.43		
1	3.84		

Tabla 2.1) Velocidades medias en secciones longitud Δx alrededor del centro del riel.

Δx [m] (±0.00005m)	,		t [s] :0.00005s)			Δt promedio	Δx/Δt Con incertidubre propagada
0.6	1.6201	1.6452	1.6175	1.6946	1.6758	1.65±0.0440	0.364±0.0097
0.5	1.3730	1.4040	1.3995	1.3987	1.3518	1.39±0.0336	0.361±0.0087
0.4	1.0490	1.0520	1.1044	1.0597	1.0481	1.06±0.0418	0.376±0.014
0.3	0.8168	0.7986	0.7954	0.7775	0.8023	0.79±0.0205	0.378±0.0097
0.2	0.5324	0.5195	0.5289	0.5223	0.5210	0.524±0.0075	0.381±0.0056
0.1	0.2581	0.2712	0.2612	0.2629	0.2561	0.262±0.0093	0.381±0.013
0.06	0.1612	0.1586	0.1565	0.1543	0.1604	0.158±0.0039	0.379±0.0095

Tabla 3.1) Aceleración media a diferentes distancias.

Distancia entre los puntos [m] (±0.00005m)	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
Velocidad punto 1 [m/s] (±0.0005m)	0.149	0.150	0.149	0.149	0.150	0.150	0.150	0.150	0.150	0.149
Velocidad punto 2 [m/s] (±0.0005m)	0.562	0.533	0.494	0.472	0.439	0.404	0.371	0.330	0.281	0.226
Diferencia de Velocidad Δv [m/s] (±0.001m)	0.413	0.383	0.345	0.323	0.289	0.254	0.221	0.180	0.131	0.077
dif de tiempo Δt [s] (±0.00005m)	2.8502	2.6089	2.4423	2.2199	2.0093	1.7754	1.5219	1.2641	0.9321	0.5254
Aceleracion Media Δν/Δt [m/s²]	0.1448 ± 0.00034	0.1468± 0.00039	0.1413± 0.00041	0.1452± 0.00045	0.1433± 0.0005	0.1425± 0.00057	0.1452± 0.00066	0.1417± 0.00079	0.140± 0.0010	0.146± 0.0019

Tabla 3.2) Cálculo de la aceleración usando cronómetro

distancia [m] (±0.00005)			empo [s] 0.005)			tiempo promedio [s]	aceleracion [m/s²] (2x/t²)
0.1	1.08	1.22	1.18	1.22	1.09	1.16±0.08	0.14±0.027
0.2	1.69	1.66	1.80	1.78	1.69	1.72±0.08	0.13±0.037
0.3	2.16	2.06	2.02	2.01	2.12	2.08±0.08	0.14±0.046
0.4	2.57	2.13	2.55	2.30	2.11	2.33±0.22	0.15±0.05
0.5	2.50	2.40	2.63	2.78	2.61	2.59±0.19	0.15±0.051
0.6	2.95	3.07	2.72	3.13	2.79	2.93±0.20	0.14±0.056
0.7	3.45	3.27	3.06	3.05	3.05	3.18±0.27	0.14±0.062
0.8	3.18	2.97	3.50	3.10	3.21	3.19±0.31	0.15±0.071
0.9	3.70	3.28	3.37	3.22	3.48	3.41±0.29	0.15±0.082
1	3.79	3.93	4.10	3.60	3.67	3.81±0.29	0.14±0.091