

Resumen Nuclear

Tomás Ricardo Basile Álvarez
316617194

April 25, 2022

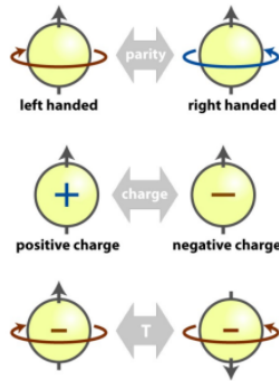
Constituyentes Fundamentales

- Un átomo está compuesto por un núcleo denso rodeado por una nube de electrones.
- Los protones y neutrones están constituidos por quarks.
- **Elementales:** Las partículas elementales son leptones y quarks que son fermiones y los bosones, que median las fuerzas entre otras partículas.
Los quarks forman a todos los protones y neutrones.
Los leptones son electrón, muón, tauón y los neutrinos.
Los bosones son fotón (media la fuerza EM), gluón (media la interacción fuerte) y Z y W (median la interacción débil), falta uno para la fuerza gravitacional.
- **Interacciones Fundamentales:** Son las 4 fuerzas elementales que son mediadas por los bosones.

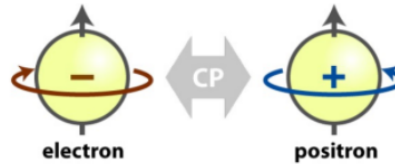
Simetrías y conversaciones

- **Paridad:** La paridad es una transformación que refleja las coordenadas espaciales. Hay cantidades con paridad positiva que no cambian de signo bajo el operador y otras con paridad negativa que sí. Algo interesante es que la fuerza débil no es simétrica bajo paridad, pues distingue entre el universo original y después de reflejarlo.
Por el experimento de Wu, el universo no es simétrico bajo paridad (El experimento de Wu lo demuestra).
- **C-Paridad:** C es un operador que cambia partículas en antipartículas, se llama **charge conjugation** porque las cargas cambian signo bajo este operador. Esigen estados de C tienen un número cuántico que se preserva bajo interacciones simétricas respecto a C .
- Time reversal: Cambiar t por $-t$
- Las leyes de conservación son una consecuencia de que las interacciones entre partículas son invariantes bajo ciertos operadores (es decir, tienen alguna simetría).

Partícula virtual: Es una partícula que aparece durante una interacción y desaparece después de un tiempo muy corto (no es parte ni de las partículas iniciales de la interacción ni de las finales, que sí son reales, sino que es sólo mediadora de la interacción). Estas partículas pueden violar la conservación de energía debido al principio de incertidumbre y su corto tiempo de vida.



Quantity	Notation	P	C	T
Position	\vec{r}	-1	+1	+1
Momentum (Vector)	\vec{p}	-1	+1	-1
Spin (Axial Vector)	$\vec{\sigma} = \vec{r} \times \vec{p}$	+1	+1	-1
Helicity	$\vec{\sigma} \cdot \vec{p}$	-1	+1	+1
Electric Field	\vec{E}	-1	-1	+1
Magnetic Field	\vec{B}	+1	-1	-1
Magnetic Dipole Moment	$\vec{\sigma} \cdot \vec{B}$	+1	-1	+1
Electric Dipole Moment	$\vec{\sigma} \cdot \vec{E}$	-1	-1	-1
Transverse Polarization	$\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}_1 \times \vec{p}_2)$	+1	+1	-1



0.1 Experimentos

- **Scattering:** Experimentos en los que se dirige un haz de partículas hacia un objetivo que se quiere estudiar. El haz interacciona con el blanco y es desviado o se crean otras partículas. Estos resultados se puede usar para aprender propiedades de las partículas usadas. Por ejemplo, se usa puede dirigir un haz de electrones a núcleos y la desviación da información sobre los núcleos (como su radio).
- **Espectroscopía:** Experimentos en los que se estudia el decaimiento de estados excitados y se miden los productos del decaimiento para conocer más información sobre el estado excitado inicial.

Detectores:

- Las interacciones de partículas cargadas con sólidos o líquidos producen señales eléctricas u ópticas que luego son medidas.
- Se dividen en varias categorías:
 - **Centelleo:** Un detector que usa un material centelleador (que emite luz cuando pasa por él radiación ionizante debido a la absorción y re-emisión de energía) y un fotodetector que convierte a esta luz en una señal eléctrica. Cuando llega una partícula ionizante al material centelleador, se excitan sus átomos a lo largo del camino de la partícula. Luego, estos átomos emiten esta energía en forma de fotones de baja energía que son detectados por el fotodetector y producen un flujo de electrones. Este flujo es amplificado y medido, la cantidad de fotones de baja energía producidos es proporcional a la energía de la radiación entrante, por lo que se puede obtener información sobre ésta.
 - **Contadores Gaseosos:** Consisten en una cámara llena con un gas con un ánodo y cátodo. Cuando una partícula ionizante atraviesa la cámara, ioniza a las partículas del gas y crea así electrones sueltos e iones positivos. Estas partículas cargadas se mueven hacia el ánodo o cátodo dependiendo de su carga y crean una acumulación de carga medible que anuncia que fue detectada una partícula ionizante.
 - **Semiconductor:** Estos instrumentos usan las propiedades de semiconductores para detectar partículas. Cuando incide radiación ionizante sobre un semiconductor, es capaz de llevar electrones a la banda de valencia y entonces también crear huecos en este material. El número de parejas de electrón-hoyos producidos es proporcional a la energía de la radiación. Si se pone un campo eléctrico, estas cargas libres se mueven y producen una corriente medible y proporcional a la energía de la radiación.

- **Cherenkov:** Es un detector de partículas que se basa en el efecto Cherenkov, efecto por el cual una partícula cargada que se mueve más rápido que la luz en un medio produce haces de luz en dicho medio. Esta luz forma un cono con ángulo θ_c en la dirección en la que se mueve la partícula. En este tipo de detectores se aprovecha este fenómeno para detectar partículas cargadas a gran velocidad al observar la luz que generan. Además, el ángulo del cono de luz depende de la velocidad de la partícula, por lo que se puede usar este ángulo para determinar su velocidad.
- **Calorímetro:** Es un dispositivo capaz de medir la energía de una partícula. Está diseñado de tal forma que detiene totalmente a las partículas que llegan a él y hace que transfieran toda su energía en el detector. Para ello, se usa un medio denso, como por ejemplo el plomo. Luego, se puede medir esta energía depositada y así saber la energía que tenía la partícula incidente.

Propiedades Globales del núcleo

- **Existencia del núcleo:** Se tenía el modelo de Thomson en el que el átomo tenía una distribución uniforme de carga positiva con electrones en ella. En el experimento de Rutherford para refutar esta teoría, se lanzaron partículas alpha a una lámina de oro. Si se siguiera el modelo de Thomson del átomo, las moléculas alpha no se desviarían significativamente al pasar por los átomos de oro. Sin embargo, al hacer el experimento, detectaron partículas alpha reflejadas a ángulos más grandes y concluyeron que el modelo correcto es uno en el que se tiene un núcleo pequeño positivamente cargado en el centro del átomo y orbitado por electrones.
- **Binding:** Se empezó a investigar la fuerza de enlace del núcleo, que se debe a la interacción fuerte. Se puede observar que hay una diferencia entre la masa del núcleo y la suma de las masas de sus constituyentes. Este defecto de masa es la energía de enlace del núcleo, según la relación de Einstein entre energía y masa.

Nucleones

- **Número atómico:** Es la cantidad Z de protones en el núcleo, por lo que su carga es Ze .
- **Número de Masa:** Es la cantidad de nucleones (protones + neutrones) en el núcleo y se denota por A .
- La energía de enlace de un núcleo se determina por la diferencia entre la suma de las masas de sus constituyentes y la masa del núcleo completo. Este defecto de masa se debe a la energía de enlace, según la relación de Einstein entre energía y masa. Por lo tanto, la energía de enlace de un átomo con Z protones y masa atómica A es:

$$B(Z, A) = [ZM(^1H) + (A - Z)M_n - M(A, Z)]c^2$$

- **Abundancia nuclear:** Se puede determinar la abundancia de isótopos en el sistema solar. Los primeros son los más abundantes y luego bajan, con un pico en Fe (el último creado en estrellas y el más estable de todos) y de ahí siguen bajando a elementos creados por supernovas.
- Se puede determinar masas a partir de reacciones nucleares como en los ejercicios de la tarea 1.
- **fórmula semi-empírica de la energía de enlace:** Se mide la energía de enlace experimentalmente y se determina que la masa de un átomo se acerca a:

$$M(A, Z) = NM_n + ZM_p + Zm_e - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(N - Z)^2}{4A} + \frac{\delta}{A^{1/2}}$$
$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N - Z)^2}{4A} - \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

- La energía de enlace es menos los últimos términos. Son varios términos:
 - **Término de volumen:** Domina la energía de enlace y es proporcional al número de núcleos. Se debe a la interacción fuerte de los A nucleones.
 - **Término de superficie:** Para nucleones en la superficie, el enlace es menos fuerte, por lo que hay que restar un poquito.
 - **Coulomb:** Es la fuerza de Coulomb que busca separar a los protones.
 - **Asimetría:** Los núcleos pequeños tienden a tener el mismo número de protones y neutrones.
 - **Emparejamiento:** Los núcleos son más estables cuando tienen un número par de protones y/o neutrones. Por lo tanto hay que sumar un término a la energía de enlace para átomos par-par y restar para átomos impar-impar.
- **Isospin:** Los protones y neutrones tienen propiedades similares, lo cual se puede notar especialmente en el estudio de átomo isóbaros. Por lo tanto, se estudian a estas dos partículas como dos estados distintos de un mismo objeto llamado nucleón. Se les asocia un número llamado isospin que tiene una teoría matemática similar a la del spin (por ello el nombre) y que es lo que distingue estos dos estados. En particular, los nucleones son partículas con isospin $I = 1/2$ y que por tanto tienen dos proyecciones posibles $I_3 = 1/2$ y $I_3 = -1/2$, el primero de estos estados corresponde a un protón y el segundo a un neutrón. De esta forma, ambas partículas se pueden considerar como estados similares que solamente se diferencian por su proyección de isospin. Otros grupos de partículas similares también se pueden estudiar de esta forma, tal como los tres tipos de piones que tienen isospin $I = 1$ y se diferencian por su proyección $I_3 = 0, -1, 1$ correspondiente a cada tipo de pión.

Estabilidad Nuclear

- Sólo una línea fina de los posibles núcleos con A, Z son estables. Los demás se encuentran lo suficientemente cerca de otro átomo más estable, que decaen a él.
La condición necesaria para que suceda espontáneamente es que la masa del inicial sea mayor a la suma de las masas de los productos. Hay muchos tipos de decaimientos
- **Alpha:** Un núcleo libera una partícula alpha (un núcleo He_4) y queda entonces con 2 protones y 2 neutrones menos.
- **Decaimiento Beta:** Reacciones en las que un neutrón se transforma en un protón y libera un electrón y un antineutrino (β^-). O bien, en la que un protón (que tiene que estar dentro de un núcleo) se convierte en un neutrón y libera un positrón y un neutrino (β^+).
- **Fisión:** Un núcleo pesado decae en dos núcleos de masas similares.
- **Estabilidad:** Definimos la **constante de decaimiento** λ como la probabilidad por unidad de tiempo de que un átomo radiactivo decaiga. Tiene unidades de $1/s$. Por lo tanto, el número de átomos sigue la ecuación $\dot{N} = -\lambda N$. Por lo tanto $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$
- Definimos el tiempo de vida τ como el tiempo necesario para que en una muestra de átomos radiactivos, decaiga una proporción $1/e$ de ellos. $\tau = 1/\lambda$
- Definimos la vida media $t_{1/2}$ como el tiempo para que decaigan la mitad de los núcleos de una muestra de núcleos radiactivos. $t_{1/2} = \ln 2/\lambda$
- **Actividad:** Es la cantidad de decaimientos por unidad de tiempo que tiene una muestra de núcleos radiactivos. Se calcula como $A = \lambda N$. Se mide en becquerels (1 decaimiento por segundo).

Parábola para decaimientos beta:

- Para átomos con un valor de A fijo, la fórmula semi-empírica de la masa de estos átomos depende cuadráticamente de Z :

$$M(A, Z) = \alpha A - \beta Z + \gamma Z^2 + \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

Esto forma dos parábolas desplazadas (para átomos pares) y una sola para impares.

- De todos los átomos con este mismo valor de A , el más estable es el que tiene el valor de Z tal que $M(A, Z)$ es mínimo. Los otros átomos sufren decaimientos beta hasta llegar al estable.
- Para los átomos con A impar, estos decaimientos son bastante claros, pues van hacia el mínimo de la parábola.
- Para átomos con A se forman dos parábolas desplazadas. Los decaimientos van de una parábola a otra. Para algunos átomos, el decaimiento β no es posible porque el átomo siguiente tiene más masa, pero es posible un doble decaimiento beta en el que sí se pasa a un átomo de menor masa.
- **Captura de electrones :** Es una reacción en la que un electrón es absorbido por un núcleo y esto cambia a uno de los protones en un neutrón (y libera un neutrino).

Scattering

- El objeto a ser estudiado es bombardeado por partículas con una energía bien conocida.
- **Elástica:** Las mismas partículas están presentes antes y después del choque, y posiblemente desvían sus trayectorias.
- **Inelástica:** El objetivo es excitado a un estado de mayor energía y luego decae en dos o más componentes distintos. Por lo tanto, las partículas antes y después del choque pueden no ser las mismas.
- **Medición Inclusiva:** Si solo se mide la partícula proyectada después de haber golpeado el blanco.
Medición exclusiva: Se miden todos los resultados de la reacción.

Cross Section

- **Sección eficaz:** En experimentos de scattering, la sección eficaz es una forma de cuantificar la probabilidad de que suceda la reacción entre la partícula del proyectil y el blanco. En particular, si conocemos el número de partículas del haz que llegan al blanco por unidad de tiempo \dot{N}_a y el número de partículas del blanco por unidad de área n_b , podemos conseguir el número de reacciones por unidad de tiempo multiplicando $\dot{N}_a n_b$ por la sección eficaz. Se mide en dimensiones de área y mientras más pequeño su valor, indica baja probabilidad de la reacción.
- Se puede medir la sección eficaz diferencial $d\sigma/d\Omega$ que tiene la misma interpretación pero solamente aplicada a reacciones que se detectan a un ángulo sólido $d\Omega$.
- **Regla de Oro:** Nos dice que la probabilidad de transición entre dos estados cuánticos es proporcional al elemento de matriz entre ellos del hamiltoniano de interacción.
- Luego, para calcular la probabilidad de reacciones es necesario también conocer el número de estados finales accesibles según la energía inicial.
- La reaction rate W per target particle per beam particle es $W = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho(E')$.
- Y resulta que al final $\sigma = \frac{2\pi}{\hbar v_a} |M_{fi}|^2 \rho(E') V$
- **Diagramas de Feynman:** Son una forma esquemática de representar reacciones y que además, permiten hacer cálculos, tal como obtener el elemento de la matriz de transición de la reacción. Entre sus reglas se encuentra que el tiempo va de abajo hacia arriba, las líneas representan las funciones de onda de los fermiones iniciales y finales y las antipartículas se simbolizan por flechas apuntando hacia atrás en el tiempo.
- **Partícula Virtual:** Es una partícula que no aparece en el estado inicial ni final de una reacción, sino que es solamente mediadora de la interacción.
- Cada vértice corresponde a un término en la matriz de transición que incluye a la fuerza de la interacción. La matriz de transición incluye la superposición de todas las amplitudes de todos los diagramas entre los mismos estados iniciales y finales.
Las partículas de intercambio contribuyen con un propagador de la forma $\frac{1}{Q^2 + M^2 c^2}$ con Q^2 el cuadrado del 4-momento y M la masa de la partícula de intercambio.

Forma geométrica del núcleo

- Tenemos una colisión entre dos partículas con energías totales E_1 y E_2 y momentos p_1, p_2 . Entonces, la energía del centro de masa es:

$$E_{CMS} = [m_1^2 + m_2^2 + 2E_1 E_2 (1 - \beta_1 \beta_2 \cos \theta)]^{1/2}$$

Si queremos una reacción en la que se crean partículas con masa total M , la energía inicial tiene que ser mayor a esta masa para que suceda $E_{CMS} \geq M$. Esto para producir las partículas finales en reposo.

Rutherford

- Llega un electrón con energía E y momento p a un núcleo con momento P y energía E_p . Al final, el electrón sale con E', p' y el núcleo con E'_p y P' . El electrón sale con ángulo θ .
- Se puede probar que:

$$E' = \frac{E}{1 + E/Mc^2(1 - \cos \theta)}$$

El recoil transferido al blanco es $E - E'$

- **Scattering off an extended charge distribution:** Calculamos el estado final e inicial y aplicamos la regla dorada y todo lo demás y se llega a que:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Ruth} = \frac{4Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2 E'^2}{|\vec{q}c|^4}$$

donde $\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}'$ es la transferencia de momento (el momento que perdió el electrón).

- En realidad, para tener el resultado completo, hay que multiplicar esto por la **factor de forma** $F(\vec{q})$.

Factor de Forma: El factor de forma de un blanco es la transformada de Fourier de la distribución de carga que tiene. Forma parte de la expresión de la sección transversal y se puede aproximar a partir de ésta.

La distribución de forma es $f(\vec{x})$ definida como $f(\vec{x}) = \rho(\vec{x})/(Ze)$ y cumple $\int f(\vec{x}) d^3x = 1$. Es decir $F(\vec{q}) = \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}/\hbar} f(\vec{x}) d^3x$.

- Para rutherford, se supone que toda la carga está en el núcleo y por tanto $f(\vec{x}) = \delta(\vec{x})$ y entonces $F(\vec{q}) = 1$.
- Como se neglecta el recoil del núcleo, se cumple que $E = E'$ y que $|\vec{p}| = |\vec{p}'|$ y por lo tanto $|\vec{q}| = 2|\vec{p}| \sin \frac{\theta}{2}$. Por lo tanto, la fórmula de ruth es:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Ruth} = \frac{Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

- **Mott:** Para la sección eficaz de Mott, se parte de la de Rutherford pero se incluyen los espines del electrón y el blanco, por lo tanto, a energía relativistas, se modifica la expresión de la sección eficaz:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott}^* = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Ruth} \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

Se pone el asterisco para senalar que no se considera el recoil del núcleo.

- En energías altas:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}^* = \frac{4Z^2\alpha^2(\hbar c)^2 E'^2}{|\vec{q}c|^4} \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

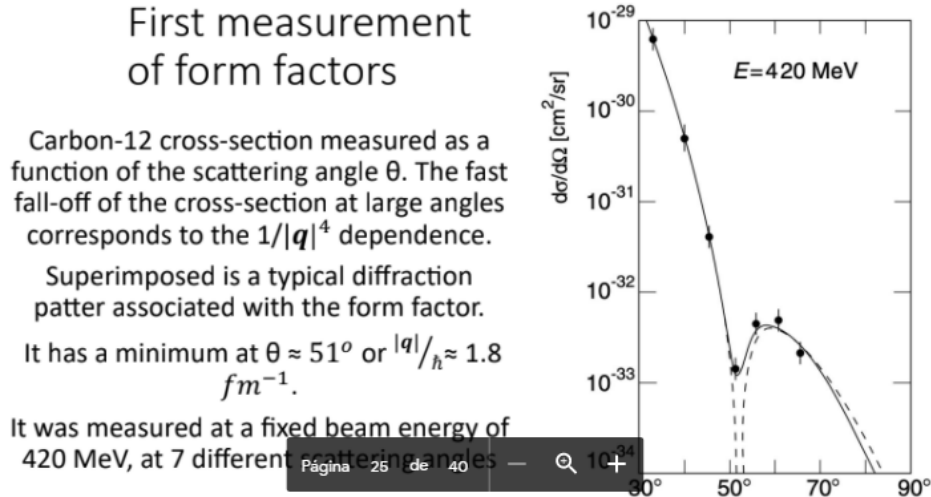
- La cross section de Mott se escoge de tal forma que se preserva la helicidad $h = \frac{s \cdot p}{|s| \cdot |p|}$, que es la componente del spin en la dirección de movimiento.

Form Factors

- Mott se acerca a lo experimental sólo en el límite $|q| \rightarrow 0$.
A valores más altos, incrementa la resolución y es necesario el factor de onda, por lo tanto:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{exp} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}^* |F(\vec{q}^2)|^2$$

- De esta forma se pueden calcular los factores de forma midiendo la sección eficaz experimental y comparando con la de Mott para distintos valores de \vec{q} (es decir, de θ).



- Para obtener la distribución de carga de un núcleo, se le puede obtener la sección eficaz experimental lanzándole un haz de electrones y midiendo la dispersión. Además, se puede calcular la sección eficaz teórica de Mott. Esto se hace para varios valores del ángulo (y por lo tanto de \vec{q}) y dividiendo estas expresiones se obtiene el factor de forma. Si le aplicamos la transformada de Fourier inversa, obtenemos entonces la distribución de carga del núcleo.
- En realidad, en vez de aplicar la transformada inversa a los datos experimentales $F(q)$, se prueba con distintas densidades de carga $f(r)$ y se varían parámetros hasta acercarse lo más posible a $F(q)$.
- Átomos chicos tienen una distribución de carga en forma de Gaussiana, ya que tiene muy pocos protones como para tener una forma esférica. Átomos más pesados tienen una distribución de carga esférica difusa (es decir, constante para r hasta un valor R y luego disminuye rápidamente).
Se puede aproximar como una función de fermi:

$$\rho(r) = \frac{\rho(0)}{1 + e^{(r-c)/a}}$$

donde c es el radio en el que $\rho(r)$ vale la mitad.

- **Radio Nuclear:** Para una esfera homogénea de radio R , se cumple que el valor q_{min} en el que $F(q)$ es mínima cumple que $|\vec{q}_{min}|R/\hbar \simeq 4.5$.
Por lo tanto, la ubicación del mínimo nos da info sobre el radio del núcleo.

- Sino, para casos más generales, se puede aproximar el radio nuclear como:

$$\langle r^2 \rangle = -6\hbar^2 \frac{dF(\vec{q}^2)}{d\vec{q}^2} \Big|_{\vec{q}^2=0}$$

Resulta entonces que el mean square radius es $\langle r^2 \rangle^{1/2} = r_0 A^{1/3}$ con $r_0 \simeq 0.94 fm$.
Pero el radio cumple $R = \sqrt{5/3} \langle r^2 \rangle^{1/2}$ y por tanto $R = 1.2 fm A^{1/2}$.

Factores de Forma de Nucleones

Se puede obtener información de los protones y neutrones estudiando scattering en los núcleos más ligeros como hidrógeno y deuterio.

- Para estos, el recoil del núcleo es necesario y entonces la sección de Mott considerando esto resulta ser:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott}^* \frac{E'}{E}$$

- Como es importante la pérdida de energía del electrón, ahora se tienen que usar 4-vectores en vez de 3-vectores y q ahora vale:

$$q^2 \simeq \frac{-4EE'}{c^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Definimos $Q^2 = -q^2$ para tratar con cantidades positivas.
En la Mott section se debe de cambiar \vec{q}^2 por q^2 o Q^2 .

- **Momento Magnético:** Se debe de tomar en cuenta la interacción magnética. El momento magnético de una carga de spin 1/2 sin estructura interna es:

$$\mu = g \frac{e}{2M} \frac{\hbar}{2}$$

con M la masa de la partícula y $g = 2$. Considerando esto:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{pointspin1/2} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Mott} \left[1 + 2\tau \tan^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

$$\text{con } \tau = \frac{Q^2}{4M^2 c^2}.$$

- **Momento magnético anómalo:** El valor de g para nucleones (que no son partículas de Dirac (puntuales)) se determina por su subestructura.
- El cross section de un electrón en un nucleón está dado por la fórmula de Rosenbluth:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \cdot \left[\frac{G_E^2(Q^2) + \tau G_M^2(Q^2)}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2(Q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2} \right]. \quad (6.10)$$

Here $G_E(Q^2)$ and $G_M(Q^2)$ are the *electric and magnetic form factors* both of which depend upon Q^2 . The measured Q^2 -dependence of the form factors gives us information about the radial charge distributions and the magnetic moments. The limiting case $Q^2 \rightarrow 0$ is particularly important. In this case G_E coincides with the electric charge of the target, normalised to the elementary charge e ; and G_M is equal to the magnetic moment μ of the target, normalised to the nuclear magneton. The limiting values are:

$$\begin{aligned} G_E^p(Q^2 = 0) &= 1 & G_E^n(Q^2 = 0) &= 0 \\ G_M^p(Q^2 = 0) &= 2.79 & G_M^n(Q^2 = 0) &= -1.91. \end{aligned} \quad (6.11)$$

- Para analizar $G_E(Q^2)$ y $G_M(Q^2)$ por separado, se debe de medir la cross section para valores fijo de Q^2 para varios scattering angle θ (es decir, distintas energías del beam E). Las secciones medidas son luego divididas por las de Mott. Si luego ponemos los resultados en función de $\tan^2(\theta/2)$, los puntos medidos forman una línea recta de acuerdo a Rusebluth, donde la slope es $G_M(Q^2)$ y el intercept es $(G_E^2 + \tau G_M^2)/(1 + \tau)$ a $\theta = 0$, don lo que obtenemos $G_E(Q^2)$. Si repetimos para varios Q^2 , obtenemos la dependencia de los factores de forma respecto a Q^2 .

Haciendo las medidas para protones y neutrones, se llega a que:

$$G_E^p(Q^2) = \frac{G_M^p(Q^2)}{2.79} = \frac{G_M^n(Q^2)}{-1.91} = G^{\text{dipole}}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{0.71(\text{GeV}/c)^2}\right)^{-2}$$

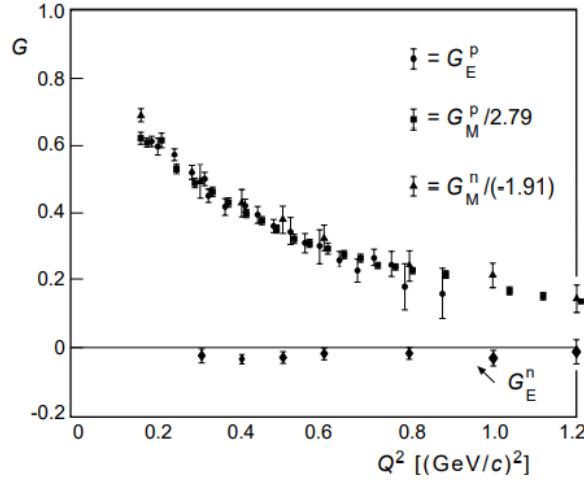


Fig. 6.2. Proton and neutron electric and magnetic form factors as functions of Q^2 . The data points are scaled by the factors noted in the diagram so that they coincide and thus more clearly display the global dipole-like behaviour [Hu65].

- Podemos obtener luego las distribuciones de carga y los momentos magnéticos de los nucleones a partir de la dependencia en Q^2 de los factores de forma (aunque no es exactamente una transformada inversa de Fourier).

- El factor de forma dipolar observado corresponde a una distribución de carga que decae exponencialmente:

$$\rho(r) = \rho(0)e^{-ar} \quad \text{con } a = 4.27 fm^{-1}$$

- Por lo tanto, los nucleones no son point-like ni con carga homogénea, sino que son bastante difusos.
- Además, se obtiene que el radio medio cuadrado es:

$$\langle r^2 \rangle_{dipolo} = -6\hbar^2 \frac{dG^{dipole}(Q^2)}{dQ^2} \Big|_{Q^2=0} = \frac{12}{a^2} = 0.66 fm^2$$

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle_{dipole}} = 0.81 fm$$

- Para estudiar neutrones no es fácil, pues no hay forma de tener neutrones solitos sueltos y es necesario usar deuterones y restarle la interacción del protón. Otra alternativa es lanzar neutrones a una zona con muchos electrones y observar eso. Esto corresponde a una zona de scattering electrón - neutrón con bajo Q^2 . El resultado de estas medidas es:

$$-6\hbar^2 \frac{dG_E^n(Q^2)}{dQ^2} \Big|_{Q^2=0} = -0.113 \pm 0.005 fm^2$$

- Por lo tanto, el neutrón sólo parece neutro desde afuera, pero en su interior tiene constituyentes cargados que también tienen momentos magnéticos, pero sus cargas se cancelan.

Quasi-Elastic Scattering

Este concepto se refiere a dispersiones con núcleos con varios nucleones, en las que el electrón puede chocar contra cualquiera de ellos individualmente (o contra el núcleo completo). Cuando choca contra el núcleo completo, sucede un choque como los que estudiamos antes y el electrón sale con una energía bien definida. Sin embargo, cuando choca contra uno de los nucleones en el interior, la energía no está final no tiene un pico tan pronunciado y puede tomar varios valores en un espectro debido al movimiento quasi libre de los nucleones.

- Antes consideramos el scattering de electrones a protones (neutrones) libres. Para una energía de haz E y ángulo de scattering θ , la energía de scattering resultaba ser:

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{Mc^2}(1 - \cos \theta)}$$

- Si se repite con la misma E y mismo θ pero con un núcleo más pesado, se observa un espectro de energía más complicado. Por ejemplo, se muestra ahora el scattering con agua (algunos electrones chocan con el protón y otros con el oxígeno) y resulta:

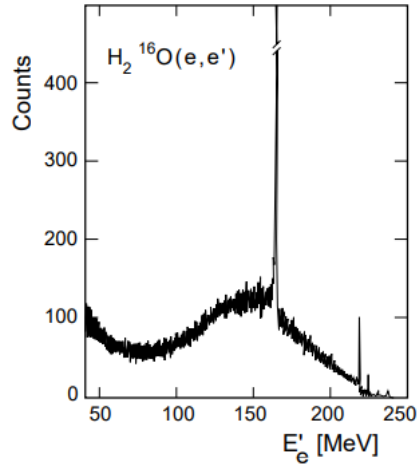
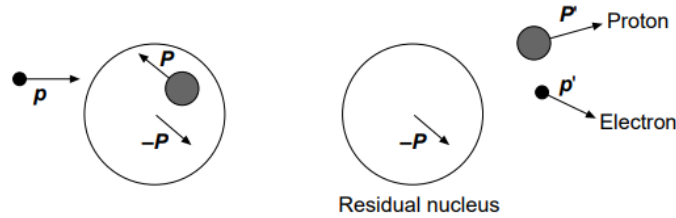


Fig. 6.3. Energy spectrum of electrons scattered off a thin H_2O target. The data were taken at the linear accelerator MAMI-A in Mainz at a beam energy of 246 MeV and at a scattering angle of 148.5° . (Courtesy of J. Friedrich, Mainz)

- El pico en $E' = 160 \text{ MeV}$ se debe al choque elástico con el protón libre de H que sigue la fórmula.
- El resto de la distribución corresponde a scatterings con nucleones individuales del oxígeno, en lo que se llama **quasi elastic scattering**. Los picos a energías altas se deben a scatterings con el O completo.
- En la **impulse approximation** asumimos que el electrón interactúa con un solo nucleón.
- El nucleón es knocked out del sistema. Por el ensanchamiento de la curva, concluimos que el núcleo no es estático, pero que los nucleones se mueven quasi libres.

Let us consider a bound nucleon moving with momentum \mathbf{P} in an effective average nuclear potential of strength S . This nucleon's binding energy is then $S - \mathbf{P}^2/2M$. We neglect residual interactions with other nucleons, and the kinetic energy of the remaining nucleus and consider the scattering of an electron off this nucleon.



In this case, the following kinematic connections apply:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{p} + \mathbf{P} &= \mathbf{p}' + \mathbf{P}' && \text{momentum conservation in the e-p system} \\
 \mathbf{P}' &= \mathbf{q} + \mathbf{P} && \text{momentum conservation in the } \gamma\text{-p system} \\
 E + E_p &= E' + E'_p && \text{energy conservation in the e-p system}
 \end{aligned}$$

The energy transfer ν from the electron to the proton for $E, E' \gg m_e c^2$ and $|\mathbf{P}|, |\mathbf{P}'| \ll Mc$ is given by:

$$\begin{aligned}\nu = E - E' &= E'_p - E_p = \left(Mc^2 + \frac{\mathbf{P}'^2}{2M} \right) - \left(Mc^2 + \frac{\mathbf{P}^2}{2M} - S \right) \\ &= \frac{(\mathbf{P} + \mathbf{q})^2}{2M} - \frac{\mathbf{P}^2}{2M} + S = \frac{\mathbf{q}^2}{2M} + S + \frac{2|\mathbf{q}||\mathbf{P}|\cos\alpha}{2M},\end{aligned}\quad (6.18)$$

where α is the angle between \mathbf{q} and \mathbf{P} . We now assume that the motion of the nucleons within the nucleus is isotropic (i. e. a spherically symmetric distribution). This leads to a symmetric distribution for ν around an average value:

$$\nu_0 = \frac{\mathbf{q}^2}{2M} + S \quad (6.19)$$

with a width of

$$\sigma_\nu = \sqrt{\langle(\nu - \nu_0)^2\rangle} = \frac{|\mathbf{q}|}{M} \sqrt{\langle\mathbf{P}^2 \cos^2 \alpha\rangle} = \frac{|\mathbf{q}|}{M} \sqrt{\frac{1}{3} \langle\mathbf{P}^2\rangle}. \quad (6.20)$$

- **Fermi Momentum:** El núcleo se puede describir como un gas de Fermi con nucleones que se mueven quasi libres. El momento de fermi se relaciona con el mean square momentum como:

$$P_F^2 = \frac{5}{3} \langle P^2 \rangle$$

- Un análisis de quasi-elásticos scattering de distintos núcleos puede entonces determinar el effective average potential S y el momento de Fermi P_F de los nucleones.
- Resultados de analizar la dependencia en A de S y P_F llevaron a la conclusión siguiente:
 - The effective average nuclear potential S incrementa continuamente con A
 - A parte de los núcleos más chiquitos, el momento de Fermi es casi independiente de A y vale $P_F = 250 MeV/c^2$.

Radio de carga de piones y kaones

- Se usa el mismo método que para el neutrón. High energy mesons son scattered de electrones en un átomo de hidrógeno. El factor de forma se determina al analizar la distribución angular de los electrones eyectados.

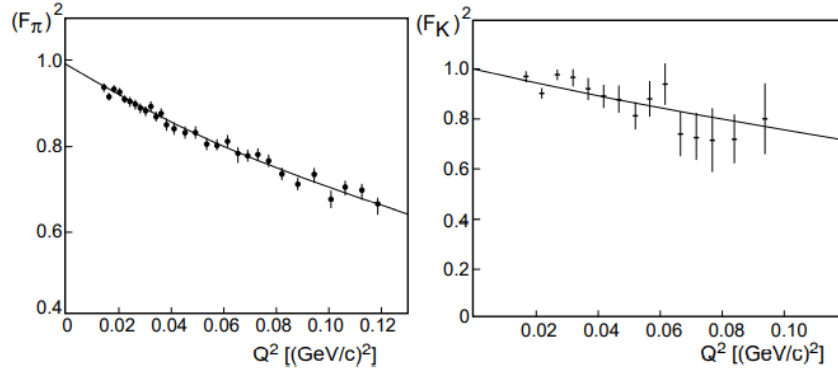


Fig. 6.4. Pion and kaon form factors as functions of Q^2 (from [Am84] and [Am86]). The solid lines correspond to a monopole form factor, $(1 + Q^2/a^2\hbar^2)^{-1}$.

$$G_E(Q^2) = (1 + Q^2/a^2\hbar^2)^{-1} \quad \text{with} \quad a^2 = \frac{6}{\langle r^2 \rangle}. \quad (6.23)$$

The slopes near the origin yield the mean square charge radii:

$$\begin{aligned} \langle r^2 \rangle_\pi &= 0.44 \pm 0.02 \text{ fm}^2 & ; & \quad \sqrt{\langle r^2 \rangle}_\pi = 0.67 \pm 0.02 \text{ fm} \\ \langle r^2 \rangle_K &= 0.34 \pm 0.05 \text{ fm}^2 & ; & \quad \sqrt{\langle r^2 \rangle}_K = 0.58 \pm 0.04 \text{ fm} . \end{aligned}$$

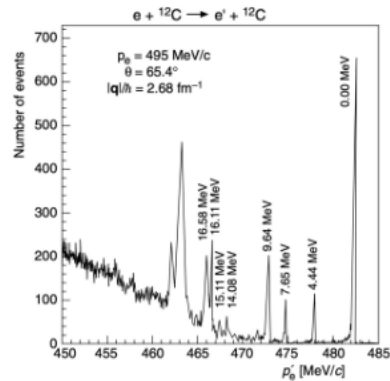
We see that the pion and the kaon have a different charge distribution than the proton, in particular it is less spread out. This may be understood as a result of the different internal structures of these particles. We will see in Chap. 8 that the proton is composed of three quarks, while the pion and kaon are both composed of a quark and an antiquark.

Deep Inelastic Scattering

El espectro de energía medido de electrones scattered a un ángulo θ resulta que incluye transferencias de energía mayores a lo que esperaríamos, estos eventos son reacciones inelásticas.

inelastic reactions.

- The sharp peaks correspond to elastic scattering and to the excitation of discrete energy levels in the ^{12}C nucleus by inelastic scattering.



Se lanzan electrones a una energía fija y se miden a cierto ángulo fijo sus energías finales.

Además del pico de mayor energía que corresponde a choque elástico y es por mucho el más común, observamos también varios otros picos.

Estos picos corresponden a estados excitados del nucleón, llamados **resonancias del nucleón**.

Resonancias de un nucleón: Se refiere a estados excitados de un nucleón. Se pueden generar al chocar con un electrón y estos estados excitados suelen tener una vida media muy corta.

Se puede calcular la cross section del estado excitado y nos lleva a la fórmula de Breit Wigner:

$$\sigma(E) = \sigma_{max} \frac{\Gamma^2/4}{[(E - E_R)^2 + (\Gamma^2/4)]}$$

Breit Wigner: Es una fórmula de la sección eficaz de la reacción entre una partícula y un nucleón cerca a una de las energías de resonancia del nucleón. Podemos ajustar esta fórmula a datos experimentales de dispersión de electrones por un nucleón en los picos que corresponden a resonancias del nucleón. Haciendo esto, se puede conseguir el ancho del pico y luego la vida media de este estado excitado.