



Laboratorio de Mecánica.  
Semestre 2019-2.  
Facultad de Ciencias.

**Dr. Martín Romero Martínez.**  
**Fis. José Abarca Munguía.**

**Práctica 6**  
**Movimiento Circular Uniforme**

**J. Gallegos**

**I. Santiago.**

**R. Rangel.**

**T Basile.**

**Grupo: 8074.**

**Universidad Nacional Autónoma de México.**

**Fecha de elaboración: 25, 27 de marzo 2019.**

**Fecha de entrega: 3 de abril, 2019.**

**RESUMEN**

A lo largo de esta práctica obtuvimos datos experimentales de la velocidad angular y la aceleración centrípeta de un disco en movimiento circular uniforme sobre una mesa de aire, las medidas se realizaron con el uso de fotocompuertas. Posteriormente comparamos estos valores experimentales con los valores obtenidos usando el método de la fotografía estroboscópica del mismo movimiento.

## I. INTRODUCCIÓN

### Marco Teórico

El movimiento circular uniforme es un movimiento en el que la rapidez no cambia, sólo la dirección. Además el objeto se mueve trazando circunferencias. Cuando una partícula se mueve en un círculo con rapidez constante, no hay componentes de aceleración paralela (tangente) a la trayectoria; si la hubiera, la rapidez cambiaría. El vector de aceleración es perpendicular a la trayectoria y, por lo tanto, se dirige hacia adentro, al centro de la trayectoria circular. Esto causa el cambio en la dirección de la velocidad, sin cambiar la rapidez.<sup>[1]</sup>

En el movimiento circular uniforme, la velocidad angular  $\omega$  es constante, por lo que el objeto en movimiento recorre ángulos iguales en tiempos iguales.

La segunda ley del movimiento de Newton establece que una fuerza resultante debe producir una aceleración en la dirección de la fuerza. En el movimiento circular uniforme, la aceleración cambia la velocidad de una partícula que se mueve alterando su dirección.<sup>[2]</sup>

Puesto que la aceleración siempre apunta al centro del círculo, se le llama aceleración centrípeta.<sup>[1]</sup>

En el movimiento circular uniforme (aceleración angular nula), no hay aceleración tangencial, pero sí aceleración normal o centrípeta debido al cambio de dirección de la velocidad.<sup>[3]</sup> La aceleración centrípeta está dada por:

$$a_c = \omega^2 r \quad \text{ecuación (1)}$$

Siendo  $r$  el radio y  $\omega$  la velocidad angular.

La velocidad angular nos indica la variación de desplazamiento angular por unidad de tiempo, en el S.I. se mide en rad/seg, y está dada por:

$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad \text{ecuación (2)}$$

donde  $\Theta$  es la velocidad angular y  $t$  es el tiempo transcurrido.

### Objetivos

El objetivo de esta práctica es calcular experimentalmente la velocidad angular y la aceleración centrípeta a partir de dos distintos métodos para así compararlos entre sí.

El primer método es midiendo con fotocompuertas el tiempo que tarda un disco sobre una mesa de aire en recorrer un determinado ángulo, repetir para 4 ángulos y variando el radio.

El segundo es obtener las mismas medidas pero en base a un video y fotografías estroboscópicas y analizado con el programa "Tracker".

Ya teniendo ambos registros de valores, tomamos el segundo como la base teórica para comparar los primeros datos obtenidos y hallar el error en las medidas.

## II. DESARROLLO EXPERIMENTAL

### Material

- Mesa de aire: Ealing
- Disco de 4 cm de radio para mesa de aire
- Pivote
- Hilo
- Smart Timer: Pasco
- Compresora: Compresora de aire y una manguera para conectar a la mesa de aire
- Nivelador de mano
- Estroboscopio: General Radio Company

### Procedimiento

1. Nivelamos la mesa de aire, colocamos al centro de ella el pivote y atamos el hilo a éste.

2. Por el lado restante del hilo, atamos el disco a 4 distintas longitudes: 5cm, 10cm, 15cm y 20cm. (Para cada longitud repetimos el mismo procedimiento)

3. Colocamos las dos fotocompuertas de tal manera que formen ángulos de  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $135^\circ$  y  $180^\circ$  la una con la otra, teniendo en cuenta que la fotocompuerta 1 debe estar alineada con el punto en donde comienza a avanzar el disco.

4. Configuramos el Smart Timer para que nos dé el tiempo que se tarda en pasar el disco entre las fotocompuertas junto con la función *Two Gates*.

**Imagen 1.**

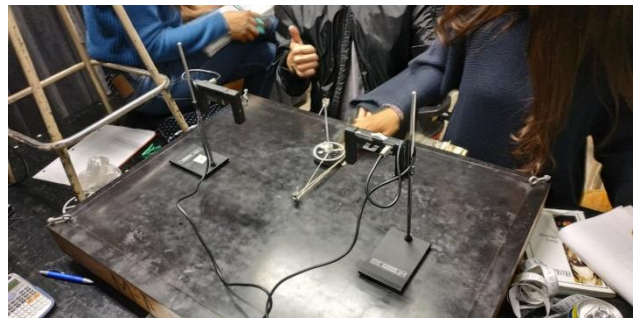


**Imagen 1.** Smart Timer con configuración de tiempo para dos compuertas.

4. Colocamos una pluma sobre el disco para que la fotocompuerta pudiera detectar el movimiento.

5. Pusimos la liga de goma en el punto de salida del disco y sobre el pivote, esto para utilizarla como resorte para empujar al disco y asegurarnos asíde que la velocidad inicial no varíe demasiado.

6. Lanzamos 4 veces en cada ángulo de cada longitud para hacer un promedio con todos los tiempos. **Imagen 2.**



**Imagen 2.** Lanzamiento de disco sobre mesa de aire con fotocompuertas en un ángulo de  $180^\circ$ .

7. Anotamos los tiempos medidos para poder calcular la velocidad angular (ecuación (2)) y elevamos al cuadrado los ángulos y tiempos para obtener la aceleración centrípeta; (ecuación (1)). Ambos resultados se obtuvieron después de aplicar el método de mínimos cuadrados.

8. Retiramos las fotocompuertas una vez habiendo finalizado con las mediciones de los tiempos y realizamos una fotografía de larga exposición con la aplicación “Long Exposure” del teléfono celular y con la frecuencia del estroboscopio a 600rpm.

9. Posteriormente analizamos cada movimiento de la foto estroboscópica con ayuda del programa tracker. Para esto, primero se establecen los ejes sobre la imagen, así como una medida conocida para establecer como escala. Luego se marca la posición del objeto en diferentes tiempos y el programa grafica y analiza automáticamente funciones de posición, velocidad, aceleración y muchos otros parámetros. Para cada caso,

obtuvimos la velocidad angular promedio y la aceleración centrípeta promedio durante el movimiento.

10. Finalmente comparamos los resultados de ambos procedimientos.

### III. RESULTADOS

Para cada radio, medimos 4 tiempos en cada uno de los ángulos, luego obtuvimos el tiempo promedio con su incertidumbre. Posteriormente realizamos las gráficas de ángulo vs tiempo y de ángulo cuadrado vs tiempo cuadrado. Empleamos el método de mínimos cuadrados para encontrar  $m$  y  $b$  con sus respectivas incertidumbres y así poder obtener la velocidad angular y aceleración centrípeta. Por otro lado, analizamos todos los movimientos con Tracker para obtener las medidas teóricas del movimiento.

#### 1) Radio = 5 cm

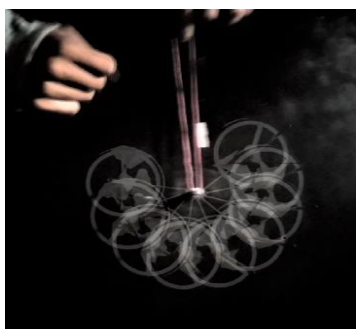


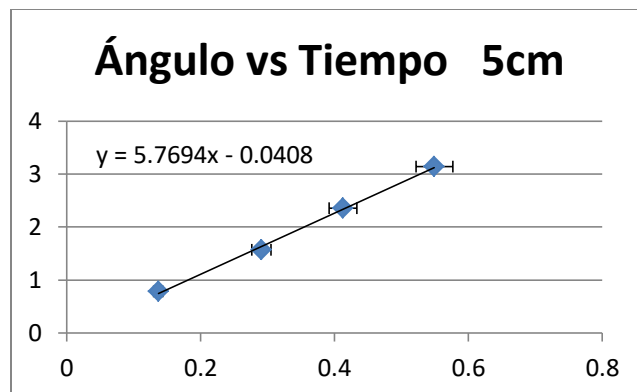
Imagen 3. Fotografía estroboscópica 5cm

De las 4 mediciones del tiempo, sacamos un promedio para poder trabajar con este valor.

Tabla 1. (anexo)

Tiempo promedio con error [s]	Ángulo [rad] ( $\pm 0.009\text{rad}$ )
0.137 $\pm$ 0.007	0.785
0.29 $\pm$ 0.016	1.571
0.41 $\pm$ 0.015	2.356
0.55 $\pm$ 0.020	3.142

Tabla 2. Tiempo vs. ángulo con radio de 5cm.



Gráfica 1. Gráfica ángulo vs. tiempo 5cm

$$m=5.76\pm 0.13 \quad b=-0.040\pm 0.04$$

La velocidad angular, ecuación (2), es la pendiente de la recta ya que es ángulo/tiempo. Por lo tanto:

$$\omega=5.76\pm 0.13 \text{ rad/s}$$

**Tracker:** La velocidad angular media obtenida con el análisis en tracker es de:

$$\omega=4.972 \text{ rad/s}$$

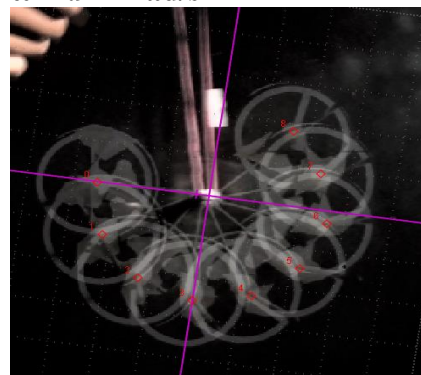
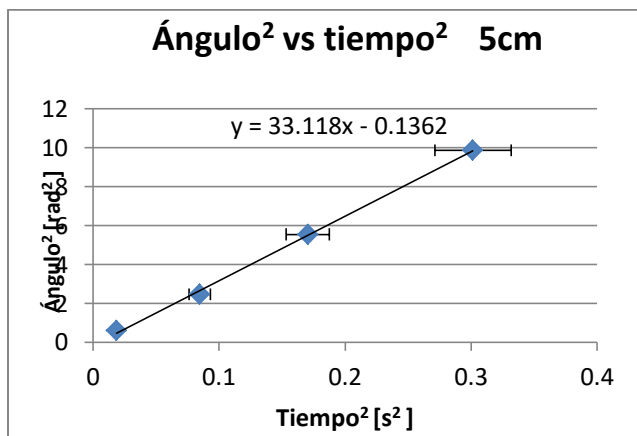


Imagen 4. Fotografía Análisis Tracker 5 cm

#### ● Aceleración centrípeta

Tiempo promedio cuadrado [s <sup>2</sup> ]	Ángulo cuadrado [rad <sup>2</sup> ]
0.019 $\pm$ 0.0019	0.62 $\pm$ 0.014
0.084 $\pm$ 0.0092	2.47 $\pm$ 0.028
0.17 $\pm$ 0.012	5.55 $\pm$ 0.042
0.30 $\pm$ 0.022	9.87 $\pm$ 0.057

Tabla 3. Tiempo<sup>2</sup> vs. ángulo<sup>2</sup> con radio de 5cm.



Gráfica 2. Gráfica ángulo² vs. Tiempo² 5cm

$$m=33.11\pm0.58 \quad b=-0.13\pm0.10$$

La aceleración centrípeta se calcula usando la ecuación (1), donde  $\omega^2$  viene dado por la pendiente de la recta. Por lo tanto:

$$a_c=(0.05\pm0.0005)(33.11\pm0.58) = 1.65\pm0.04 \text{ m/s}^2$$

$$a_c=1.65\pm0.04 \text{ m/s}^2$$

**Tracker:** Por el análisis de la *Imagen 4*, la aceleración centrípeta media es de:

$$a_c=1.35 \text{ m/s}^2$$

Así mismo, la gráfica de ángulo vs. tiempo (*Gráfica A3*) obtenida en tracker se encuentra en el anexo.

## 2) Radio = 10 cm



Imagen 5. Fotografía estroboscópica 10cm

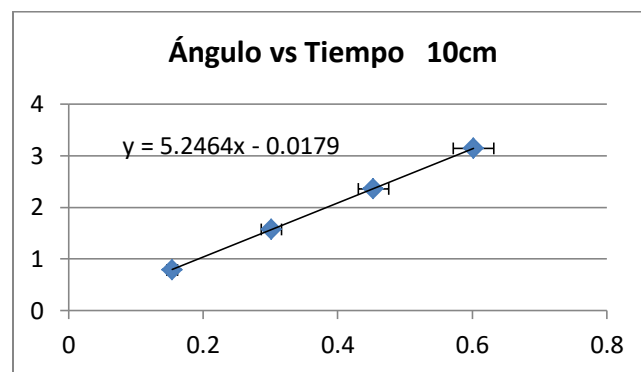
De las 4 mediciones del tiempo, sacamos un promedio para poder trabajar con este valor.

**Tabla 2. (anexo)**

### • Velocidad angular

Tiempo promedio con error [s]	Ángulo [rad] ( $\pm 0.009\text{rad}$ )
0.153 $\pm$ 0.011	0.785
0.30 $\pm$ 0.038	1.571
0.453 $\pm$ 0.022	2.356
0.602 $\pm$ 0.025	3.142

Tabla 5. Tiempo vs. ángulo con radio de 10cm.



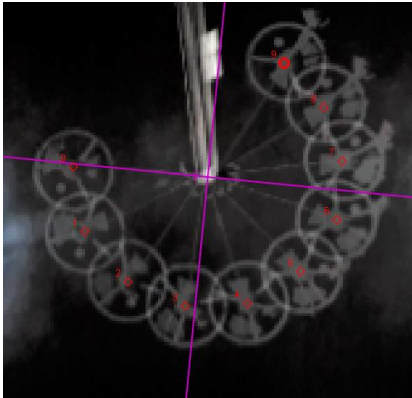
Gráfica 4. Gráfica ángulo vs. tiempo 10cm

$$m=5.24\pm0.014 \quad b=-0.017\pm0.006$$

La velocidad angular, ecuación (2), es la pendiente de la recta ya que es ángulo/tiempo. Por lo tanto:

$$\omega=5.24\pm0.014 \text{ rad/s}$$

**Tracker:** La velocidad angular media es de:  
 $\omega = 4.654 \text{ rad/s}$



**Imagen 6.** Fotografía Análisis Tracker 10 cm

pendiente de la recta. Por lo tanto:  
 $a_c = (0.1 \pm 0.0005)(27.25 \pm 0.06) = 2.73 \pm 0.019$

$$a_c = 2.73 \pm 0.019 \text{ m/s}^2$$

**Tracker:** Con la **Imagen 6**, se vió que la aceleración centrípeta media es de:

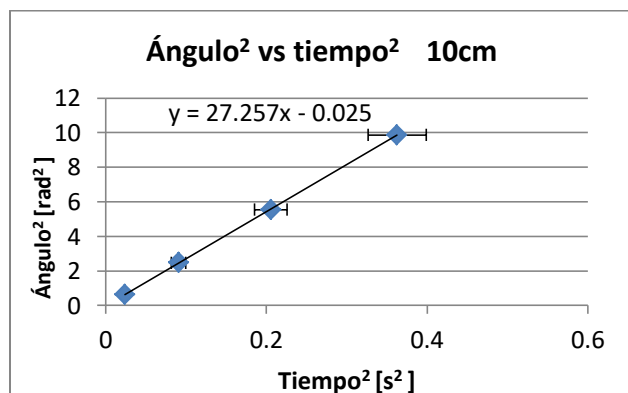
$$a_c = 2.36 \text{ m/s}^2$$

Así mismo, la gráfica de ángulo vs. tiempo (**Gráfica 6**) analizada en tracker se encuentra en el anexo.

#### ● Aceleración centrípeta

Tiempo promedio cuadrado [s <sup>2</sup> ]	Ángulo cuadrado [rad <sup>2</sup> ]
0.023±0.003	0.62±0.014
0.09±0.022	2.47±0.028
0.20±0.020	5.55±0.042
0.36±0.029	9.87±0.057

**Tabla 6.** Tiempo<sup>2</sup> vs. Ángulo<sup>2</sup> con radio de 10cm.



**Gráfica 5.** Gráfica ángulo<sup>2</sup> vs. Tiempo<sup>2</sup> 10cm

$$m = 27.25 \pm 0.06 \quad b = -0.02 \pm 0.01$$

La aceleración centrípeta se calcula usando la ecuación (1), donde  $\omega^2$  viene dado por la

### 3) Radio = 15 cm

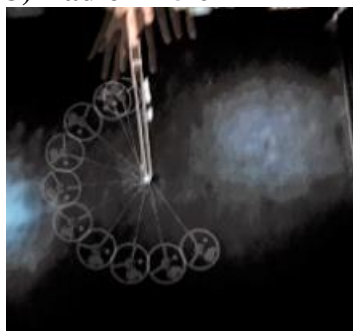


Imagen 7. Fotografía estroboscópica 15cm

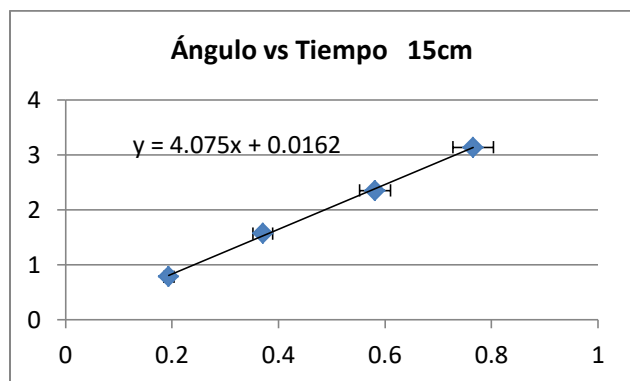
De las 4 mediciones del tiempo, sacamos un promedio para poder trabajar con este valor.

**Tabla 7. (anexo)**

#### • Velocidad angular

Tiempo promedio con error [s]	Ángulo [rad] ( $\pm 0.009\text{rad}$ )
$0.19 \pm 0.016$	0.785
$0.37 \pm 0.017$	1.571
$0.58 \pm 0.022$	2.356
$0.76 \pm 0.016$	3.142

Tabla 8. Tiempo vs. ángulo con radio de 15cm.



Gráfica 7. Gráfica ángulo vs. tiempo 15cm  
 $m = 4.08 \pm 0.06$   $b = 0.02 \pm 0.035$

La velocidad angular, ecuación (2), es la pendiente de la recta ya que es ángulo/tiempo.

Por lo tanto:

$$\omega = 4.08 \pm 0.06 \text{ rad/s}$$

**Tracker:** La velocidad angular media es de:

$$\omega = 4.158 \text{ rad/s}$$

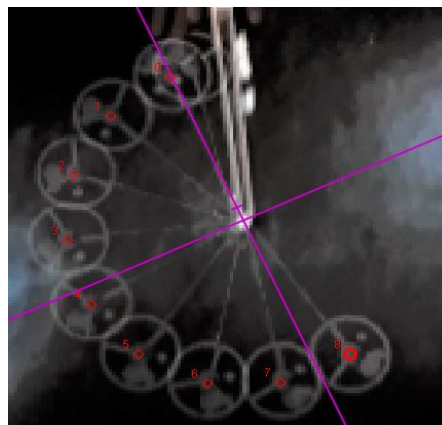
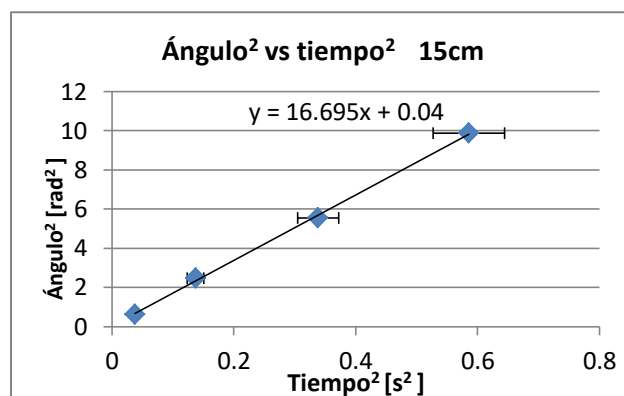


Imagen 8. Fotografía Análisis Tracker 15 cm

#### • Aceleración centrípeta

Tiempo promedio cuadrado [ $s^2$ ]	Ángulo cuadrado [ $rad^2$ ]
$0.037 \pm 0.006$	$0.62 \pm 0.014$
$0.13 \pm 0.012$	$2.47 \pm 0.028$
$0.33 \pm 0.025$	$5.55 \pm 0.042$
$0.58 \pm 0.025$	$9.87 \pm 0.057$

Tabla 9. Tiempo<sup>2</sup> vs. Ángulo<sup>2</sup> con radio de 15cm.



Gráfica 8. Gráfica ángulo<sup>2</sup> vs. Tiempo<sup>2</sup> 15cm

$$m = 16.7 \pm 0.24 \quad b = 0.04 \pm 0.083$$

La aceleración centrípeta se calcula con la ecuación (1), donde  $\omega^2$  viene dado por la pendiente de la recta. Por lo tanto:

$$a_c = (0.15 \pm 0.0005)(16.7 \pm 0.24) = 2.50 \pm 0.044$$

$$a_c = 2.50 \pm 0.044 \text{ m/s}^2$$

**Tracker:** Por la *Imagen 8*. se vió que la aceleración centrípeta media es de:  
 $a_c = 2.59 \text{ m/s}^2$

Así mismo, la gráfica de ángulo vs. tiempo (*Gráfica 9*) analizada en tracker se encuentra en el anexo.

#### 4) Radio = 20 cm



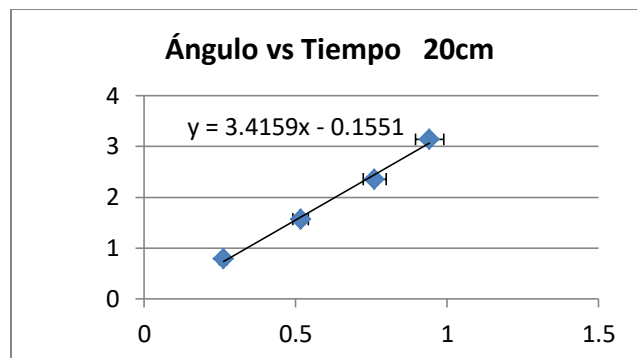
*Imagen 9. Fotografía estroboscópica 20cm*

De las 4 mediciones del tiempo, sacamos un promedio para poder trabajar con este mismo valor. *Tabla 10. (anexo)*

#### ● Velocidad angular

*Tabla 11. Tabla ángulo vs. tiempo con radio de 20cm*

Tiempo promedio con error [s]	Ángulo [rad] ( $\pm 0.009\text{rad}$ )
$0.26 \pm 0.011$	0.785
$0.51 \pm 0.031$	1.571
$0.76 \pm 0.044$	2.356
$0.94 \pm 0.042$	3.142



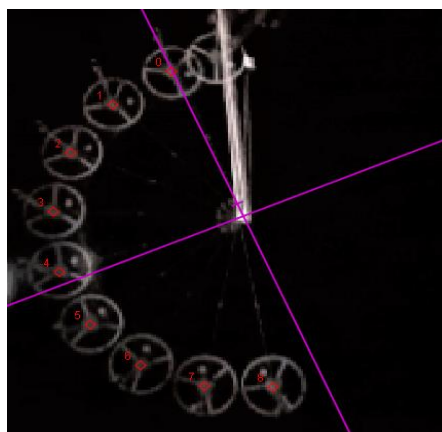
*Gráfica 10. Gráfica ángulo vs. tiempo 20cm*

$$m = 3.41 \pm 0.09 \quad b = -0.15 \pm 0.086$$

La velocidad angular, ecuación (2), es la pendiente de la recta ya que es ángulo/tiempo. Por lo tanto:

$$\omega = 3.41 \pm 0.09 \text{ rad/s}$$

**Tracker:** La velocidad angular media es de:  
 $\omega = 3.581 \text{ rad/s}$



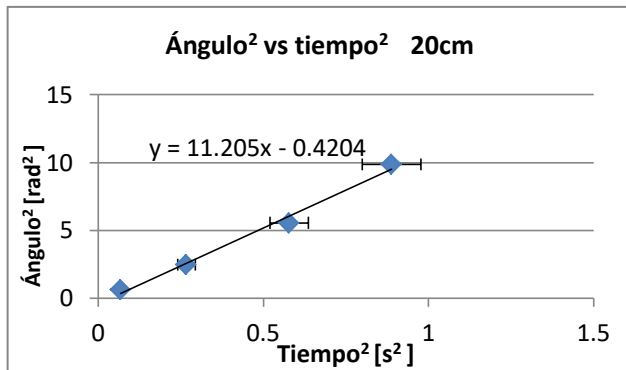
*Imagen 10. Fotografía Análisis Tracker 20cm*



● Aceleración centrípeta

Tiempo promedio cuadrado [s <sup>2</sup> ]	Ángulo cuadrado [rad <sup>2</sup> ]
0.068±0.005	0.62±0.014
0.27±0.032	2.47±0.028
0.58±0.067	5.55±0.042
0.89±0.079	9.87±0.057

Tabla 12. Tabla ángulo<sup>2</sup> vs. Tiempo<sup>2</sup> con radio de 20cm



Gráfica 11. Gráfica ángulo<sup>2</sup> vs. Tiempo<sup>2</sup> 20cm

$$m=11.2\pm0.54 \quad b=-0.42\pm0.29$$

La aceleración centrípeta se calcula con la ecuación (1), donde  $\omega^2$  viene dado por la pendiente de la recta. Por lo tanto:

$$a_c = (0.2\pm0.0005)(11.2\pm0.54) = 2.24\pm0.092$$

$$a_c = 2.24\pm0.092$$

**Tracker:** Por la *Imagen 10*, se vió que la aceleración centrípeta media es de:

$$a_c = 2.56 \text{ m/s}^2$$

Así mismo, la gráfica de ángulo vs. tiempo (*Gráfica 12*) analizada en tracker se encuentra en el anexo.

#### IV. OBSERVACIONES

Observamos que tal como se dijo en el marco teórico, para este tipo de movimiento la velocidad angular es constante. Es por esta razón que en todas las gráficas de ángulo vs tiempo es posible ajustar los datos con una recta.

Fue difícil para nosotros el establecer un sistema tal que todos los lanzamientos fueran lo más similar posibles, ya que el lanzarlo con un poco más de fuerza, variaba completamente los resultados. El utilizar la liga de goma estableciendo un mismo punto de inicio fue de gran ayuda, sin embargo éste método provocó que nuestro error saliera más alto debido a la imprecisión del tiro circular sobre la mesa de aire.

Así mismo, a pesar de que analizar el movimiento con Tracker es más exacto, por el mismo problema mencionado en el párrafo anterior, tampoco podemos asegurar que obtuvimos en todos los casos el mejor valor teórico para comparar al valor experimental.

Por otro lado, el movimiento circular uniforme con un radio de 5 cm fue más complicado debido a que al ser tan corto el hilo, no permitía bien el giro como en las demás medidas.

#### V. CONCLUSIÓN

Para poder comparar ambos resultados, tomamos lo obtenido en Tracker como nuestra medida teórica y el otro procedimiento de las fotocpuertas como nuestra medida experimental.

Para nuestras primeras medidas de 5cm, comparando los primeros resultados obtenidos con los calculados en Tracker, tenemos que el error de nuestra medición sobre la velocidad angular es de:

$$\frac{|4.972 - 5.76|}{4.972} * 100 = 15.84\%$$

y respecto a la aceleración centrípeta, el error en nuestra medida es de:

$$\frac{|1.35 - 1.65|}{1.35} * 100 = 22.22\%$$

Para las mediciones de 10cm, obtuvimos en la velocidad angular un error en nuestra medición de:

$$\frac{|4.654 - 5.24|}{4.654} * 100 = 12.59\%$$

y en la aceleración centrípeta, un error de:

$$\frac{|2.36 - 2.73|}{2.36} * 100 = 15.67\%$$

Respecto a las mediciones de 15 cm, nuestro error en la velocidad angular fue de:

$$\frac{|4.158 - 4.08|}{4.158} * 100 = 1.87\%$$

y en la aceleración centrípeta, un error de:

$$\frac{|2.59 - 2.50|}{2.59} * 100 = 3.10\%$$

Por último, en las mediciones de 20 cm, tuvimos un error en la velocidad angular de:

$$\frac{|3.581 - 3.41|}{3.581} * 100 = 4.77\%$$

y en la aceleración centrípeta el error de medición fue de:

$$\frac{|2.56 - 2.24|}{2.56} * 100 = 12.10\%$$

Considerando el no tan preciso sistema de lanzamiento, nuestro porcentaje de error fue mínimo, salvo en el caso del radio de 5cm que se debe a lo que explicamos anteriormente en las observaciones.

Por lo tanto, nuestro objetivo se cumplió ya que pudimos obtener el valor de la velocidad angular y la aceleración centrípeta con dos distintos métodos y el error entre ellos fue considerablemente bajo, así mismo, podemos decir que ambas técnicas fueron eficaces y sencillas de realizar.

## VI. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Sears, Zemansky, Física universitaria Vol. 1, Addison-Wesley, México 2009.
- [2] Tippens P., Física conceptos y aplicaciones, McGraw-Hill Interamericana, Chile 2007.
- [3] Alonso M. et al., FÍSICA Vol 1. Mecánica, Fondo educativo interamericano, España 1970.

## Anexo

**Tabla 1. Tabla de tiempos 5cm**

Ángulo [rad] ( $\pm 0.009\text{rad}$ )	Tiempo [s]				Promedio Tiempo [s]	Error máximo [s]
0.7854	0.1439	0.1331	0.1329	0.1373	0.1368	0.007
1.5708	0.2752	0.2909	0.2923	0.3055	0.2910	0.016
2.3562	0.4045	0.428	0.4192	0.3996	0.4128	0.015
3.1416	0.5694	0.53	0.5442	0.5525	0.5490	0.020

**Tabla 4. Tabla de tiempos 10cm**

Ángulo [rad] ( $\pm 0.009\text{rad}$ )	Tiempo [s]				Promedio Tiempo [s]	Error máximo [s]
0.7854	0.1536	0.1426	0.1573	0.1621	0.1539	0.011
1.5708	0.2633	0.3203	0.3003	0.3212	0.3013	0.038
2.3562	0.4624	0.431	0.4704	0.4493	0.4533	0.022
3.1416	0.6165	0.5992	0.6157	0.5775	0.6022	0.025

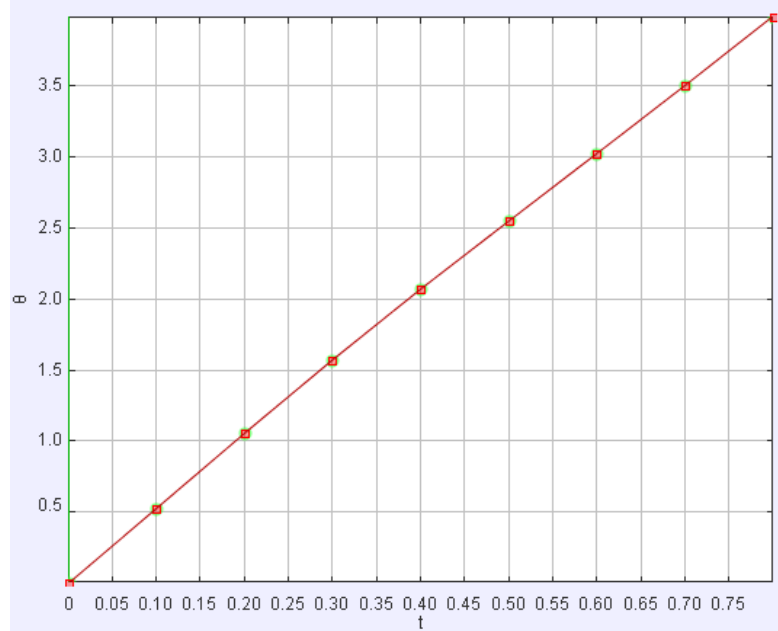
**Tabla 7. Tabla de tiempos 15cm**

Ángulo [rad] ( $\pm 0.009\text{rad}$ )	Tiempo [s]				Promedio Tiempo [s]	Error máximo [s]
0.7854	0.1819	0.2101	0.1964	0.1877	0.1940	0.016
1.5708	0.3684	0.3655	0.3874	0.3607	0.3705	0.017
2.3562	0.5872	0.5658	0.5691	0.6035	0.5814	0.022
3.1416	0.7513	0.7734	0.7819	0.7553	0.7655	0.016

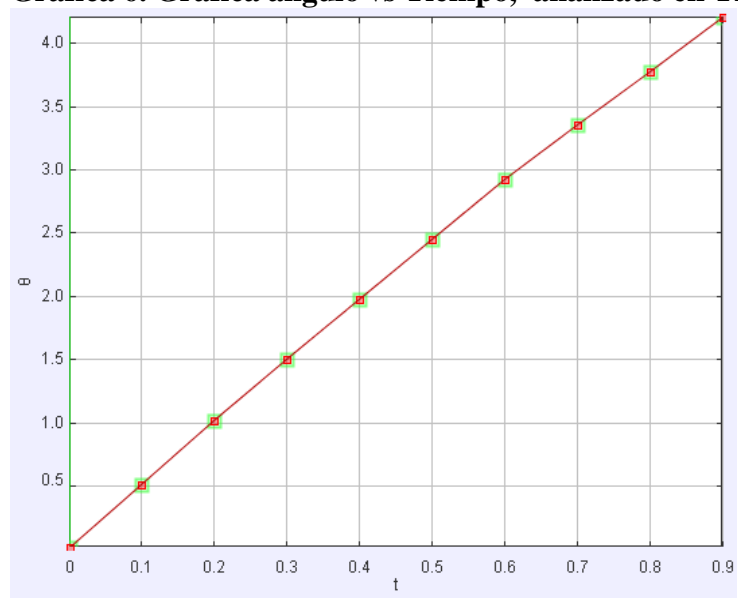
**Tabla 10. Tabla de tiempos 20cm**

Ángulo [rad] ( $\pm 0.009\text{rad}$ )	Tiempo [s]				Promedio Tiempo [s]	Error máximo [s]
0.7854	0.2725	0.2527	0.2518	0.2683	0.2613	0.011
1.5708	0.4859	0.5242	0.5268	0.5307	0.5169	0.031
2.3562	0.7217	0.7531	0.7621	0.8048	0.7604	0.044
3.1416	0.9532	0.9001	0.9766	0.9391	0.9423	0.042

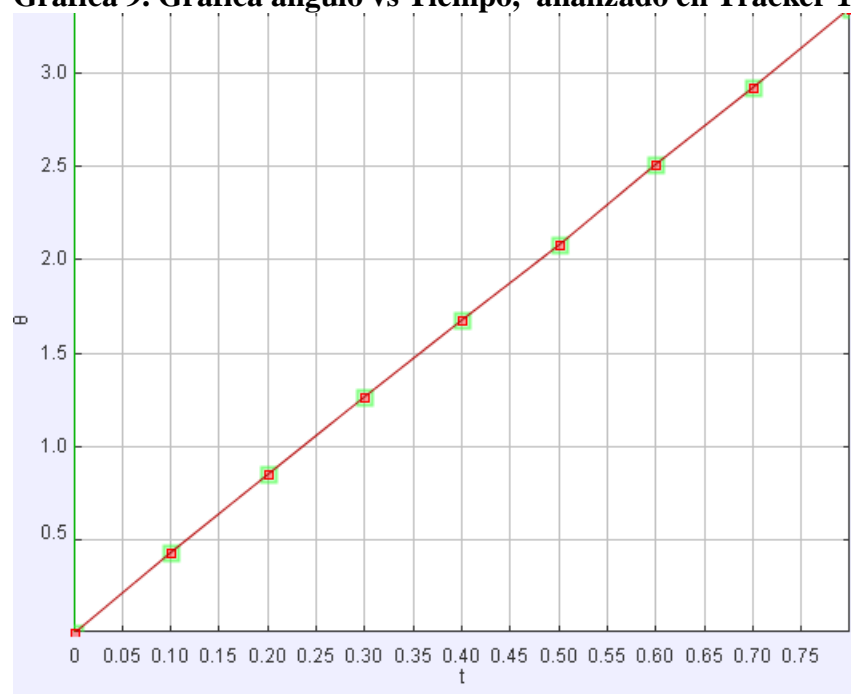
**Gráfica 3. Gráfica ángulo vs Tiempo, analizado en Tracker 5cm.**



**Gráfica 6. Gráfica ángulo vs Tiempo, analizado en Tracker 10cm.**



**Gráfica 9. Gráfica ángulo vs Tiempo, analizado en Tracker 15cm.**



**Gráfica 12. Gráfica ángulo vs Tiempo, analizado en Tracker 20cm.**

