Laboratorio de Fenómenos Colectivos.
Semestre 2020-1.
Facultad de Ciencias.

Dr. Martín Romero Martínez.
Fis. José Abarca Munguía.

Práctica 1
Ley de enfriamiento de Newton

<u>T Basile.</u>
I. Santiago.
R. Rangel.
J Gallegos.

Grupo: 8144.

Universidad Nacional Autónoma de México.

Fecha de elaboración: 12, 14 y 19 de agosto
Fecha de entrega: 26 de agosto, 2019.

Resumen

Este trabajo muestra los resultados de mediciones de temperatura de agua, aceite y glicerina mientras se enfrían a partir de una temperatura inicial alta. Las mediciones de temperatura se realizaron con termómetros de alcohol de inmersión. Esto con la meta de encontrar la temperatura de los líquidos conforme se enfrían como función del tiempo y compararlo con el comportamiento que indica la ley de enfriamiento de Newton. Estos datos se usaron para determinar los coeficientes de transferencia de calor de los líquidos y así compararlos entre sí.

I. Introducción

Marco Teórico

Antes de dar una descripción de lo que dice la ley de enfriamiento de Newton, es importante definir la temperatura y para esto necesitamos el concepto de equilibrio térmico.

Si dos sistemas entran en contacto térmico, se dice que alcanzan el equilibrio térmico cuando deja de haber intercambios de calor y las propiedades de ambos sistemas dejan de variar.

La temperatura se puede definir a partir de la Ley Cero de la Termodinámica, que establece que si dos sistemas están en equilibrio térmico con un tercero, entonces están en equilibrio térmico entre sí. Estos sistemas en equilibrio térmico compartirán un valor en común en alguna propiedad física. Y es a esta propiedad a la que se le llama temperatura. [1]

Cuando dejamos un objeto a alta temperatura en un cuarto a temperatura ambiente, debido al contacto térmico, el cuerpo disminuirá su temperatura hasta llegar a un equilibrio térmico con el ambiente en el que se encuentra.

La ley de enfriamiento de Newton nos dice cuantitativamente como se da este cambio de temperatura.

Esta ley dice que la tasa de pérdida de temperatura del objeto es directamente proporcional a la diferencia entre la temperatura del objeto y la del ambiente. [2]

Esto se puede expresar como la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{dT}{dt} = -k\,(T - T_a) \qquad ecuación\ 1$$

Donde:
T= Temperatura del objeto (Celsius)
Ta = Temperatura ambiente (Celsius)
t= Tiempo (s)
k= Constante de proporcionalidad (s^{-1})
Al resolver esta ecuación diferencial, se llega a la siguiente relación entre la temperatura y el tiempo transcurrido.

$$T - T_a = (T_i - T_a)e^{-kt} \qquad ecuación\ 2$$

Donde T_i indica la temperatura inicial del objeto.

Esta expresión no es del todo precisa y se considera válida siempre y cuando la diferencia entre la temperatura inicial y la temperatura ambiente sea pequeña. La ley de Newton es más bien una relación empírica que dice que la temperatura del objeto sigue un decaimiento exponencial. [3]

La k es una constante de proporcionalidad con $k > 0$ la cual depende de las características propias del objeto. La ley de enfriamiento de Newton se sigue siempre y cuando la k se mantenga constante, es decir que este coeficiente no dependa de la diferencia de temperaturas, ni de ningún otro factor que cambie con el tiempo.

Objetivos

El objetivo general de esta práctica es obtener la función que relacione la temperatura de cada líquido con el tiempo, conforme el líquido se enfría. Con estos datos se espera confirmar la ley de enfriamiento de Newton.

El objetivo en particular es encontrar la constante de proporcionalidad de la ley de Newton para cada uno de los líquidos, empezando a partir de diferentes temperaturas iniciales (80, 70 y 60 grados centígrados)

Finalmente se comparará el comportamiento de cada uno de los líquidos a cada una de las temperaturas.

II. Desarrollo Experimental

Materiales

-Un par de guantes
-Soporte universal
-2 nueces
-2 Termómetros de alcohol de inmersión total (marca Lauka)
-Cronómetro (marca Micronia)
-2 vasos de precipitado de 250ml
-Rejilla de Asbesto
-2 pinzas de tres dedos
-Tapete de aislamiento termoplástico
- 150ml de agua, glicerina y aceite
- Parrilla de calentamiento (marca Super flama)
-Balanza granatoria de triple brazo

Montaje experimental

1) Colocar el soporte universal sobre el tapete de enfriamiento. Ajustar las nueces sobre el soporte y colocar las pinzas en las nueces.

2) Sostener los termómetros de alcohol de inmersión total con las pinzas. Y medir la temperatura ambiente.

3) Conectar la parrilla de calentamiento y colocar la rejilla de asbesto.

Imagen 1: montaje experimental

Procedimiento

1) Agregar 150ml de agua al vaso de precipitados y colocarlo sobre la parrilla de calentamiento.

2) Calentar el agua hasta una temperatura de 80 grados Celsius.

3) Una vez llegada esta temperatura, sacar el vaso de la parrilla y colocarlo sobre el tapete de aislamiento. Sumergir la punta del termómetro en el líquido para tomar su temperatura.

4) Iniciar el cronómetro. Revisar el termómetro y tomar el tiempo transcurrido cada que la temperatura baje 5 grados Celsius, hasta que llegue a la temperatura ambiente.

5) Registrar todos los datos en una tabla, en la que el tiempo en segundos sea la variable independiente y la diferencia de la temperatura del agua con la temperatura ambiente sea la dependiente.

6) Repetir los pasos del 2 al 5 pero con una temperatura inicial de 70 grados Celsius y posteriormente con 60 grados Celsius.

7) Repetir los pasos del 1 al 6 con glicerina y con aceite.

8) Finalmente, es también necesario obtener la densidad de cada uno de los fluidos. Para esto se mide la masa de cada uno de los líquidos en la balanza (descontando la masa del vaso).

Imagen 2

III. Resultados

Densidades:

-Agua:
Volumen: 150 ± 5 ml = (150±5) x 10^{-3} m^3
Masa: 0.1485±0.00005 kg
Densidad=$\frac{0.1485\pm0.00005\text{ kg}}{(150\pm5)\text{ x }10^{-3}\,m^3} = 0.990 \pm 0.0036\ \frac{Kg}{m^3}$

-Aceite:
Volumen: 150 ± 5 ml = (150±5) x 10^{-3} m^3
Masa: 0.1381±0.00005 kg
Densidad=$\frac{0.1381\pm0.00005\text{ kg}}{(150\pm5)\text{ x }10^{-3}\,m^3} = 0.921 \pm 0.0034\ \frac{Kg}{m^3}$

-Glicerina:
Volumen: 150 ± 5 ml = (150±5) x 10^{-3} m^3
Masa: 0.12533±0.00005 kg
Densidad=$\frac{0.12533\pm0.00005\text{ kg}}{(150\pm5)\text{ x }10^{-3}\,m^3} = 1.256 \pm 0.0036\ \frac{Kg}{m^3}$

Según el procedimiento mencionado, obtuvimos las siguientes tablas de tiempos y temperaturas para cada uno de los líquidos. La temperatura mostrada es la diferencia entre la temperatura medida y la temperatura ambiente, ya que este es el valor de importancia en la ley de enfriamiento de Newton.

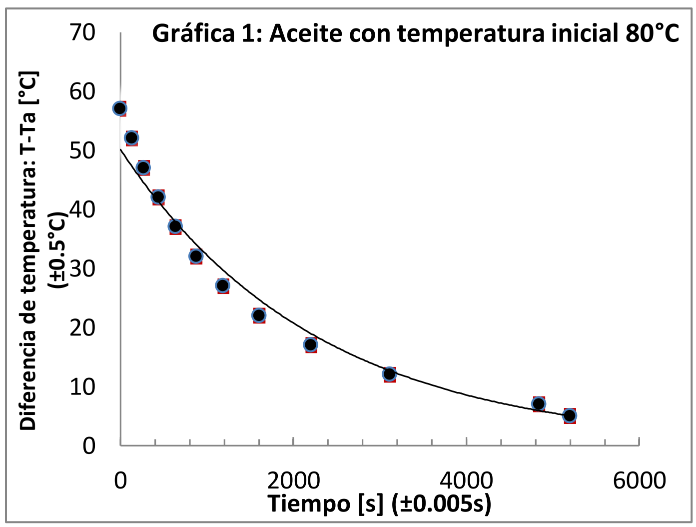
Aceite

Se presentan las tablas y gráficas de temperaturas y tiempos para el aceite con sus respectivas incertidumbres debido a los instrumentos de medición.

Temperatura inicial: 80°C

Aceite, temperatura inicial 80°C		
Tiempo (±0.005s)	**Temperatura (±0.5°C)**	**T-Ta: Diferencia con temperatura ambiente (±0.5°C)**
0	80	57
133.15	75	52
273.52	70	47
443.16	65	42
638.91	60	37
880.12	55	32
1191.19	50	27
1609.16	45	22
2208.28	40	17
3120.21	35	12
4844.43	30	7
5201.51	28	5

Tabla 1



A partir de estos datos se obtiene la *tabla A1* en la cual relacionan los tiempos con el valor $\ln(T - T_a)$ para obtener una relación lineal. De la cual en el apéndice se obtiene la pendiente y la ordenada al origen. Obteniendo así:

$\ln(T-T_a)$ = $(-0.00045\pm1.5\text{x}10^{-5})t + (3.91\pm0.036)$
Es decir:

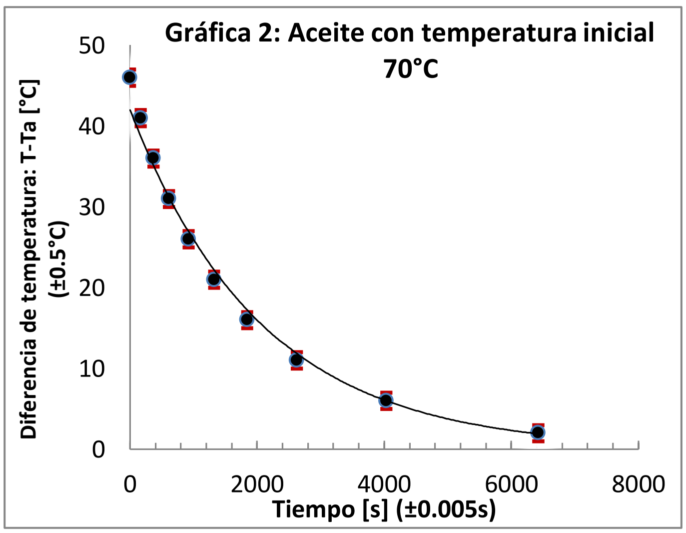
$$T - Ta = (50 \pm 1.8)\, e^{(-0.00045\pm1.5\text{x}10^{-5})t}$$

Es decir, la constante de proporcionalidad tiene un valor de: *k = 0.00045±1.5x10^{-5} s^{-1}*

Temperatura inicial: 70°C

Aceite, temperatura inicial 70°C		
Tiempo (±0.005s)	Temperatura (±0.5°C)	T-Ta: Diferencia con temperatura ambiente (±0.5°C)
0	70	46
168.86	65	41
370.15	60	36
614.44	55	31
922.29	50	26
1322.77	45	21
1843.13	40	16
2626.35	35	11
4034.51	30	6
6426.67	26	2

Tabla 2



A partir de estos datos se obtiene la *tabla A2* usando el valor $\ln(T-T_a)$ para obtener una relación lineal. De la cual en el apéndice se obtiene la pendiente y la ordenada al origen. Obteniendo así:

$\ln(T-T_a) = (-0.00048\pm 9.0\text{x}10^{-6})t + (3.73\pm 0.024)$

Es decir:

$$T - Ta = (42.1 \pm 0.98)\, e^{(-0.00048\pm 9\text{x}10^{-6})\text{t}}$$

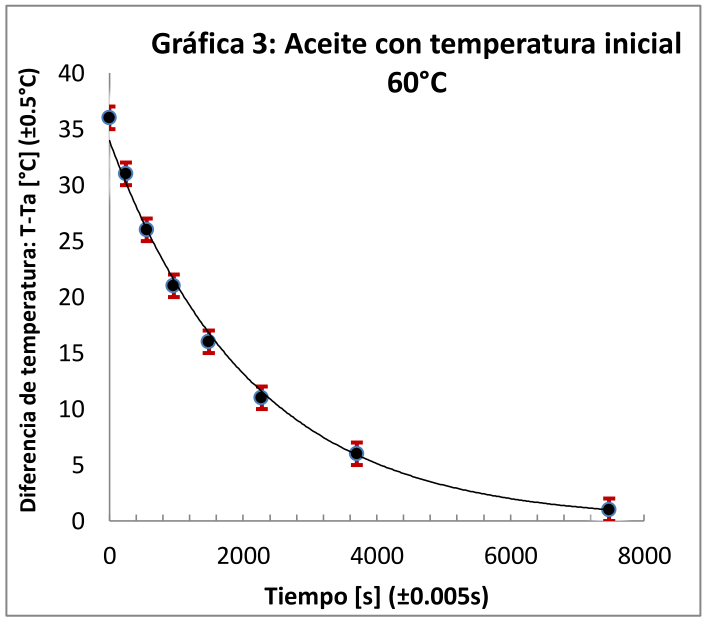
Es decir, la constante de proporcionalidad tiene un valor de:

$k = 0.00048\pm 9x10^{-6}\ s^{-1}$

Temperatura inicial: 60°C

Aceite, temperatura inicial 60°C		
Tiempo (±0.005s)	Temperatura (±0.5°C)	T-Ta: Diferencia con temperatura ambiente (±0.5°C)
0	60	36
246.73	55	31
557.66	50	26
962.15	45	21
1487.71	40	16
2278.76	35	11
3701.01	30	6
7477.51	26	1

Tabla 3



Al igual que en las otras partes, usamos estos datos para la *tabla A3* en donde se obtiene una relación lineal. De la cual en el apéndice se obtiene la pendiente y la ordenada al origen. Teniendo así:

$\ln(T-T_a) = (-0.00047\pm 5.3\text{x}10^{-6})t + (3.52\pm 0.016)$

Es decir:

$$T - Ta = (34.2 \pm 0.54)\, e^{(-0.00047\pm 5.3\text{x}10^{-6})\text{t}}$$

Es decir, la constante de proporcionalidad tiene un valor de:

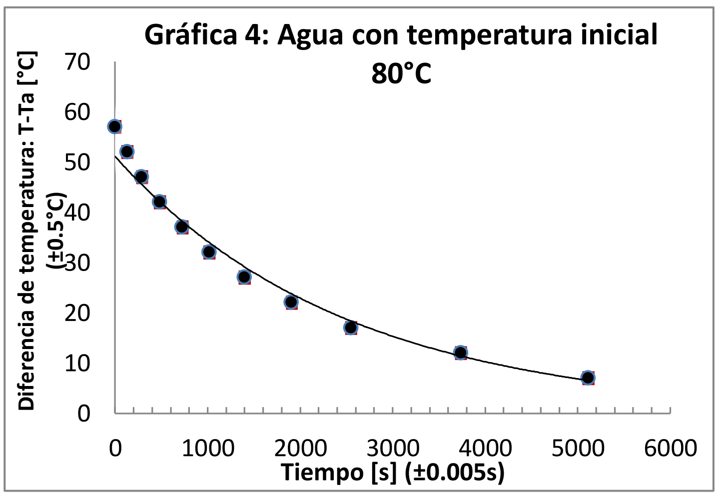
$k = 0.00047\pm 5.3x10^{-6}\ s^{-1}$

Agua

Temperatura inicial: 80°C

Agua temperatura inicial 80°C		
Tiempo (±0.005s)	Temperatura (±0.5°C)	T-Ta: Diferencia con temperatura ambiente (±0.5°C)
0	80	57
129.84	75	52
288.45	70	47
482.15	65	42
725.41	60	37
1017.05	55	32
1398.76	50	27
1906.11	45	22
2548.44	40	17
3735.12	35	12
5114.44	30	7

Tabla 4



En el apéndice, tabla A4 se encuentra la linealización de estos datos y a partir del método de mínimos cuadrados se obtiene:

$\ln(T\text{-}T_a) = (-0.00040\pm1.3x10^{-5})t + (3.93\pm0.028)$

Es decir:

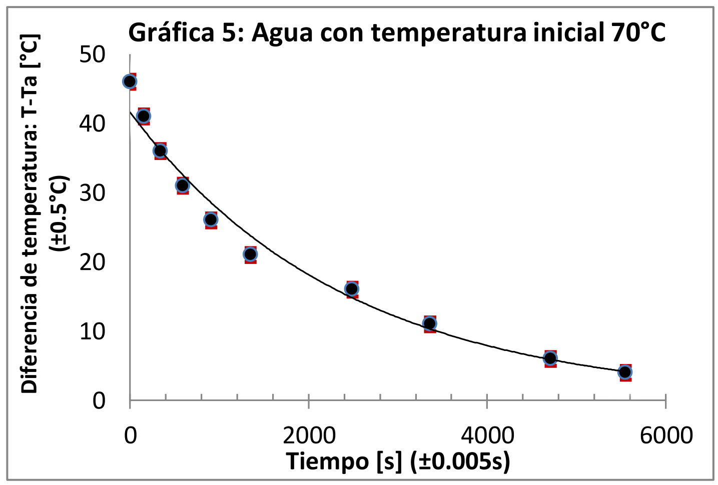
$$T - Ta = (51 \pm 1.01)\, e^{(-0.00040\pm1.3x10^{-5})t}$$

Es decir, la constante de proporcionalidad tiene un valor de: *k = 0.00040±1.3x10^{-5} s^{-1}*

Temperatura inicial: 70°C

Agua temperatura inicial 70°C		
Tiempo (±0.005s)	Temperatura (±0.5°C)	T-Ta: Diferencia con temperatura ambiente (±0.5°C)
0	70	46
168.86	65	41
370.15	60	36
614.44	55	31
922.29	50	26
1322.77	45	21
1843.13	40	16
2626.35	35	11
4034.51	30	6
6426.67	26	2

Tabla 5



En la tabla A5 del apéndice se encuentra la linealización de estos datos y por mínimos cuadrados se obtiene:

$\ln(T\text{-}T_a) = (-0.00041\pm1.2x10^{-5})t + (3.72\pm0.032)$

Es decir:

$$T - Ta = (41.3 \pm 1.0)\, e^{(-0.00041\pm1.2x10^{-5})t}$$

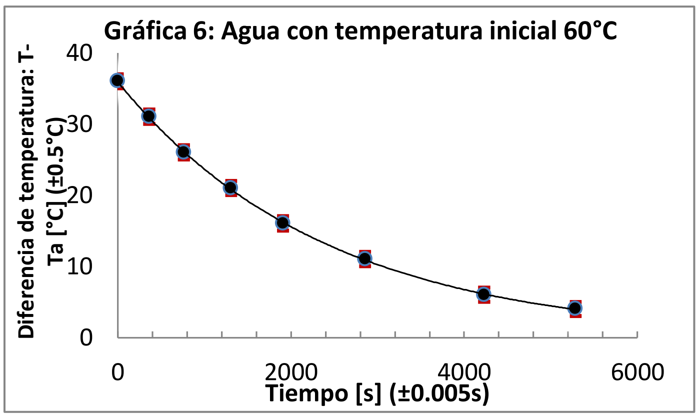
Es decir, la constante de proporcionalidad tiene un valor de:

k = 0.00041±1.2x10^{-5} s^{-1}

Temperatura inicial: 60°C

Agua temperatura inicial 60°C		
Tiempo (±0.005s)	Temperatura (±0.5°C)	T-Ta: Diferencia con temperatura ambiente (±0.5°C)
0	60	36
365.01	55	31
764.11	50	26
1308.88	45	21
1908.18	40	16
2854.91	35	11
4231.64	30	6
5285.76	28	4

Tabla 6



La linealización de los datos se encuentra en la tabla A6 del apéndice. Donde se obtienen los resultados siguientes:

$\ln(T-T_a) = (-0.00042 \pm 2.2x10^{-6})t + (3.58 \pm 0.006)$

Es decir:

$$T - Ta = (36.0 \pm 0.21)\, e^{(-0.00042 \pm 2.2x10^{-6})t}$$

Es decir, la constante de proporcionalidad tiene un valor de:

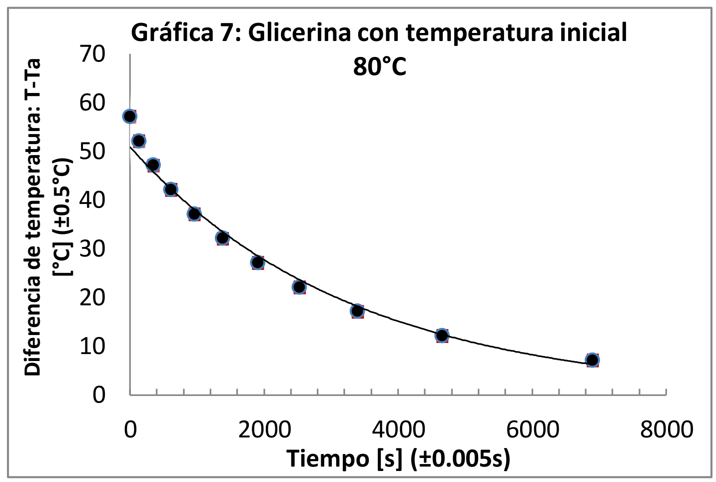
$k = 0.00042 \pm 2.2x10^{-6}\, s^{-1}$

Glicerina

Temperatura inicial: 80°C

Glicerina temperatura inicial 80°C		
Tiempo (±0.005s)	Temperatura (±0.5°C)	T-Ta: Diferencia con temperatura ambiente (±0.5°C)
0	80	57
131.15	75	52
349.51	70	47
613.33	65	42
959.21	60	37
1380.81	55	32
1905.6	50	27
2529.91	45	22
3396.32	40	17
4655.57	35	12
6901.05	30	7

Tabla 7



En la tabla A7 se puede revisar el proceso para la linealización de estos datos, y se obtienen los siguientes resultados:

$\ln(T-T_a) = (-0.00030 \pm 9.4x10^{-6})t + (3.93 \pm 0.027)$

Es decir:

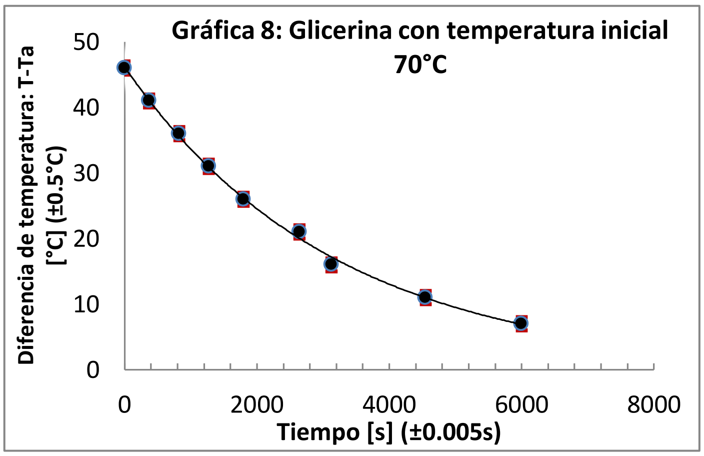
$$T - Ta = (50.9 \pm 1.02)\, e^{(-0.00030 \pm 9.4x10^{-6})t}$$

Es decir, la constante de proporcionalidad tiene un valor de: $k = 0.00030 \pm 9.4x10^{-6}\, s^{-1}$

Temperatura inicial: 70°C

Glicerina temperatura inicial 70°C		
Tiempo (±0.005s)	Temperatura (±0.5°C)	T-Ta: Diferencia con temperatura ambiente (±0.5°C)
0	70	46
372.54	65	41
795.8	60	36
1273.11	55	31
1855.64	50	26
2512.84	45	21
3384.11	40	16
4580.04	35	11
6055.98	31	7

Tabla 8



A partir de la linealización de los datos en la tabla A8 del apéndice, se obtienen los siguientes resultados para la temperatura como función del tiempo.

$\ln(T\text{-}T_a) = (-0.00031 \pm 5.2\text{x}10^{-6})t + (3.83 \pm 0.015)$
Es decir:

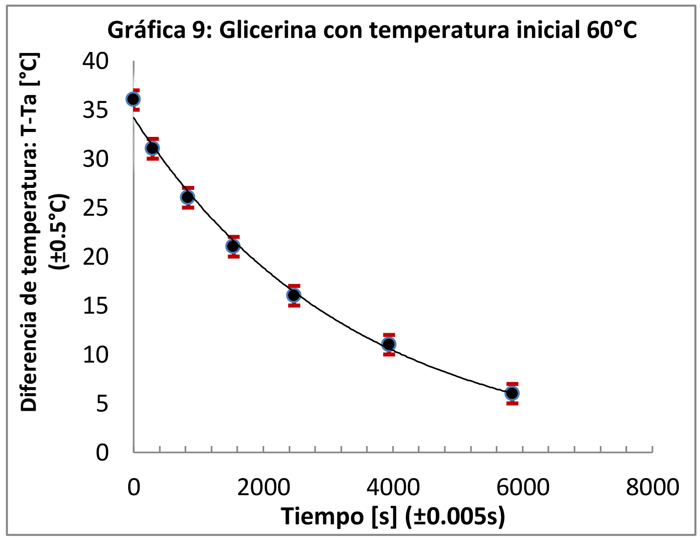
$$T - Ta = (46.17 \pm 0.48)\, e^{(-0.00031 \pm 5.2\text{x}10^{-6})t}$$

Es decir, la constante de proporcionalidad tiene un valor de:
$k = 0.00031 \pm 5.2\text{x}10^{-6}\ s^{-1}$

Temperatura inicial: 60°C

Glicerina temperatura inicial 60°C		
Tiempo (±0.005s)	Temperatura (±0.5°C)	T-Ta: Diferencia con temperatura ambiente (±0.5°C)
0	60	36
295.87	55	31
841.78	50	26
1542.14	45	21
2477.45	40	16
3939.55	35	11
5841.54	30	6

Tabla 9



Con la linealización de los datos realizada en la tabla A9 del apéndice, llegamos a los siguientes resultados de la temperatura como función del tiempo.

$\ln(T\text{-}T_a) = (-0.00029 \pm 5.6\text{x}10^{-6})t + (3.53 \pm 0.015)$
Es decir:

$$T - Ta = (34.2 \pm 0.51)\, e^{(-0.00029 \pm 5.6\text{x}10-6)t}$$

Es decir, la constante de proporcionalidad tiene un valor de: $k = 0.00029 \pm 5.6\text{x}10^{-6}\ s^{-1}$

En cada caso, nos interesa el valor de la constante de proporcionalidad obtenido a través del método de mínimos cuadrados. Los resultados se resumen en la siguiente tabla:

Constante de proporcionalidad (k) [1/s]			
Temperatura inicial	**Aceite**	**Agua**	**Glicerina**
80°C	0.00045 ± $1.5x10^{-5}$	0.00040± 1.3x10-5	0.00030± $9.4x10^{-6}$
70°C	0.00048± $9x10^{-6}$	0.00041± $1.2x10^{-5}$	0.00031± $5.2x10^{-6}$
60°C	0.00047 ±5.3x10-6	0.00042± $2.2x10^{-6}$	0.00029± $5.6x10^{-6}$
Promedio	**0.00047 ± 0.00002**	**0.00041 ± 0.00001**	**0.00030 ± 0.00001**

Tabla 10

Por lo tanto, la constante de proporcionalidad promedio en cada líquido es de:

Aceite:

k_{ac} = 0.00047 ± 0.00002 s^{-1}
Error relativo: $\frac{0.00002}{0.00047}$ = 0.042 = 4.2 %

Agua:

k_{ag} = 0.00041 ± 0.00001 s^{-1}
Error relativo: $\frac{0.00001}{0.00041}$ = 0.024 = 2.4 %

Glicerina:

K_{gl} = 0.00030 ± 0.00001 s^{-1}
Error relativo: $\frac{0.00001}{0.00030}$ = 0.033 = 3.3 %

IV Observaciones y/o Discusión

Encontramos que la temperatura de un cuerpo que está cediendo calor al ambiente decrece de forma exponencial. Este resultado nos indica que hay una constante de proporcionalidad entre la tasa de disminución de la temperatura y la temperatura en cierto instante. Esto concuerda con lo que dice la ley del enfriamiento de Newton.

Observamos que conforme los líquidos se acercaban cada vez más a la temperatura ambiente, el tiempo necesario para bajar cada grado Celsius aumentaba considerablemente.

Es por esta razón que en la mayoría de los casos el tiempo no fue suficiente para que los líquidos llegaran a la temperatura ambiente. Tuvimos que detener el experimento unos pocos grados antes de que se llegara a esto.

Además notamos que los diferentes líquidos tardaron diferentes tiempos en llegar a la temperatura ambiente. Pudimos observar que el aceite bajó de temperatura mucho más rápido que el agua y ésta a su vez más rápido que la glicerina. Esto se debe a los diferentes valores de las constantes de proporcionalidad k como se expresa en la tabla 10. Esta constante es una característica intrínseca de cada líquido. Y para los líquidos medidos, el de mayor densidad tiene el menor valor de k y el de menor densidad tiene el mayor valor. Así podemos suponer que existe una relación entre la densidad y el coeficiente k medido.

También es importante notar que la ley se describe a partir de la diferencia de temperaturas entre la temperatura del líquido y la ambiente (T-Ta). Esto debido a que la transferencia de calor depende de esta diferencia de temperaturas y no de la temperatura absoluta del objeto.

También fue necesario asegurarnos de mantener las mismas condiciones para cada uno de los líquidos durante los tres días de experimento, tal como la capacidad del vaso de precipitado o la posición del termómetro dentro del líquido. Esto para asegurarnos de que el único cambio entre una medición y otra sea solamente el líquido usado.

V. Conclusiones

Con el método mencionado en el procedimiento, se logró el objetivo de obtener los tiempos en llegar a cada temperatura. Además se calculó la constante de proporcionalidad de cada líquido y se encontró la relación que describe a la temperatura como función del tiempo.

Como se puede observar en la *tabla 10,* cada líquido tiene una diferente constante de proporcionalidad. Y de esto depende el tiempo que tardará en enfriarse.

Sin embargo, no es posible comparar este coeficiente medido con algún valor teórico, ya que depende de la manera en que se realice la transferencia de calor y en variables tales como el área superficial del objeto cediendo calor. Aun así, nos fue posible comparar los resultados para diferentes líquidos entre sí.

Además, es importante notar también que para un mismo líquido, la constante no varía demasiado aunque la temperatura inicial sea distinta. En realidad, como se ve la *tabla 10* esta constante varía en menos de un 5% para las diferentes temperaturas iniciales. Por lo que podemos concluir que la constante se mantiene fija a lo largo del proceso de enfriamiento (por lo menos en las temperaturas medidas).

Bibliografía

[1] Schroeder D., Thermal Physics, Addison Wesley Longman, México 2000

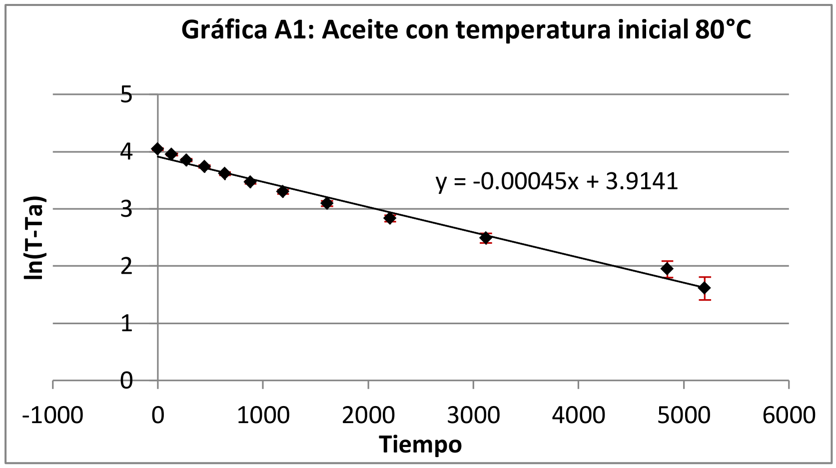
[2] Adkins, C.J., Thermal Physics, Hodder And Stoughton, Inglaterra 1976

[3] Blundell S., Blundell K., Concepts in Thermal Physics, Oxford University Press 1988

Apéndice

Tabla A1) Aceite con temperatura inicial 80°C

Aceite a partir de 80°C	
Tiempo (±0.005s)	**ln(T-Ta)**
0	4.04±0.017
133.15	3.95±0.019
273.52	3.85±0.021
443.16	3.73±0.023
638.91	3.61±0.027
880.12	3.46±0.031
1191.19	3.29±0.037
1609.16	3.09±0.045
2208.28	2.83±0.058
3120.21	2.48±0.083
4844.43	1.9±0.14
5201.51	1.6±0.20



$\sum x = 20543.64$ $\sum y=37.91$ $\sum x^2 = 70616498.9$ $(\sum x)^2 = 422041144.4$ $\sum xy = 49301.14$ $\sum(y\text{-}mx\text{-}b)^2 = 0.0976$

Pendiente: m= $\frac{\sum x \sum y - n\sum xy}{(\sum x)^2 - n\sum(x)^2} = \frac{20543.64*37.91-12*49301.14}{422041144.4-11*70616498.9} = -0.00045$

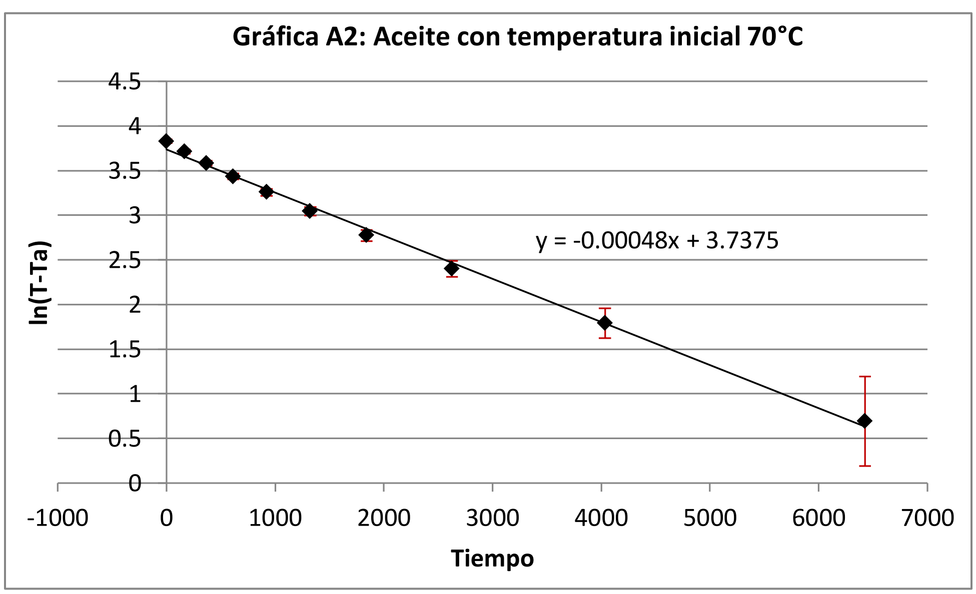
Ordenada al origen: b= $\frac{\sum x \sum xy - \sum y \sum(x)^2}{(\sum x)^2 - n\sum(x)^2} = \frac{20543.64*49301.14-37.91*70616498.9}{422041144.4-11*70616498.9} = 3.914$

Δm = $\sqrt{\frac{n}{-(\sum x)^2+n\sum(x)^2}\left(\frac{1}{n}\sum(y-mx-b)^2\right)} = \sqrt{\frac{11}{-422041144.4+11*70616498.9}\left(\frac{1}{11}*0.0976\right)} = 1.51*10^{-5}$

Δb = $\sqrt{\frac{\sum(x)^2}{-(\sum x)^2+n\sum(x)^2}\left(\frac{1}{n}\sum(y-mx-b)^2\right)} = \sqrt{\frac{70616498.9}{-422041144.4+11*70616498.9}\left(\frac{1}{11}*0.0976\right)} = 0.036$

Tabla A2) Aceite con temperatura inicial 70°C

Aceite a partir de 70°C	
Tiempo [t]	**ln(T-Ta)**
0	3.82 ± 0.021
168.86	3.71 ± 0.024
370.15	3.58 ± 0.027
614.44	3.43 ± 0.032
922.29	3.25 ± 0.038
1322.77	3.04 ± 0.047
1843.13	2.77 ± 0.062
2626.35	2.39 ± 0.09
4034.51	1.8 ± 0.16
6426.67	0.7 ± 0.25



$\sum x = 18329.17$ $\sum y = 28.51$ $\sum x^2 = 71017601.3$ $(\sum x)^2 = 335958473$ $\sum xy = 34187$ $\sum (y-mx-b)^2 = 0.030$

Pendiente: m= $\frac{\sum x \sum y - n \sum xy}{(\sum x)^2 - n\sum (x)^2} = \frac{18329.17*28.51-10*34187}{335958473-10*335958473} = -0.00048$

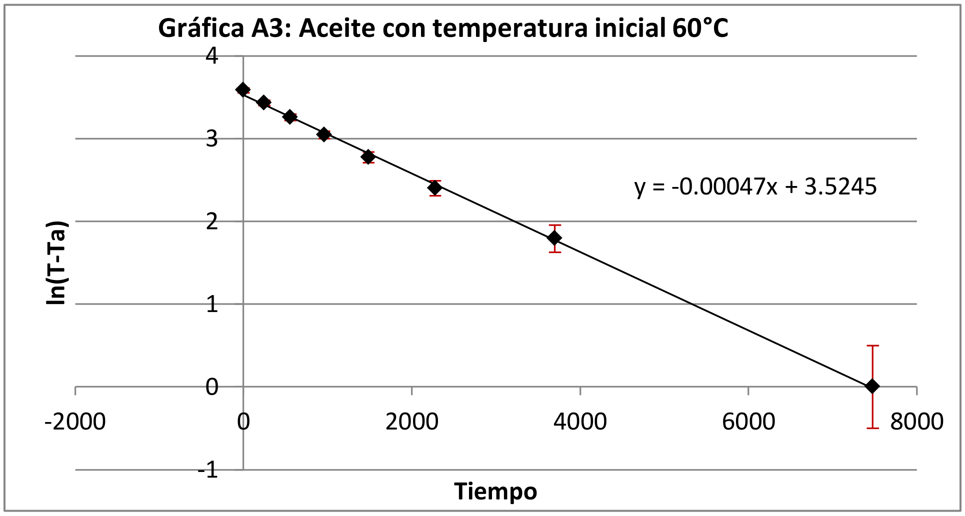
Ordenada al origen: b= $\frac{\sum x \sum xy - \sum y \sum (x)^2}{(\sum x)^2 - n\sum (x)^2} = \frac{18329.17*34187-28.51*335958473}{335958473-10*335958473} = 3.73$

Δm = $\sqrt{\frac{n}{-(\sum x)^2+n\sum(x)^2}\left(\frac{1}{n}\sum(y-mx-b)^2\right)} = \sqrt{\frac{10}{-335958473+10*71017601.3}\left(\frac{1}{10}*0.030\right)} = 9.03*10^{-6}$

Δb = $\sqrt{\frac{\sum(x)^2}{-(\sum x)^2+n\sum(x)^2}\left(\frac{1}{n}\sum(y-mx-b)^2\right)} = \sqrt{\frac{71017601.3}{-335958473+10*71017601.3}\left(\frac{1}{10}*0.030\right)} = 0.024$

Tabla A3) Aceite con temperatura inicial 60°C

Aceite a partir de 60°C	
Tiempo [t]	ln(T-Ta)
0	3.58 ± 0.027
246.73	3.43 ± 0.032
557.66	3.25 ± 0.038
962.15	3.04 ± 0.047
1487.71	2.77 ± 0.062
2278.76	2.39 ± 0.09
3701.01	1.79 ± 0.16
7477.51	0 ± 0.4



$\sum x = 16711.5$ $\sum y = 20.28$ $\sum x^2 = 78314252$ $(\sum x)^2 = 279275234.9$ $\sum xy = 21813$ $\sum (y-mx-b)^2 = 0.010$

Pendiente: m= $\frac{\sum x \sum y - n \sum xy}{(\sum x)^2 - n\sum (x)^2} = \frac{16711.5*20.28-8*21813}{279275234.9-8*78314252} = -0.00047$

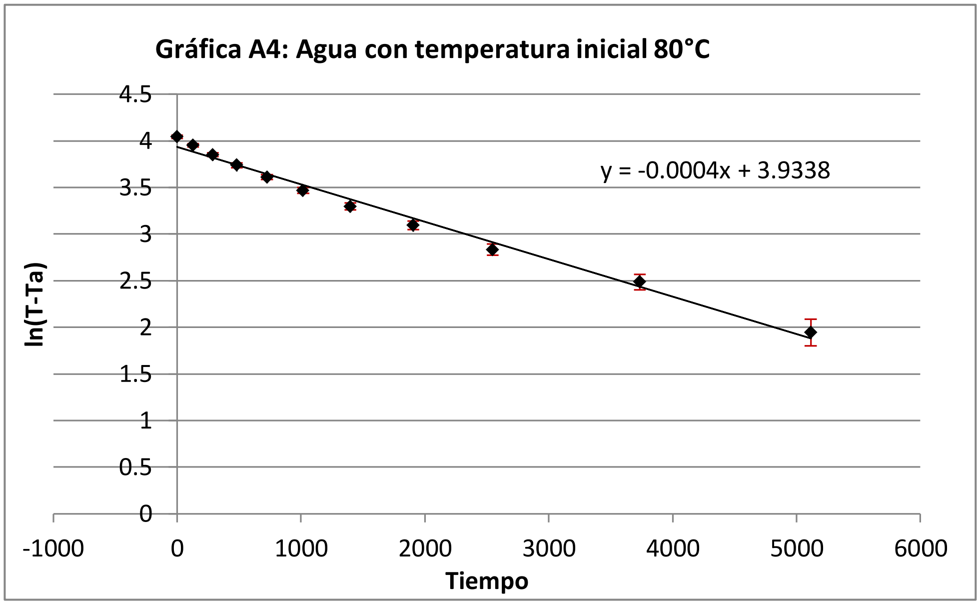
Ordenada al origen: b= $\frac{\sum x \sum xy - \sum y \sum (x)^2}{(\sum x)^2 - n\sum (x)^2} = \frac{16711.5*21813-20.28*78314252}{279275234.9-8*78314252} = 3.52$

Δm = $\sqrt{\frac{n}{-(\sum x)^2+n\sum(x)^2}\left(\frac{1}{n}\sum(y-mx-b)^2\right)} = \sqrt{\frac{8}{-279275234.9+8*78314252}\left(\frac{1}{8}*0.010\right)} = 5.35*10^{-6}$

Δb = $\sqrt{\frac{\sum(x)^2}{-(\sum x)^2+n\sum(x)^2}\left(\frac{1}{n}\sum(y-mx-b)^2\right)} = \sqrt{\frac{78314252}{-279275234.9+8*78314252}\left(\frac{1}{8}*0.010\right)} = 0.016$

Tabla A4) Agua con temperatura inicial 80°C

Agua a partir de 80°C	
Tiempo [t]	**ln(T-Ta)**
0	4.04 ± 0.017
129.84	3.95 ± 0.019
288.45	3.85 ± 0.021
482.15	3.73 ± 0.023
725.41	3.61 ± 0.027
1017.05	3.46 ± 0.031
1398.76	3.29 ± 0.037
1906.11	3.09 ± 0.045
2548.44	2.83 ± 0.058
3735.12	2.48 ± 0.083
5114.44	1.9 ± 0.14



$\sum x = 17345.77$ $\sum y = 36.30$ $\sum x^2 = 54086090$ $(\sum x)^2 = 300875737$ $\sum xy = 46525.8$ $\sum (y-mx-b)^2 = 0.047$

Pendiente: m= $\frac{\sum x \sum y - n\sum xy}{(\sum x)^2 - n\sum (x)^2} = \frac{17345.77*36.30-11*46525.8}{300875737-11*54086090} = -0.00040$

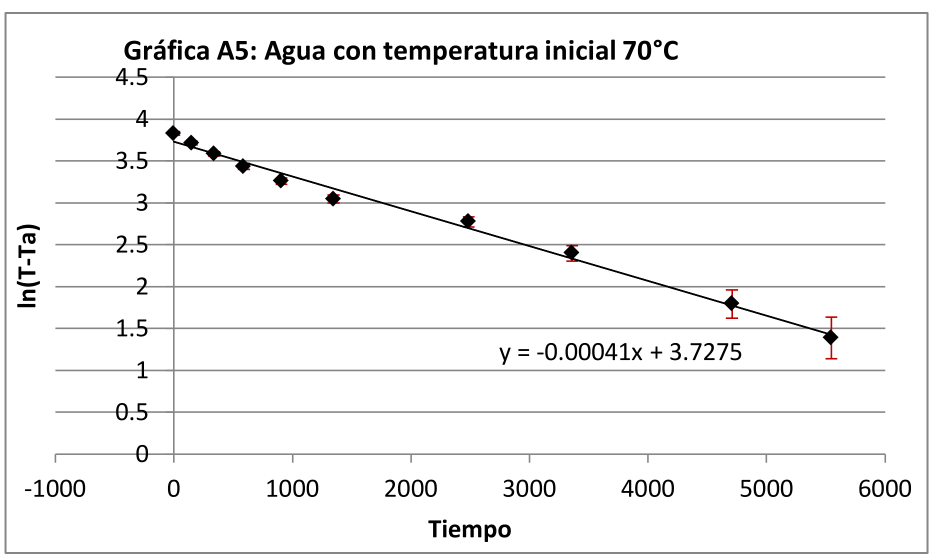
Ordenada al origen: b= $\frac{\sum x \sum xy - \sum y \sum (x)^2}{(\sum x)^2 - n\sum (x)^2} = \frac{17345.77*46525.8-36.3*54086090}{300875737-11*54086090} = 3.93$

Δm = $\sqrt{\frac{n}{-(\sum x)^2+n\sum (x)^2}(\frac{1}{n}\sum (y-mx-b)^2)} = \sqrt{\frac{11}{-300875737+11*54086090}(\frac{1}{11}*0.047)} = 1.26*10^{-5}$

Δb = $\sqrt{\frac{\sum (x)^2}{-(\sum x)^2+n\sum (x)^2}(\frac{1}{n}\sum (y-mx-b)^2)} = \sqrt{\frac{54086090}{-300875737+11*54086090}\left(\frac{1}{11}*0.010\right)} = 0.028$

Tabla A5) Agua con temperatura inicial 70°C

Agua a partir de 70°C	
Tiempo [t]	**ln(T-Ta)**
0	3.85 ± 0.021
152.19	3.71 ± 0.024
338.23	3.58 ± 0.027
588.91	3.43 ± 0.032
906.31	3.25 ± 0.038
1346.73	3.04 ± 0.047
2488.02	2.77 ± 0.062
3359.25	2.39 ± 0.09
4709.02	1.79 ± 0.16
5548.18	1.38 ± 0.25



$\sum x$ = 19436.8 $\sum y$=29.21 $\sum x^2$ = 73551430.6 $(\sum x)^2$ = 377790749.2 $\sum xy$ = 41934.8 $\sum (y-mx-b)^2$ =0.051

Pendiente: m= $\frac{\sum x \sum y - n\sum xy}{(\sum x)^2 - n\sum (x)^2} = \frac{19436.8*29.21-10*41934.8}{73551430.6-10*377790749.2} = -0.00041$

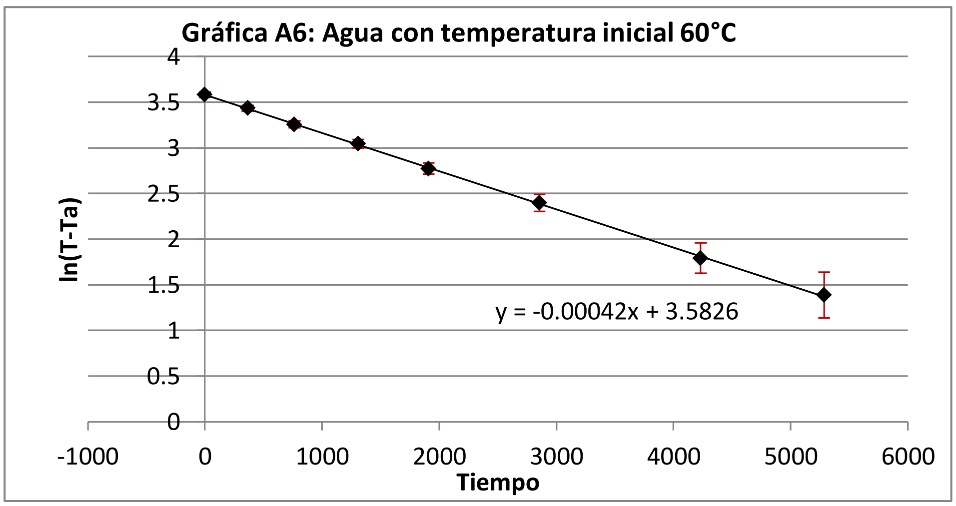
Ordenada al origen: b= $\frac{\sum x \sum xy - \sum y \sum (x)^2}{(\sum x)^2 - n\sum (x)^2} = \frac{19436.8*41934.8-29.21*377790749.2}{73551430.6-10*377790749.2} = 3.72$

Δm = $\sqrt{\frac{n}{-(\sum x)^2+n\sum (x)^2}(\frac{1}{n}\sum (y-mx-b)^2)} = \sqrt{\frac{10}{-73551430.6+10*377790749.2}(\frac{1}{10}*0.051)} = 1.19*10^{-5}$

Δb = $\sqrt{\frac{\sum (x)^2}{-(\sum x)^2+n\sum (x)^2}(\frac{1}{n}\sum (y-mx-b)^2)}$ = $\sqrt{\frac{73551430.6}{-73551430.6+10*377790749.2}\left(\frac{1}{10}*0.051\right)} = 0.032$

Tabla A6) Agua con temperatura inicial 60°C

Agua a partir de 60°C	
Tiempo [t]	**ln(T-Ta)**
0	3.58 ± 0.027
365.01	3.43 ± 0.032
764.11	3.25 ± 0.038
1308.88	3.04 ± 0.047
1908.18	2.77 ± 0.062
2854.91	2.39 ± 0.09
4231.64	1.79 ± 0.16
5285.76	1.38 ± 0.25



$\sum x$ = 16718.5 $\sum y$=21.66 $\sum x^2$ = 60067961.1 $(\sum x)^2$ = 279507907.9 $\sum xy$ = 34773.9 $\sum (y-mx-b)^2$ =0.001

Pendiente: m= $\frac{\sum x \sum y - n\sum xy}{(\sum x)^2 - n\sum (x)^2} = \frac{16718.5*21.66-8*34773.9}{279507907.9-8*60067961.1} = -0.00042$

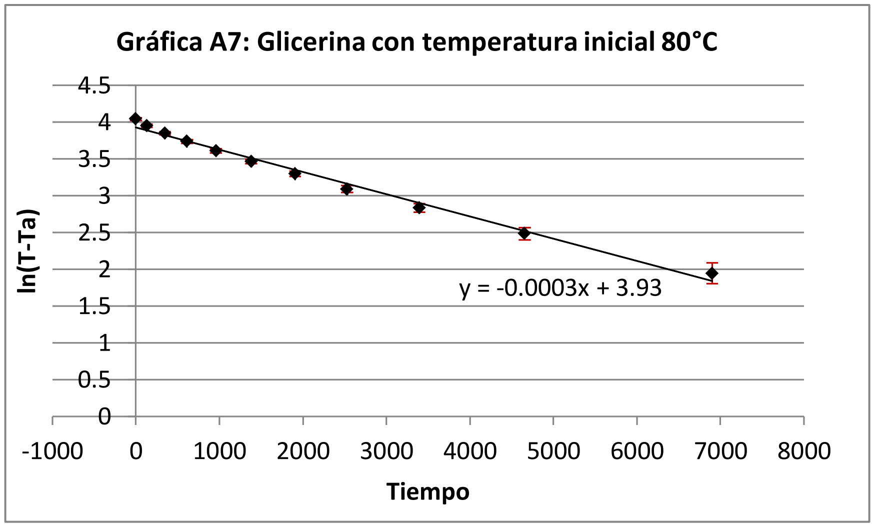
Ordenada al origen: b= $\frac{\sum x \sum xy - \sum y \sum (x)^2}{(\sum x)^2 - n\sum (x)^2} = \frac{16718.5*34773.9-21.66*60067961.1}{279507907.9-8*60067961.1} = 3.58$

Δm = $\sqrt{\frac{n}{-(\sum x)^2+n\sum (x)^2}(\frac{1}{n}\sum (y-mx-b)^2)} = \sqrt{\frac{8}{-279507907.9+8*60067961.1}(\frac{1}{8}*0.001)} = 2.23*10^{-6}$

Δb = $\sqrt{\frac{\sum (x)^2}{-(\sum x)^2+n\sum (x)^2}(\frac{1}{n}\sum (y-mx-b)^2)}$ = $\sqrt{\frac{60067961.1}{-279507907.9+8*60067961.1}\left(\frac{1}{10}*0.001\right)} = 0.0061$

Tabla A7) Glicerina con temperatura inicial 80 °C

Glicerina a partir de 80°C	
Tiempo [t]	**ln(T-Ta)**
0	4.04 ± 0.017
131.15	3.95 ± 0.019
349.51	3.85 ± 0.021
613.33	3.73 ± 0.023
959.21	3.61 ± 0.027
1380.81	3.46 ± 0.031
1905.6	3.29 ± 0.037
2529.91	3.09 ± 0.045
3396.32	2.83 ± 0.058
4655.57	2.48 ± 0.083
6901.05	1.9 ± 0.14



$\sum x = 22822.5$ $\sum y = 36.3$ $\sum x^2 = 94207820$ $(\sum x)^2 = 520864680.5$ $\sum xy = 61126.03$ $\sum (y-mx-b)^2 = 0.045$

Pendiente: m= $\frac{\sum x \sum y - n\sum xy}{(\sum x)^2 - n\sum (x)^2} = \frac{22822.5*36.3-11*61126.03}{520864680.5-11*94207820} = -0.00030$

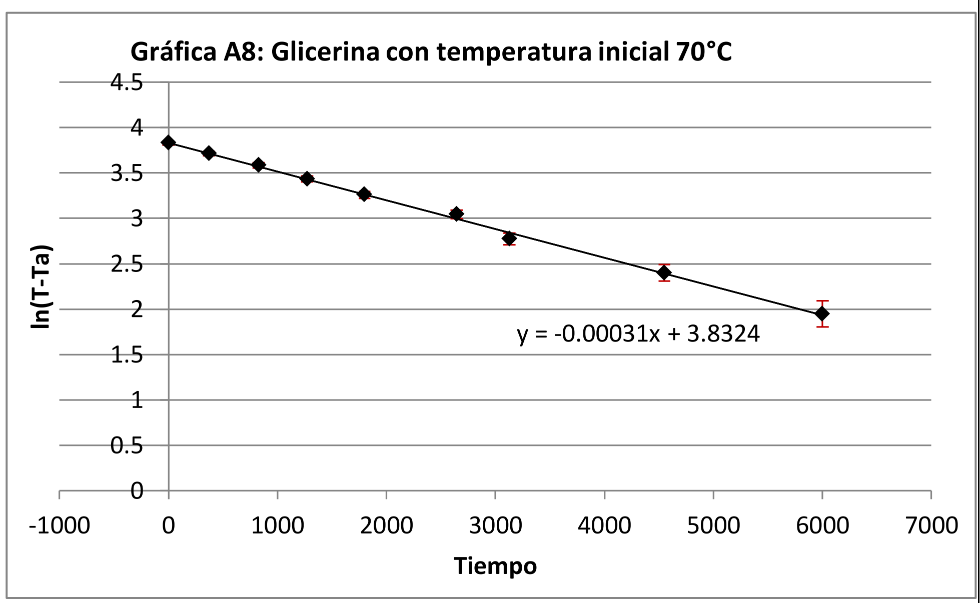
Ordenada al origen: b= $\frac{\sum x \sum xy - \sum y \sum (x)^2}{(\sum x)^2 - n\sum (x)^2} = \frac{22822.5*36.3-11*61126.03}{520864680.5-11*94207820} = 3.93$

$$\Delta m = \sqrt{\frac{n}{-(\sum x)^2 + n\sum (x)^2}\left(\frac{1}{n}\sum (y-mx-b)^2\right)} = \sqrt{\frac{11}{-520864680.5+11*94207820}\left(\frac{1}{11}*0.045\right)} = 9.42*10^{-6}$$

$$\Delta b = \sqrt{\frac{\sum (x)^2}{-(\sum x)^2 + n\sum (x)^2}\left(\frac{1}{n}\sum (y-mx-b)^2\right)} = \sqrt{\frac{520864680.5}{-520864680.5+11*94207820}\left(\frac{1}{11}*0.045\right)} = 0.027$$

Tabla A8) Glicerina con temperatura inicial 70 °C

Glicerina a partir de 70°C	
Tiempo [t]	**ln(T-Ta)**
0	3.82 ± 0.021
372.54	3.71 ± 0.024
827.74	3.58 ± 0.027
1273.11	3.43 ± 0.032
1799.45	3.25 ± 0.038
2644.77	3.04 ± 0.047
3129.45	2.77 ± 0.062
4551.54	2.39 ± 0.09
6002.15	1.9 ± 0.16



$\sum x = 20600.8$ $\sum y = 27.97$ $\sum x^2 = 79213355.6$ $(\sum x)^2 = 424390900.6$ $\sum xy = 53906.8$ $\sum(y-mx-b)^2 = 0.007$

Pendiente: m= $\frac{\sum x \sum y - n\sum xy}{(\sum x)^2 - n\sum(x)^2} = \frac{20600.8*27.97-9*53906.8}{424390900.6-9*79213355.6} = -0.00031$

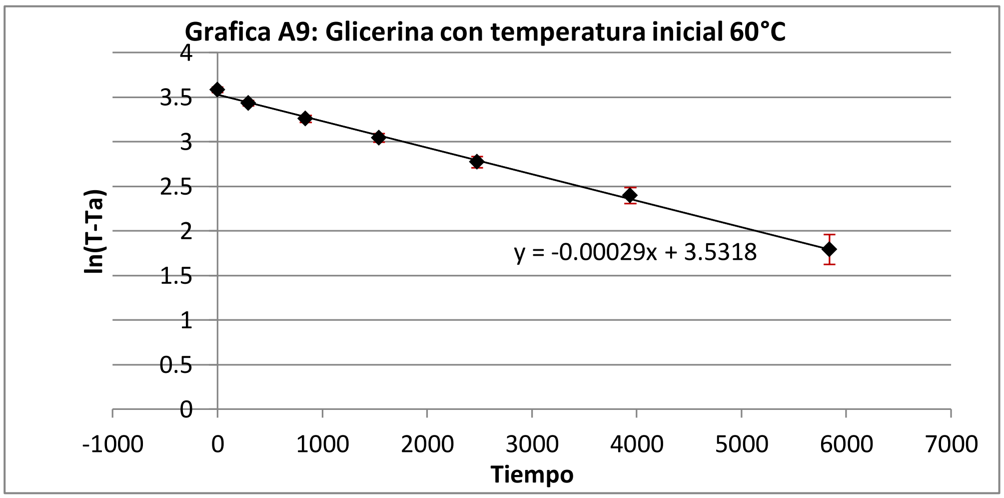
Ordenada al origen: b= $\frac{\sum x\sum xy - \sum y\sum(x)^2}{(\sum x)^2 - n\sum(x)^2} = \frac{20600.8*53906.8-27.97*79213355.6}{424390900.6-9*79213355.6} = 3.83$

Δm = $\sqrt{\frac{n}{-(\sum x)^2+n\sum(x)^2}\left(\frac{1}{n}\sum(y-mx-b)^2\right)} = \sqrt{\frac{9}{-424390900.6+9*79213355.6}\left(\frac{1}{9}*0.007\right)} = 5.15*10^{-6}$

Δb = $\sqrt{\frac{\sum(x)^2}{-(\sum x)^2+n\sum(x)^2}\left(\frac{1}{n}\sum(y-mx-b)^2\right)} = \sqrt{\frac{79213355.6}{-424390900.6+9*79213355.6}\left(\frac{1}{9}*0.007\right)} = 0.015$

Tabla A9) Glicerina con temperatura inicial 60 °C

Glicerina a partir de 60°C	
Tiempo [t]	**ln(T-Ta)**
0	3.58 ± 0.027
295.87	3.43 ± 0.032
841.78	3.25 ± 0.038
1542.14	3.04 ± 0.047
2477.45	2.77 ± 0.062
3939.55	2.39 ± 0.09
5841.54	1.8 ± 0.21



$\sum x = 14938.33$ $\sum y = 20.28$ $\sum x^2 = 58955730.7$ $(\sum x)^2 = 223153703.2$ $\sum xy = 35235.9$ $\sum(y-mx-b)^2 = 0.006$

Pendiente: m= $\frac{\sum x \sum y - n\sum xy}{(\sum x)^2 - n\sum(x)^2} = \frac{14938.33*20.28-7*35235.9}{223153703.2-7*58955730.7} = -0.00029$

Ordenada al origen: b= $\frac{\sum x\sum xy - \sum y\sum(x)^2}{(\sum x)^2 - n\sum(x)^2} = \frac{14938.33*35235.9-20.28*58955730.7}{223153703.2-7*58955730.7} = 3.53$

Δm = $\sqrt{\frac{n}{-(\sum x)^2+n\sum(x)^2}\left(\frac{1}{n}\sum(y-mx-b)^2\right)} = \sqrt{\frac{7}{-223153703.2+7*58955730.7}\left(\frac{1}{7}*0.006\right)} = 5.65*10^{-6}$

Δb = $\sqrt{\frac{\sum(x)^2}{-(\sum x)^2+n\sum(x)^2}\left(\frac{1}{n}\sum(y-mx-b)^2\right)} = \sqrt{\frac{58955730.7}{-223153703.2+7*58955730.7}\left(\frac{1}{7}*0.006\right)} = 0.016$