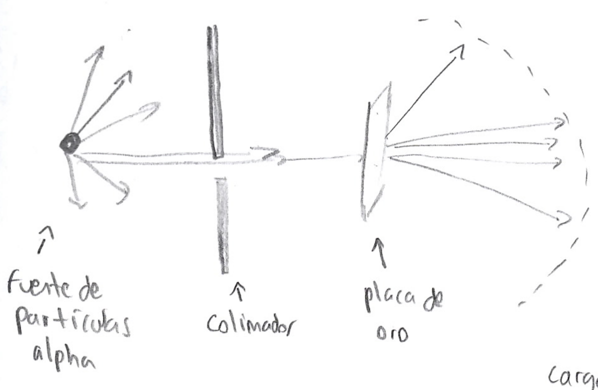
Tomás Ricardo Basile Álvarez   Tarea Examen 3   IFC

1. Modelo atómico de Rutherford.

a) ¿Cuál fue el experimento de Geiger y Marsden en 1911 y qué demostró?



Colocaron una sustancia radiactiva que emitiera partículas alpha y colimaron estos rayos usando una placa de plomo.

Las partículas alpha apuntaban hacia una lámina delgada de oro y luego se medía la cantidad de partículas que rebotaban de la lámina en todas direcciones.

Se esperaba que las partículas atravesaran la lámina sin desviarse porque el modelo de Thomson indica que la carga de los átomos está distribuida uniformemente, por lo que no haría una fuerza sobre las partículas.

Sin embargo, descubrieron que aunque la mayoría de las partículas no se desviaban al atravesar el oro, unas pocas rebotan en ángulos considerables.

La forma de explicar esto es suponer que hay una parte del átomo que concentra la mayoría de la masa y toda la carga positiva (el núcleo). Esto explica que muchas partículas alpha no se desvían (pasan por el espacio vacío fuera de los núcleos). pero algunas se desvían mucho (chocan con el núcleo y se repelen por la intensa carga positiva por lo que salen rebotadas)

Por lo que se demostró que el modelo de Thomson está mal y que los átomos constan de un núcleo muy pequeño, masivo y de carga positiva, rodeado por electrones orbitando en el vacío.

b) ¿En qué consiste el modelo de Rutherford?

El modelo describe a los átomos como conformados por un núcleo muy pequeño, que concentra casi toda la masa y es de carga positiva.

Alrededor del núcleo circulan los electrones que son mucho más ligeros que el núcleo.

El espacio fuera del núcleo en donde viven los electrones es vacío, por lo que la mayor parte del átomo es espacio vacío.

2. Modelo de Bohr

a) ¿En qué consiste la propuesta de Bohr para explicar la estabilidad de las órbitas de Hidrógeno?

Bohr propone que los electrones pueden orbitar el núcleo solamente en ciertas órbitas estables permitidas. Cuando están en estas órbitas, los electrones no ganan ni pierden energía, y permanecen estables. Sólo cambian su energía cuando saltan de una órbita a otra.

b) Escriba la expresión, dependiente de n, para las energías permitidas es este átomo?

La energía total del átomo es $E = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2} \equiv \frac{E_1}{n^2}$

m = masa electrón
e = carga electrón
ε_0 = Permitividad del vacío
h = cte planck
n = número cuántico

La expresión se consigue calculando la energía total del átomo
(KE electrón + E. Potencial de las cargas del electrón y núcleo)

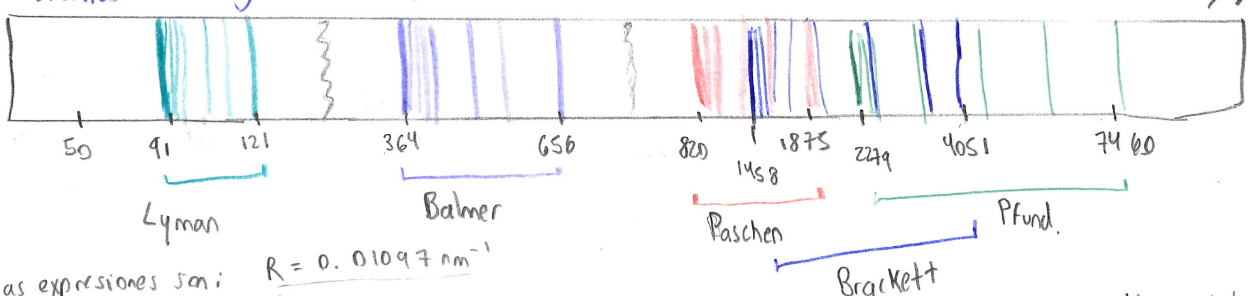
Y luego se usa que la velocidad del electrón está relacionada con el radio de órbita (porque la fuerza centrípeta debe ser igual a la fuerza de atracción eléctrica) para expresar todo en términos del radio.

Finalmente se usa que sólo ciertos radios discretos están permitidos, aquéllos en los que el perímetro de la órbita es un múltiplo entero de la longitud de onda de de Broglie.

Y así se consigue la expresión discreta de arriba.

c) Escriba las expresiones para las series de Balmer, Lyman, Paschen, Brackett y Pfund, indicando la región del espectro.

$\longrightarrow \lambda$ = longitud de onda. nm



Las expresiones son: $R = 0.01097\ nm^{-1}$

Lyman: $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ $n = 2, 3, 4, \ldots$ $\rightarrow$ $91.175\ nm \le \lambda \le 121.57\ nm$ $\rightarrow$ Ultravioleta

Balmer: $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ $n = 3, 4, 5, \ldots$ $\rightarrow$ $364.6\ nm \le \lambda \le 656.3\ nm$ $\rightarrow$ Visible

Paschen: $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ $n = 4, 5, 6, \ldots$ $\rightarrow$ $820.4\ nm \le \lambda \le 1875\ nm$ $\rightarrow$ Infrarrojo cercano

Brackett: $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ $n = 5, 6, \ldots$ $\rightarrow$ $1458\ nm \le \lambda \le 4051\ nm$ $\rightarrow$ Infrarrojo cercano y medio

Pfund: $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ $n = 6, 7, 8, \ldots$ $\rightarrow$ $2279\ nm \le \lambda \le 7460\ nm$ $\rightarrow$ Infrarrojo medio y lejano

d) ¿Cuánto vale el radio de Bohr a_0? y ¿cuál es la energía de un electrón cuando se encuentra a una distancia a_0 del núcleo del átomo de hidrógeno?

El radio de Bohr (radio de la primera órbita del Hidrógeno) es $\underline{a_0 = 5.29 \times 10^{-11}\ m}$

La energía de todo el átomo de Hidrógeno cuando el electrón está en a_0 es $\underline{E_1 = -13.6\ eV}$

Si queremos sólo la energía del electrón (energía cinética), tenemos que $E_{Tot} = U + KE \rightarrow KE = E_T - U$

$$= -13.6\ eV - \underbrace{\left(-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a_0}\right)}_{\text{Energía potencial eléctrica entre electrón y protón separados por } a_0} = -13.6\ eV + \frac{(1.602\times10^{-19}\ C)^2}{4\pi(8.854\cdot10^{-12}\ F/m)(5.29\cdot10^{-11}\ m)} 6.242\cdot10^{18}\ \frac{eV}{J} = \underline{13.6\ eV}$$

3. Láser a) ¿En qué consiste la emisión estimulada de radiación en un láser?

Comenzamos con un átomo que tenga un electrón en un estado de energía excitado (En el estado de energía E_1 digamos).

Entonces, se estimula al átomo con un fotón de energía $h\nu$. Esta estimulación hace que el electrón baje de nivel de energía a la base E_0. Sin embargo, el fotón original no es absorbido y sigue su recorrido. El fotón sólo estimula sin ser absorbido.

Pero el salto del electrón de E_1 a E_0 hace que se emita otro fotón de energía $h\nu$.

Entonces, en total, empezamos con un fotón y salen dos fotones.

b) ¿Podría hacerce funcionar un láser utilizando transiciones entre únicamente dos niveles energéticos?

NO.

Digamos que tenemos un láser que funciona con dos niveles E_0 (base) y E_1 (metaestable)

Necesitamos alguna forma de conseguir la inversión de población (que la mayoría de los átomos estén en el estado metaestable)

Para eso, se estimulan los átomos para que suban de energía. Sin embargo esta estimulación también hace que los átomos en el nivel E_1 bajen al E_0.

Entonces no podemos elevar la energía de los átomos sin bajar algunos otros átomos al estado base.

Cuando la mitad de los átomos se encuentren en E_1 y la otra mitad en E_0, intentar excitar más átomos va a excitar tantos nuevo átomos como estimulará átomos ya excitados a libera su energía. Y así, nunca se va a llegar a la inversión de población.

Se requieren más niveles de energía para poder lograr que la mayoría de los átomos estén excitados a la vez.

4a) ¿Cuánta energía (en eV) se necesita para remover un electrón del estado $n=2$ en el átomo de Hidrógeno

Primero calculamos la energía. La energía en el estado n es $E_n = \frac{E_1}{n^2} = \frac{-13.6\,eV}{n^2}$

Para el caso $n=2$, tenemos una energía de $E_2 = \frac{E_1}{2^2} = \frac{-13.6\,eV}{4} = \underline{-3.4\,eV}$

Ésta es la energía que mantiene unido al átomo. Entonces, para separar el átomo necesitamos darle energía hasta que tenga 0 eV. Es decir, una energía mayor o igual a $\underline{3.4\,eV}$.

indicando que ya no hay energía potencial de la atracción entre núcleo y electrón

b) Encuentre el radio y rapidez de un electrón en el estado base del Litio doblemente ionizado Li^{++} y compárelo con el radio y rapidez de un electrón en el estado base del H.

Como está doblemente ionizado y originalmente tenía 3 electrones ahora tiene sólo uno.
Pero en el núcleo tiene una carga 3e. Entonces, lo vamos a tratar como si fuera un átomo de Hidrógeno pero con núcleo 3e.

La energía del Hidrógeno se calculaba como $E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{m(e)^2(e)^2}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}$

carga núcleo Li^{++}

donde el primer $(e)^2$ correspondía a la carga del núcleo. Por lo que ahora hay que sustituir e por 3e.

$$\rightarrow E_{n_{Li}} = \frac{-m(3e)^2(e)^2}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{9me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2} \xrightarrow[\text{base } n=1]{\text{Para el estado}} E_{1_{Li}} = -\frac{9me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$$

• Radio: El radio del átomo de hidrógeno es $r_n = \frac{n^2 h^2 \varepsilon_0}{\pi m e^2} = \frac{n^2 h^2 \varepsilon_0}{\pi m (e)(e)}$

donde el primer (e) correspondía a la carga del núcleo de H y hay que cambiarlo por 3e para Li

$$\rightarrow r_{n_{Li}} = \frac{n^2 h^2 \varepsilon_0}{\pi m (3e)e} \xrightarrow{\text{Para } n=1} r_{1_{Li}} = \frac{h^2 \varepsilon_0}{3\pi m e^2} = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m e^2}\frac{1}{3} = \frac{1}{3}a_0 = \frac{1}{3}(5.29\cdot 10^{-11}m) = 1.764\cdot 10^{-11}\,m$$

radio de Bohr

Es $\frac{1}{3}$ del radio de Bohr del Hidrógeno

Para la rapidez del electrón, necesitamos su KE (no la energía completa del átomo $E_{1_{Li}}$)
Entonces, le restamos a $E_{1_{Li}}$ la energía potencial del electrón con el núcleo 3e separados una distancia $r_{1_{Li}}$

$$KE = E_{1_{Li}} - \underbrace{\frac{(3e)(e)}{4\pi\varepsilon_0 r_{1_{Li}}}}_{\text{Energía potencial eléctrica}} = -\frac{9me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} + \frac{3e^2}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{h^2\varepsilon_0}{3\pi m e^2}\right)} = -\frac{9me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} + \frac{9me^4}{4\varepsilon_0^2 h^2} = \frac{9me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$$

Energía cinética del electrón en Li^{++}

Entonces su rapidez es: $KE = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2KE}{m}} = \sqrt{\frac{9e^4}{4\varepsilon_0^2 h^2}}$

Aprox no relativista

Unidades: $\sqrt{\frac{C^4}{\left(\frac{C^2}{Jm}\right)^2 (J\cdot s)^2}} = \sqrt{\frac{m^2}{s^2}} = \frac{m}{s}$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{9e^4}{4\varepsilon_0^2 h^2}} = \sqrt{\frac{9(1.602\cdot 10^{-19})^4}{4(8.854\cdot 10^{-12})^2(6.626\cdot 10^{-34})^2}} = 6.562\cdot 10^6\,m/s$$

Como $6.562\cdot 10^6 << 3\cdot 10^8$ velocidad luz
se justifica la aprox no relativista

Por otro lado, la velocidad del electrón en H es: KE del electrón en H (ejercicio 2d)

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2KE}{m}} = \sqrt{\frac{2(13.6eV)}{9.109\cdot 10^{-31}m}} = \sqrt{\frac{2(2.178\cdot 10^{-18}J)}{9.109\cdot 10^{-31}m}} = 2.187\cdot 10^6\,m/s$$

Entonces la velocidad en Li^{++} $(6.562\cdot 10^6 m/s)$ es 3 veces mayor a la del electrón en H $(2.187\cdot 10^6 m/s)$

6 a) De las siguientes cantidades asociadas a un electrón en el modelo de Bohr ¿cuáles aumentan y cuáles disminuyen al incrementar n?

i) Frecuencia de revolución ii) rapidez iii) Longitud de onda iv) momento angular v) Energía potencial vi) Energía cinética vii) Energía total

Recordamos que la energía total tenía la fórmula $E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2}$

y el radio es de $r_n = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m e^2} n^2 = a_0 n^2$

Usando el radio r_n se puede calcular la energía potencial del átomo usando la fórmula para Energía Potencial eléctrica entre el protón e y el electrón $-e$

$$U_n = \frac{e(-e)}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = \frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m e^2}n^2\right)} = \frac{-e^4 m}{4\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}$$

y la energía cinética es la diferencia de energías:

$$KE_n = E_n - U_n = \frac{-me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2} - \frac{-e^4 m}{4\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}$$

Luego, la velocidad (aproximación no relativista) se consigue como: $KE_n = \frac{1}{2}mv_n^2 \rightarrow v_n = \sqrt{\frac{2KE_n}{m}}$

$$\rightarrow v_n = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\right)\frac{1}{n^2}} = \sqrt{\frac{e^4}{4\varepsilon_0^2 h^2 n^2}} = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 h n}$$

Luego, la frecuencia es igual a la rapidez del electrón entre el perímetro de la órbita

$$\rightarrow f_n = \frac{v_n}{2\pi r_n} = \frac{e^2/2\varepsilon_0 h n}{2\pi \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m e^2} n^2} = \frac{me^4}{4\varepsilon_0^2 h^3}\frac{1}{n^3}$$

Ahora sí:

- Frecuencia: $f_n = \frac{me^4}{4\varepsilon_0^2 h^3}\frac{1}{n^3}$, es proporcional a $\frac{1}{n^3}$ por lo que disminuye conforme n aumenta

- rapidez: $v_n = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 h n}$, es proporcional a $\frac{1}{n}$ por lo que disminuye conforme n aumenta

- Longitud de onda: Tenemos que $\lambda_n = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv_n}$ ← momento no relativista

$$= \frac{h}{m\left(\frac{e^2}{2\varepsilon_0 h n}\right)} = \frac{2h^2\varepsilon_0}{me^2} n$$

es proporcional a n, por lo que crece conforme n crece

- Momento Angular: Se calcula como $L_n = m v_n r_n$

$$= m\left(\frac{e^2}{2\varepsilon_0 h n}\right)\left(\frac{h^2\varepsilon_0 n^2}{\pi m e^2}\right) = \frac{hn}{2\pi} = \hbar n$$

es proporcional a n, por lo que crece conforme n crece.

- Energía potencial: $U_n = \frac{-e^4 m}{4\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}$ es proporcional a $\frac{1}{n^2}$, por lo que disminuye conforme n aumenta (disminuye en magnitud, pero por el signo $-$, en realidad aumenta y se acerca a 0)

- Energía cinética: $KE_n = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}$ es proporcional a $\frac{1}{n^2}$ por lo que disminuye conforme n aumenta

- Energía total: $E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2}$ disminuye conforme n aumenta. (disminuye en magnitud, pero por el signo $-$, en realidad aumenta, acercándose a 0 por abajo)

6b, Se observa el espectro de emisión para una mezcla de Hidrógeno y Tritio (isótopo con un núcleo 3 veces más masivo) ¿Cuál es la separación entre las longitudes de onda para las líneas des espectro de emisión del Hidrógeno y del Tritio?

Vimos que los niveles de energía de un átomo corregidos para el movimiento del núcleo son:

$$E'_n = -\frac{m'e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad \text{con } m' = \frac{mM}{m+M} \quad \text{la masa reducida} \quad \left(\begin{array}{l} m = \text{masa electrón} \\ M = \text{masa núcleo} \end{array}\right)$$

Entonces, cuando el electrón salta de una órbita n_i a una n_f, hay una diferencia de energía de:

$$\Delta E' = E'_{n_i} - E'_{n_f} = \frac{-m'e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n_i^2} + \frac{m'e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n_f^2} = \frac{m'e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

Esto equivale a la energía del fotón que se emite, que es $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

$$\rightarrow \frac{hc}{\lambda} = \frac{m'e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{m'e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

Entonces, usando los valores para m', la longitud de onda emitida por H es

$$\lambda_H = \frac{8\varepsilon_0^2 h^3 c}{e^4 \; m' \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)} = \frac{8\varepsilon_0^2 h^3 c}{e^4\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)}\frac{m+m_p}{m m_p}$$

← con m_p la masa del protón (masa del núcleo de H)

Para el tritio, la masa del núcleo es $3m_p$

$$\rightarrow \lambda_T = \frac{8\varepsilon_0^2 h^3 c}{e^4\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)}\frac{m+3m_p}{m(3m_p)}$$

Entonces, la separación es $\Delta\lambda = \lambda_H - \lambda_T$ ← Diferencia entre la longitud para un salto de $n_i \rightarrow n_f$ entre el Tritio y el Hidrógeno

$$\Delta\lambda = \frac{8\varepsilon_0^2 h^3 c}{e^4\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)}\frac{m+m_p}{m m_p} - \frac{8\varepsilon_0^2 h^3 c}{e^4\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)}\frac{m+3m_p}{3m m_p}$$

$$= \frac{8\varepsilon_0^2 h^3 c}{e^4\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)}\left[\frac{m+m_p}{m m_p} - \frac{m+3m_p}{3m m_p}\right] = \frac{8\varepsilon_0^2 h^3 c}{e^4\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)}\left[\frac{2}{3m_p}\right]$$

La diferencia en las longitudes de onda depende de cuál es el salto entre n_i y n_f. Para H_α, se considera el primer salto de la serie de Balmer, que tiene $n_i = 3$, $n_f = 2$. Sustituyendo, vemos que $\Delta\lambda$ es:

$$\Delta\lambda = \frac{8\varepsilon_0^2 h^3 c}{e^4\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)}\left[\frac{2}{3m_p}\right] = \frac{8\left(8.854\cdot 10^{-12}\frac{C^2}{Jm}\right)^2 (6.626\cdot 10^{-34}\,J\cdot s)^3 (3\cdot 10^8\,m/s)}{(1.602\cdot 10^{-19}C)^4\left(\frac{5}{36}\right)}\left[\frac{2}{3(1.672\cdot 10^{-27}kg)}\right]$$

$$= 2.38\times 10^{-10}\,m$$

Unidades: $\frac{\left(\frac{C^2}{Jm}\right)^2 (J\cdot s)^3 (m/s)}{C^4 \; kg} = \frac{C^4 J^3 s^3 m}{J^2 m^2 C^4 kg\, s} = \frac{J s^2}{m\, kg} = \frac{kg\frac{m^2}{s^2}s^2}{m\, kg} = m$

7 a) Encuentra el número cuántico n. de la órbita terrestre alrededor del Sol.

Masa de la Tierra $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg, radio $R = 1.5 \cdot 10^{11}$ m, rapidez orbital $3.0 \cdot 10^4$ m/s.

Primero calculamos el momento lineal de la Tierra como $P_T = M_T V$

Entonces, le podemos asociar una longitud de onda de de-Broglie $\lambda = \frac{h}{P_T} = \frac{h}{M_T V}$

Por otro lado, la longitud del perímetro de la órbita es $2\pi R$

Queremos ver cuántas veces cabe la longitud λ en el perímetro para obtener el número cuántico.

$$\Rightarrow n\lambda = 2\pi R \quad \rightarrow n\frac{h}{M_T V} = 2\pi R \quad \rightarrow \quad n = \frac{2\pi R M_T V}{h}$$

Sustituimos los datos:

$$n = \frac{2\pi R M_T V}{h} = \frac{2\pi (1.5 \cdot 10^{11} m)(6 \cdot 10^{24} kg)(3 \cdot 10^4 m/s)}{6.626 \cdot 10^{-34} J \cdot s} = 2.56 \cdot 10^{74}$$

Unidades: $\frac{m \, kg \, m/s}{J \cdot s} = \frac{m^2 kg}{kg \frac{m^2}{s^2} s^2} =$ Sin unidades

b) La longitud de onda más larga en la serie de Lyman es 121.5 nm. Usando este dato y los valores de c y h, encuentre la energía de ionización del hidrógeno.

La serie de Lyman es la que se obtiene cuando el número de órbita final es $n_f = 1$

La longitud más alta corresponde a cuando el salto se da desde la órbita más cercana $n_i = 2$ hasta la órbita $n_f = 1$ (que es el salto más pequeño posible que corresponde a la menor energía y por tanto mayor longitud de onda).

La serie de Lyman se consigue como

$$\frac{1}{\lambda} = -\frac{E_1}{ch}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \xrightarrow{\text{Para } n_f = 1} -\frac{E_1}{ch}\left(1 - \frac{1}{n_i^2}\right) = \frac{1}{\lambda}$$

Donde E_1 es la energía del Hidrógeno en el estado base.

Por la información del problema, sabemos que si $n_i = 2 \Rightarrow \lambda = 121.5$nm

Despejamos E_1

$$\rightarrow \frac{1}{\lambda} = -\frac{E_1}{ch}\left(1 - \frac{1}{n_i^2}\right) \quad \rightarrow \quad E_1 = -\frac{ch}{\lambda\left(1 - \frac{1}{n_i^2}\right)}$$

Sustituimos $n_i = 2$, $\lambda = 121.5$nm

$$\rightarrow E_1 = \frac{-(3 \cdot 10^8 m/s)(6.626 \cdot 10^{-34} J \cdot s)}{(121.5 \cdot 10^{-9} m)\left(1 - \frac{1}{4}\right)} = -2.181 \cdot 10^{-18} J$$

Unidades: $\frac{m/s \; J \cdot s}{m} = J$

$$E_1 = -2.181 \cdot 10^{-18} J \left(\frac{1 eV}{1.602 \cdot 10^{-19} J}\right) = -13.6 eV$$

Entonces ésa es la energía del Hidrógeno en el estado base y por tanto, la energía necesaria para separar al electrón y ionizar el átomo es

13.6 eV