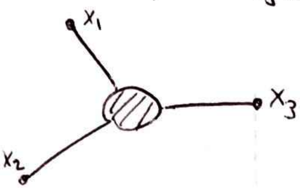
Tomás Ricardo Basile Alvarez

Tarea 6 Teoría Cuántica de Campos I

Problema 1 En las últimas clases has trabajado con la interacción ϕ^4 para un campo escalar real

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \, \partial^\mu \phi - \frac{m^2}{2} \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4$$

a) Dibuja todos los diagramas de Feynman hasta orden cúbico en la constante de acoplamiento λ, para la función de correlación de tres puntos $G_3(x_1, x_2, x_3)$



Los diagramas de Feynman para la función de correlación de tres puntos $G_3(x_1, x_2, x_3)$ hasta el orden cúbico consisten en todos los diagramas conexos con 3 puntos externos (x_1, x_2, x_3) y con cero, uno, dos o hasta tres puntos con 4 patas (correspondiente a los términos ϕ^4 a distintos órdenes hasta el cúbico).

Sin embargo, no hay forma de construir ninguno de estos diagramas, pues no podemos conectar todas las patas. Veremos que esto es cierto para cada orden:

·) Orden 0: No hay vértices de 4 patas, sólo tenemos que conectar los 3 puntos

lo cual no se puede hacer sin dejar al menos un punto sin conectar.

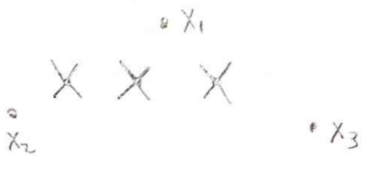
··) Orden 1: Tenemos que conectar los 3 puntos y un punto de 4 patas

lo cual no se puede, pues el número total de patas por conectar es $\underbrace{4}_{\text{los del vértice de 4 patas}} + \underbrace{3}_{\text{de los 3 puntos } x_1, x_2, x_3} = 7$. Es imposible conectar estas 7 patas sin dejar al menos una vacía por ser un número impar.

···) Orden 2: Tenemos que conectar 3 puntos y dos puntos de 4 patas

Lo cual no se puede, pues el número total de patas por conectar es $3 + 2(4) = 11$. Por ser impar, no podemos conectar estas 11 patas

····) Orden 3: Tenemos que conectar 3 puntos y 3 puntos de 4 patas



Lo cual no se puede, pues el número total de patas por conectar es $3 + 3(4) = 15$. Por ser un número impar, no podemos conectarlas.

b) Dibuja todos los diagramas de Feynman, hasta orden cuadrático en λ, para la función de correlación de 4 puntos $G_4(x_1, x_2, x_3, x_4)$

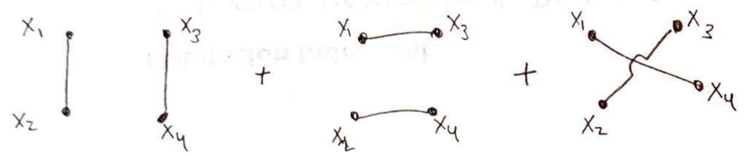
(sin burbujas de vacío)

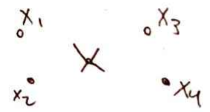
Los diagramas de Feynman en este caso serán todos los diagramas conexos con 4 puntos externos (x_1, x_2, x_3, x_4) y con cero, uno o hasta dos puntos con 4 patas (correspondientes a los términos ϕ^4 a distintos órdenes hasta el cuadrático).

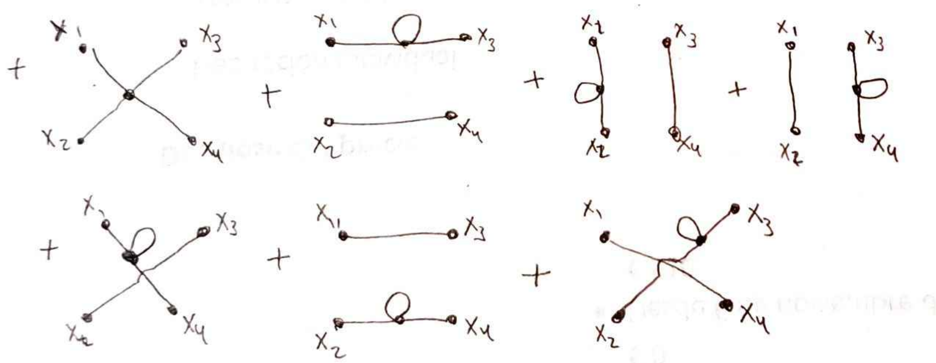
Dibujamos todos estos diagramas haciendo cada orden por separado (aunque el resultado total es la suma de los tres órdenes).

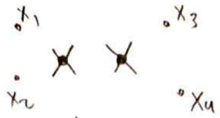
$G_4(x_1, x_2, x_3, x_4) =$

- Orden 0: Diagramas conexos sin puntos de 4 patas  , los únicos posibles son:



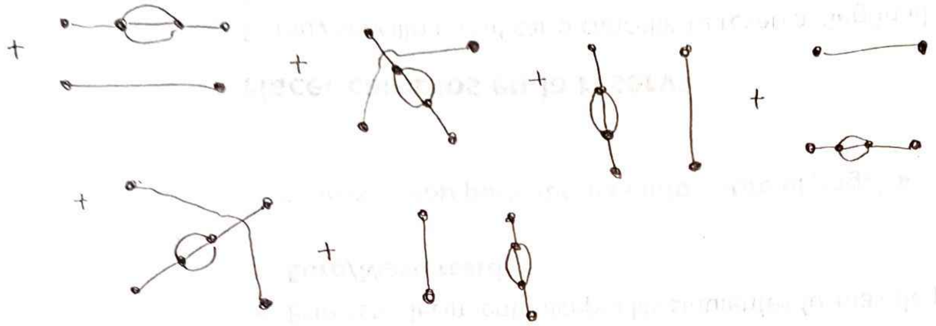
+ • Orden 1: Diagramas conexos con un punto de 4 patas  , que son:



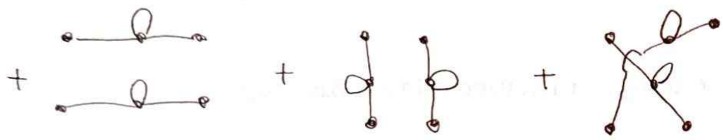
+.) Orden 2: Diagramas con dos puntos de 4 patas 

que son:

*) Primero aquéllos en los que dos puntos se conectan directamente y los otros dos usan los vértices de 4 patas:



*) Ahora aquéllos en que los vértices de 4 patas se usan en distintas parejas de vértices externos:



*) Ahora aquéllos diagrama que son totalmente conexos:

Y esos son todos los diagramas hasta orden cuadrático.