

Mini tarea 10 EDO 1

- a) Elabore un modelo como el SIR pero que R se divida en inmunes y Fallecidos.
 Como dice la sugerencia, partimos la población R en inmunes H y fallecidos F.
 Donde $R = H + F$
 Escribimos las ecuaciones SIR con algunas modificaciones:

1) $\frac{dS}{dt} = -\beta SI$ ← Esta ec. no cambia porque la tasa de cambio de S seguirá siendo proporcional a la cantidad de contactos entre S e I

2) $\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I - \alpha I$

Agregamos un término $-\alpha I$ que toma en cuenta aquellas personas que dejan de estar infectadas porque se mueren. α es la tasa de mortalidad, y γ la de recuperación.

Así, $-\gamma I$ toma en cuenta a las personas que se recuperan y $-\alpha I$ a las que mueren.

3) $\frac{dH}{dt} = \gamma I$ ← La población inmune crece cuando un infectado se recupera. γ es la tasa de recuperación

4) $\frac{dF}{dt} = \alpha I$ ← La cantidad de fallecidos aumenta en proporción a la cantidad de infectados. con α (tasa de mortalidad)

b) SIR que considere reinfecciones.

$$1) \frac{dS}{dt} = -\beta SI + \gamma R$$

$$2) \frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$$

$$3) \frac{dR}{dt} = \gamma I - \eta R$$

Donde η es el factor que mide la cantidad de población Recuperada que no desarrolló inmunidad y vuelve a ser susceptible.

En la ecuación 1) el término γR indica la cantidad de recuperados que vuelven a ser Susceptibles.

En 3), el término $-\eta R$ indica la cantidad de "Recuperados" que ya no pueden considerarse así, porque no son inmunes y vuelven a ser susceptibles.

c) Evolución poblacional de una película de Zombies
 Z = población Zombie H = población Humana

$$1) \frac{dH}{dt} = \alpha H - \beta H Z$$

$$2) \frac{dZ}{dt} = \beta H Z - \gamma H Z$$

Con α = tasa de nacimiento de humanos (pensando que a pesar del apocalipsis, algunos humanos siguen reproduciéndose, aunque sea muy poco)

β = Número de interacciones Humano - Zombie en las que el humano muere y se convierte en Zombie.

γ = Número de interacciones Humano - Zombie en las que el humano mata al Zombie.

Así, la cantidad de humanos puede aumentar debido a nacimientos (αH) o disminuir por encuentros desfavorables con Zombies ($-\beta Z H$)

La cantidad de Zombies puede aumentar al convertir a un humano ($\beta H Z$) o disminuir si un humano los mata ($-\gamma H Z$)

d) Modelo de Inframundo

Sea H = Humanos, V = Vampiros, L = Hombres Lobo

$$1) \frac{dH}{dt} = \alpha H - \beta H V - \gamma H L$$

$$2) \frac{dV}{dt} = -\delta V + \beta H V - \epsilon L V$$

$$3) \frac{dL}{dt} = -\eta L + \gamma H L - \kappa L V$$

Hice las siguientes suposiciones:

-) La población humana crece por sí misma con tasa de nacimientos α
-) La población de Vampiros disminuye por sí sola con factor δ por la falta de sangre humana.
-) La población de Hombres Lobo disminuye por sí sola con factor η por falta de carne humana
-) En un encuentro Humano - Vampiro, hay un factor β que indica el número de eventos en los que el humano muere y se convierte.
-) En un encuentro Humano - Hombre Lobo, hay un factor γ que indica que el humano se muere y transforma en hombre Lobo
-) En un encuentro Vampiro - Hombre Lobo, hay un factor ϵ que indica la probabilidad de que el vampiro muera y un factor κ de que el hombre Lobo muera.