

# Relatividad: Cuestionario 3

Tomás Ricardo Basile Álvarez  
316617194

2 de julio de 2021

## Pregunta 1

En clase estudiamos el fenómeno de la dilatación temporal. Para esto, consideramos dos sistemas de referencia inerciales  $O$  y  $O'$ , tales que el segundo se mueve con velocidad  $0 < v < 1$  respecto al primero. Nuestro resultado final fue:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2}}$$

al medir el intervalo de tiempo que hay entre el origen y el evento  $B$ , ¿Cuál de los dos intervalos de tiempo es mayor y por qué? De ahí que se diga que  $O$  concluye que el tiempo  $O'$  se dilata.

Como  $0 < v < 1 \Rightarrow 0 < v^2 < 1$ . Luego, si multiplicamos todo por  $-1$ , se voltean las desigualdades:  $0 > -v^2 > -1$ . Luego sumamos 1 a todos los elementos,  $1 > 1 - v^2 > 0$

Entonces, como 1 y  $1 - v^2$  son ambos positivos, y  $1 > 1 - v^2$ , si sacamos el recíproco de ambos lados, se voltea la desigualdad:  $\frac{1}{1} < \frac{1}{1 - v^2}$

Y como ambos números son positivos, podemos sacar la raíz cuadrada, que no voltea la desigualdad:  $\sqrt{1} < \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}} \Rightarrow 1 < \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}}$

Entonces, el factor  $\frac{1}{\sqrt{1 - v^2}}$  es mayor que 1.

Por lo tanto,  $\Delta t' < \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}} \Delta t'$

Pero esta última expresión es el tiempo  $\Delta t$ , entonces  $\boxed{\Delta t' < \Delta t}$ .

Es decir, al medir el intervalo de tiempo entre el origen y el evento  $B$ , el observador  $O$  mide un tiempo estrictamente mayor que el que mide el observador  $t'$ .

La expresión (1) del enunciado la dedujimos en clase, pero es fácil convencerse de que efectivamente  $\Delta t' < \Delta t$ . Pues el observador  $O'$  se ve a sí mismo en reposo entre los eventos  $A$  y  $B$ , por lo que su intervalo es puramente temporal  $\Delta s'^2 = -\Delta t'^2$ . Por otro lado, el observador

$O$  ve que no sólo hay una diferencia temporal entre los eventos  $A$  y  $B$ , sino también una separación espacial  $\Delta x$ , por lo que su intervalo es  $\Delta s^2 = -\Delta t^2 + \Delta x^2$

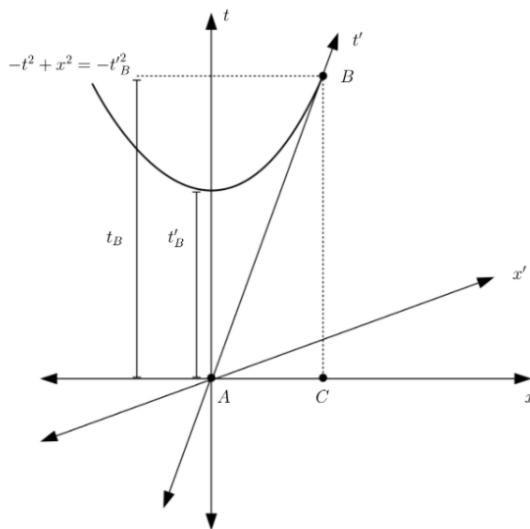
Es decir, el intervalo de  $O$  tiene sumado también un número positivo relacionado con una separación espacial  $+\Delta x^2$ .

Para que ambos intervalos sean iguales (que deben de serlo por la invariancia de intervalo), el número  $-\Delta t^2$  tiene que ser más negativo que  $-\Delta t'^2$  para compensar la suma de  $\Delta x^2$ . Por lo que  $\Delta t^2 > \Delta t'^2$

## Pregunta 2

En clase también discutimos la posible existencia de una paradoja, pues  $O'$  también puede asegurar que el tiempo de  $O$  se dilata. Sin embargo, nos dimos cuenta de que no había paradoja alguna. Con eso en mente contesta

- a) ¿Cuántos relojes usó  $O$  para concluir que el tiempo de  $O'$  se dilata?



En el diagrama de espacio tiempo vemos los eventos relevantes desde el punto de vista de  $O$ .

$O$  usa dos relojes en reposo respecto a él más el reloj que lleva  $O'$  puesto para concluir que el tiempo de  $O'$  se dilata.

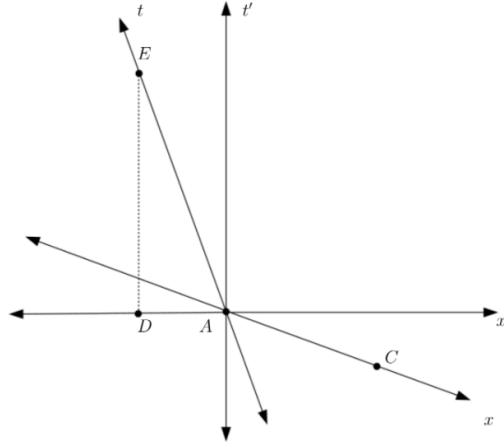
$O$  Tiene un reloj en el origen del eje  $x$  y tiene otro reloj puesto en la posición a la que va a llegar  $O'$  al terminar su recorrido. Al inicio, ambos relojes se encuentran sincronizados según  $O$ , pues están en los eventos  $A$  y  $C$  respectivamente, que tienen coordenada  $t = 0$ .

Al final del viaje de  $O'$ ,  $O$  compara el tiempo que marca el reloj que estaba en  $C$  (que está sincronizado con su primer reloj) con el tiempo que mide  $O'$  en el viaje, y concluye que el tiempo de  $O'$  se dilató.

- b) **¿Cuántos relojes usó  $O'$  para concluir que el tiempo de  $O$  se dilata? ¿Son los mismos relojes que en el inciso a)?**

$O'$  usa dos relojes en reposo respecto a él más un reloj que lleva  $O$ .

Mostramos el diagrama con los eventos importantes según  $O'$ :



$O'$  ve que  $O$  se está moviendo con respecto a él a una velocidad  $v$  en la dirección de  $x'$  negativa.

$O'$  tiene un reloj en la posición  $x' = 0$  y un reloj en la posición final que tendrá  $O$  al terminar de medir. Al inicio, estos relojes se encuentran en los eventos  $A, D$  y están sincronizados según  $O'$ , ya que en este momento, ambos tienen coordenada temporal  $t' = 0$ .

Después, cuando  $O'$  ve que  $O$  se detiene (evento  $E$ ),  $O'$  mide el tiempo usando el reloj que tenía en  $D$  (que sabe que está sincronizado con su primer reloj) y compara con el tiempo que marca el reloj de  $O$ . Con ello concluye que el tiempo de  $O$  se dilata.

Como vemos, no son los mismos relojes que en a). Pues para empezar, en a) teníamos dos relojes sincronizados según  $O$  y un reloj que lleva  $O'$  mientras se mueve.

Mientras que en el inciso b), tenemos dos relojes sincronizados según  $O'$  y un reloj que lleva  $O$  mientras se mueve respecto a  $O'$ .

Los relojes no son los mismos.

- c) **¿Cuál de los dos observadores está en lo correcto? ¿Por qué?**

---

Ambos observadores están en lo correcto. Lo que pasa es que están midiendo cosas diferentes.

$O$  mide el tiempo entre los eventos  $A$  y  $B$  usando dos relojes sincronizados según él y compara este tiempo con el tiempo que mide  $O'$  entre estos eventos.

Mientras que  $O'$  mide el tiempo entre los eventos  $A$  y  $E$  usando dos relojes sincronizados según él y compara este tiempo con el tiempo medido por  $O$  entre estos eventos.