Introducción a la Lógica y la Computación — Lógica proposicional
Práctico 2: Semántica. Noción de consecuencia.

1. Demostrar que para toda valuación $[\![\cdot]\!]$ y todas $\varphi, \psi \in PROP$ se cumple que:
   a) $[\![(\neg\varphi)]\!] = 1 - [\![\varphi]\!]$.
   b) $[\![(\varphi \leftrightarrow \psi)]\!] = 1 \iff [\![\varphi]\!] = [\![\psi]\!]$.
   c) $[\![(\varphi \to \psi)]\!] = \text{máx}\{1 - [\![\varphi]\!], [\![\psi]\!]\}$.
2. Suponga que $f : \mathcal{V} \to \{0,1\}$ es una asignación. En cada caso, tenemos información parcial sobre f y se debe determinar el valor de la valuación asociada. Recuerde que $(\neg\varphi) := (\varphi \to \bot)$ y $(p_1 \leftrightarrow p_2) := ((p_1 \to p_2) \wedge (p_2 \to p_1))$.
   a) $f(p_1) = 0$, $f(p_2) = 1$, $f(p_3) = 0$; calcular $[\![((\neg p_2) \to (p_3 \vee (p_1 \to p_2)))]\!]_f$.
   b) $f_1(p_1) = f_1(p_2) = f_1(p_3) = 0$; calcular
   $[\![((((\neg p_2) \to (p_3 \vee (p_1 \leftrightarrow p_2))) \wedge (\neg p_3)) \;\to\; p_3)]\!]_f$.

3. Para cada ítem, decida si existe una asignación f que valide el conjunto dado.

   (a) $\{p_0\}$ (b) $\{p_0, \neg p_1, p_2, \neg p_3, ...\}$ (c) $PROP$ (d) $\{p_0, p_0 \to \neg p_1, p_1\}$

4. Demuestre las siguientes afirmaciones.
   a) $\models ((\neg(\neg\varphi)) \to \varphi)$.
   b) $\models \varphi$ si y sólo si $\emptyset \models \varphi$.
5. Determine cuáles de las siguientes afirmaciones es cierta. En caso de serlo debe demostrarla utilizando la definición de consecuencia. Si no es cierta, debe encontrar una asignación que certifique su falsedad.
   a) $\{p_0 \to p_1\} \models \neg p_0 \vee p_1$.
   b) $\{p_0\} \models (p_0 \wedge p_1)$.
   c) $\{p_0, (p_0 \to (p_1 \vee p_2)\} \models p_2$.

6. Demuestre las siguientes afirmaciones:
   a) Si $\Gamma \subseteq \Delta$ y $\Gamma \models \varphi$, entonces $\Delta \models \varphi$.
   b) Si $\Gamma \models \varphi$ y $\{\varphi\} \models \psi$, entonces $\Gamma \models \psi$.
7. Determine $\varphi[(\neg p_0)/p_0]$ para cada una de las siguientes φ:
   a) $\varphi = ((p_1 \wedge p_0) \to (\neg p_0))$.
   b) $\varphi = ((p_3 \leftrightarrow p_0) \vee (p_2 \to (\neg p_0)))$.
8. Sea f una asignación. Halle g tal que $[\![\varphi]\!]_g = [\![\varphi[\bot/p_0]]\!]_f$ para toda $\varphi \in PROP$. Concluya que la asignación $\varphi \mapsto [\![\varphi[\bot/p_0]]\!]_f$ es una valuación y descríbala en relación a $[\![\_]\!]_f$ con sus palabras.