DEMOSTRACIONES DEL TEÓRICO
INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA Y LA COMPUTACIÓN 2023

1. Orden

1. Sean $u \in P$, $S \subseteq P$ y f un isomorfismo. Entonces u es cota superior de S $\iff$ $f(u)$ es cota superior de $f(S) := \{f(x) : x \in S\}$.
2. Leyes de monotonía y desigualdades distributivas en reticulados.
3. Las operaciones de supremo e ínfimo en posets reticulados son idempotentes, conmutativas, asociativas y satisfacen las leyes de absorción.
4. Sea $(L, \sqcup, \sqcap)$ un retículo. Entonces, $x \leq y \ :\iff\ x \sqcup y = y$ es un orden parcial sobre L.
5. Todo orden total es un reticulado distributivo.
6. $\mathcal{P}(X)$ es distributivo para todo X.
7. Si L es distributivo y L' se incrusta en L, entonces L' es distributivo.
8. Todo retículo distributivo cumple con la Propiedad Cancelativa.
9. Leyes de De Morgan en un álgebra de Boole.
10. f es isomorfismo de orden entre {reticulados / álgebras de Boole } A y A' si y sólo si es un isomorfismo de {reticulados / álgebras de Boole }.
11. Si D_1 y D_2 son decrecientes en $(P, \leq)$, entonces $D_1 \cap D_2$ y $D_1 \cup D_2$ también lo son.
12. $(\mathcal{D}(P), \subseteq)$ es un subreticulado de $(\mathcal{P}(P), \subseteq)$, y luego es distributivo.
13. Para todo reticulado L, la función $F : L \to \mathcal{D}(Irr(L))$ dada por $F(x) := \{a \in Irr(L) : a \leq x\}$ satisface $\forall x, y \in L,\ x \leq y \iff F(x) \subseteq F(y)$.
14. Para todo reticulado distributivo L y $a, b, c \in L$, $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$.
15. Teorema $M_3 - N_5$: L no es distributivo $\iff$ M_3 ó N_5 son subreticulados de L (prueba de $\Leftarrow$).
16. Todo irreducible de un álgebra de Boole es un átomo.

2. Lógica

1. Toda $\varphi \in PROP$ tiene una serie de formación.
2. Unicidad en el Teorema de definición por recursión en subfórmulas.
3. Para toda asignación v, $\varphi_1, \varphi_2 \in PROP$ y $p \in \mathcal{V}$, $[\![\varphi_1]\!]_v = [\![\varphi_2]\!]_v$ implica $[\![\psi[\varphi_1/p]]\!]_v = [\![\psi[\varphi_2/p]]\!]_v$.
4. Caso $(\to I)$ de la prueba del Teorema de Corrección.
5. Lema de No Derivación.
6. $\Gamma \vdash \varphi \iff \Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ es inconsistente.
7. Los conjuntos consistentes maximales son cerrados por derivaciones.
8. Los conjuntos consistentes maximales realizan la negación y la implicación.

3. Autómatas

1. D es un estado del determinizado si y sólo si $D = [D]$.
2. El complemento de un lenguaje regular es regular.
3. Enunciado (solamente) del Pumping Lemma, contrarrecíproca y versión estratégica para mostrar que un lenguaje no es regular.
4. Saber los siguientes algoritmos, sin las demostraciones:
   a) Determinización de ε-NFAs.
   b) Obtención de ε-NFA a partir de una Regex.
   c) Teorema de Kleene.

d) Obtención de NFA a partir de una CFG regular.
e) Obtención de CFG regular a partir de un NFA.