

Introducción a la Lógica y la Computación - Estructuras de orden  
Práctico 1: Relaciones.

- (1) Determine si la relación dada es una relación de equivalencia sobre  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Si la relación es de equivalencia, indique las clases de equivalencia.
- (a)  $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 3), (3, 1)\}$
  - (b)  $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
  - (c)  $\{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 5\}$
- (2) Determine si las siguientes relaciones sobre  $\mathbb{Z}$  son reflexivas, simétricas, antisimétricas o transitivas:
- (a)  $(x, y) \in R$  sii  $x^2 = y^2$
  - (b)  $(x, y) \in R$  sii  $x > y$
  - (c)  $(x, y) \in R$  sii  $x \geq y$
  - (d)  $(x, y) \in R$  sii  $x \neq y$
- (3) Utilizando las respuestas del ejercicio (2) determine para cada caso si la relación es de equivalencia y/o de orden. Recuerde que una relación de *orden* debe ser reflexiva, antisimétrica, y transitiva.
- (4) Sea  $A$  un conjunto y  $f$  una función definida en  $A$ . Probar que la relación  $\{(x, y) \in A \times A : f(x) = f(y)\}$  es una relación de equivalencia sobre  $A$ . Comparar con 2a.
- (5) Utilizando como motivación con los ejercicios 2b y 2c, responda:
- (a) Sea  $R$  una relación irreflexiva y transitiva (“relación de orden parcial estricto”) sobre un conjunto  $A$ . Probar que  $R \cup \text{Igualdad}_A$  es una relación de orden parcial sobre  $A$ .
  - (b) ¿Cómo se podrá obtener una relación de orden parcial estricto a partir de una relación de orden parcial?
- (6) Liste los pares de la relación de equivalencia sobre  $\{1, 2, 3, 4\}$  definida por la partición dada. También señale las clases de equivalencia  $[1]$ ,  $[2]$ ,  $[3]$  y  $[4]$ .
- (a)  $\{1, 2\}, \{3, 4\}$
  - (b)  $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
- (7) Sea  $R$  la relación “Fulano no es más viejo que Mengano” sobre un conjunto de personas  $A$ .
- (a) De un ejemplo, puede ser ficticio, de un conjunto  $A$  de personas en los cuales esa relación no sea un orden parcial.
  - (b) Explique qué propiedad falla para que sea un orden parcial.