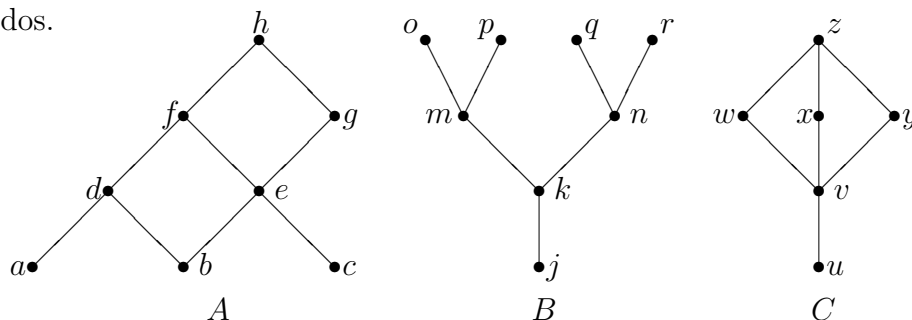


Introducción a la Lógica y la Computación - Estructuras de orden

Práctico 2: Posets.

Nota: Se sugiere resolver los ejercicios marcados con (*) al terminar el resto.

1. La siguiente figura muestra los diagramas de Hasse de tres conjuntos parcialmente ordenados.



- ¿Cuáles son los elementos maximales y minimales de estos conjuntos?
- ¿Cuáles de estos conjuntos tienen mínimo, cuáles máximo?
- En el diagrama A, ¿qué elementos cubren a e ?
- Determine el conjunto de cotas superiores de cada uno de los siguientes conjuntos.

$$\{d, c\} \quad \{w, y, v\} \quad \{p, m\} \quad \{m, n\} \quad \{z\}$$

- Determine el conjunto de cotas inferiores de cada uno de los siguientes conjuntos.

$$\{a, g\} \quad \{g, a, f\} \quad \{z\}$$

- Encuentre cada uno de los siguientes, si es que existe.

$$\sup\{d, c\}, \quad \sup\{w, y, v\}, \quad \sup\{p, m\}, \quad \inf\{a, g\}, \quad \sup\{m, n\}, \quad \inf\{g, a, f\}.$$

- Determine la validez de las siguientes afirmaciones para un poset (P, \leq) :
 - Si P tiene elemento máximo x , entonces x es el único elemento maximal.
 - Si P es finito y tiene un único elemento maximal x , entonces x es el máximo.
 - (*) Si P tiene infinitos elementos, y un único elemento maximal x , entonces x es el máximo.
- Sea $P = \{a, b, c, d, e\}$. Construya cinco diagramas de Hasse que representen posets formados por estos 5 elementos, y que satisfagan:
 - El supremo de $\{a, b\}$ es c , y el ínfimo es d . Además el ínfimo de P es e .
 - El supremo de $\{a, b\}$, el supremo de $\{a, c\}$ y el supremo de $\{b, c\}$ coinciden, y son todos el elemento d .
 - P no tiene supremo ni ínfimo.
 - El supremo de $\{a, b\}$ no existe puesto que $\{a, b\}$ no tienen cotas superiores.
 - Aunque $\{a, b\}$ tiene cotas superiores, el supremo de $\{a, b\}$ no existe.
- Considere el poset $(D_{90}, |)$ de los divisores de 90:
 - Dibuje su diagrama de Hasse.
 - Calcule $\sup\{6, 10\}$, $\inf\{6, 10\}$, $\sup\{30, 9\}$ e $\inf\{9, 30\}$.
- Considere el poset $(\mathcal{P}(\{a, b, c\}), \subseteq)$.
 - Dibuje su diagrama de Hasse.
 - Calcule el conjunto de cotas superiores del conjunto $\{\{a\}, \{b\}\}$. Calcule su ínfimo.
- Consideremos el conjunto $P := [0, 1) \cup [2, 3) = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x < 1 \text{ ó } 2 \leq x < 3\}$ con el orden heredado de \mathbb{R} . Decidir si son verdaderas o falsas, justificando las respuestas:
 - Para todo $a, b \in P$, existe $\sup\{a, b\}$.
 - Existe $\sup[2, 3)$.
 - $\sup[0, 1) = 1$.
 - $\sup[0, 1) = 2$.