TP 1.1 - SIMULACIÓN DE UNA RULETA

Peinado, Victoria
Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional
victoria.peinado@gmail.com

Del Solar, Marcos
Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional
marcosdelsolar7@gmail.com

Bianchini, Tomás
Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional
tomassbianchini@gmail.com

Cantaberta, Facundo
Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional
cantabertafacu@gmail.com

Brancatti, Lautaro
Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional
lautarobrancatti03@gmail.com

10 de abril de 2024

ABSTRACT

Este trabajo de investigación es una introducción a la materia de Simulación. Aborda el desarrollo de un modelo de simulación de una ruleta utilizando el lenguaje de programación Python, cuyo funcionamiento será verificado mediante distintos test rudimentarios.

Keywords Simulación; Ruleta; Números aleatorios; Juego al azar; Programación; Python

1. Introducción

La ruleta, un juego de azar emblemático de los casinos, ha influido en diversos ámbitos culturales y esotéricos desde su probable origen en la Edad Media hasta su forma moderna. Este estudio se centra en el desarrollo de un programa en Python que simula el funcionamiento de una ruleta, abordando aspectos como la generación de valores aleatorios, el almacenamiento de datos mediante listas, el empleo de funciones estadísticas y la visualización de resultados utilizando Matplotlib. Se permite la personalización de la simulación mediante la entrada de parámetros por consola. El análisis de múltiples corridas del experimento permite comparar el comportamiento simulado con el esperado, proporcionando una idea sobre la dinámica de la ruleta y su relación con conceptos estadísticos.

2. Marco Teórico

En esta sección, exploraremos conceptos clave como la experiencia aleatoria, el espacio muestral, los sucesos, las variables y medidas estadísticas como la frecuencia absoluta y relativa, la probabilidad, así como medidas de tendencia central y dispersión como la media aritmética, el desvío estándar y la varianza. Estos conceptos servirán como cimientos para abordar de manera rigurosa y precisa la simulación de la ruleta, facilitando la comprensión de sus dinámicas y resultados.

2.1. Experiencia Aleatoria

Se llama experiencia aleatoria a aquella experiencia cuyo resultado depende del azar: lanzar un dado, extraer una carta de una baraja, sacar bolas de una urna, etc. En otras palabras, es aquella experiencia de la cual no podemos predecir el resultado, pero sí conocer los resultados posibles. [1]

Para el desarrollo de nuestro trabajo, tendremos en cuenta la experiencia aleatoria:

$$E\text{: tirar una ruleta y observar el número que sale}$$

2.2. Variable, Espacio Muestral y Suceso

La variables del problema está definida por

$$X\text{: número obtenido en la ruleta}$$

Llamamos espacio muestral asociado a una experiencia al conjunto de todos los posibles resultados de esa experiencia. [1] Nuestro espacio muestral, para los 37 posibles valores de la ruleta, es

$$S = \{0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ 36\} \rightarrow |S| = 37$$

Un suceso o evento $(A, B, C, \ldots)$ de un espacio muestral S es un conjunto de resultados de S:

$$A,\ B,\ C,\ \ldots \subseteq S$$

2.3. Frecuencia absoluta y frecuencia relativa

Llamamos n a la cantidad de veces que se repite la experiencia aleatoria E. En el contexto de la ruleta, n representa el número de tiradas.

La frecuencia absoluta de un suceso A es el número de veces que ocurre ese suceso al repetir n veces la experiencia, y se nota $f(A)$.

La frecuencia relativa es la proporción de veces que ocurre A, y se nota $f_r(A)$, donde

$$f_r\left(A\right) = \frac{f(A)}{n}$$

2.4. Probabilidad

La probabilidad frecuencial de un suceso A se define como la frecuencia relativa de ese suceso cuando el número de observaciones, n, es muy grande. Por tanto, podríamos interpretar a la probabilidad de un suceso como a su frecuencia relativa en la población infinita:

$$\text{si } n \rightarrow \infty \Rightarrow f_r(A) \approx P\left(A\right)$$

La definición clásica de Laplace define a la probabilidad de un suceso como el cociente entre el número de resultados favorables y el número total de resultados posibles, siempre y cuando todos los resultados sean equiprobables (tengan igual posibilidad de ocurrir). [1]

$$P\left(A\right) = \frac{\text{N° de resultados favorables de } A}{\text{N° total de resultados posibles}} = \frac{|A|}{|S|}$$

Para el suceso ya definido A, tenemos que $A = \{x\} \rightarrow |A| = 1$, luego

$$P\left(A\right) = \frac{|A|}{|S|} = \frac{1}{37} \cong 0,027$$

Esto significa que, en condiciones ideales, la probabilidad de que salga un cierto número en la ruleta es, sin excepción y para cada resultado posible, igual a $0,027$.

2.5. Media aritmética

Dado los números $x_1, x_2, \ldots, x_n$, la media aritmética o promedio del conjunto de valores es [2]

$$\bar{x} = \frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Para el caso de la ruleta, la media aritmética resulta

$$\bar{x} = \frac{0+1+\ldots+36}{37} = \frac{1}{37}\sum_{i=1}^{37} x_i = 18$$

Este valor se interpreta como el promedio esperado de los resultados obtenidos al simular la ruleta múltiples veces.

2.6. Varianza

La varianza es una medida de dispersión que representa la variabilidad de una serie de datos respecto a su media y se define como [2]

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

En el contexto del problema, la varianza es

$$\sigma_{37}^2 = \frac{1}{37-1}\sum_{i=1}^{37} (x_i - 18)^2 = 114$$

2.7. Desvío Estándar

El desvío estándar se define como la raíz cuadrada de la varianza [2]

$$\sigma_n = \sqrt{\sigma_n^2}$$

Así, para la ruleta se obtiene que

$$\sigma_{37} = \sqrt{114} = 10,6771$$

2.8. Breve análisis de los valores esperados

Todos estos valores obtenidos,

$$f_r(A) = 0,027 \qquad \bar{x} = 18 \qquad \sigma_{37}^2 = 114 \qquad \sigma_{37} = 10,6771$$

representan los valores esperados para un valor de x escogido. Por ejemplo, si $x = 25$, se esperaría que, tras un número grande de tiradas (n), la f_r de ese número (su probabilidad de salir en la ruleta) se aproxime al valor de $0,027$.

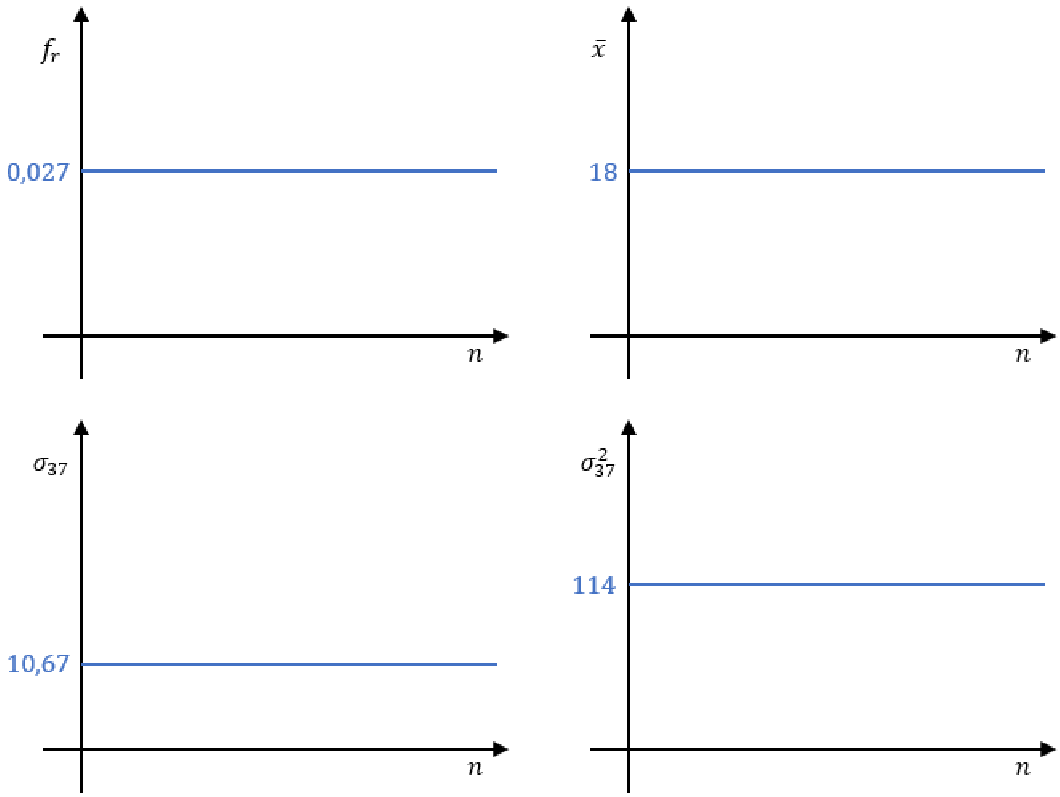

Figura 1: Valores esperados para un número cualquiera en la ruleta.

3. Desarrollo

El desarrollo del proyecto se llevó a cabo en un repositorio de GitHub, lo que permitió una gestión eficiente del código y una colaboración fluida entre los miembros del equipo.

`https://github.com/TomasBianchini/Ruleta`

El programa se implementó en Python haciendo uso de las siguientes bibliotecas:

- random
- matplotlib
- sys

El programa permite al usuario personalizar la simulación ingresando parámetros a través de la consola. Estos parámetros incluyen la cantidad de tiradas, la cantidad de corridas y el número elegido para apostar. Para realizar la simulación, utilizamos un programa llamado ruleta. Este simula el lanzamiento de la ruleta y posee un array de array que guarda los números correspondiente al resultado de cada tirada de la ruleta en cada corrida.

Se realizarán ocho gráficas para el análisis de los resultados, en las cuales se hace énfasis en un valor esperado de parámetros probabilísticos presentes en una ruleta.

En una ruleta estándar, hay 36 números más el 0 (y en algunas variantes, también el 00), lo que da un total de 37 (o 38) posibles resultados en una tirada. Dado que cada número tiene la misma probabilidad de salir, la frecuencia relativa esperada de cada número es de 1/37 (o 1/38, dependiendo de si hay un solo 0 o un 0 y un 00).

3.1. Análisis de una sola corrida del programa

En esta subsección, examinaremos los datos recopilados de una única corrida del programa. Analizaremos las características de la simulación y evaluaremos su comportamiento con respecto al número elegido para apostar, la distribución de los resultados y otros aspectos relevantes.

Luego de 100 tiradas en 1 corrida del programa, se obtuvieron los siguientes resultados para $x = 25$:

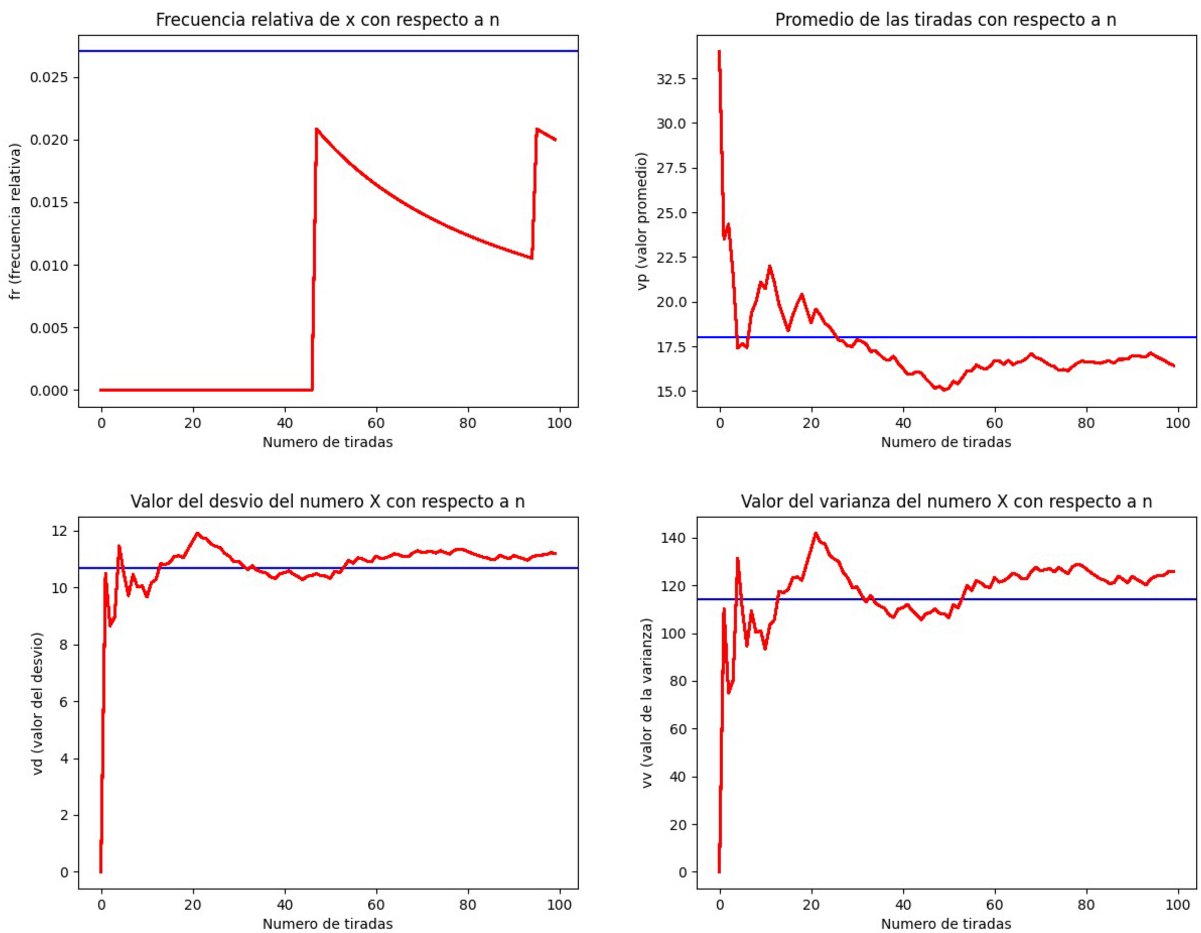

Figura 2: Conjunto de gráficas para 1 corrida de 100 tiradas.

Los gráficos muestran la evolución de la variable en 1 corrida (o curva) a través de 100 tiradas (número de veces que la bola giró en la ruleta). Los resultados varían en cada tirada y, aunque se puede comenzar a percibir una tendencia en la variable, realizar 100 tiradas en la ruleta parece no ser suficiente para "predecir" con certeza los resultados futuros; se necesitarán más intentos para ello.

Obsérvese que el gráfico de la frecuencia relativa para un número x cualquiera, presenta un comportamiento muy particular:

- **Comportamiento constante**: Inicialmente, la gráfica se mantiene constante en $f_r = 0$. Esto significa que, durante varias tiradas, el número en cuestión, x, aún no ha salido en la ruleta.
- **Salto**: Cuando esto último sucede por primera vez, la frecuencia relativa de x aumenta repentinamente y pega un "salto". La magnitud de este "salto" dependerá de qué tan rápido salga x por primera vez en la ruleta. Esto porque su frecuencia relativa depende del número de tiradas actual. Por ejemplo, si x sale por vez primera en la segunda tirada, su frecuencia relativa será igual a $1/2$. En cambio, si lo hace en la décima tirada, su frecuencia relativa valdrá $1/10$, y dado que $1/2 > 1/10$, la magnitud del "salto" será mayor en el primer caso.

- **Decrecimiento**: Con lo anterior, podemos deducir que la frecuencia relativa de x disminuye a medida que aumenta el número de tiradas y x no es seleccionado en la ruleta. Este comportamiento particular se ve reflejado en la gráfica, aproximadamente en el segmento $[45, 95]$, donde se observa que la pendiente de la curva disminuye en

$$\frac{1}{n_1 n_{i+1}}$$

donde n_i es la tirada número i y n_{i+1} es el número de tirada $i+1$. Por ejemplo, supongamos que $x = 25$ y tras 10 tiradas de la ruleta, se obtienen los siguientes resultados:

$$0 \quad 4 \quad 25 \quad 9 \quad 35 \quad 19 \quad 3 \quad 2 \quad 19 \quad 6$$

La frecuencia relativa de $x = 25$ con respecto al número de tiradas es

$$0 \quad 0 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{10}$$

Para la tirada 3, $f_r = 1/3$ porque el número $x = 25$ salió una vez en 3 tiradas. En las siguientes tiradas el número en cuestión no sale ganador, por lo que la frecuencia relativa disminuye. Nótese que de la tirada 7 a la tirada 8, la frecuencia relativa disminuye en $1/(7 * 8) = 1/56$, pues $1/7 - 1/56 = 1/8$. Esto sucede para cualquier par de tiradas consecutivas donde el número x no sale seleccionado en la ruleta y por ende su frecuencia relativa experimenta una disminución.

3.2. Múltiples corridas del experimento y análisis comparativo

En esta subsección, realizaremos varias corridas del experimento. Luego, generaremos nuevas gráficas que mostrarán los resultados de todas las corridas de forma simultánea. Compararemos estos resultados para identificar patrones, tendencias o variaciones significativas, lo que nos permitirá profundizar en nuestro análisis y obtener una visión más completa del comportamiento de la simulación de la ruleta.

Se ha elegido llevar a cabo 10 corridas para poder analizar la tendencia común, pero aún así distinguir cada una de ellas. Para cada corrida se realizaron 2000 tiradas, ya que este número permite observar la tendencia a un valor constante del experimento sin incurrir en un tiempo de ejecución excesivo, al mismo tiempo que permite visualizar el comportamiento inicial del experimento.

Luego de 10 corridas de 2000 tiradas, se obtuvieron los siguientes resultados para $x = 25$:

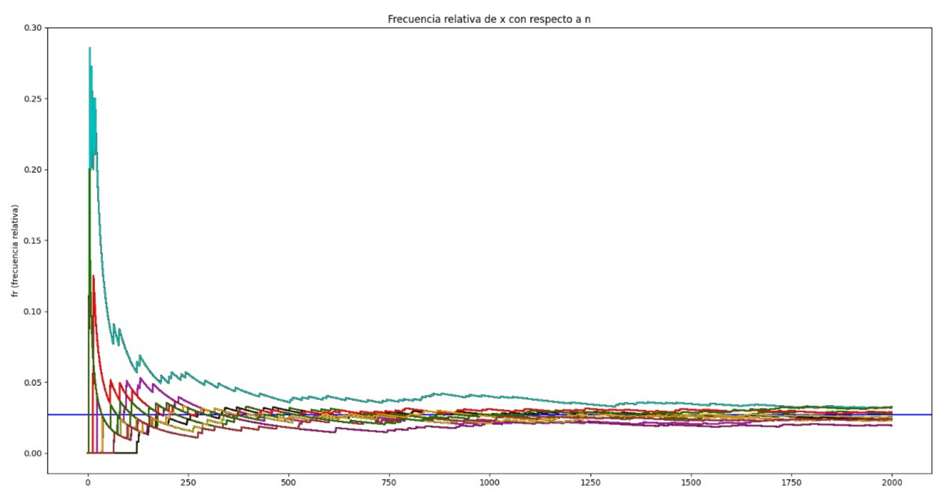

Figura 3: Frecuencia relativa para 10 corridas de 2000 tiradas.

La figura 3 ilustra la evolución de la frecuencia relativa de los resultados de una serie de 2000 tiradas de ruleta a lo largo de 10 repeticiones. En el eje x se muestra el número de tirada, mientras que en el eje y se representa la frecuencia relativa del número x en cada tirada. Se observa que en algunas series la frecuencia relativa inicial puede ser alta debido a la aparición temprana de ciertos números, mientras que en otras puede comenzar más baja. Sin embargo, en todas las series, la frecuencia relativa converge hacia el valor esperado teórico de $\frac{1}{37} \approx 0,027$, indicando una distribución uniforme a largo plazo.

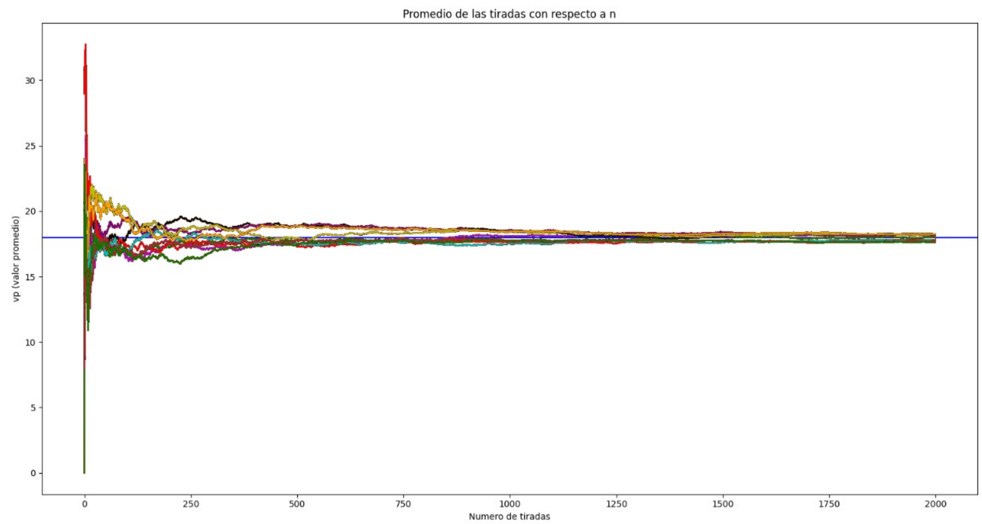

Figura 4: Promedio para 10 corridas de 2000 tiradas.

La figura 4 representa el valor esperado o promedio del número x a lo largo de 10 series de 2000 tiradas de ruleta. En el eje x se muestra el número de tirada, mientras que en el eje y se ilustra el valor esperado del número x en relación con el número total de tiradas. Este gráfico proporciona una visión de cómo el valor promedio de los resultados de la ruleta evoluciona a medida que progresa cada serie. El análisis del valor esperado es fundamental para comprender la tendencia central de los resultados y su convergencia hacia el valor teórico esperado a largo plazo.

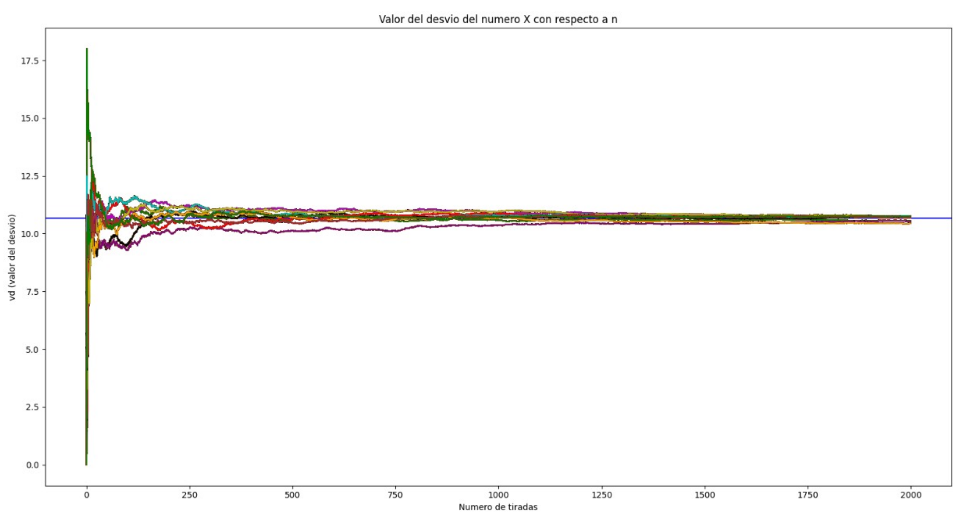

Figura 5: Desvío estándar para 10 corridas de 2000 tiradas.

La figura 5 muestra la variación del desvío del número x a medida que avanzan las 2000 tiradas en 10 series diferentes de ruleta. En el eje x se representa el número de tirada, mientras que en el eje y se muestra el valor del desvío estándar de ese número en relación con el número total de tiradas hasta ese punto. Se observa que, a medida que avanzan las tiradas, el desvío estándar tiende a estabilizarse alrededor de un valor de aproximadamente $10,677$. Esta tendencia sugiere una consistencia en la dispersión de los resultados de la ruleta a lo largo de múltiples repeticiones del juego, con un nivel predecible de variabilidad en los resultados.

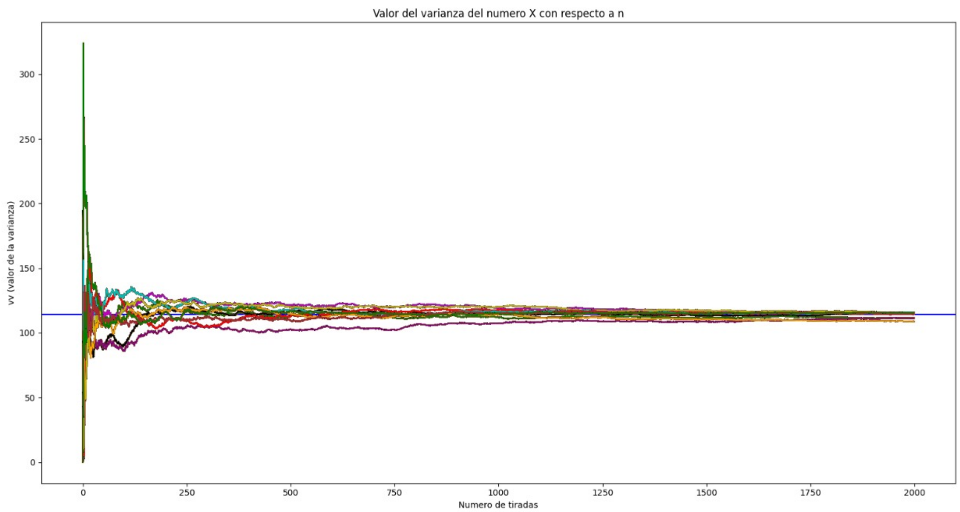

Figura 6: Varianza para 10 corridas de 2000 tiradas.

La figura 6 ilustra la variación de la varianza del número x a medida que avanzan las 2000 tiradas en 10 series diferentes de ruleta. En el eje x se representa el número de tirada, mientras que en el eje y se muestra el valor de la varianza de ese número en relación con el número total de tiradas hasta ese punto. Se observa que, a medida que avanzan las tiradas, la varianza tiende a estabilizarse, con un valor igual a 114. Se destaca la consistencia en la dispersión de los resultados de la ruleta a lo largo de múltiples repeticiones del juego.

Nótese que las gráficas de las figuras 5 y 6 son muy similares, debido a la relación existente entre el desvío estándar y la varianza:

$$\sigma_n = \sqrt{\sigma_n^2}$$

4. Conclusiones

Podemos concluir que nuestra simulación ha sido efectiva, especialmente en consideración de los parámetros analizados, que incluyen la frecuencia relativa, el promedio, la desviación estándar y la varianza. Los resultados muestran una clara convergencia de los parámetros muestrales obtenidos por nuestra simulación hacia los parámetros esperados. Este hallazgo se respalda visualmente mediante las gráficas generadas, donde se observa una consistencia notable entre los resultados simulados y las expectativas teóricas. Por lo tanto, podemos afirmar que nuestra simulación ha logrado capturar de manera efectiva el comportamiento de la ruleta, brindando una representación precisa y confiable de sus dinámicas estadísticas.

Referencias

[1] https://luis-vives.es/docs/aula-virtual/matematicas_ccss/calculo_de_probabilidades_teoria.pdf

[2] https://aulavirtual.agro.unlp.edu.ar/pluginfile.php/59194/mod_resource/content/6/Apuntes%202016.pdf