

Problema de l'horari d'una lliga esportiva

29 de Novembre del 2020

Nom	DNI	Conjunt de dades
Rubén Aciego	48038376R	1
Daniel Vilardell	48109585W	65

Índex

1	Formulació matemàtica del problema	2
2	Codis	4
2.1	Fitxer .mod	4
2.2	Fitxer .dat	4
2.3	Fitxer .run	4
3	Solucions	5
3.1	Cas $n = 6$, $r = 4$, $s = 2$	5
3.2	Cas $n = 8$, $r=1$, $s=5$	6

1 Formulació matemàtica del problema

Considerem en primer lloc les variables d'entrada del problema, n seran el nombre d'equips, r el nombre de partits de cada equip amb equips de la mateixa regió i s el nombre de partits de cada equip amb equips de la regió contrària.

Definim la constant $jorn = r(\frac{n}{2} - 1) + \frac{sn}{2}$ i els conjunts U , V de la següent forma

- $U = \{(i, j, k) \in \mathbb{N}^3 | jorn \geq k \geq 2, 0 < i \leq n/2, 0 < j \leq n/2\}$
- $V = \{(i, j, k) \in \mathbb{N}^3 | jorn \geq k \geq 2, n \geq i > n/2, n \geq j > n/2\}$

Per tant, si i i j són els valors de 2 equips i k la jornada, els conjunts U i V contenen totes les combinacions de partits entre dos equips intraterritorials a les jornades més grans o iguals que 2 de les dues regions respectivament. Amb aquesta informació podem formular ja el problema.

$$\begin{aligned}
 PL: \max \quad & \sum_{(i,j,k) \in U \cup V} 2^{k-2} \cdot X_{ijk} \\
 & X_{ijk} = X_{jik} \quad \forall 0 < i, j \leq n, 0 < k \leq jorn \\
 & \sum_{i=1}^n X_{ijk} = 1 \quad \forall 0 < j \leq n, 0 < k \leq jorn \\
 & \sum_{k=1}^{jorn} X_{ijk} = r \quad \forall 0 < i, j \leq n/2, i \neq j \\
 & \sum_{k=1}^{jorn} X_{ijk} = r \quad \forall n/2 < i, j \leq n, i \neq j \\
 & \sum_{k=1}^{jorn} X_{ijk} = s \quad \forall 0 < i \leq n/2, n/2 < j \leq n \\
 & X_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall 0 < i, j \leq n, 0 < k \leq jorn
 \end{aligned}$$

Veiem que estem maximitzant la funció donada només per les $k \geq 2$ i pels equips que estan dins de la mateixa regió tal i com ens demana l'enunciat.

La primera restricció considerada es la de simetria, si i juga amb j el dia k , j juga amb i el mateix dia. La segona restricció assegura que cada equip només fa un partit per jornada. Les restriccions 3 i 4 asseguren que el nombre de partits que juga cada equip contra cada equip de la seva mateixa divisió és r , mentres que la següent restricció, la 5, assegura que cada equip jugui s cops contra cada equip de la regió contraria. Finalment l'última restricció fa que les variables considerades en el nostre problema siguin binàries, ja que només indiquen si i juga amb j la jornada k , i per tant només poden prendre dos valors.

2 Codis

2.1 Fitxer .mod

```
#Problema dels equips

#Parametres
param n >= 0;
param r >= 0;
param s >= 0;
set EQUIPS := 1..n;
set EQUIPS_INTRA := 1..n/2;
set EQUIPS_INTER := (n/2 + 1)..n;
set JORNADES := 1..(r*(n/2 - 1) + s*n/2);
set JORNADES_FUNCIO_OBJ := 2..(r*(n/2 - 1) + s*n/2);

var X{i in EQUIPS, j in EQUIPS, k in JORNADES} binary;

#Funcio objectiu
maximize c:
sum{i in EQUIPS_INTRA, j in EQUIPS_INTRA, k in JORNADES_FUNCIO_OBJ} X[i,j,k]*2**(k - 2);

#Restriccions
subject to partit_per_jornada{k in JORNADES, i in EQUIPS}:
(sum{j in EQUIPS} X[i, j, k]) = 1;

subject to simetria_partits{i in EQUIPS, j in EQUIPS, k in JORNADES}:
X[i, j, k] = X[j, i, k];

subject to partits_intra1{i in EQUIPS_INTRA, j in EQUIPS_INTRA : j != i}:
(sum{k in JORNADES} X[i, j, k]) = r;

subject to partits_intra2{i in EQUIPS_INTER, j in EQUIPS_INTER : j != i}:
(sum{k in JORNADES} X[i, j, k]) = r;

subject to partits_inter{i in EQUIPS_INTRA, j in EQUIPS_INTER: i != j}:
(sum{k in JORNADES} X[i, j, k]) = s;
```

2.2 Fitxer .dat

```
#Problema dels equips

param n:=20;
param r := 20;
param s :=20;
```

2.3 Fitxer .run

```
reset;

model practica2.mod;

data practica2.dat;

option solver cplex;

solve;

for {i in JORNADES} {
    printf 'Partits _jornada_%i_\n', i;
    for {j in EQUIPS} {
        for {k in EQUIPS: k > j} {
            if(X[k, j, i] = 1) then printf '(%i,%i)\n', j, k;
        }
    }
}
```

3 Solucions

3.1 Cas $n = 6, r = 4, s = 2$

$n = 6, r = 4, s = 2$

Partits jornada 1

(1,5)

(2,4)

(3,6)

Partits jornada 2

(1,6)

(2,4)

(3,5)

Partits jornada 3

(1,3)

(2,5)

(4,6)

Partits jornada 4

(1,4)

(2,3)

(5,6)

Partits jornada 5

(1,5)

(2,3)

(4,6)

Partits jornada 6

(1,2)

(3,4)

(5,6)

Partits jornada 7

(1,6)

(2,3)

(4,5)

Partits jornada 8

(1,3)

(2,6)

(4,5)

Partits jornada 9

(1,3)

(2,6)

(4,5)

Partits jornada 10

(1,2)

(3,5)

(4,6)

Partits jornada 11

(1,3)

(2,5)

(4,6)

Partits jornada 12

(1,2)

(3,4)

(5,6)

Partits jornada 13

(1,2)

(3,6)

(4,5)

Partits jornada 14

(1,4)

(2,3)

(5,6)

3.2 Cas $n = 8, r=1, s=5$

$n = 8, r = 1, s = 5$

Partits jornada 1

(1,5)

(2,8)

(3,7)

(4,6)

Partits jornada 2

(1,6)

(2,8)

(3,5)

(4,7)

Partits jornada 3

(1,8)

(2,7)

(3,6)

(4,5)

Partits jornada 4

(1,7)

(2,6)

(3,8)

(4,5)

Partits jornada 5

(1,6)

(2,7)

(3,8)

(4,5)

Partits jornada 6

(1,8)

(2,5)

(3,7)

(4,6)

Partits jornada 7

(1,8)

(2,7)

(3,5)

(4,6)

Partits jornada 13

(1,6)

(2,8)

(3,5)

(4,7)

Partits jornada 14

(1,7)

(2,5)

(3,6)

(4,8)

Partits jornada 15

(1,7)

(2,8)

(3,6)

(4,5)

Partits jornada 16

(1,5)

(2,6)

(3,7)

(4,8)

Partits jornada 17

(1,7)

(2,6)

(3,5)

(4,8)

Partits jornada 18

(1,5)

(2,7)

(3,8)

(4,6)

Partits jornada 19

(1,5)

(2,6)

(3,7)

(4,8)

Partits jornada 8

(1,7)

(2,5)

(3,8)

(4,6)

Partits jornada 9

(1,8)

(2,5)

(3,6)

(4,7)

Partits jornada 10

(1,5)

(2,8)

(3,6)

(4,7)

Partits jornada 11

(1,8)

(2,6)

(3,5)

(4,7)

Partits jornada 12

(1,6)

(2,7)

(3,8)

(4,5)

Partits jornada 20

(1,6)

(2,5)

(3,7)

(4,8)

Partits jornada 21

(1,4)

(2,3)

(5,6)

(7,8)

Partits jornada 22

(1,2)

(3,4)

(5,8)

(6,7)

Partits jornada 23

(1,3)

(2,4)

(5,7)

(6,8)