Previi 2 SSIS

Daniel Vilardell

1

a) i b)

Sabem que la transformada de fourier de $x(t) = A\cos(2\pi f_0 t)$ es

$$\mathcal{F}(x(t)) = \frac{1}{2}(\delta(f - f_0) + \delta(f - f_0))$$

També sabem que si la multipliquem per la finestra $h(t)$ la transformada de Fourier del producte serà la convolució de les transformades de fourier individuals. Per tant considerem la transformada de fourier del pols rectangular i del pols triangular.

$$\mathcal{F}(\prod(\frac{t}{T})) = T sinc(Tf)$$
$$\mathcal{F}(\Lambda(\frac{t}{\frac{T}{2}})) = \frac{T}{2} sinc^2(\frac{Tf}{2})$$

Com que la convolucio per una delta el que fa es desplaçar f_0 el resultat serà

$$\mathcal{F}(x(t)) * \mathcal{F}(\prod(\frac{t}{T})) = \frac{AT}{2}(sinc(T(f - f_0)) + sinc(T(f + f_0)))$$

$$\mathcal{F}(x(t)) * \mathcal{F}(\Lambda(\frac{t}{\frac{T}{2}})) = \frac{AT}{4}(sinc^2(\frac{T}{2}(f - f_0)) + sinc^2(\frac{T}{2}(f + f_0)))$$

c)

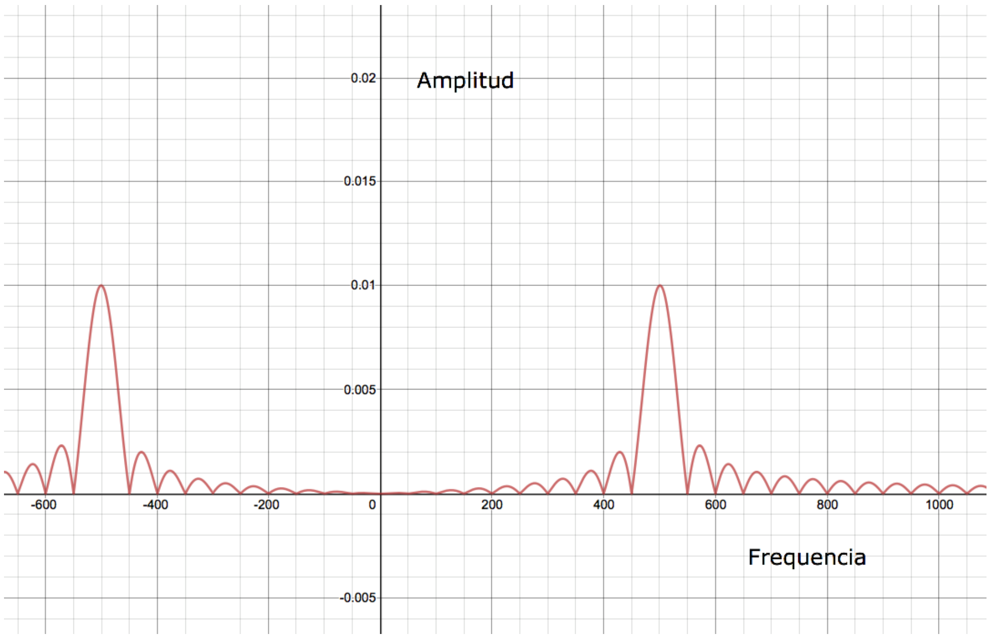

Figura 1: $\mathcal{F}(x(t)) * \mathcal{F}(\prod(\frac{t}{T}))$

Sabem que $sinc(x)$ te valor maxim 1, per tant si multipliquem el resultat per 0.01, el valor maxim que prendra serà 0.01. Això tindrà lloc a les frequencies $-500Hz$ i $500Hz$.

Com també hem vist a teoria, l'amplada del lobul principal en un pols rectangular de frequencia T es de $\frac{2}{T}$ on d es la durada de la finestra. Per tant la amplada en el nostre cas serà de $\frac{2}{0.02} = 100Hz$. Per tant les frequencies exactes dels 0 mes propers als maxims seran $-450Hz$, $-550Hz$, $550Hz$ i $450Hz$.

També vist a teoria la relació entre el maxim del lobul principal i el secundari serà de 13dB, i per tant el quocient serà $10^{-\frac{13}{20}} = 0.22$.

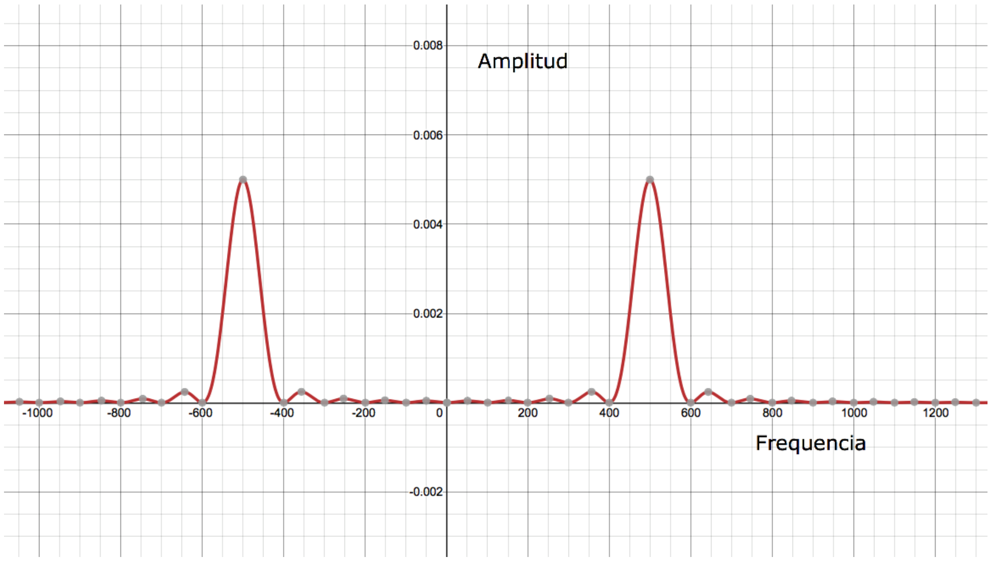

Figura 2: $\mathcal{F}(x(t)) * \mathcal{F}(\Lambda(\frac{t}{\frac{T}{2}}))$

Sabem que $sinc(x)$ te valor maxim 1, per tant si multipliquem el resultat per 0.005, el valor maxim que prendra serà 0.005. Això tindrà lloc a les frequencies $-500Hz$ i $500Hz$.

Com també hem vist a teoria, l'amplada del lobul principal en un pols rectangular de frequencia T es de $\frac{4}{T}$ on d es la durada de la finestra. Per tant la amplada en el nostre cas serà de $\frac{4}{0.02} = 200Hz$. Per tant les frequencies exactes dels 0 mes propers als maxims seran $-400Hz$, $-600Hz$, $600Hz$ i $400Hz$.

També vist a teoria la relació entre el maxim del lobul principal i el secundari serà de 13dB, i per tant el quocient serà $10^{-\frac{26}{20}} = 0.05$.

2

a) i b)

Ara fem el mateix per a $x(t) = A\cos(2\pi f_0 t) + B\cos(2\pi f_1 t)$. Calculem en primer lloc la seva transformada, aplicant la propietat de linealitat de les transformades de Fourier.

$$\mathcal{F}(x(t)) = \frac{1}{2}(\delta(f - f_0) + \delta(f - f_0) + \delta(f - f_1) + \delta(f - f_1))$$

Ara amb les mateixes finestres que el apartat anterior calculem la convolucio de les seves transformades

$$\mathcal{F}(x(t)) * \mathcal{F}(\prod(\frac{t}{T})) = \frac{T}{2}(Asinc(T(f - f_0)) + Asinc(T(f + f_0) + Bsinc(T(f - f_1))+ \\ + Bsinc(T(f + f_1)))$$

$$\mathcal{F}(x(t)) * \mathcal{F}(\Lambda(\frac{t}{\frac{T}{2}})) = \frac{T}{4}(Asinc^2(\frac{T}{2}(f - f_0)) + Asinc^2(\frac{T}{2}(f + f_0))+ \\ + Bsinc^2(\frac{T}{2}(f - f_1)) + Bsinc^2(\frac{T}{2}(f + f_1)))$$

c)

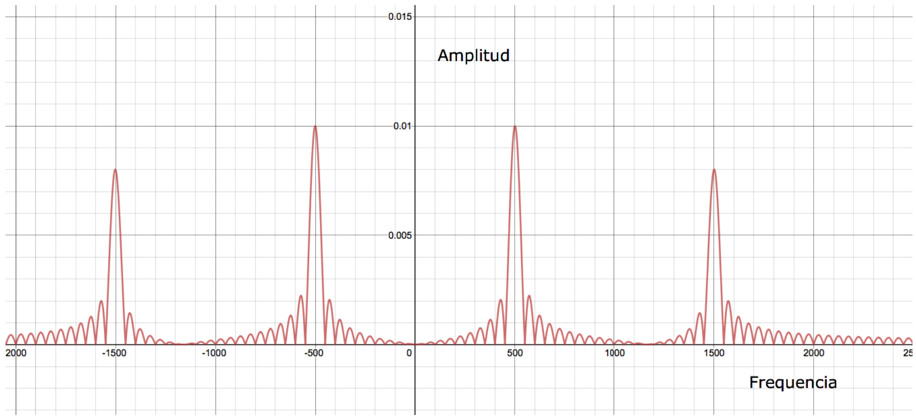

Figura 3: $\mathcal{F}(x(t)) * \mathcal{F}(\prod(\frac{t}{T}))$

Per les mateixes raons que abans, la funcio te dos maxims a $500Hz$ i $-500Hz$ de amplitud 0.1 i dos maxims a $1500Hz$ i $-1500Hz$ de amplitud 0.08. Al mantenir $T = 20ms$ es mantindrà l'amplada de banda dels diferents lobuls, es a dir $100Hz$. Finalment la relacio entre el lobul principal i el secundari serà la mateixa, es a dir 0.22.

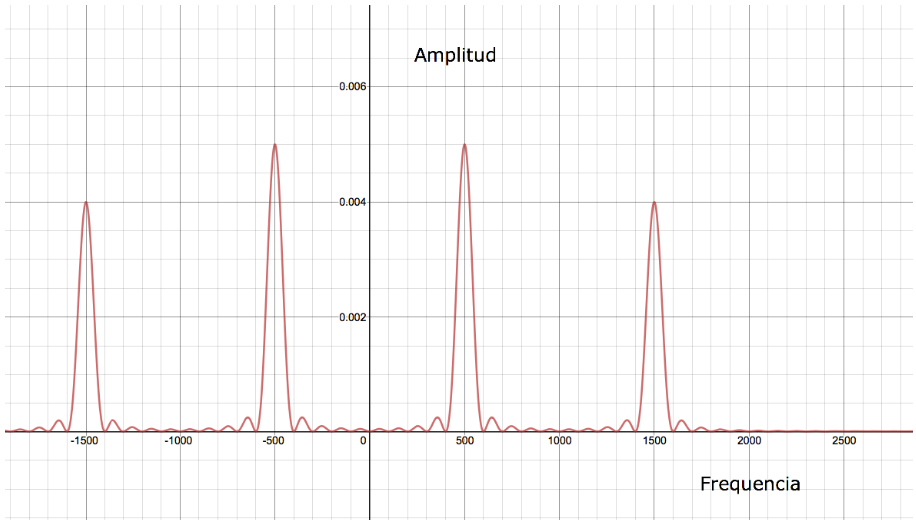

Figura 4: $\mathcal{F}(x(t)) * \mathcal{F}(\Lambda(\frac{t}{\frac{T}{2}}))$

Per les mateixes raons que abans, la funcio te dos maxims a $500Hz$ i $-500Hz$ de amplitud 0.05 i dos maxims a $1500Hz$ i $-1500Hz$ de amplitud 0.04. Al mantenir $T = 20ms$ es mantindrà l'amplada de banda dels diferents lobuls, es a dir $200Hz$. Finalment la relacio entre el lobul principal i el secundari serà la mateixa, es a dir 0.05.

3

a)

La senyal de entrada serà $x(t) = \cos t$ i la senyal de sortida $y(t) = a\cos t + b\cos^2 t$. Ja vam veure a MATEL que la transformada de $x(t) = \cos t$ es

$$\mathcal{F}(x(t)) = \frac{1}{2}(\delta(f - \frac{1}{2\pi}) + \delta(f + \frac{1}{2\pi}))$$

La transformada del senyal de sortida serà

$$\mathcal{F}(y(t)) = \frac{a}{2}(\delta(f - \frac{1}{2\pi}) + \delta(f + \frac{1}{2\pi})) + b\mathcal{F}(x(t)) * \mathcal{F}(x(t))$$

Per tant nomes ens caldrà calcular la convolucio de deltes.

$$b\mathcal{F}(x(t)) * \mathcal{F}(x(t)) = \frac{b}{4}(\delta(f - \frac{1}{\pi}) + \delta(f + \frac{1}{\pi})) + 2\delta(f)$$

Així doncs es pot veure que el sistema el que fa a la transformada es variar les amplituds de les deltes de la transformada original, i n'afegeix dos mes de amplitud $\frac{b}{4}$ a frequencies $-\frac{1}{\pi}$ i $\frac{1}{\pi}$, i una al 0 amb amplitud $\frac{b}{2}$.

b)

Per a fer aquest apartat primer farem el **2.** i despres amb la informacio del 2 farem el **1.**

2. Considerem $x(t) = \cos 2\pi f_0 t$ i una senyal $h(t)$ lineal e invariant. Per a calcular la senyal resultant de aplicar $x(t)$ al sistema usarem la propietat de les transformades de fourier que diu que la transformada del producte de funcions es la convolucio de transformades de les funcions per separat.

$$\mathcal{F}(y(t)) = X(f)H(f) = X(f)|H(f)|e^{j\phi(H(f))} = \frac{1}{2}|H(f)|(\delta(f-f_0)+\delta(f+f_0))e^{j\phi(H(f))}$$

I per tant la antitransformada es inmediata

$$y(t) = |H(f_0)|cos(2\pi f_0 t + \phi(H(f)))$$

1. Calculem ara doncs la transformada de $h(t) = -2\delta(t) + 5e^{-2t}u(t)$

$$\mathcal{F}(h(t)) = -2 + \frac{5}{2 + j2\pi f}$$

Que te com a fase a $f_0 = \frac{1}{2\pi}$ $\phi(H(f)) = \pi - (0 - argtg(\frac{2\pi f_0}{2})) = 2.67rad$ i modul 3. Per tant la sortida del sistema es

$$y(t) = 3cos(t + 2.67)$$

3. No es pot aplicar a un sistema no lineal ja que no podriem descompondre la transformada de $h(t)$ en modul i fase de la manera que ho hem fet a **2**.