

Modelado semi-físico, estimación de parámetros y simulación

Clase Experiencia 2

Profesor: Juan C. Agüero

Departamento de Ingeniería Electrónica
UTFSM, Chile

Valparaíso, 09 de Junio de 2021

- 1 Sesión 1: Simulación del sistema de estanques acoplados
 - Estrategia de Modelado
 - Ecuaciones que definen el sistema de interés
 - Esquema de SIMULINK para los simulación del sistema no-lineal
 - Ejemplo de linealización de un sistema dinámico
 - Actividades en Sesión 1
- 2 Sesión 2: Modelado y simulación del Levitador Magnético
 - Modelado
 - Bloque saturación y integral saturada
 - Simulación

Procedimiento para modelar un sistema:

- Determinar qué variables son entradas (capacidad de manipulación) y cuáles salidas (variables que podemos medir y queremos controlar).
- Utilizar las ecuaciones de Física para establecer cuáles variables son importantes y qué tipo de relaciones existen entre las variables.
- Utilizar data experimental para estimar parámetros que no podemos medir exactamente, o posiblemente varían en el tiempo.
- Existen dos formas de tratar el problema:
 - ① Considerar el sistema alrededor de un punto de operación y realizar experimentos (por ejemplo, obtener la respuesta a escalón del sistema). Luego obtener un modelo *lineal* alrededor de ese punto de operación. **Ventaja: el modelo es bueno en el rango de interés.**
 - ② Considerar el sistema en un rango amplio de operación y realizar un experimento (por ejemplo, respuesta a escalón). Luego obtener un modelo más complejo (*no-lineal*). **Ventaja: el modelo es válido en un rango más amplio de operación.**

- 1 Sesión 1: Simulación del sistema de estanques acoplados
 - Estrategia de Modelado
 - Ecuaciones que definen el sistema de interés
 - Esquema de SIMULINK para los simulación del sistema no-lineal
 - Ejemplo de linealización de un sistema dinámico
 - Actividades en Sesión 1
- 2 Sesión 2: Modelado y simulación del Levitador Magnético
 - Modelado
 - Bloque saturación y integral saturada
 - Simulación

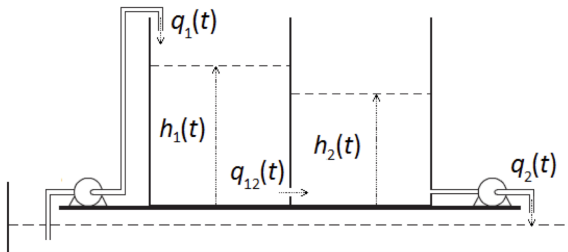
Ecuaciones que definen el sistema de interés:

Sistema Estanques Acoplados:

$$A \frac{dh_1(t)}{dt} = q_1(t) - q_{12}(t)$$

$$A \frac{dh_2(t)}{dt} = q_{12}(t) - q_2(t)$$

$$q_{12}(t) = \kappa \sqrt{h_1(t) - h_2(t)} \quad \text{si } h_1(t) \geq h_2(t)$$



Ecuaciones que definen el sistema de interés:

Sensores de nivel:

$$v_1(t) = a_1 h_1(t) + b_1 \rightarrow v_1 \text{ Corresponde a Analog input 0}$$

$$v_2(t) = a_2 h_2(t) + b_2 \rightarrow v_2 \text{ Corresponde a Analog input 1}$$

Bombas:

$$q_1(t) = c_1 u_1(t) + d_1 u_1^2(t) \rightarrow u_1 \text{ Corresponde a Analog output 0}$$

$$q_2(t) = c_2 u_2(t) + d_2 u_2^2(t) \rightarrow u_2 \text{ Corresponde a Analog output 1}$$

Ecuaciones que definen el sistema de interés:

Variables:

t	tiempo en $[s]$
$h_1(t)$	nivel en el estanque 1 en $[cm]$
$h_2(t)$	nivel en el estanque 2 en $[cm]$
$q_1(t)$	caudal de entrada del estanque 1 en $[cm^3/s]$
$q_2(t)$	caudal de entrada del estanque 2 en $[cm^3/s]$
$q_{12}(t)$	caudal de traspaso del estanque 1 al 2 en $[cm^3/s]$
$0 \leq v_1(t) \leq 10$	voltaje de medición de nivel del estanque 1 en $[V]$
$0 \leq v_2(t) \leq 10$	voltaje de medición de nivel del estanque 2 en $[V]$
$0 \leq u_1(t) \leq 10$	voltaje de actuación sobre la bomba 1 en $[V]$
$0 \leq u_2(t) \leq 10$	voltaje de actuación sobre la bomba 2 en $[V]$

Ecuaciones que definen el sistema de interés:

Parámetros:

- A área basal de ambos estanques en $[cm^2]$
- κ coeficiente de traspaso en $[cm^{2,5}/s]$
- a_1 ganancia de la característica del sensor de nivel estanque 1 en $[V/cm]$
- b_1 offset de la característica del sensor de nivel estanque 1 en $[V]$
- a_2 ganancia de la característica del sensor de nivel estanque 2 en $[V/cm]$
- b_2 offset de la característica del sensor de nivel estanque 2 en $[V]$
- c_1 coeficiente del término lineal de la característica de la bomba 1 en $[cm^3/(s \cdot cm)]$
- d_1 coeficiente del término cuadrático de la característica de la bomba 1 en $[cm^3/(s \cdot cm^2)]$
- c_2 coeficiente del término lineal de la característica de la bomba 2 en $[cm^3/(s \cdot cm)]$
- d_2 coeficiente del término cuadrático de la característica de la bomba 2 en $[cm^3/(s \cdot cm^2)]$

Ecuaciones que definen el sistema de interés:

Experimento de igualación de nivel:

- Parámetro a estimar: κ
- Resolviendo la ecuación diferencial (considerando $q_1(t) = q_2(t) = 0$) con respecto a la diferencia de nivel $z(t) = h_1(t) - h_2(t)$, se tiene que:

$$A \frac{dz(t)}{dt} = -2\kappa \sqrt{z(t)} \Rightarrow \sqrt{z(t)} = \sqrt{z(0)} - \frac{\kappa}{A} t$$

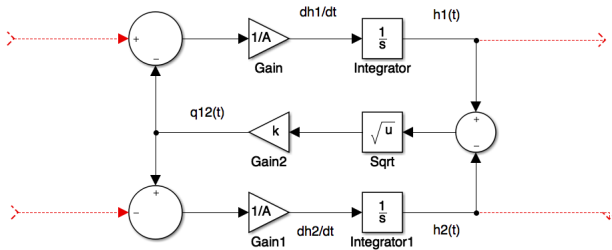
Como el área es conocida, se puede estimar κ utilizando un regresión lineal (puede usar EXCEL o MATLAB).

Ver video de análisis fenomenológico del sistema de estanques acoplados.

- 1 Sesión 1: Simulación del sistema de estanques acoplados
 - Estrategia de Modelado
 - Ecuaciones que definen el sistema de interés
 - **Esquema de SIMULINK para los simulación del sistema no-lineal**
 - Ejemplo de linealización de un sistema dinámico
 - Actividades en Sesión 1

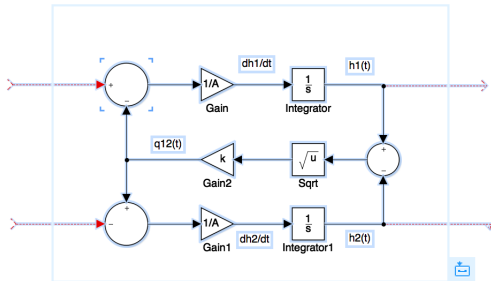
- 2 Sesión 2: Modelado y simulación del Levitador Magnético
 - Modelado
 - Bloque saturación y integral saturada
 - Simulación

Esquema de SIMULINK para los simulación del sistema no-lineal



Esquema de SIMULINK para los simulación del sistema no-lineal

- Conviene utilizar el bloque “Integrator” de modo de incluir la condición inicial de ls variables $h_i(t)$.
- Se agregan un par de flechas para crear un “subsystem”.



Ver video de como hacer una máscara.

Esquema de SIMULINK para los simulación del sistema no-lineal

- Además se tiene que agregar los modelos para los sensores (afín) y actuadores (cuadrático).
- Se debe agregar a la máscara los parámetros que definen los sensores (a_1 , b_1 , a_2 , b_2) y los actuadores (c_1 , c_2).

- 1 Sesión 1: Simulación del sistema de estanques acoplados
 - Estrategia de Modelado
 - Ecuaciones que definen el sistema de interés
 - Esquema de SIMULINK para los simulación del sistema no-lineal
 - **Ejemplo de linealización de un sistema dinámico**
 - Actividades en Sesión 1

- 2 Sesión 2: Modelado y simulación del Levitador Magnético
 - Modelado
 - Bloque saturación y integral saturada
 - Simulación

Example

Considere el siguiente sistema

$$\textbf{Planta:} \begin{cases} A\dot{h}(t) = q_1(t) - q_2(t) \\ q_2(t) = \kappa\sqrt{h(t)} \end{cases}$$

$$\textbf{Sensor estático: } v(t) = ah(t) + b$$

$$\textbf{Actuador estático: } q_1(t) = cu(t) + du^2(t)$$

donde la entrada es $u(t)$ y la salida $v(t)$.

Ejemplo de linealización de un sistema dinámico

Considere la siguiente definición de variables:

$$h(t) = (h)_Q + \Delta H(t)$$

$$q_1(t) = (q_1)_Q + \Delta Q_1(t)$$

$$q_2(t) = (q_2)_Q + \Delta Q_2(t)$$

$$v(t) = (v)_Q + \Delta V(t)$$

$$u(t) = (u)_Q + \Delta U(t)$$

En el punto de operación (equilibrio):

$$(q_1)_Q = (q_2)_Q = \kappa \sqrt{(h)_Q}$$

$$(v)_Q = a(h)_Q + b$$

$$(q_1)_Q = c(u)_Q + d(u_Q)^2$$

Ejemplo de linealización de un sistema dinámico

Reemplazando la definición de variables en el sistema dinámico:

$$\begin{aligned}A\Delta\dot{H}(t) &= \{(q_1)_Q + \Delta Q_1(t)\} - \{(q_2)_Q + \Delta Q_2(t)\} \\(v)_Q + \Delta V(t) &= a\{(h)_Q + \Delta H(t)\} + b\end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned}A\Delta\dot{H}(t) &= \Delta Q_1(t) - \Delta Q_2(t) \\ \Delta V(t) &= a\Delta H(t)\end{aligned}$$

Ejemplo de linealización de un sistema dinámico

Usando serie de Taylor de primer orden alrededor del punto de operación para las ecuaciones no-lineales:

$$q_2(t) = f_1(h) = \kappa \sqrt{(h)_Q} + \frac{\kappa}{2\sqrt{(h)_Q}} \{h(t) - (h)_Q\}$$

$$q_1(t) = f_2(u) = c \{(u)_Q + \Delta U(t)\} + d \{(u)_Q^2 + 2(u)_Q(u(t) - (u)_Q)\}$$

Entonces:

$$\Delta Q_2(t) = \frac{\kappa}{2\sqrt{(h)_Q}} \Delta H(t)$$

$$\Delta Q_1(t) = c\Delta U(t) + 2d(u)_Q\Delta U(t)$$

Ejemplo de linealización de un sistema dinámico

Juntando ecuaciones:

$$A\Delta\dot{H}(t) = \{c\Delta U(t) + 2d(u)_Q\Delta U(t)\} - \left\{ \frac{\kappa}{2\sqrt{(h)_Q}}\Delta H(t) \right\}$$
$$\Delta V(t) = a\Delta H(t)$$

Usando transformada de Laplace:

$$As\Delta\bar{H}(s) = (c + 2d(u)_Q)\Delta\bar{U}(s) - \frac{\kappa}{2\sqrt{(h)_Q}}\Delta\bar{H}(s) \Rightarrow \frac{\Delta\bar{H}(s)}{\Delta\bar{U}(s)} = \frac{c + 2d(u)_Q}{As + \frac{\kappa}{2\sqrt{(h)_Q}}}$$
$$\Delta\bar{V}(s) = a\Delta\bar{H}(s) \Rightarrow \frac{\Delta\bar{V}(s)}{\Delta\bar{U}(s)} = \underbrace{a}_{\text{sensor}} \underbrace{\frac{1}{As + \frac{\kappa}{2\sqrt{(h)_Q}}}}_{\text{planta}} \underbrace{\{c + 2d(u)_Q\}}_{\text{actuador}}$$

Ejemplo de linealización de un sistema dinámico

Método alternativo:

Alternativamente (siguiendo el procedimiento descrito en la clase de sistemas lineales) se puede resolver para $h(t)$ como $h(t) = \frac{v(t)-b}{a}$ y luego obtener la representación entrada-salida del sistema:

$$\frac{A}{a}\dot{v}(t) = cu(t) + dv^2(t) - \kappa\sqrt{\frac{v(t)-b}{a}}$$

Definiendo variables $x_1 = u(t)$, $x_2 = v(t)$, $x_3 = \dot{v}(t)$ la ecuación que define al sistema en la forma entrada-salida se puede re-escribir como una ecuación estática:

$$f(x_1, x_2, x_3) = 0$$

utilizando una serie de Taylor de primer orden (en las tres variables) se obtiene el sistema linealizado.

Ejemplo de linealización de un sistema dinámico

Para el caso de estanques acoplados:

- hay dos entradas ($u_1(t)$, $u_2(t)$) y dos salidas ($v_1(t)$, $v_2(t)$)
- el caudal entre estanques depende de las dos alturas: $q_{12}(t) = f_3(h_1, h_2) = \kappa \sqrt{h_1(t) - h_2(t)}$
- los caudales de entrada y salida son no-lineales: $q_1(t) = f_4(u_1) = c_1 u_1(t) + d_1 u_1^2(t)$, $q_2(t) = f_5(u_2) = c_2 u_2(t) + d_2 u_2^2(t)$.
- los sensores son no-lineales: $v_1(t) = a_1 h_1(t) + b_1$, $v_2(t) = a_2 h_2(t) + b_2$.
- En la representación entrada-salida del sistema se obtienen dos ecuaciones que se tienen que aproximar por una serie de Taylor en varias variables.

Modelo linealizado del sistema de estanques acoplados

Estanques

El sistema de estanques acoplados linealizado esta dado por:

$$\begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{s+\gamma/A}{As(s+2\gamma/A)} & -\frac{\gamma/A^2}{s(s+2\gamma/A)} \\ \frac{\gamma/A^2}{s(s+2\gamma/A)} & -\frac{s+\gamma/A}{As(s+2\gamma/A)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}$$

Sensores (estáticos)

$$\begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \end{bmatrix}$$

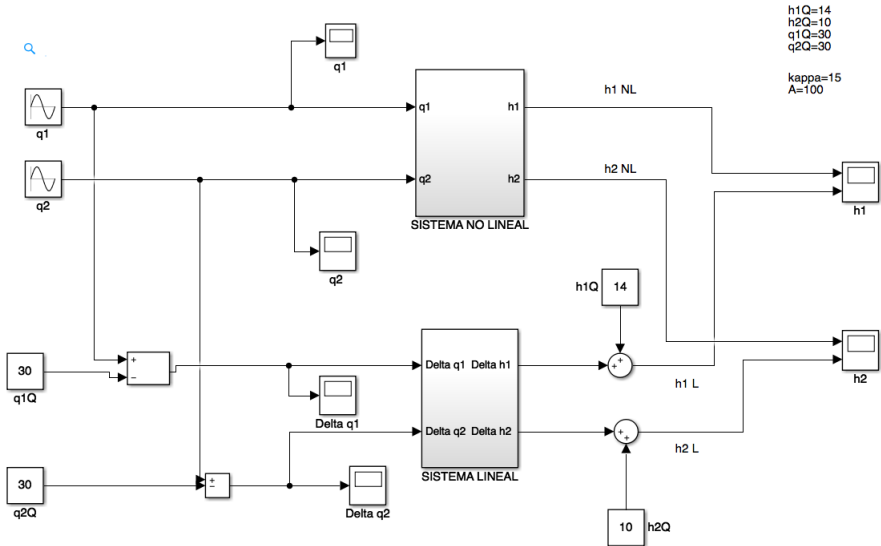
Actuadores (estáticos)

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 + 2d_1(u_1)_Q & 0 \\ 0 & c_2 + 2d_2(u_2)_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_1 \\ \Delta U_2 \end{bmatrix}$$

- 1 Sesión 1: Simulación del sistema de estanques acoplados
 - Estrategia de Modelado
 - Ecuaciones que definen el sistema de interés
 - Esquema de SIMULINK para los simulación del sistema no-lineal
 - Ejemplo de linealización de un sistema dinámico
 - Actividades en Sesión 1

- 2 Sesión 2: Modelado y simulación del Levitador Magnético
 - Modelado
 - Bloque saturación y integral saturada
 - Simulación

Actividad 1: Simulación de sistema NL vs Sistema L



Actividad 2: Estimación del coeficiente de traspaso

Ecuación que describe como la diferencia de altura depende en forma afín de κ :

$$\sqrt{z(t)} = \sqrt{z(0)} - \frac{\kappa}{A}t$$

Mediciones disponibles ($i = \{1, 2\}$):

$$v_i^{med}(t) = v_i(t) + \varepsilon_i(t)$$

$$v_i(t) = a_i h_i(t) + b_i$$

- A partir de las mediciones de $v_i^{med}(t)$ obtenga una estimación de la altura $\hat{h}_i(t) = \frac{v_i^{med}(t) - b_i}{a_i}$.
- Calcule una estimación de $\sqrt{z(t)}$ y utilizando LS estime la pendiente $\frac{\kappa}{A}$.
- Con una medición de A resuelva para κ .

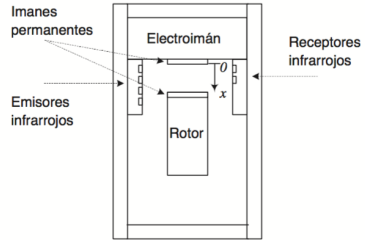
- 1 Sesión 1: Simulación del sistema de estanques acoplados
 - Estrategia de Modelado
 - Ecuaciones que definen el sistema de interés
 - Esquema de SIMULINK para los simulación del sistema no-lineal
 - Ejemplo de linealización de un sistema dinámico
 - Actividades en Sesión 1

- 2 Sesión 2: Modelado y simulación del Levitador Magnético
 - **Modelado**
 - Bloque saturación y integral saturada
 - Simulación

Levitador Magnético



(a) Equipo

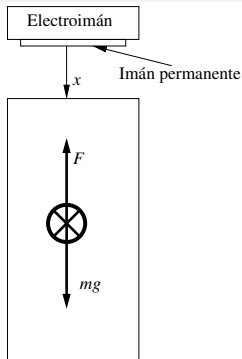


(b) Esquema

Levitador Magnético

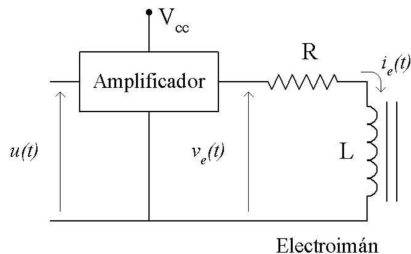
- El sistema comprende dos tipos de imanes (imanes permanentes y un electroimán) y un rotor (objeto metálico que se suspende en el aire bajo el control de las fuerzas ejercidas por los imanes).
- El imán permanente mantiene el rotor en equilibrio (sin usar el electroimán, $i_e = 0$). Siempre ejerce una fuerza atractiva que lleva el rotor en dirección hacia el origen.
- El electroimán empuja o tira el rotor para que se mantenga en su punto de equilibrio con una fuerza proporcional a la corriente en el electroimán. Note que el rotor es de aluminio y tiene un imán permanente.
- La fuerza ejercida por los imanes son proporcionales al inverso del cuadrado de la distancia.
- Se utilizan emisores y receptores infrarojos para determinar la posición del rotor.
- Sin la presencia de un controlador, cualquier perturbación ocasionaría que el rotor se caiga (punto de equilibrio inestable). Incluso en simulaciones se puede caer debido a errores numéricos.

Levitador Magnético



$$m\ddot{x}(t) = mg - F(t)$$

$$F(t) = \underbrace{\frac{k_1 i_e}{x^2}}_{\text{Electroimán}} + \underbrace{\frac{k_2}{x^2}}_{\text{Imán permanente}}$$



$$v_e(t) = -K_a u(t) + \delta_a$$

$$L \frac{di_e(t)}{dt} = v_e(t) - Ri_e(t)$$

$$v_x(t) = K_m x(t) - \delta_m$$

Respuesta a escalones en el voltaje de entrada

- **Escalón positivo en $u(t)$** implica un escalón negativo en v_e , y una disminución de la corriente (como un sistema de primer orden). Esto implica una disminución de la fuerza producida por el electroimán, y potencialmente el rotor se caerá llegando a la mesa.
- **Escalón negativo en $u(t)$** implica un escalón positivo en v_e , y un aumento de la corriente (como un sistema de primer orden). Esto implica un aumento de la fuerza producida por el electroimán, y potencialmente el rotor se pegará al imán permanente.

Levitador Magnético

- Primero se define el punto de operación como un punto de equilibrio (las derivadas valen cero).
- Se reemplaza las variables por su versión linealizada (en delta) y se elimina el offset. Por ejemplo,
 - ▶ sean $v_e(t) = (v_e)_Q + \Delta v_e(t)$, $u(t) = (u)_Q + \Delta u(t)$, entonces en el punto de equilibrio $(v_e)_Q = -K_a(u)_Q + \delta_a$ y reemplazando en la ecuación original:

$$v_e(t) = -K_a u(t) + \delta_a$$

$$(v_e)_Q + \Delta v_e(t) = -K_a(u)_Q - K_a \Delta u(t) + \delta_a$$

$$\Delta v_e(t) = -K_a \Delta u(t)$$

- ▶ Similarmente:

$$L \frac{d\Delta i_e(t)}{dt} = \Delta v_e(t) - R \Delta i_e(t)$$

$$\Delta v_x(t) = K_m \Delta x(t)$$

$$m \Delta \ddot{x}(t) = -\Delta F(t)$$

Levitador Magnético

- La no-linealidad presentes se aproximan por una serie de Taylor de primer orden alrededor del punto de operación:

$$\begin{aligned} F(t) &= \frac{k_1 i_e}{x^2} + \frac{k_2}{x^2} \\ &= \underbrace{\frac{k_1 (i_e)_Q}{(x)_Q^2} + \frac{k_2}{(x)_Q^2}}_{(F)_Q} + \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_Q (x - (x)_Q) + \left. \frac{\partial F}{\partial i_e} \right|_Q (i_e - (i_e)_Q) \end{aligned}$$

$$\Delta F(t) = \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_Q \Delta x(t) + \left. \frac{\partial F}{\partial i_e} \right|_Q \Delta i_e(t)$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_Q = -2 \frac{k_1 (i_e)_Q}{(x)_Q^3} - 2 \frac{k_2}{(x)_Q^3} = -\frac{2}{(x)_Q} \left[\frac{k_1 (i_e)_Q}{(x)_Q^2} + \frac{k_2}{(x)_Q^2} \right] = -2 \frac{mg}{(x)_Q} = -\alpha_1$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial i_e} \right|_Q = \frac{k_1}{(x)_Q^2} = \alpha_2$$

Re-arreglando ecuaciones y aplicando transformada de Laplace:

$$\begin{aligned}\Delta v_x(t) &= K_m \Delta x(t) \Rightarrow \Delta V_x(s) = K_m \Delta X(s) \\ m \Delta \ddot{x}(t) &= \alpha_1 \Delta x(t) - \alpha_2 \Delta i_e(t) \Rightarrow \frac{\Delta X(s)}{\Delta I_e(s)} = -\frac{\alpha_2}{ms^2 - \alpha_1} \\ L \frac{d\Delta i_e(t)}{dt} &= \Delta v_e(t) - R \Delta i_e(t) \Rightarrow \frac{\Delta I_e(s)}{\Delta V_e(s)} = \frac{1}{Ls + R} \\ \Delta v_e(t) &= -K_a \Delta u(t) \Rightarrow \Delta V_e(s) = -K_a \Delta U(s)\end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned}G(s) &= \frac{\Delta V_x(s)}{\Delta U(s)} = \frac{K_a K_m \alpha_2}{(ms^2 - \alpha_1)(Ls + R)} \\ &= \frac{\frac{K_a K_m \alpha_2}{mL}}{(s^2 - \frac{\alpha_1}{m})(s + \frac{R}{L})}\end{aligned}$$

Punto de operación:

$$(i_e)_Q = 0 \Rightarrow mg = \frac{k_2}{(x)_Q^2} \Rightarrow (x)_Q = \sqrt{\frac{k_2}{mg}} = \sqrt{\frac{1536}{0.15 \times 1000}} = 3.2$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 2 \frac{mg}{(x)_Q} = 2 \frac{0.15 \times 1000}{3.2} = 93.75$$

$$\alpha_2 = \frac{k_1}{(x)_Q^2} = \frac{5888}{3.2^2} = 575$$

$$\frac{K_a K_m \alpha_2}{mL} = \frac{3 \times 1 \times 575}{0.15 \times 0.2} = 57500, \quad \frac{R}{L} = 100$$

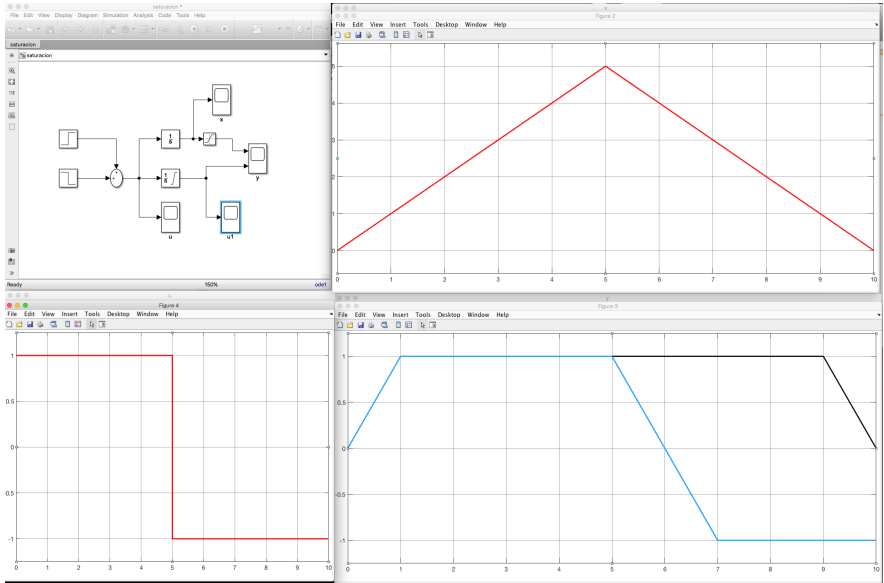
$$\frac{\alpha_1}{m} = 625 \Rightarrow \sqrt{\frac{\alpha_1}{m}} = 25$$

Punto de operación:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{57500}{(s^2 - 25^2)(s + 100)} \\ &= \frac{57500}{(s + 25)(s - 25)(s + 100)} \end{aligned}$$

- 1 Sesión 1: Simulación del sistema de estanques acoplados
 - Estrategia de Modelado
 - Ecuaciones que definen el sistema de interés
 - Esquema de SIMULINK para los simulación del sistema no-lineal
 - Ejemplo de linealización de un sistema dinámico
 - Actividades en Sesión 1
- 2 Sesión 2: Modelado y simulación del Levitador Magnético
 - Modelado
 - Bloque saturación y integral saturada
 - Simulación

Integral + Saturación vs Integral Saturada



- 1 Sesión 1: Simulación del sistema de estanques acoplados
 - Estrategia de Modelado
 - Ecuaciones que definen el sistema de interés
 - Esquema de SIMULINK para los simulación del sistema no-lineal
 - Ejemplo de linealización de un sistema dinámico
 - Actividades en Sesión 1

- 2 Sesión 2: Modelado y simulación del Levitador Magnético
 - Modelado
 - Bloque saturación y integral saturada
 - Simulación

Comparación L vs NL con y sin saturación

- Modelo No-lineal sin saturaciones
- Modelo Linealizado sin saturaciones
- Modelo No-lineal considerando saturaciones
- Modelo Lineal incorporando saturaciones

Tipo de saturaciones

- Saturación de posición -> Bloque sat
- Saturación sensor de posición -> Bloque sat
- Saturación de corriente-> Bloque integral saturada

Limites de saturación sistema No Lineal

- Posición : $0 \leq x \leq 10$
- Sensor de posición: $-10 \leq v_x \leq 0$
- Corriente: $i_e^{min} \leq i_e \leq i_e^{max}$

Limites de saturación sistema Lineal

- Posición : $0 - (x)_Q \leq \Delta_x \leq 10 - (x)_Q$
- Sensor de posición: $-10 - (V_x)_Q \leq \Delta_{v_x} \leq 0 - (V_x)_Q$
- Corriente: $i_e^{min} - (i_e)_Q \leq \Delta_{i_e} \leq i_e^{max} - (i_e)_Q$

Consejos varios:

- Usar el scope de Fuerza con limites -400 a 900 .
- Cuando la posición es $x = 0$ el modelo no tiene sentido pues la fuerza es infinita y el comportamiento de las señales puede ser errático.
- Conviene desplegar en un scope la misma señal (por ejemplo fuerza) que corresponde a los modelos a comparar.