

# Universidad Técnica Federico Santa María

DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA

## ELO-271 LABORATORIO DE CONTROL AUTOMÁTICO

---

### EXPERIENCIA 2

Modelado fenomenológico y simulación.

---

#### Realizado por:

Valentina Barreda	201721010-9
Agustín Espinoza	201721075-3
Daniel Figueroa	201723004-5
Tomás Ibaceta	201721039-7

#### Profesor:

Juan Carlos Agüero

**Fecha : 23 de junio de 2021**

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Sesión 1</b>	<b>3</b>
2.1. Actividad 1: Simulación modelos no-lineal y lineal . . . . .	3
2.1.1. Solución . . . . .	4
2.2. Actividad 2: Estimación del coeficiente de traspaso . . . . .	10
2.2.1. Solución . . . . .	11
<b>3. Sesión 2: Levitador Magnético</b>	<b>14</b>
3.1. Actividad 1: Modelo lineal en torno a un punto de equilibrio . . . . .	14
3.1.1. Solución . . . . .	14
3.2. Actividad 2: Comparación modelo lineal y no lineal . . . . .	15
3.2.1. Solución . . . . .	15
3.3. Actividad 3 . . . . .	22
3.3.1. Solución . . . . .	23
<b>4. Conclusión</b>	<b>27</b>

# 1. Introducción

En el presente informe se presenta el trabajo continuo durante dos sesiones de la asignatura ELO-271, en la cual se trabajará con el software MATLAB y SIMULINK en el contexto del modelado fenomenológico y simulaciones de estos.

En esta experiencia se trabajará con dos fenómenos físicos reales: un sistema de estanques acoplados y un levitador magnético. Estos se describirán mediante modelos matemáticos y se estudiará cómo estos modelos pueden predecir los comportamientos de los sistemas reales.

En el primer fenómeno se trabajará con modelar sensores y actuadores y estimar valores con el algoritmo de mínimos cuadrados. Para el segundo sistema se modelará el levitador incluyendo el electroimán que permite que el objeto metálico levite por la influencia del campo magnético ejercido. En ambos casos se utilizará el modelo de forma física como el análogo electrónico.

Se trabajará modelando los sistemas tanto de forma lineal como no lineal, por lo que se podrá estudiar la diferencia entre estos respectos a las respuestas a distintas entradas, una vez implementados en MATLAB-SIMULINK.

## 2. Sesión 1

### 2.1. Actividad 1: Simulación modelos no-lineal y lineal

- a) Construya un modelo de Simulink que represente al sistema de estanques acoplados en base al modelo no lineal. Considere que las entradas son los flujos  $q_1(t)$  y  $q_2(t)$  y las salidas son los niveles  $h_1(t)$  y  $h_2(t)$ , es decir, no se deben incluir los modelos de los sensores y actuadores. El modelo fenomenológico del sistema en Simulink debe estar en formato enmascarado. Los parámetros  $A$ ,  $\kappa$  y las condiciones iniciales de los niveles  $h_1(0)$  y  $h_2(0)$  deben ser ingresados por dicha interfaz (usando máscara). Considere que  $\kappa = 15$ ,  $A = 100$ ,  $h_1(0) = 14$  y  $h_2(0) = 10$ . Note que en esta guía se ha asumido que  $h_1(t) \geq h_2(t)$  para todo instante. Esto puede no cumplirse en la simulación, por lo que de modo de no encontrar errores se recomienda utilizar  $q_{12}(t) = \kappa \sqrt{|h_1(t) - h_2(t)|} \text{sgn}\{h_1(t) - h_2(t)\}$ , donde  $\text{sgn}()$  representa la función signo. (en algunas versiones de Simulink existe el bloque *signedsqrt* que hace la operación antes descrita)
- b) Implemente en Simulink el modelo linealizado y compare, vía simulaciones, la dinámica de este modelo lineal con la dinámica del modelo no lineal. Considere el punto de equilibrio dado por  $h_{1,Q} = 14$ ,  $h_{2,Q} = 10$ ,  $q_{1,Q} = 30$  y  $q_{2,Q} = 30$ , y los parámetros  $\kappa = 15$  y  $A = 100$  (todos deben ser ingresados por enmascaramiento). Para la comparación debe implementar el modelo de la Figura 1. Note que NO se implementan los modelos de sensores ni actuadores. El modelo lineal puede implementarlo a través función de transferencia SISO usando el esquema de la Figura 2. Simule y comente los resultados considerando (use todas las gráficas que estime conveniente para su análisis):

- I)  $q_1(t) = q_2(t) = 15 \sin(t) + q_{1,Q}$
- II)  $q_1(t) = q_2(t) = q_{1,Q} + 5\mu(t - 5)$
- III)  $q_1(t) = q_{1,Q} + 15\mu(t - 5)$  y  $q_2(t) = q_{2,Q} + 5\mu(t - 5)$
- IV)  $q_1(t) = q_{1,Q} + 5\mu(t - 5)$  y  $q_2(t) = q_{2,Q} + 15\mu(t - 5)$

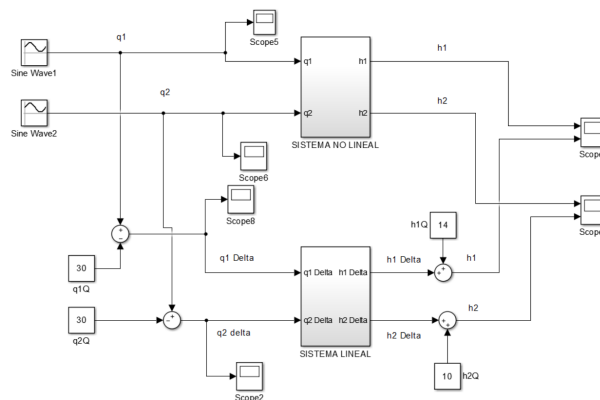


Figura 1: Comparación Sistema Lineal y No lineal

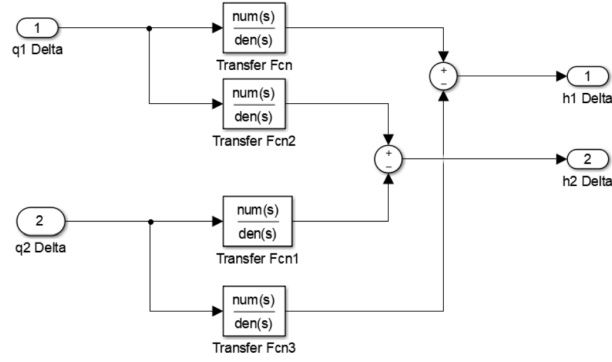


Figura 2: Sistema Lineal de  $2 \times 2$  usando funciones SISO

### 2.1.1. Solución

**Sistema No Lineal** En este sistema se analizan las ecuaciones (1), (2) y (3) del modelo fenomenológico.

$$A \frac{dh_1(t)}{dt} = q_1(t) - q_{12}(t) \quad (1)$$

$$A \frac{dh_2(t)}{dt} = q_{12}(t) - q_2(t) \quad (2)$$

$$q_{12}(t) = \kappa \sqrt{h_1(t) - h_2(t)}, \quad h_1(t) \geq h_2(t) \quad (3)$$

Para crear el diagrama de bloque se despejan las alturas en (1) y (2) dividiendo por  $A$  e integrando, con condiciones iniciales  $h_1(0)$  y  $h_2(0)$  respectivamente. Además para la ecuación (3) se aplica valor absoluto a la resta dentro de la raíz y se multiplica por la función signo que entregará el signo de la resta entre las alturas, por la posibilidad de tener un caso en el que  $h_1(t) \leq h_2(t)$ . Lo anterior se describe matemáticamente como:

$$h_1(t) = \frac{1}{A} \int_{h_1(0)} (q_1(t) - q_{12}(t)) dt$$

$$h_2(t) = \frac{1}{A} \int_{h_2(0)} (q_{12}(t) - q_2(t)) dt$$

$$q_{12}(t) = \kappa \sqrt{|h_1(t) - h_2(t)|} \text{Signo}\{h_1(t) - h_2(t)\}$$

Se construye entonces el diagrama de bloques asociado que se puede observar en la figura (3), se utiliza el bloque *Goto* para la señal  $q_{12}$ . Los puertos de entrada y salida se configuran de forma:

```
port_label('input',1,'q1');
port_label('input',2,'q2');
port_label('output',1,'h1');
port_label('output',2,'h2');
fprintf('Sistema No lineal');
```

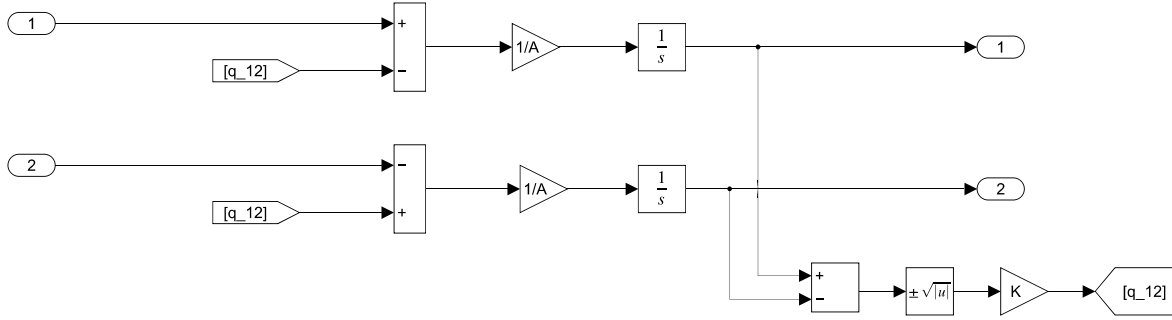


Figura 3: Diagrama de bloques para el Sistema No Lineal en SIMULINK

**Sistema Lineal** Este caso se representa con las ecuaciones (4) y (5) descritas como funciones de transferencia en la transformada de Laplace, por lo que usando el bloque de *Transfer Fcn* se construyó directamente el diagrama de bloques que se observa en la figura (4), asignando los puertos *input* y *output* de forma análoga al del Sistema No Lineal.

$$H_{1,\Delta}(s) = \frac{(s + \gamma/A)}{As(s + 2\gamma/A)}Q_{1,\Delta} - \frac{\gamma/A^2}{s(s + 2\gamma/A)}Q_{2,\Delta} \quad (4)$$

$$H_{2,\Delta}(s) = \frac{\gamma/A^2}{s(s + 2\gamma/A)}Q_{1,\Delta} - \frac{(s + \gamma/A)}{As(s + 2\gamma/A)}Q_{2,\Delta} \quad (5)$$

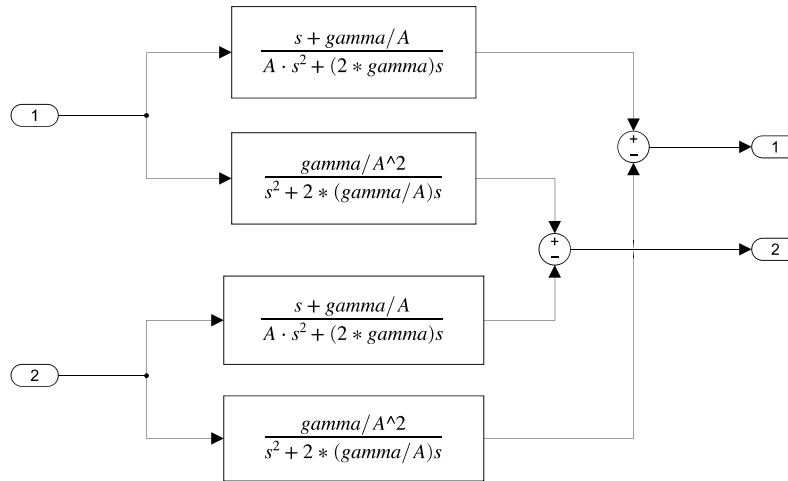
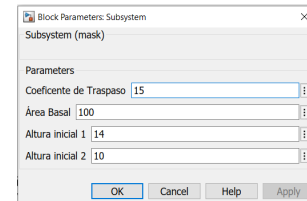


Figura 4: Diagrama de bloques para el Sistema Lineal en SIMULINK

**Máscaras** Se implementó una máscara tanto al subsistema ‘Sistema No Lineal’ como al ‘Sistema Lineal’, los parámetros implementados y la interfaz que se utiliza respectivamente para ingresar los datos se pueden ver en las figuras (5) y (6).

	Parameters	ParameterGroupVar
#1	Coefficiente de Traspaso	K
#2	Área Basal	A
#3	Altura inicial 1	h10
#4	Altura inicial 2	h20

(a) Parámetros máscara

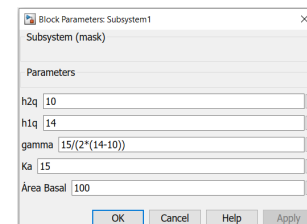


(b) Interfaz máscara

Figura 5: Máscara aplicada al Sistema No Lineal en SIMULINK

	Parameters	ParameterGroupVar
#1	h2q	h2q
#2	h1q	h1q
#3	gamma	gamma
#4	Ka	K
#5	Área Basal	A

(a) Parámetros máscara



(b) Interfaz máscara

Figura 6: Máscara aplicada al Sistema Lineal en SIMULINK

**Comparación** Se implementa el sistema que se observa en la figura (7) siguiendo el esquema sugerido. Se ingresan las señales de entrada con dos bloques *Sine Wave* y *Transport Delay*.

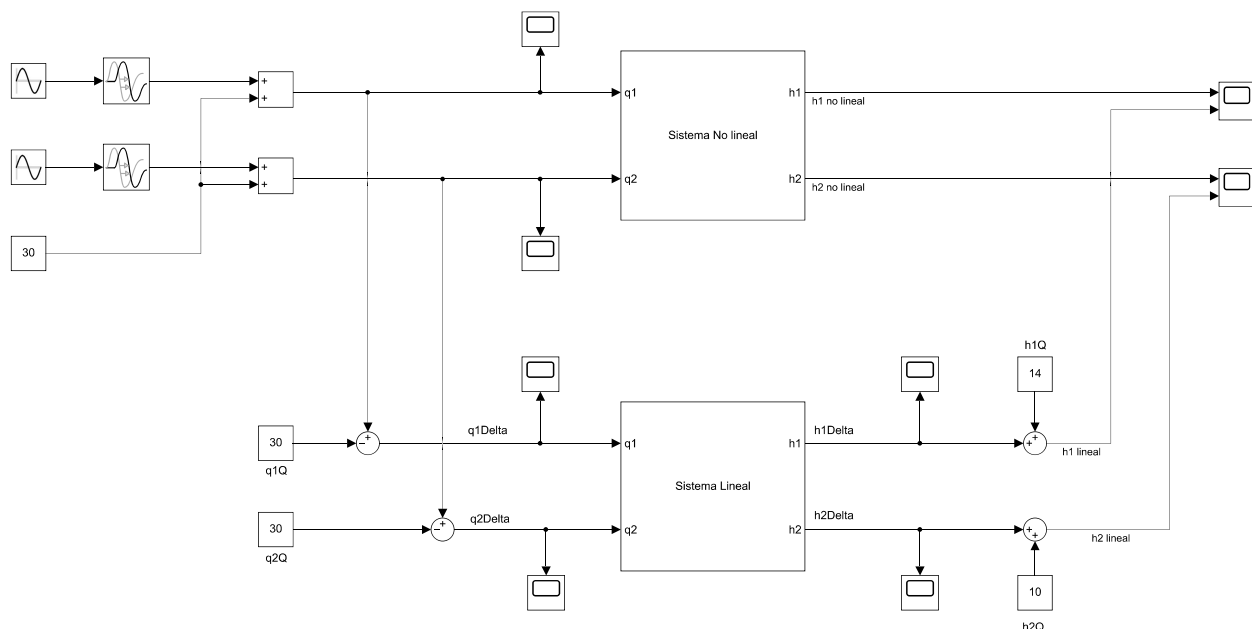


Figura 7: Comparación Sistema No Lineal y Lineal

Se presentan entonces los resultados obtenidos para cada caso en el Sistema No Lineal (en rojo) y el Lineal (Azul) para las salidas  $h_1$  y  $h_2$ , cada vez se simuló en 100 segundos para poder observar las diferencias entre las salidas de los modelos. Cabe mencionar que en el cuarto caso se puede observar una saturación, por lo que se simuló nuevamente pero en 300 segundos, obteniendo los gráficos de la figura (13). Alrededor del segundo 200 el Sistema No Lineal se satura, el Lineal no tiene este comportamiento por la naturaleza del modelo mismo.

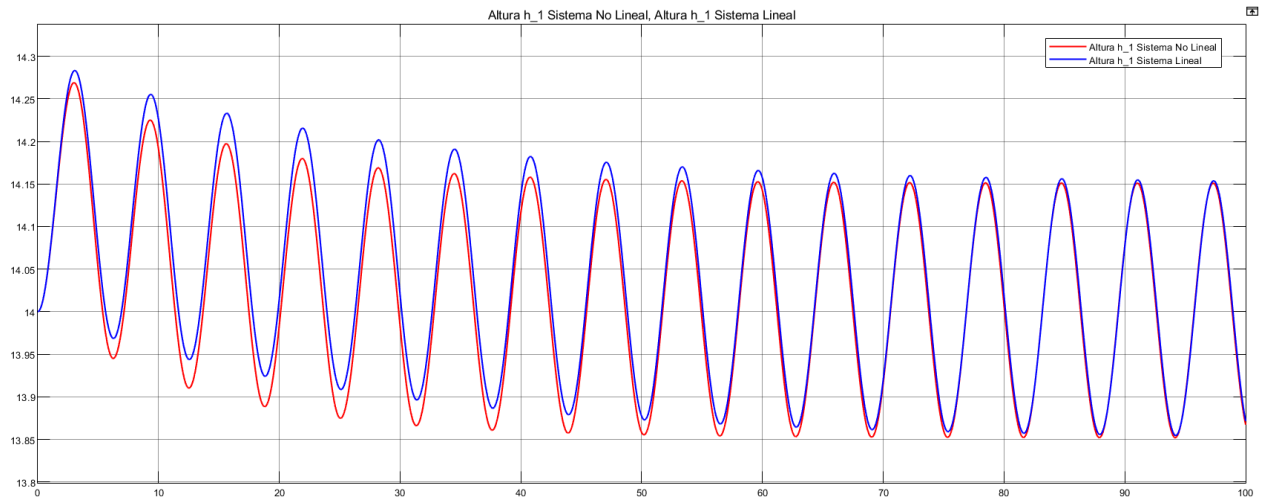


Figura 8: Salida caso i) Altura  $h_1$

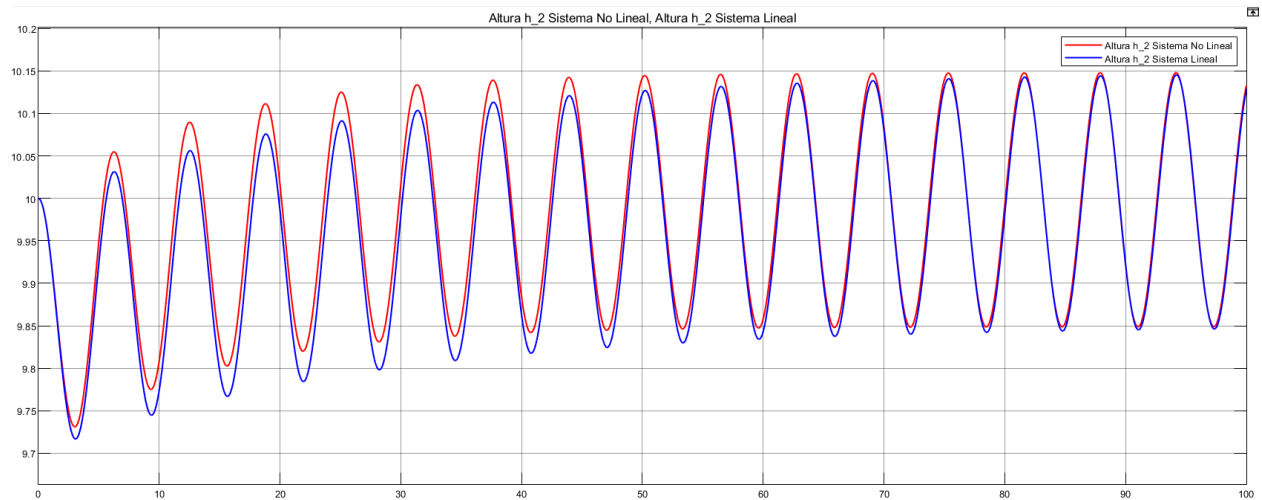


Figura 9: Salida caso i) Altura  $h_2$



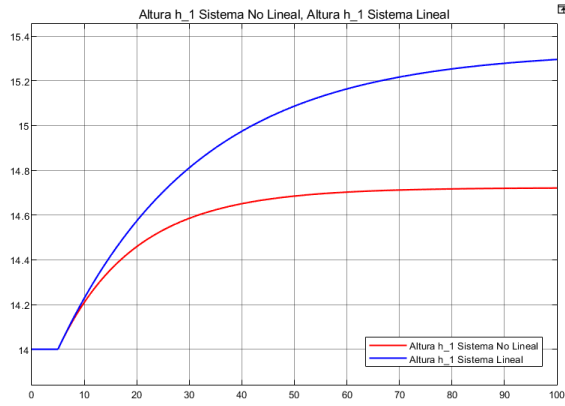
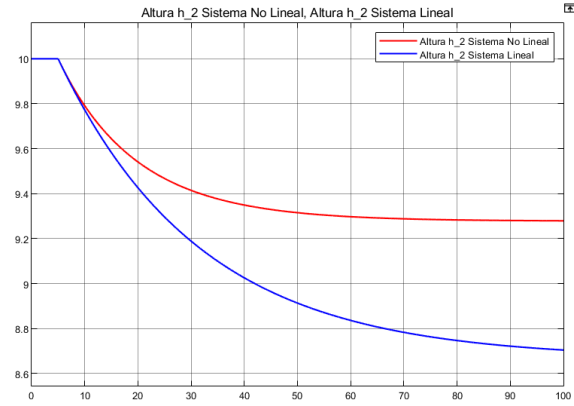
(a) Altura  $h_1$ (b) Altura  $h_2$ 

Figura 10: Salidas caso ii)

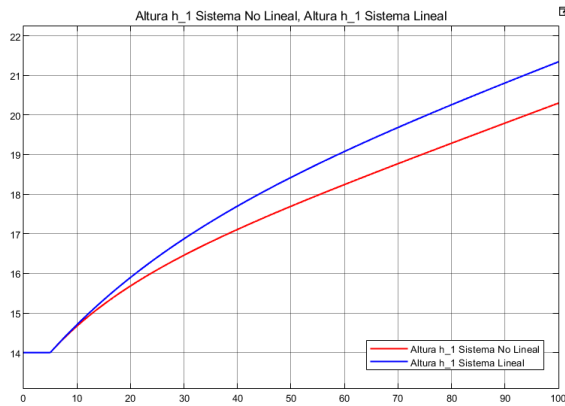
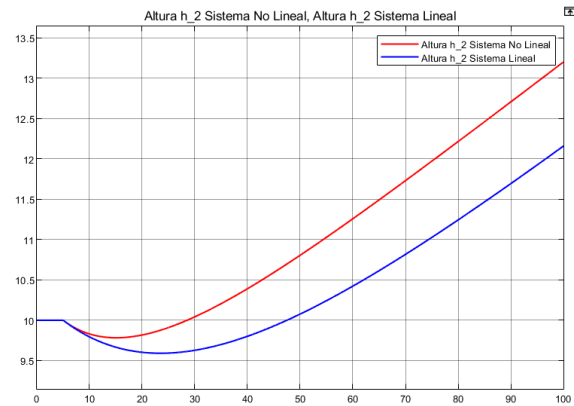
(a) Altura  $h_1$ (b) Altura  $h_2$ 

Figura 11: Salidas caso iii)

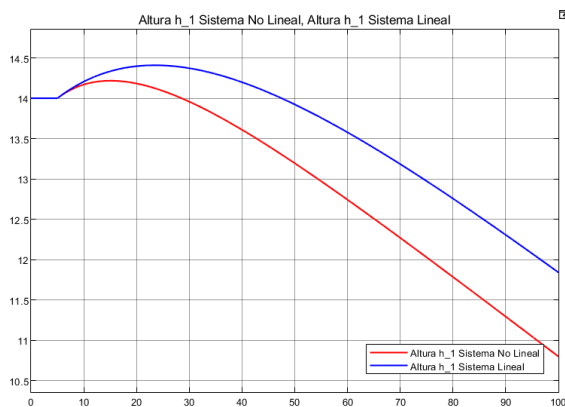
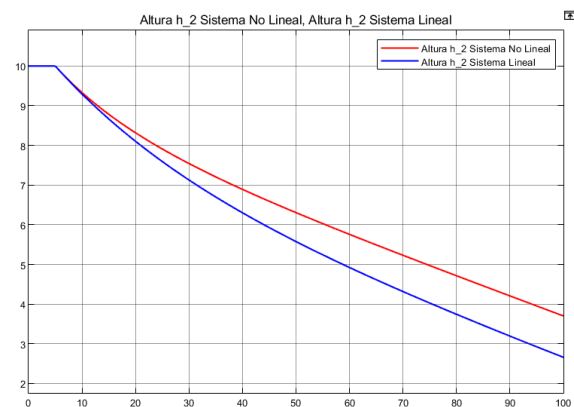
(a) Altura  $h_1$ (b) Altura  $h_2$ 

Figura 12: Salidas caso iv)

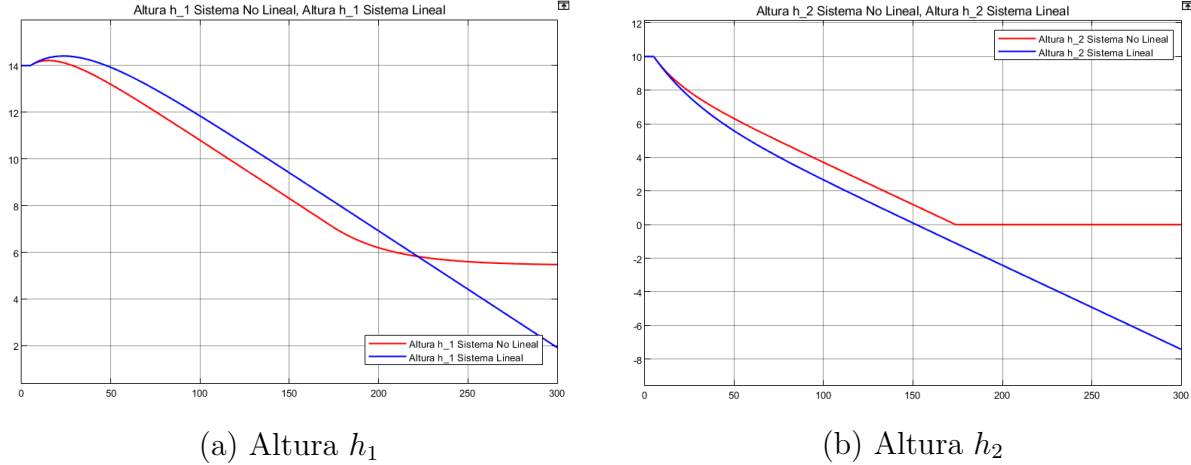


Figura 13: Caso iv) con 300 segundos de simulación, se observa saturación

### Comentarios

Notar que se implementa una simulación del sistema físico, del cual no se tiene acceso a sus datos, sino que se debe obtener la información mediante sensores, además se asume que se está trabajando en centímetros como unidad de longitud.

En el caso (i) se observa que la salida tanto del modelo lineal como del no lineal corresponde a una sinusoidal al igual que su entrada, en ambos estanques se comienza a oscilar desde su condición inicial pero en contrafase hasta llegar ambos a un estado estacionario sinusoidal con offset igual a la condición inicial respectiva (figuras 8 y 9). La amplitud de la sinusoidal de esta respuesta es baja por lo que se vería un sistema con una oscilación de  $\pm 0,15$  [cm] por lo que los estanques no cambiarían significativamente de altura. La diferencia entre ambas salidas es muy pequeña en el transiente y despreciable una vez alcanzado el estado estacionario a los 90 [s] aproximadamente.

Luego, se observa que el caso (ii) los modelos reaccionan de forma similar con la esperada respuesta escalón, el primer estanque aumenta de altura y el segundo disminuye (figura 10). La diferencia se encuentra en el valor alcanzado en el estado estacionario. Para el modelo lineal el primer estanque aumenta en 1,3 [cm] y el segundo disminuye en la misma cantidad, mientras que para el modelo no lineal este cambio es de  $\pm 0,7$  [cm]. En este caso si bien la diferencia es visible ambos modelos muestran un comportamiento similar con una diferencia manejable, es decir, si el primer estanque tiene una condición inicial  $h_1$  y el estanque en sí tiene una altura mayor no sería un problema utilizar el modelo linealizado para entradas de este estilo en el que el caudal de salida es igual al de entrada.

Para el caso (iii), donde el caudal de entrada es mayor que el de salida, ambos sistemas predicen la misma reacción en la que se tiene que ambas alturas incrementan en el tiempo (figura 11), lo cual físicamente no tiene sentido, ya que debe haber una altura máxima, en otras palabras, el estanque se rebalsaría y en ambos modelos se esperaría observar una saturación en esta altura  $h_{max}$ . Por lo anterior, la simulación es válida entre 0 y la altura máxima de los estanques. La diferencia observable entre los modelos es mínima dentro del tiempo de simulación de 100 [s].

Finalmente para el caso (iv), el caudal de salida es mayor que el de entrada, por lo que al salir más de lo que entra, eventualmente se llegará a una altura estacionario en el primer estanque y que el segundo se vacíe (figura 12). El modelo no lineal incluye la saturación por lo que se observa que el primer estanque alcanza una altura de aproximadamente  $h_1 = 5,5 [cm]$  y el segundo se vacía  $h_2 = 0 [cm]$  tal como se predice teóricamente, sin embargo el modelo lineal por su propia naturaleza muestra que ambos estanques disminuyen constantemente de altura llegando a niveles negativos, lo cuál es imposible físicamente por lo que en este caso el modelo lineal no es útil para predecir el comportamiento de los estanques (figura 13).

## 2.2. Actividad 2: Estimación del coeficiente de traspaso

- a) Construya un modelo de Simulink que represente al sistema de estanques acoplados en base al modelo no lineal, tal como en el punto a) de la Actividad 1, pero ahora considere que la entradas son los voltajes de actuación  $u_1(t)$  y  $u_2(t)$  y las salidas son los voltajes de medición  $v_1(t)$  y  $v_2(t)$ , es decir, se deben incluir los modelos de los sensores y actuadores. Los parámetros  $A$  y  $\kappa$ ,  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $a_2$ ,  $b_2$ ,  $c_1$ ,  $d_1$ ,  $c_2$ ,  $d_2$  y las condiciones iniciales de los niveles  $h_1(0)$  y  $h_2(0)$  deben ser ingresados usando máscara.

Considere los siguientes valores para los parámetros de interés: Sensores  $a_1 = 0,15$ ,  $a_2 = 0,2$ ,  $b_1 = 0,3$ ,  $b_2 = 0,5$ ; Bombas:  $c_1 = 0,3$ ,  $c_2 = 0,4$ ,  $d_1 = 6$ ,  $d_2 = 20$ ; Estanques acoplados:  $\kappa = 15$ ,  $A = 100$ ; Condiciones iniciales  $h_1(0) > h_2(0)$  (diferencia inicial de altura a escoger).

- b) Simule el experimento de igualación de nivel descrito en la guía. Para ello primero estime las alturas en los estanques  $h_1(t)$  y  $h_2(t)$  a partir de las mediciones ruidosas de los voltajes en los sensores de nivel:

$$v_1^{\text{med}}(t) = v_1(t) + \epsilon_1(t) \quad (6)$$

$$v_1(t) = a_1 h_1(t) + b_1 \quad (7)$$

$$v_2^{\text{med}}(t) = v_2(t) + \epsilon_2(t) \quad (8)$$

$$v_2(t) = a_2 h_2(t) + b_2 \quad (9)$$

donde  $\epsilon_1(t)$ ,  $\epsilon_2(t)$  son ruidos blanco Gaussianos de media cero y varianza pequeña (por ejemplo  $10^{-6}$ ).

- c) Calcule  $\sqrt{z(t)}$ , donde  $z(t) = h_1(t)h_2(t)$  asumiendo que  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $a_2$ ,  $b_2$  son conocidos. Utilice el algoritmo de mínimos cuadrados para estimar la pendiente  $\kappa/A$ . Note que dado que las mediciones son ruidosas es posible que  $z(t)$  sea menor que cero en algún intervalo de tiempo (seleccione sólo el intervalo de tiempo donde  $z(t) > 0$ ). Considerando que el valor del área  $A = 100$  es conocido, finalmente estime el valor de  $\kappa$ .

### 2.2.1. Solución

#### Construcción del modelo no lineal con sensores y actuadores

Para obtener los valores de  $v_1$  y  $v_2$  se analizan las ecuaciones de los sensores de nivel (10) y (11), por las que se necesita calcular la altura tal como en la actividad 1. Para esto se ocupan las ecuaciones que modelan el comportamiento de las bombas (12) y (13) que entregan el valor del caudal  $q_1$  y  $q_2$  que se ingresarían al modelo no lineal ya visto en la actividad 1 (figura 3).

$$v_1(t) = a_1 h_1(t) + b_1 \quad (10)$$

$$v_2(t) = a_2 h_2(t) + b_2 \quad (11)$$

$$q_1(t) = c_1 u_1(t) + d_1 u_1^2(t) \quad (12)$$

$$q_2(t) = c_2 u_2(t) + d_2 u_2^2(t) \quad (13)$$

Después de haber implementado máscara al subsistema (figura 14), el modelo en simulink es del de la figura (15).

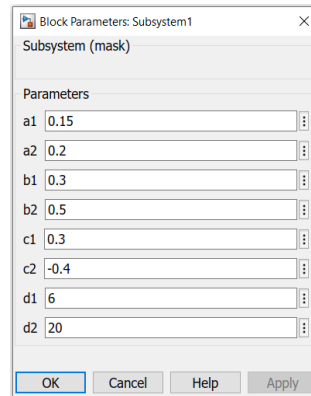


Figura 14: Interfaz máscara Sistema No Lineal con constantes de los sensores y actuadores

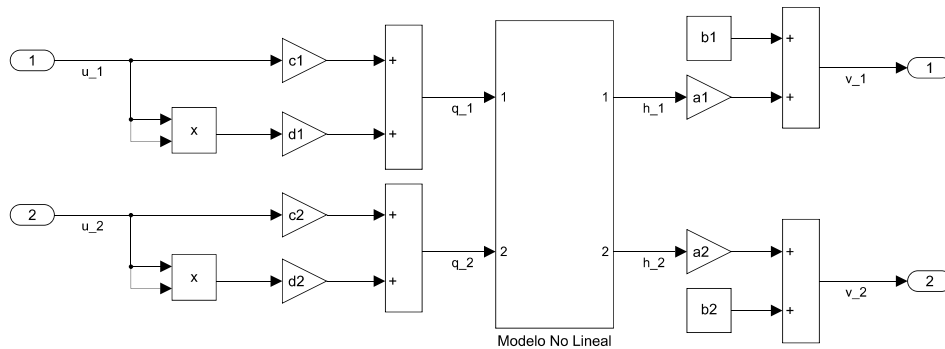


Figura 15: Subsistema con entradas  $u_1$ ,  $u_2$  y salidas  $v_1$  y  $v_2$

### Estimación de alturas

Basado en el modelo construido en la Actividad 1 y siguiendo las ecuaciones (6) y (8) se crea el diagrama que se observa en la figura (16). Se toma como referencia alturas iniciales  $h_1(0) = 20$  y  $h_2(0) = 10$ .

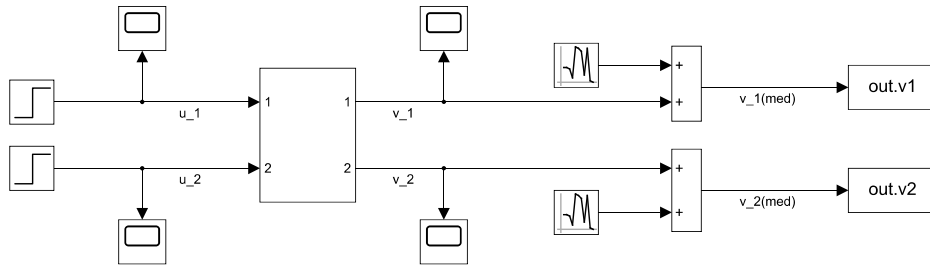


Figura 16: Modelo no lineal con voltajes de actuación y medición

Se pueden obtener las alturas estimadas siguiendo la ecuación (14), donde se conocen los valores de  $b_i$ ,  $a_i$  y se extrajeron los datos medidos  $v_i^{med}$ .

$$h_i^{est} = \frac{v_i^{med} - b_i}{a_i} \quad i \in \{1, 2\} \quad (14)$$

Considerando  $h_1 > h_2$ , se utiliza el algoritmo de mínimos cuadrados, para el cual se tomarán las 150 primeras muestras. Notar que se usó la indicación de la varianza del ruido gaussiano como  $10^{-6}$ .

### Cálculo de $\sqrt{h_1 - h_2}$ y estimación de $\kappa$

A continuación se presenta el código utilizado para aplicar el algoritmo :

```

1  %Constantes
2  a1=0.15;
3  a2=0.2;
4  b1=0.3;
5  b2=0.5;
6  h10=20;
7  h20=10;
8
9  out = sim('actividad2');
10
11 v1=out.v1;
12 v2=out.v2;
13 h1=(v1.data-b1)/a1;
14 h2=(v2.data-b2)/a2;
15 Y=sqrt(h1-h2);
16
17 %Metodo de minimos cuadrados usando pinv

```

```

18 phi = [v1.time(1:150) ones(length(v1.time(1:150)),1)];
19 theta = vpa(pinv(phi)*Y(1:150)); % para usar mas decimales
20 kappa_estimado=theta(1)*(-100)
21 raiz_en_cero=theta(2)

```

El cual entrega como salida:

```

kappa_estimado = 14,999904038037767395330490671768
raiz_en_cero = 3,1622905916233117196156854333822    (=  $\sqrt{20-10}$ )

```

Donde se obtiene un error dado por la ecuación 15:

$$Error = \frac{|15 - 14,999904038037767395330490671768|}{15} \cdot 100\% \approx 0,000639746\% \quad (15)$$

Notar que del código se obtiene directamente el valor del coeficiente de traspaso, el cual se obtiene multiplicando la pendiente obtenida aplicando LS por  $-A = -100$ .

Como se puede apreciar, el valor del  $\kappa$  es prácticamente 15, por tanto el método entrega un resultado acertado. Esto puede deberse a que la varianza del ruido es pequeña, si el ruido hubiera sido mayor, se deberían tomar menos puntos (para garantizar que  $h_1 > h_2$ , y el resultado del coeficiente no hubiera sido tan cercano a 15 como en este caso.

Notar, que además se puede obtener gráficamente  $z(t)$ , la cual se puede ver en la figura 17:

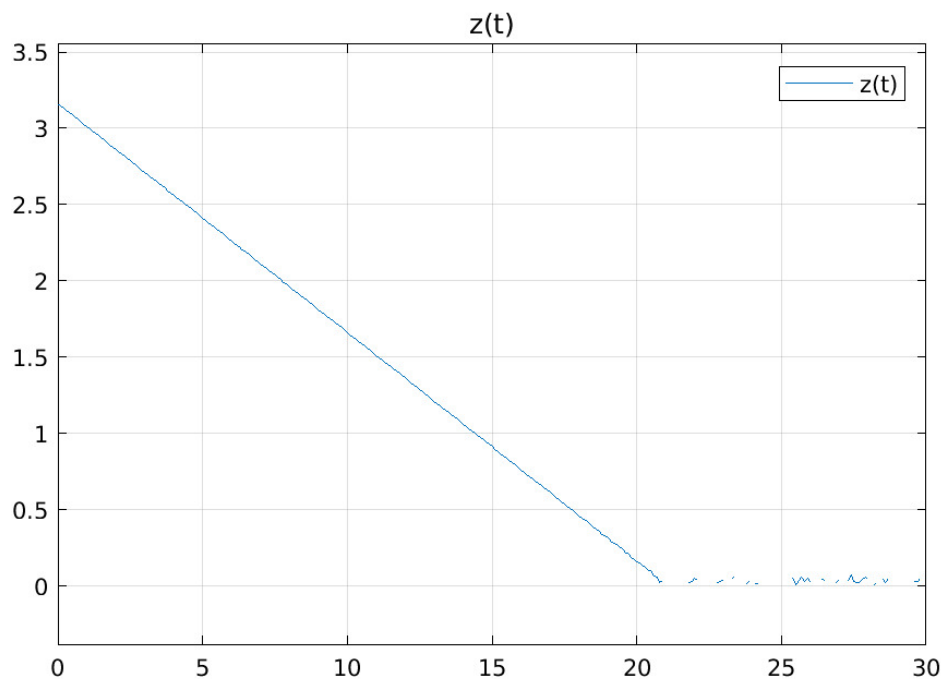


Figura 17:  $z(t)$

### 3. Sesión 2: Levitador Magnético

Para el desarrollo de esta sesión, considere los siguientes parámetros  $\delta_a = \delta_L = 0$ ,  $\delta_m = 10$ ,  $K_a = 3$ ,  $K_L = 20/3$ ,  $K_m = 1$ ,  $g = 1000$ ,  $R = 20$ ,  $L = 0,2$ ,  $m = 0,15$ ,  $k_2 = 1536$  y  $k_1 = 5888$ .

#### 3.1. Actividad 1: Modelo lineal en torno a un punto de equilibrio

- Obtenga el punto de equilibrio del sistema cuando el rotor esta siendo afectado solamente por los imanes permanentes (el electroimán NO está ejerciendo fuerza sobre el rotor)
- Muestre que, para el punto de equilibrio anterior, el modelo lineal del sistema está dado por

$$G(s) = \frac{57500}{(s + 100)(s + 25)(s - 25)}$$

##### 3.1.1. Solución

Se comienza analizando la funciones para el modelo No Lineal

$$L \frac{di_e(t)}{dt} = v_e(t) - Ri_e(t) \quad (16)$$

$$F(t) = k_1 \frac{i_e(t)}{x^2(t)} + k_2 \frac{1}{x^2(t)} \quad (17)$$

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} = mg - F(t) \quad (18)$$

Como el electroimán está apagado entonces  $i_e(t) = 0$ , además  $F = mg$ . Entonces se puede despejar  $x_Q$  y se obtiene:

$$x_Q = \sqrt{\frac{k_2}{mg}} = 3,2$$

Utilizando el modelo lineal descrito en Laplace (IV en guía), y reemplazando  $i_Q = 0$  y  $x_Q = 3,2$  además de los parámetros especificados en la guía de desarrollo se obtiene que:

$$G(s) = \frac{\Delta V_x(s)}{\Delta U(s)} = \frac{K_a K_m k_1}{L m x_Q^2} \frac{1}{(s + \frac{R}{L})(s + \sqrt{\frac{2(k_1 i_{eQ} + k_2)}{m x_Q^3}})(s - \sqrt{\frac{2(k_1 i_{eQ} + k_2)}{m x_Q^3}})}$$

$$G(s) = \frac{57500}{(s + 100)(s + 25)(s - 25)}$$

### 3.2. Actividad 2: Comparación modelo lineal y no lineal

- Considere tiempo de simulación total de 1 segundo, e implemente el método de Euler con  $\Delta = 1e-3$ .
- Implemente en Simulink el modelo no lineal, considerando como salidas las señales  $i_e(t)$ ,  $v_x(t)$ ,  $x(t)$  y  $F(t)$ . Incluya el bloque saturador para  $x$  y configúrelo para que  $0 < x < 10$  que representaría los topes físicos que tendría el movimiento del rotor. Como condición inicial, debe usar el punto de operación calculado en la actividad 1.
- Implemente en Simulink el modelo lineal del sistema. Use las expresiones de la segunda actividad del trabajo previo para ello. Agregue un bloque para calcular la aproximación lineal de la fuerza usando la información del modelo lineal. Agregue bloques de saturación para  $\Delta x$  y  $\Delta v_x$ . Use límites  $0 - x_Q < \Delta x < 10 - x_Q$  y  $-10 - v_{xQ} < x < 0 - v_{xQ}$ . Note que el modelo lineal no incluye las saturaciones (por eso sigue siendo lineal).
- Simule ambos sistemas a entrada  $u(t) = 0$ . Verifique que en dicho escenario las señales de ambos sistemas no varían, y que de hecho se encuentran en el punto de equilibrio calculado anteriormente. ¿Por qué ocurre esto?
- Compare las señales de los sistemas no lineal y lineal ante una entrada  $u(t) = 0,1\mu(t - 0,5)$ . Comente los resultados. Repita lo anterior considerando ahora  $u(t) = -0,1\mu(t - 0,5)$ . Comente los resultados.

#### 3.2.1. Solución

##### Modelo No Lineal

Para construir el sistema No Lineal se analizará por subsistema, siguiendo el esquema entregado en la guía, para obtener el diagrama de bloques.

En primer lugar se crea el subsistema del actuador, con entrada  $u(t)$  y salida  $v_e$ , considerando el modelo  $v_e(t) = -K_a u(t) + \delta_a$ , que se observa en la figura (18).

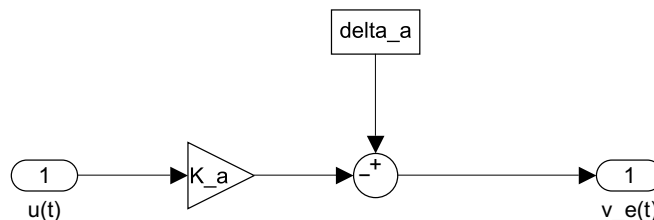


Figura 18: Modelo no lineal del actuador implementado en SIMULINK

Para el subsistema siguiente, que corresponde al circuito eléctrico con entrada  $v_e$  y salida  $i_e$ , se sigue la ecuación (16), despejando se obtiene la expresión (19). El subsistema, implementado, se ve como muestra la figura (19).



$$\frac{di_e(t)}{dt} = \frac{V_e(t)}{L} - \frac{R}{L}i_e(t) \quad (19)$$

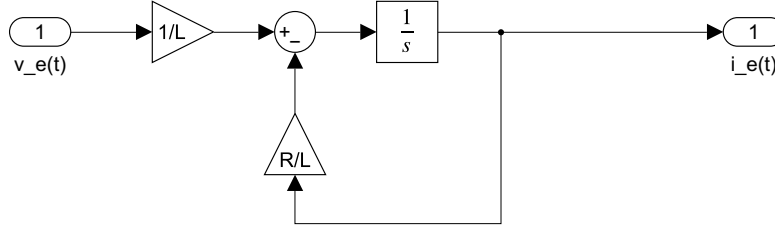


Figura 19: Modelo No Lineal del electroimán implementado en SIMULINK

Para el subsistema siguiente, que corresponde al sistema electromecánico con entrada  $i_e$  y salidas  $x$  y  $F$ , se sigue la ecuación (16), despejando la derivada en (18) e integrando dos veces para obtener  $x$  e ingresarlo en (17). En estos bloques de integración se señala la condición inicial  $v(0) = 0$  y  $x(0) = 3,2$

El subsistema, implementado, se ve como muestra la figura (20).:

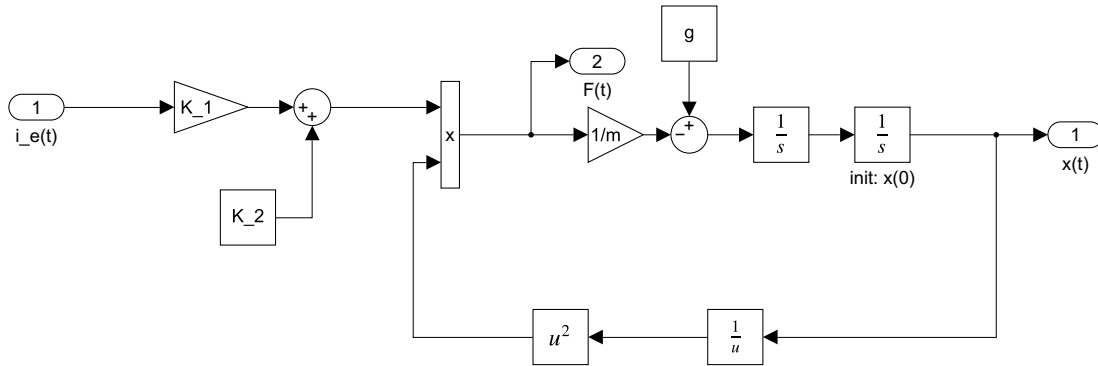


Figura 20: Modelo no lineal del sistema electromecánico implementado en SIMULINK

Finalmente se aplica el bloque de saturación a  $x$  (utilizando el integrador con parámetro de saturación) y se crea el último subsistema de sensores, con entradas  $i_e$  y  $x$  y salidas  $v_x$  y  $v_{ie}$  siguiendo el sistema modelado por la ecuaciones:

$$v_x(t) = K_m x(t) - \delta_m \quad (20)$$

$$v_{ie}(t) = K_L i_e(t) + \delta_L \quad (21)$$

Este subsistema, implementado, se ve así:

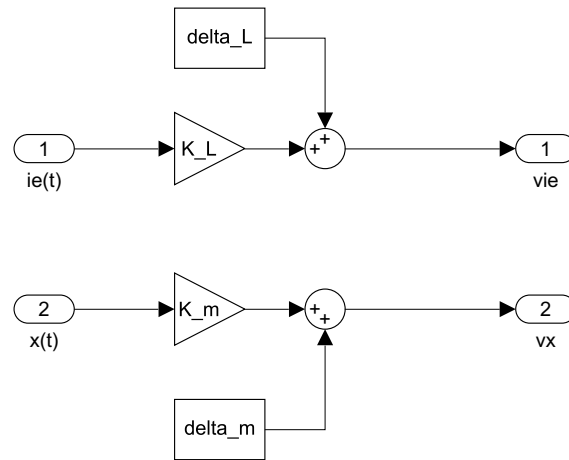


Figura 21: Modelo no lineal de los sensores implementado en SIMULINK

Finalmente, todos los subsistemas en conjunto crean el esquema detallado en la figura (fig: 22).

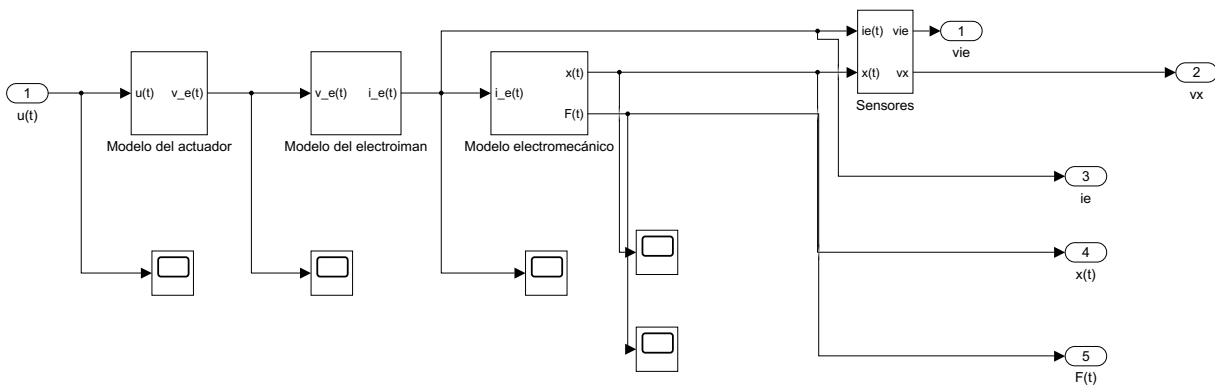


Figura 22: Sistema no lineal implementado en SIMULINK

### Modelo Lineal

Para el modelo lineal, se utilizó la linealización obtenida a partir del trabajo previo y se modeló como muestra la figura (fig: 23)

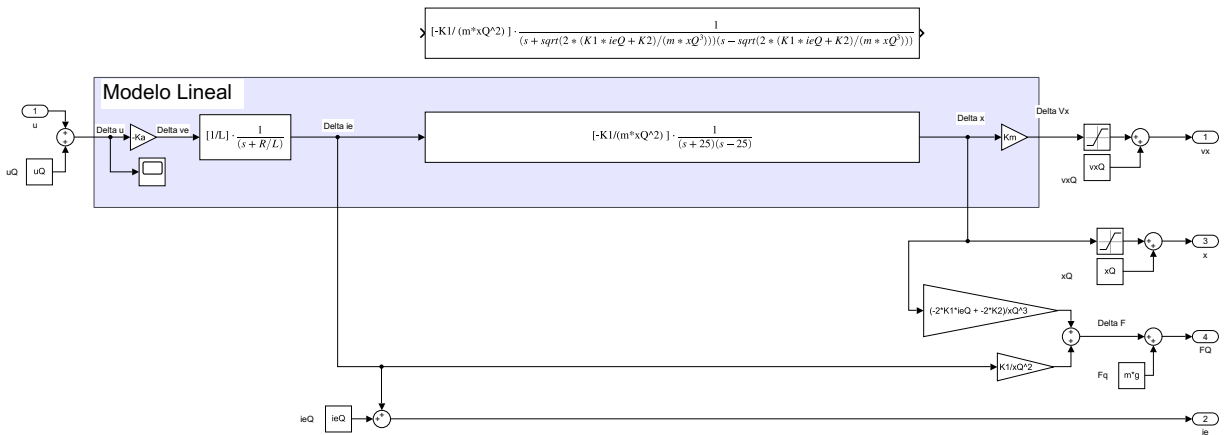


Figura 23: Modelo lineal del sistema, implementado en SIMULINK

Ya que la obtención de las ecuaciones lineales se hace en el trabajo previo, se considera innecesario explicar nuevamente cada bloque. Adicionalmente, cabe recalcar que el Bloque se usa de forma completa como "modelo lineal", aunque el modelo como tal solo es el delimitado por el area morada en la figura (fig: 23). El resto del bloque da la forma de obtener las salidas tal que sean compatibles con el resto del sistema (utilizando el punto de operación) y la aplicación de bloques de saturación para cumplir con los requerimientos.

La máscara utilizada para hacer la simulación tiene los valores que muestra la figura (fig: 24)

Block Parameters: Modelo Lineal	
Subsystem (mask)	
<b>Parameters</b>	
Ka	3
Km	1
K1	5888
K2	1536
R	20
L	0.2
<b>Punto de operación:</b>	
uQ	0
xQ	3.2
vxQ	3.2
ieQ	0
<b>Saturación:</b>	
(vx_sat_sup - vxQ)	0-3.2
(vx_sat_inf - vxQ)	-10-3.2
(x_sat_sup - xQ)	10-3.2
(x_sat_inf - xQ)	-3.2
<b>Otros</b>	
m	0.15
g	1000

Figura 24: Mascara del modelo lineal

### Comparación de modelos bajo distintas entradas

Para hacer comparaciones, ambos modelos se conectan en el mismo esquema a la misma entrada y se conectan scopes compartidos a sus salidas. Este esquema puede verse en la figura (fig: 25)

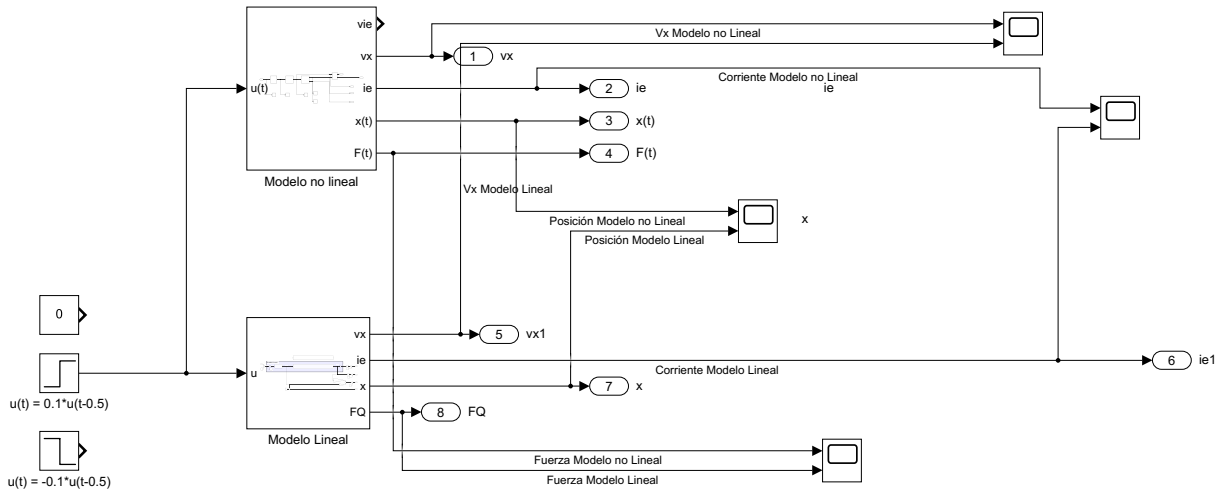
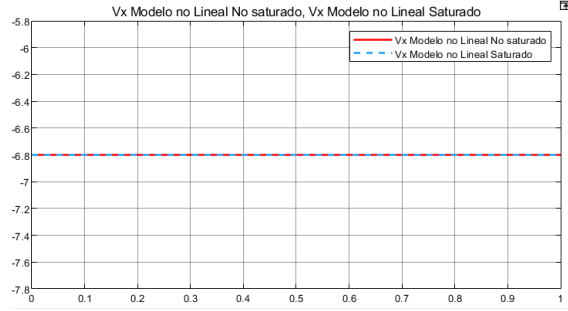
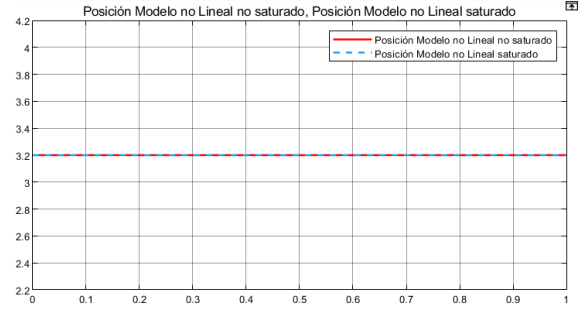
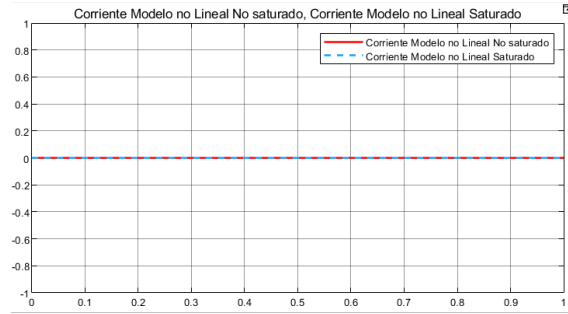
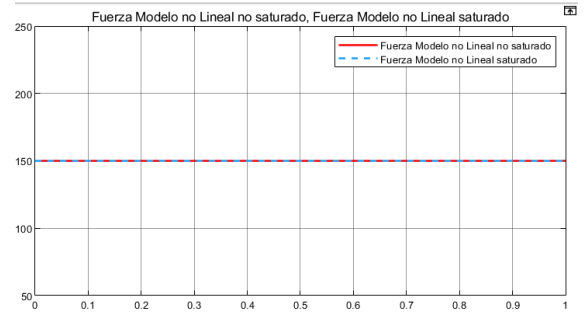


Figura 25: Esquema con ambos modelos

Para cambiar entre una entrada y otra se desconecta y conecta el bloque correspondiente abajo a la izquierda.

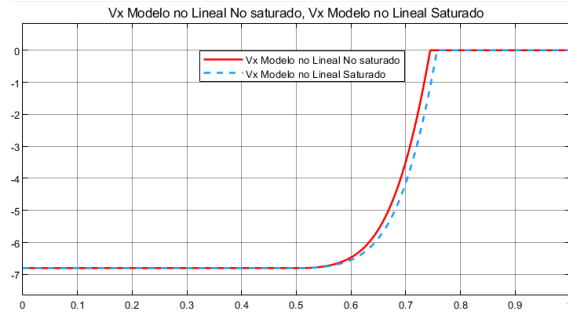
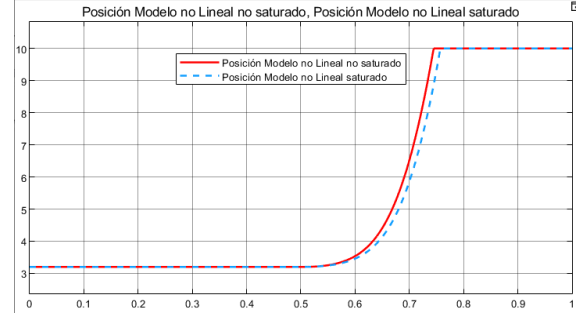
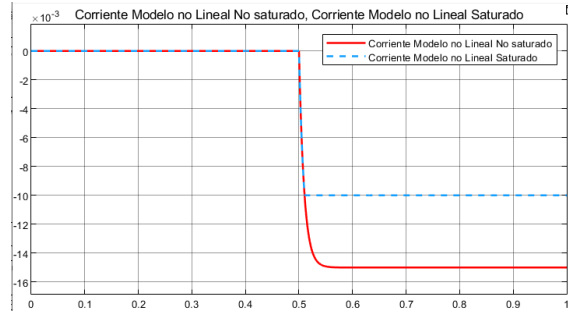
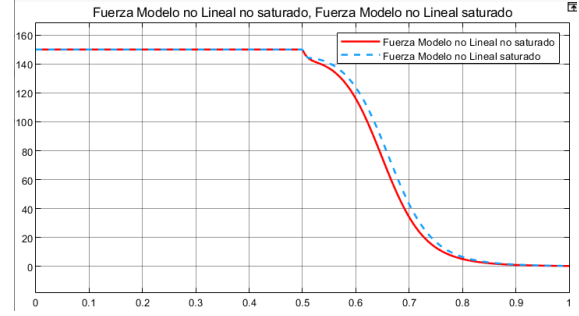
Para la entrada  $u(t) = 0$ , se observan las salidas que muestran los gráficos de las figuras para  $vx(t)$  (fig: 26) ,  $x(t)$  (fig: 28) ,  $ie(t)$ (fig: 27) ,  $F(t)$ (fig: 29) .

Figura 26: gráfico:  $v_x(t)$  con  $u(t) = 0$ Figura 28: gráfico:  $x(t)$   $u(t) = 0$ Figura 27: gráfico:  $I_e(t)$   $u(t) = 0$ Figura 29: gráfico:  $F(t)$   $u(t) = 0$ 

Respecto a estas comparaciones se pueden hacer las siguientes observaciones:

- Se observa que todos los gráficos son constantes e iguales y se encuentran en su punto de equilibrio, sumando que no hay perturbaciones(suposición  $u(t)=0$ )

Para la entrada  $u(t) = 0,1\mu(t - 0,5)$ , se observan las salidas que muestran los gráficos de las figuras para  $v_x(t)$  (fig: 30) ,  $x(t)$  (fig: 32) ,  $i_e(t)$  (fig: 31) ,  $F(t)$ (fig: 33) .

Figura 30:  $v_x(t)$  con  $u(t) = 0,1\mu(t - 0,5)$ Figura 32:  $x(t)$  con  $u(t) = 0,1\mu(t - 0,5)$ Figura 31:  $I_e(t)$  con  $u(t) = 0,1\mu(t - 0,5)$ Figura 33:  $F(t)$  con  $u(t) = 0,1\mu(t - 0,5)$ 

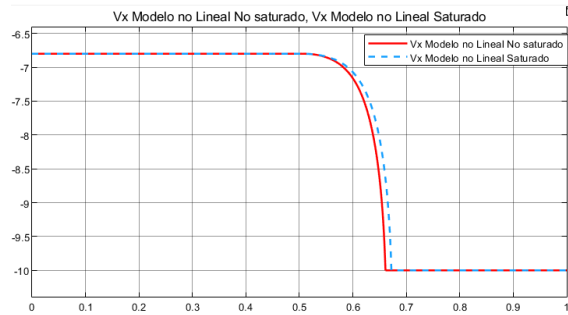
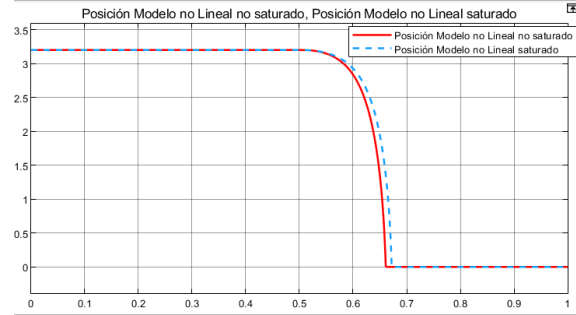
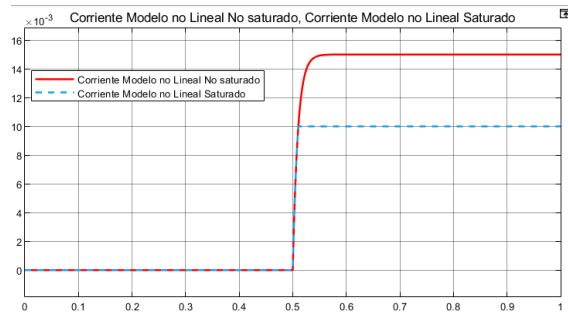
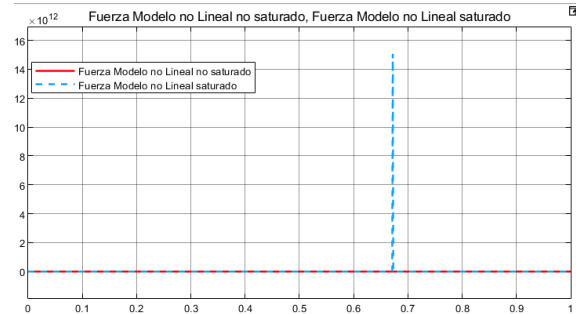
Respecto a estas comparaciones se pueden hacer las siguientes observaciones:

- El objeto se cae y es correctamente modelado por el sistema lineal
- además cuando está en la posición máxima (es decir caído y en  $x=10$  debido a la posición inicial propuesta), el voltaje pasa a ser 0
- El modelo no lineal, al trabajar directamente con las variables, cuando el objeto esté en el piso, no ejercerá mas fuerza, mientras que en el modelo lineal no toma en consideración una altura máxima o mínima (saturación de  $x(t)$ ).
- La corriente es modelada correctamente, siendo esta igual.

Para la entrada  $u(t) = -0,1\mu(t - 0,5)$ , se observan las salidas que muestran los gráficos de las figuras para  $v_x(t)$  (fig: 34),  $x(t)$  (fig: 36),  $i_e(t)$  (fig: 35),  $F(t)$  (fig: 37).

Respecto a estas comparaciones se pueden hacer las siguientes observaciones:

- El objeto desde el punto de equilibrio se va al techo
- Cuando el objeto esta en su posición más alta, el voltaje queda en -10.
- La fuerza solo se ve presente en el modelo no lineal en forma de un pulso de orden  $10e5$ , y es cuando el objeto se va hacia el techo.
- La corriente es la misma en ambos modelos

Figura 34:  $v_x(t)$  con  $u(t) = -0,1\mu(t-0,5)$ Figura 36:  $x(t)$  con  $u(t) = -0,1\mu(t-0,5)$ Figura 35:  $I_e(t)$  con  $u(t) = -0,1\mu(t-0,5)$ Figura 37:  $F(t)$  con  $u(t) = -0,1\mu(t-0,5)$ 

### 3.3. Actividad 3

- Implemente en Simulink el modelo no lineal tal como en la actividad 1 pero ahora considerando que la corriente  $i_e(t)$  esta saturada tal que  $-0,01 < i_e(t) < 0,01$  (suponga que el electroimán no puede operar fuera de cierto rango por motivos de seguridad o por que el suministro de energía no es capaz de proveer corriente fuera de ese rango). La saturación debe incorporarla utilizando el bloque integrador.
- Implemente ahora en Simulink el modelo lineal de la actividad anterior, pero agregando saturación en  $\Delta i_e(t)$  tal que  $-0,01 - i_{eQ} < \Delta i_e(t) < 0,01 - i_{eQ}$ . Para incorporar esa saturación usted no podrá usar el bloque transfer function, ni el bloque zero-pole, si no que deberá implementar que la entrada corresponde a  $\Delta v_e(t)$  y cuya salida es  $\Delta i_e(t)$ . Note que al incorporar la saturación, el modelo lineal se transforma en un modelo no lineal.
- Simule ambos sistemas a entrada  $u(t) = 0$ . Verifique que en dicho escenario las señales de ambos sistemas no varían.
- Compare las señales de los dos sistemas ante una entrada  $u(t) = 0,1\mu(t-0,5)$ . Comente los resultados. Repita lo anterior considerando ahora  $u(t) = -0,1\mu(t-0,5)$ . Comente los resultados
- Compárelos los resultados obtenidos en la actividad 3.d con los obtenidos en el punto 2.e de la actividad anterior.

### 3.3.1. Solución

Se hace una copia del sistema completo actual (fig: 25, donde el único cambio es la implementación de los bloques de saturación donde son necesarios. Por lo tanto, no tiene sentido volver a mostrar las piezas individuales. Los cambios son mostrados en las figuras (fig: (38)) y (fig: (39)).

En ambos casos, el cambio solo ocurre en el subsistema que modela el circuito eléctrico. En el sistema no lineal, se cambia el integrador por un integrador saturado. En el sistema lineal, se cambia la función de transferencia que modela el circuito eléctrico por un bloque con igual comportamiento al sugerido por la guía (que viene a ser una copia del circuito eléctrico descrito en la figura (39)) ).

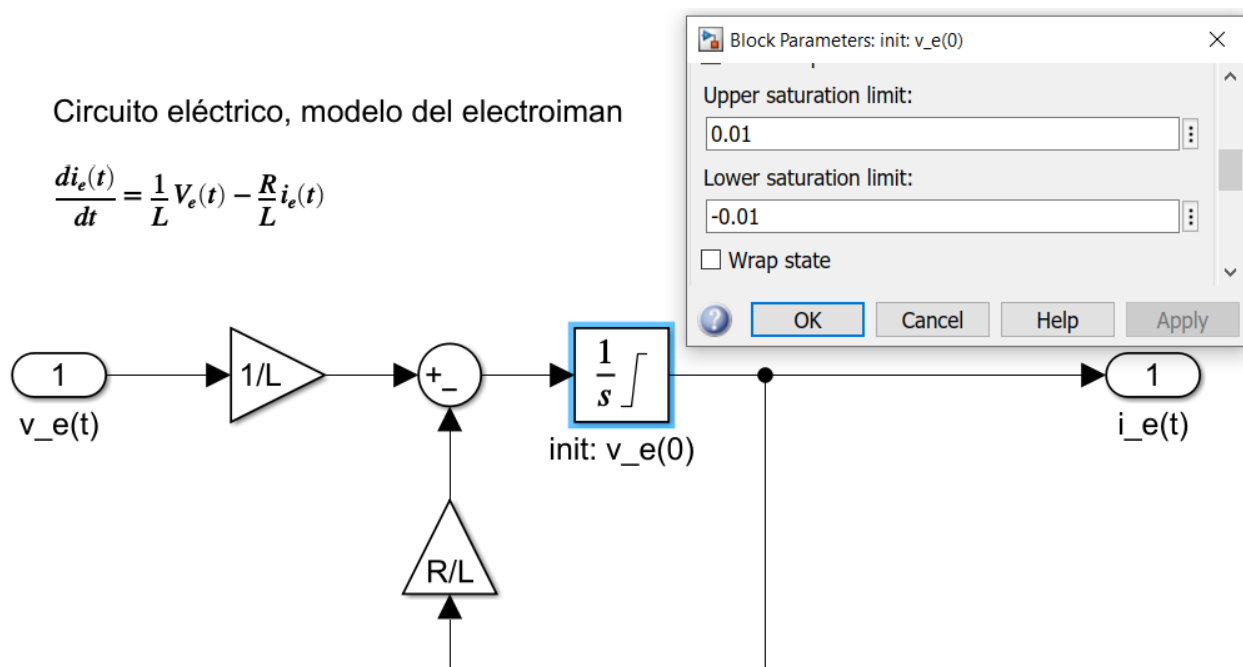


Figura 38: Saturador en el modelo no lineal



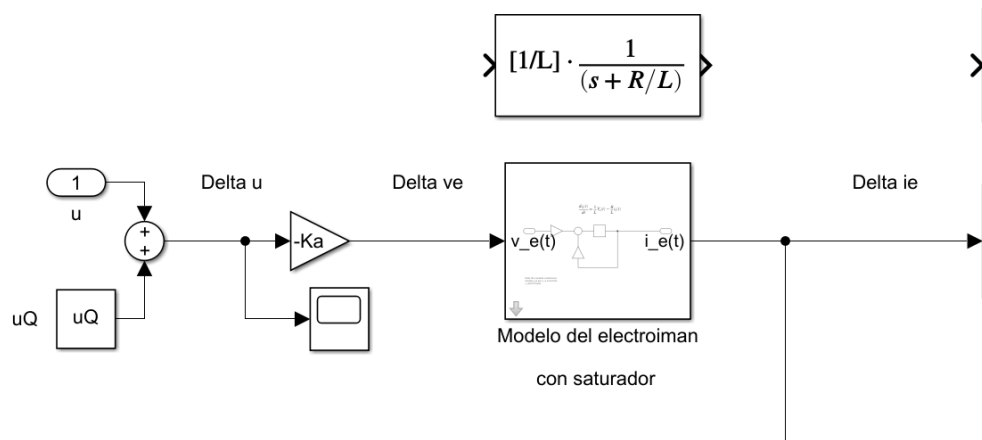


Figura 39: Saturador en el modelo lineal

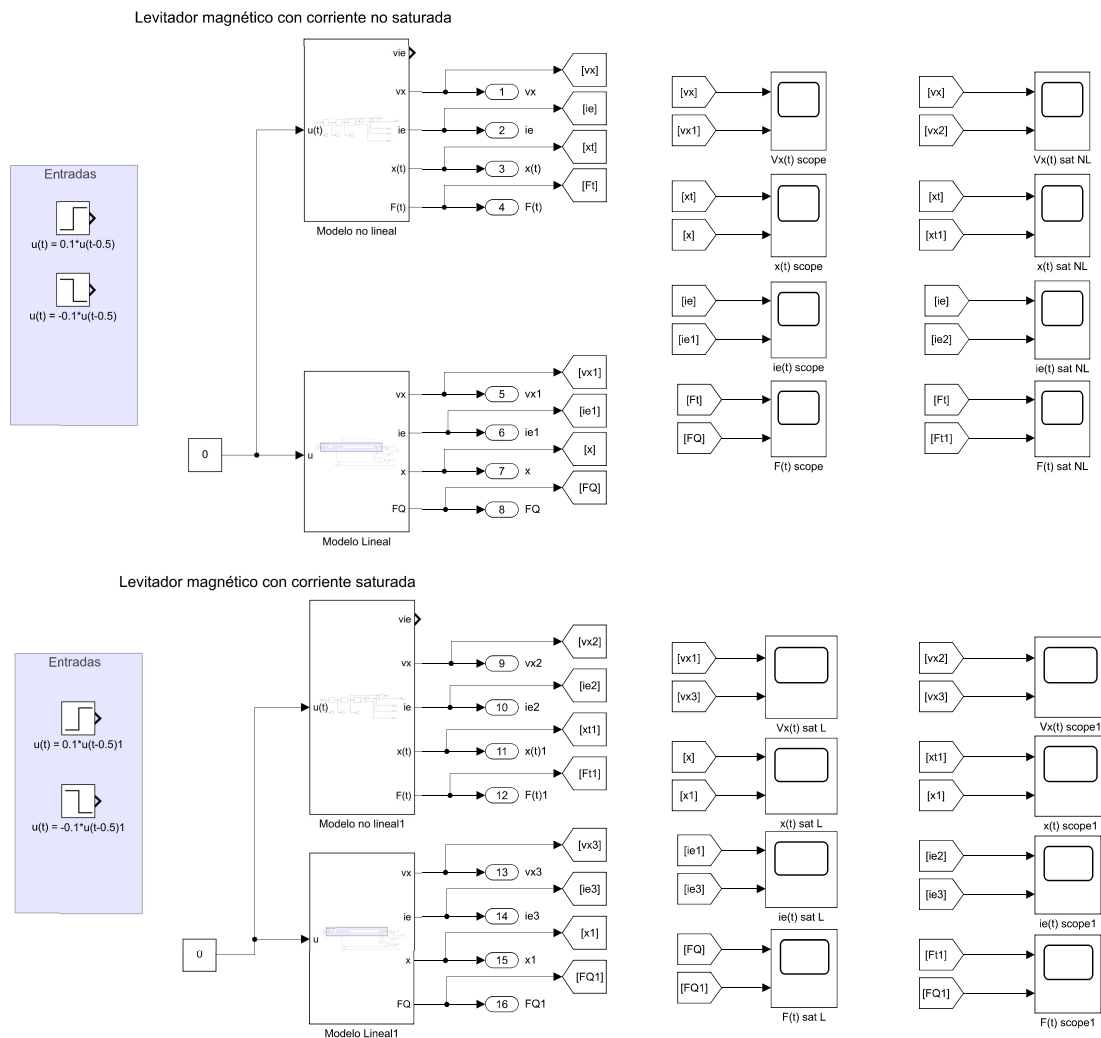


Figura 40: Modelo completo incluyendo las 4 variaciones del levitador magnético.

Finalmente, se hacen cambios estéticos para mantener orden y se ubican los 4 sistemas (lineal y no lineal, saturado y no saturado), en el esquema descrito en la figura (40), con el fin de hacer las comparaciones y contrastes de forma directa.

Las imagenes de los scopes para las salidas de las variables para los modelos saturados están disponibles en las siguientes figuras, ordenadas por su entrada correspondiente:

Entrada  $u(t) = 0$ : figuras (fig: (41)) (fig: (42)) (fig: (43)) (fig: (44)).

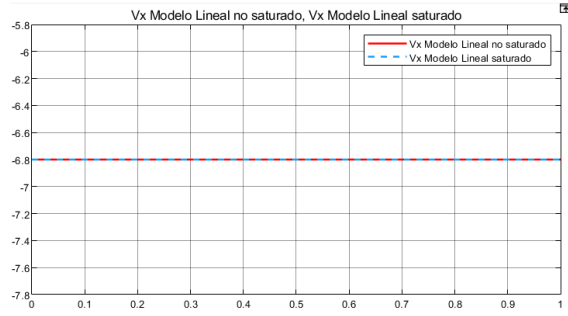


Figura 41:  $v_x(t)$  con  $u(t) = 0$

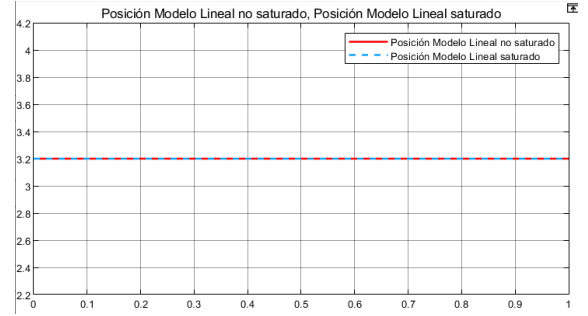


Figura 43:  $x(t)$  con  $u(t) = 0$

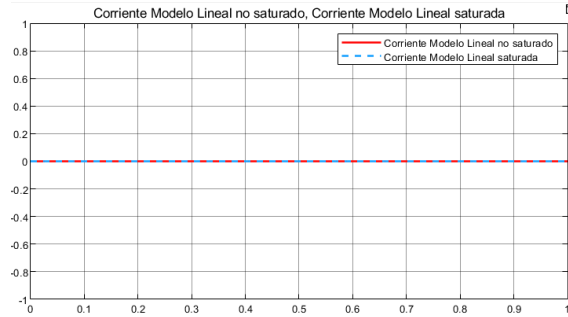


Figura 42:  $I_e(t)$  con  $u(t) = 0$

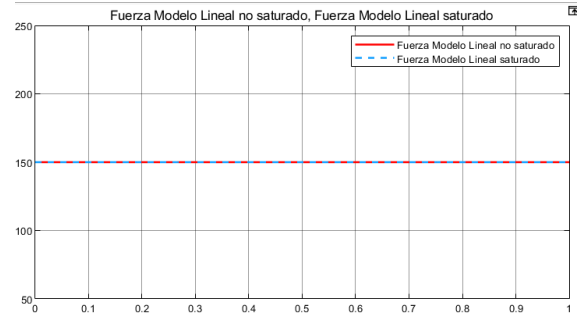
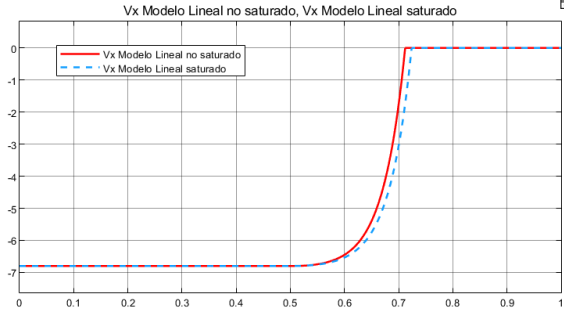
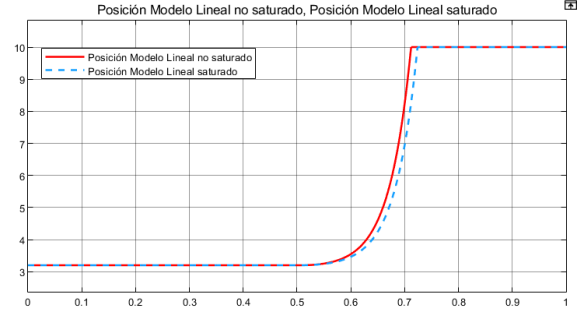
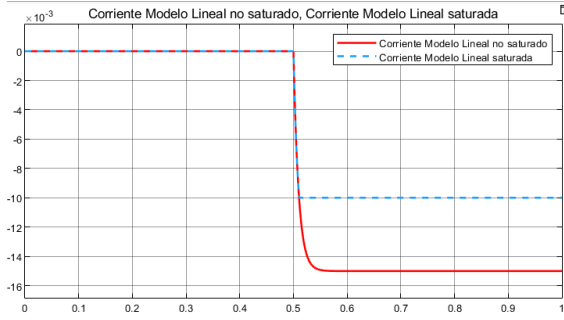
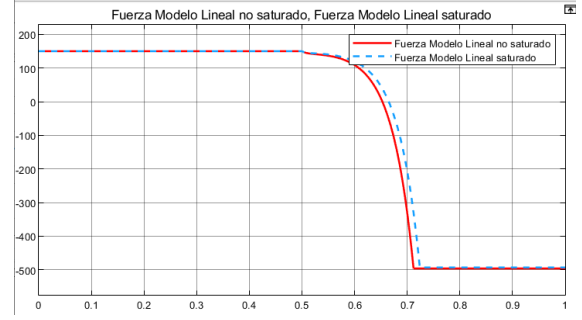
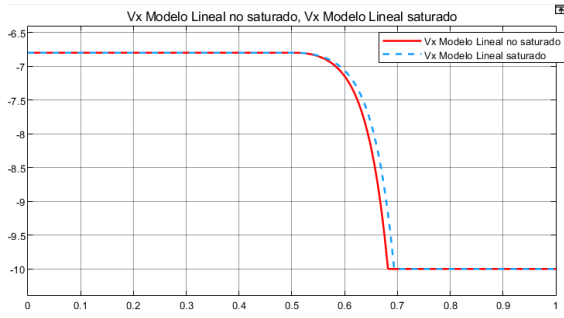
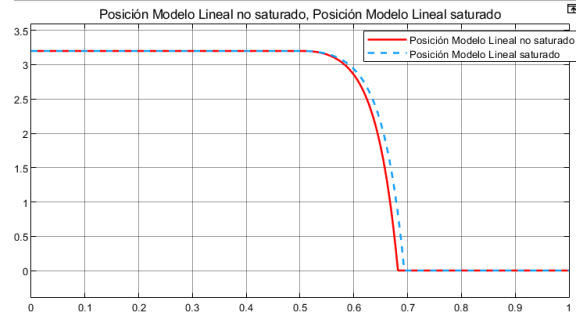
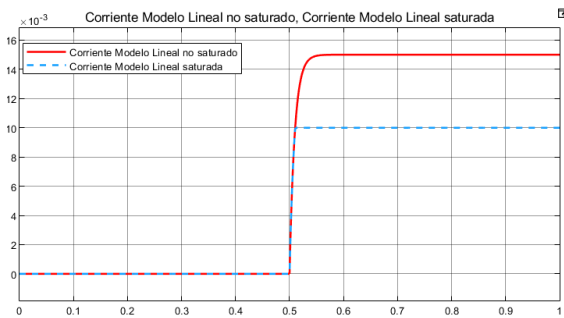
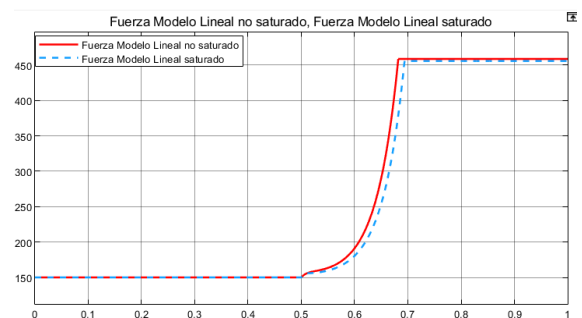


Figura 44:  $F(t)$  con  $u(t) = 0$

Entrada  $u(t) = 0,1\mu(t - 0,5)$ : figuras (fig: (45)) (fig: (46)) (fig: (47)) (fig: (48)).

Figura 45:  $v_x(t)$  con  $u(t) = 0,1\mu(t - 0,5)$ Figura 47:  $x(t)$  con  $u(t) = 0,1\mu(t - 0,5)$ Figura 46:  $I_e(t)$  con  $u(t) = 0,1\mu(t - 0,5)$ Figura 48:  $F(t)$  con  $u(t) = 0,1\mu(t - 0,5)$ 

Entrada  $u(t) = -0,1\mu(t - 0,5)$ : figuras (fig: (49)) (fig: (50)) (fig: (51)) (fig: (52)).

Figura 49:  $v_x(t)$  con  $u(t) = -0,1\mu(t - 0,5)$ Figura 51:  $x(t)$  con  $u(t) = -0,1\mu(t - 0,5)$ Figura 50:  $I_e(t)$  con  $u(t) = -0,1\mu(t - 0,5)$ Figura 52:  $F(t)$  con  $u(t) = -0,1\mu(t - 0,5)$

Las imágenes de los scopes para las salidas de los modelos no saturados están ya detalladas en la actividad 2 y no se considera pertinente volver a incluir las 12.

Finalmente, las diferencias principales entre los modelos saturados y los no saturados son las siguientes:

- Que las salidas son bastante similares, exceptuando a la corriente en el caso del saturador, donde la corriente toma un valor constante en  $\pm 10 \text{ mA}$ .
- El modelo lineal y no lineal antes de la saturación es virtualmente el mismo.
- si se efectuara en la vida real, probablemente en el modelo no lineal se quemaría el circuito, ya que siempre hay motivos para la saturación.
- Además se puede notar que el modelo no saturado llega al resultado esperado con un tiempo menor.

## 4. Conclusión

En la sesión de los estanques, se pudo comprobar que el sistema linealizado se comporta similar al modelo no lineal, el cual es más exacto, ya que es el modelo físico real. Además, mediante el uso de sensores se pudo obtener el valor del parámetro de traspaso  $\kappa$ , donde se usó el algoritmo de mínimos cuadrados de forma conveniente.

Por otro lado, en la sesión del levitador magnético, se reforzó la idea de linealización y comparación del sistema linealizado con el no lineal, sin embargo, se agregó un modelo más realista del modelo, ya que incluía saturaciones en el circuito, lo cual hace que el modelo sea más real. Probablemente, para que el modelo sea aún más realista, se puede agregar ruido a las mediciones, sin embargo, las mediciones son bastante certeras y probablemente muy parecidas a las que se obtendrían en laboratorio.

Como conclusión general, se puede rescatar que la modelación, simulación, y próximamente control de sistemas es una competencia muy necesaria y esencial para un ingeniero.