

# Experiencia 6: Reflectometría en el Dominio del Tiempo

Profesor Milan S. Derpich

Laboratorio de Comunicaciones - ELO241. 14 de septiembre de 2018  
Departamento de Electrónica, Universidad Técnica Federico Santa María

## I. INTRODUCCIÓN

Cuando una señal eléctrica (tensión y corriente) se aplica en el extremo de un cable coaxial (o a cualquier par de conductores) de suficiente longitud, es posible apreciar que dicha señal no aparece de manera instantánea en el extremo opuesto. Esto se debe a que las perturbaciones eléctricas en todo medio físico se propagan con velocidad<sup>1</sup> finita  $\nu$ , lo que da lugar a ondas viajeras.

Una consecuencia inmediata de este fenómeno es que si se aplica una tensión en el extremo izquierdo de un cable ( $x = 0$ ) y en su extremo derecho ( $x = \ell$ ) hay conectada una carga  $Z_L$ , habrá un lapso durante el cual la reacción de la carga a dicha tensión no se hace manifiesta en  $x = 0$ . Dicho lapso,  $T$ , es el tiempo que toma a la tensión excitatoria recorrer la distancia  $\ell$  más el tiempo que le toma a la reacción de la carga recorrer la misma distancia de vuelta. Por lo tanto, durante los primeros

$$T \triangleq 2\ell/\nu$$

segundos, la corriente que circulará por el cable en  $x = 0$  será independiente de la carga conectada en  $x = \ell$ .

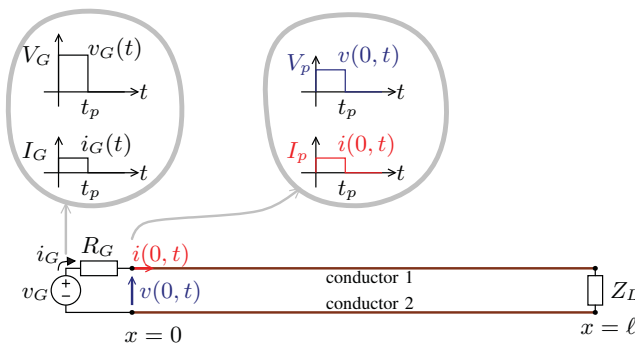


Figura 1. Tensión y corriente en el generador y en el cable ( $x = 0$ ) al introducir un pulso en un cable terminado en una carga  $Z_L$  (para  $t < T$ ).

Esta situación se ilustra en la Fig.1, donde en  $x = 0$  se conecta un generador de tensión  $v_G(t)$  e impedancia interna  $Z_G$  que genera un pulso de amplitud  $V_G$  entre los instantes  $t = 0$  y  $t = t_p$ .

Como la corriente y tensión serán distintas en cada ubicación  $x$ , para describir tensión y corriente sobre cualquier  $x$ , conviene considerarlas como funciones  $v(x, t)$  e  $i(x, t)$ ,

<sup>1</sup>En general, la velocidad de propagación depende de la frecuencia de la señal que se propaga. Sin embargo, en esta experiencia tal dependencia no es significativa.

respectivamente. Así, la tensión aplicada en  $x = 0$  corresponde a  $v(0, t)$  y la corriente que circula en  $x = 0$  es  $i(0, t)$ .

Si en  $x = 0$  la presencia de la carga es irrelevante para  $t \in [0, T)$ , surgen de inmediato las siguientes perturbadoras preguntas:

1. ¿Qué corriente y tensión habrá en  $x = 0$  durante esos  $T$  segundos?
2. ¿Cómo serán la corriente y tensión en  $x = 0$  para  $t > T$ ?

A continuación se presenta un análisis que responde a dichas preguntas y le permitirá dominar los conceptos necesarios para esta experiencia de laboratorio, en la que se le pedirá aplicar pulsos de entrada de un cable coaxial e inferir, a partir de la medición de  $v(0, t)$ , qué carga  $Z_L$  está conectada al otro extremo.

## II. IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA

En esta sección daremos una respuesta a la primera de las preguntas planteadas anteriormente:

**Mientras el efecto de  $Z_L$  aún no se hace manifiesto en  $x = 0$ ,  
¿qué corriente circulará en  $x = 0$ ?**

Para responder a esta pregunta es necesario conocer qué impedancia “ve” el generador conectada a sus terminales mientras aún no llega a  $x = 0$  el efecto de la presencia de la carga. A dicha impedancia se le denomina **impedancia característica** del cable y se denota con el símbolo  $Z_0$ .<sup>2</sup> Así, durante los primeros  $T$  segundos, el generador estará virtualmente conectado a una carga  $Z_0$ , como se ilustra en la Fig. 2.

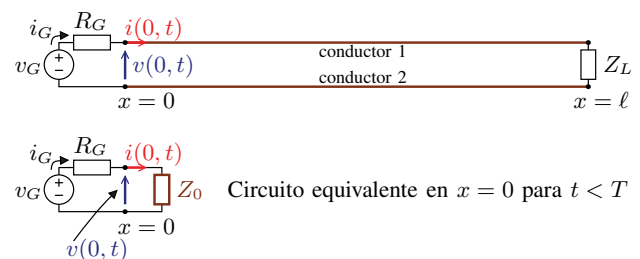


Figura 2. Circuito equivalente desde el punto de vista del generador para  $t < T$  (antes de que la presencia de  $Z_L$  se haga manifiesta en  $x = 0$ ).

<sup>2</sup>Esta impedancia es la que aparece escrita en la cubierta de los cables coaxiales, siendo 50  $[\Omega]$  y 75  $[\Omega]$  valores usuales para este parámetro.

### II-A. El caso en que $Z_0$ es resistiva

Si  $Z_0$  es resistiva<sup>3</sup>, entonces podemos definir  $Z_0$  como

$$Z_0 \triangleq \frac{v(0, t)}{i(0, t)}, \quad t < T. \quad (1)$$

Así, por ejemplo, en la situación mostrada en la Fig. 1, se tendría además que  $Z_0$  es resistiva (ya que la tensión y corriente en  $x = 0$  son proporcionales) y dada por  $Z_0 = V_p/I_p$ .

Si además  $Z_G$  es resistiva, entonces la tensión  $v(0, t)$  está dada por el divisor de tensión formado por  $Z_G$  y  $Z_0$ , lo que arroja

$$v(0, t) = v_G(t) \frac{Z_0}{Z_G + Z_0}, \quad t < T \quad (2a)$$

$$i(0, t) = v_G(t) \frac{1}{Z_G + Z_0}, \quad t < T. \quad (2b)$$

Este es también el caso en la Fig. 1 (ya que  $v_p$  es proporcional a  $v_G$ ), cumpliéndose que  $V_p = V_G Z_0 / (Z_G + Z_0)$  y  $I_p = V_G / (Z_G + Z_0)$ .

Considere ahora un cable de iguales características pero de longitud infinita. Sean  $v_\infty(0, t)$  e  $i_\infty(0, t)$  la tensión y corriente en  $x = 0$  de dicho cable al conectarse el mismo generador  $v_G$  en  $x = 0$ . Entonces (1) y (2) pueden escribirse también como

$$Z_0 \triangleq \frac{v_\infty(0, t)}{i_\infty(0, t)}, \quad \forall t \quad (3)$$

$$v(0, t) = v_\infty(0, t), \quad t < T \quad (4)$$

$$i(0, t) = i_\infty(0, t), \quad t < T. \quad (5)$$

La primera de estas ecuaciones revela que  $Z_0$  es la impedancia que se observaría a la entrada del cable si éste tuviese longitud infinita.

### II-B. El caso general ( $Z_0$ no Resistiva)

Si  $Z_0$  o  $Z_G$  no son resistivas, entonces tales impedancias pueden escribirse en función del parámetro  $s$  de la transformada de Laplace, como  $Z_0(s)$  y  $Z_G(s)$ , respectivamente. Correspondientemente, resulta conveniente considerar las transformadas de Laplace

$$V_G(s) \triangleq \mathcal{L}_s \{v_G(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} v_G(t) dt \quad (6)$$

$$V(0, s) \triangleq \mathcal{L}_s \{v(0, t)\} = \int_0^\infty e^{-st} v(0, t) dt \quad (7)$$

$$I(0, s) \triangleq \mathcal{L}_s \{i(0, t)\} = \int_0^\infty e^{-st} i(0, t) dt \quad (8)$$

de  $v_G(0, t)$ ,  $v(0, t)$  e  $i(0, t)$ , respectivamente. Definimos las transformadas de Laplace de la tensión y corriente para el cable de largo infinito  $v_\infty(0, t)$  e  $i_\infty(0, t)$  similarmente, denotándolas como  $V_\infty(0, s)$ ,  $I_\infty(0, s)$ .

Extendiendo la idea detrás de (3), es posible definir la **forma general de la impedancia característica** del cable considerando la situación en que su largo es infinito, como

$$Z_0(s) \triangleq \frac{V_\infty(0, s)}{I_\infty(0, s)}. \quad (9)$$

<sup>3</sup>Es importante notar que el que  $Z_0$  sea resistiva no quiere decir que el cable tenga dicha resistencia ni que  $Z_0$  produzca pérdidas Óhmicas (ver discusión en el Apéndice A).

Esto permite también escribir la versión transformada de (2) como

$$V_\infty(0, s) = V_G(s) \frac{Z_0(s)}{Z_0(s) + Z_G(s)} \quad (10)$$

$$I_\infty(0, s) = V_G(s) \frac{1}{Z_0(s) + Z_G(s)}. \quad (11)$$

La tensión y corriente en  $x = 0$  para el cable de longitud finita  $\ell$  y para  $t < T$  pueden entonces determinarse a partir de  $v_\infty(0, t)$  e  $i_\infty(0, t)$  utilizando (4) y (5), respectivamente.

### III. PROPAGACIÓN DE SEÑALES POR UN CABLE

Suponga que se aplica el pulso mostrado en la Fig. 1 en  $x = 0$  entre los conductores del cable de longitud  $\ell$  [m] terminado en la carga  $Z_L$ , mostrado en la Fig. 3. Suponga además que la impedancia característica  $Z_0$  del cable es resistiva (y, por lo tanto, está dada por  $Z_0 = V_p/I_p$ ). Como tal pulso se inicia en  $t = 0$  y se propaga hacia la derecha con velocidad de fase  $\nu$ , entonces para todo  $t < 0$  y para todo  $x \in [0, \ell]$  se tendrá  $v(x, t) = i(x, t) = 0$ .

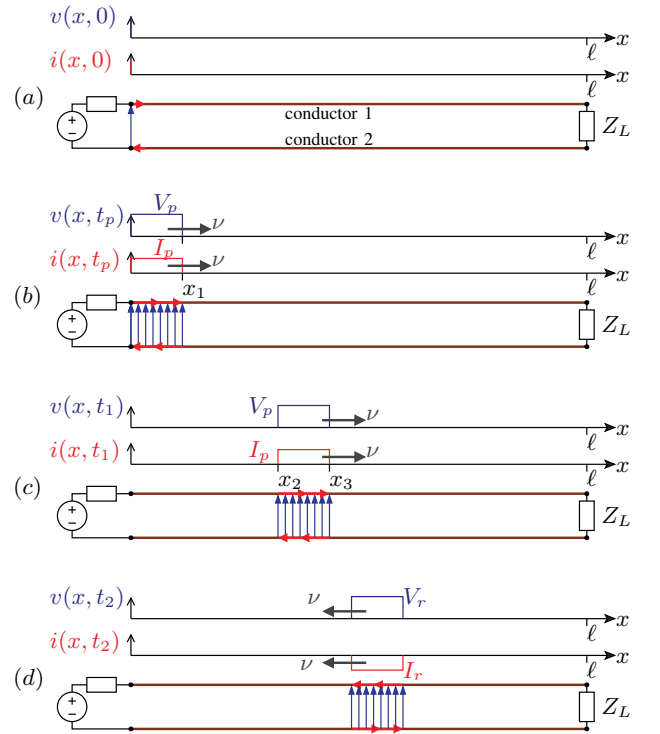


Figura 3. Representación de la propagación de un pulso rectangular de tensión y corriente a lo largo de un cable (en esquemas (a), (b) y (c)) y de un pulso reflejado (en (d)).

Cuando  $t = 0$ , se tendrá  $v(0, 0) = V_p$ ,  $i(0, 0) = I_p$  y  $v(x, 0) = i(x, 0) = 0$  para todo  $x > 0$ , situación que se muestra en la Fig. 3-(a). Note que en  $x = 0$  el potencial del conductor 1 es mayor al del conductor 2 (diferencia representada por la flecha azul), por lo que  $i(0, 0)$  fluye hacia la derecha en el conductor 1 y hacia la izquierda en el conductor 2, representadas con flechas rojas (tal y como ocurriría si se aplicase  $V_G$  a un resistor de resistencia  $Z_0$  en

serie con la resistencia  $Z_G$ , como en el circuito equivalente de la Fig. 2).

Cuando  $t = t_p$ , la tensión y corriente aplicadas en  $x = 0$  caen a 0, por lo que el cable deja de recibir potencia. Sin embargo, el pulso de tensión y corriente ya se ha adentrado en el cable una distancia  $x_1$ , como se ilustra en la Fig. 3-(b) (¡relacione  $x_1$  con  $t_p$  y  $\nu$ !). La longitud espacial del pulso al propagarse por el cable es entonces  $x_1$ . Sobre todo el segmento  $x \in (0, x_1)$  la diferencia de potencial del conductor 1 sobre el conductor 2 es de  $V_p$  [V]. En ese mismo segmento, los conductores 1 y 2 tienen corriente hacia la derecha y hacia la izquierda, respectivamente, como se representa en la figura<sup>4</sup>.

En la Fig. 3-(c) se muestra la tensión y corriente en el cable cuando  $t = t_1 > t_p$ . El instante  $t_1$  escogido el pulso está contenido en el segmento  $x \in (x_2, x_3)$ , teniendo entonces una longitud  $x_3 - x_2 = x_1$ .

### III-A. Señales Primaria y Secundarias

Nos referiremos a la señal de tensión y corriente introducida por el generador y que se propaga hacia la derecha en el cable como **primarias** y las denotaremos como  $v_+^{(1)}(x, t)$  e  $i_+^{(1)}(x, t)$ , respectivamente. Utilizamos la denominación “primarias” para distinguir a esta señal de las que pudieran producirse por posibles reflexiones en la carga o en el generador, que denominaremos **secundarias**.

Como el cable es un sistema lineal, podemos aplicar el teorema de superposición. Así, la tensión y corriente netas  $v(x, t)$  e  $i(x, t)$  serán la suma de las tensiones y corrientes primarias y secundarias. El mismo principio de superposición nos permite definir  $v_+^{(1)}(x, t)$  e  $i_+^{(1)}(x, t)$  como la tensión y corriente introducida a la línea por el generador en ausencia de señales secundarias. En otras palabras,

$$v_+^{(1)}(x, t) = v_\infty(x, t), \quad \forall t, \forall x \in [0, \ell] \quad (12a)$$

$$i_+^{(1)}(x, t) = i_\infty(x, t), \quad \forall t, \forall x \in [0, \ell] \quad (12b)$$

donde  $v_\infty(x, t)$  e  $i_\infty(x, t)$  son la tensión y corriente que se tendría si la línea tuviese largo infinito. **Note que esta equivalencia es válida para todo tiempo** (a diferencia de la relación establecida para  $v(x, t)$  e  $i(x, t)$  en (4) y (5)).

Si el cable se inicia en reposo (con estado inicial cero) y el generador comienza a introducir estas señales en  $t = 0$ , la tensión y corriente en el cable coincidirán con  $v_+(x, t)$  e  $i_+(x, t)$ , respectivamente, para  $t < T$ , es decir

$$v(x, t) = v_+^{(1)}(x, t), \quad \forall x \in [0, \ell], \quad t < T \quad (13a)$$

$$i(x, t) = i_+^{(1)}(x, t), \quad \forall x \in [0, \ell], \quad t < T. \quad (13b)$$

### III-B. Caracterizando la Señal Primaria

Sean  $V_+^{(1)}(x, s)$  e  $I_+^{(1)}(x, s)$  las transformadas de Laplace de  $v_+^{(1)}(x, t)$  e  $i_+^{(1)}(x, t)$ , respectivamente. A partir de (12), se tiene que  $V_+^{(1)}(x, s)$  e  $I_+^{(1)}(x, s)$  coinciden con  $V_\infty(x, s)$  e

$I_\infty(x, s)$  para todo  $s$  y para todo  $x \in [0, \ell]$ . Esto significa que se cumple el circuito equivalente de la Fig. 2 y, por lo tanto,

$$V_+^{(1)}(s) = \frac{Z_0(s)}{Z_G(s) + Z_0(s)} V_G(s) \quad (14)$$

$$I_+^{(1)}(s) = \frac{1}{Z_G(s) + Z_0(s)} V_G(s). \quad (15)$$

Si el pulso se propaga con velocidad  $\nu$  sin deformarse (es decir, sin distorsión) y sin atenuarse, entonces se cumplirá que

$$v_+^{(1)}(x, t) = v_+^{(1)}(0, t - x/\nu), \quad (16a)$$

$$i_+^{(1)}(x, t) = i_+^{(1)}(0, t - x/\nu) \quad (16b)$$

para todo  $x \in [0, \ell]$  y para todo  $t$ . Esta relación se traduce a

$$V_+^{(1)}(x, s) = V_+^{(1)}(0, s) e^{-sx/\nu} \quad (17)$$

$$I_+^{(1)}(x, s) = I_+^{(1)}(0, s) e^{-sx/\nu} \quad (18)$$

A partir de esto y de (9) tendremos que

$$Z_0(s) = \frac{V_+^{(1)}(x, s)}{I_+^{(1)}(x, s)}, \quad \forall s, \forall x \in [0, \ell]. \quad (19)$$

Es decir,  $Z_0$  es también el cociente entre las transformadas de Laplace de la tensión y corriente de la onda (o pulso) primaria, que se propaga por el cable hacia la derecha. Esta relación es general (es decir, se cumple aún si  $Z_0$  no es resistiva).

En la siguiente sección caracterizaremos la onda asociada a la reflexión (parcial) de  $v_+^{(1)}(x, t)$  e  $i_+^{(1)}(x, t)$  en la carga.

## IV. REFLEXIÓN

Cuando una onda que se propaga por un cable con impedancia característica  $Z_0$  incide sobre una impedancia  $Z_L$  distinta de  $Z_0$ , parte de dicha onda es reflejada.

Llamaremos a la tensión y corriente producida directamente por la reflexión (parcial) de  $v_+^{(1)}(x, t)$  e  $i_+^{(1)}(x, t)$  en la carga  $Z_L$  como  $v_-^{(1)}(x, t)$  e  $i_-^{(1)}(x, t)$ , respectivamente. Esta onda reflejada se propaga en sentido opuesto (desde  $x = \ell$  hacia  $x = 0$ ) también con rapidez  $\nu$ . Esta onda puede reflejarse también en la impedancia de carga en el generador, lo que produce una serie infinita de reflexiones, todas las cuales componen el conjunto que denominamos **señales secundarias**.

### IV-A. Propagación Hacia $-x$

Si la propagación de  $v_-^{(1)}(x, t)$  no sufre distorsión ni atenuación, entonces

$$v_-^{(1)}(x, t) = v_-^{(1)}(\ell, t - [\ell - x]/\nu) \quad (20a)$$

$$i_-^{(1)}(x, t) = i_-^{(1)}(\ell, t - [\ell - x]/\nu) \quad (20b)$$

(compare estas ecuaciones con (16)).

Como el cable es simétrico (se comporta de igual forma al propagar ondas hacia derecha o izquierda), el cociente  $v_-^{(1)}(x, t)/i_-^{(1)}(x, t)$  está también determinado por la impedancia característica del cable ( $Z_0$ ). Sin embargo, existe una importante diferencia: Si el pulso se propaga hacia la izquierda

<sup>4</sup>La energía entregada al cable está contenida en dicho segmento (almacenada en la capacitancia e inductancia distribuidas del cable).

con una diferencia de potencial entre conductor 1 y el conductor 2 positiva, entonces la corriente en el conductor 1 irá hacia la izquierda y la del conductor 2 hacia la derecha (por simetría), como se muestra en la Fig. 3-(d). Crucialmente, la convención utilizada para determinar el signo de la corriente considera tal corriente como negativa. Por lo tanto, para la corriente y tensión del pulso reflejado, se tendrá que

$$V_-^{(1)}(x, s) = -Z_0 I_-^{(1)}(x, s), \quad \forall x \in (0, \ell), \forall s \quad (21)$$

(compárese con (9)), donde  $V_-^{(1)}(x, s)$  e  $I_-^{(1)}(x, s)$  son las transformadas de Laplace de  $v_-^{(1)}(x, t)$  e  $i_-^{(1)}(x, t)$ , respectivamente.

#### IV-B. Reflexión en la Carga

A continuación determinaremos la relación entre la señal de tensión primaria y su reflexión en la carga. Sean

$$v^{(1)}(x, t) = v_+^{(1)}(x, t) + v_-^{(1)}(x, t) \quad (22)$$

$$i^{(1)}(x, t) = i_+^{(1)}(x, t) + i_-^{(1)}(x, t) \quad (23)$$

la tensión y corriente netas producto de la señal primaria y su reflexión directa en  $Z_L$ . A partir de esta última expresión y de (21),

$$I^{(1)}(x, s) = \frac{V_+(x, s)}{Z_0(s)} - \frac{V_-(x, s)}{Z_0(s)}. \quad (24)$$

Por otro lado, como consecuencia de la ley de Ohm:

$$V^{(1)}(\ell, s) = I^{(1)}(\ell, s)Z_L(s). \quad (25)$$

Así, evaluando (22) y (24) en  $x = \ell$  obtenemos

$$\begin{aligned} V^{(1)}(\ell, s) &= V_+^{(1)}(\ell, s) + V_-^{(1)}(\ell, s) \\ &= \frac{Z_L(s)}{Z_0(s)} \left( V_+^{(1)}(\ell, s) - V_-^{(1)}(\ell, s) \right), \end{aligned} \quad (26)$$

lo que arroja

$$V_-^{(1)}(\ell, s) = \Gamma_L(s) V_+^{(1)}(\ell, s), \quad (27)$$

donde

$$\Gamma_L(s) \triangleq \frac{V_-^{(1)}(\ell, s)}{V_+^{(1)}(\ell, s)} = \frac{Z_L(s) - Z_0(s)}{Z_L(s) + Z_0(s)} \quad (28)$$

se denomina **coeficiente de reflexión en la carga**. Note que si  $Z_L = \infty$  (circuito abierto) se tiene que  $\Gamma_L(s) = 1$ , mientras que el caso  $Z_L = 0$  (cortocircuito) arroja  $\Gamma_L(s) = -1$ .

#### V. CIRCUITO EQUIVALENTE EN $x = 0$ .

En esta sección consideraremos sólo el caso en que  $Z_G = Z_0$  (generador adaptado). El cable coaxial utilizado en el laboratorio tendrá un impedancia característica  $Z_0$  de 75  $\Omega$ , mientras que el generador de señal tendrá ya sea una impedancia interna cercana a 0  $\Omega$  o una impedancia interna de 50  $\Omega$  (averigüe en pañol el modelo de generador a utilizar y busque su hoja de datos para conocer su valor de  $Z_G$ ). En ambos casos no se cumple la condición  $Z_G = Z_0$ , pero esto se remedia conectando el generador al cable a través de una malla de adaptación de impedancias (descrita en la Sección VI).

Cuando el generador está adaptado, la onda que se propaga hacia la izquierda no se reflejará al incidir sobre el generador, lo que significa que la tensión y corriente total en la línea,  $v(x, t)$  e  $i(x, t)$ , serán

$$v(x, t) = v^{(1)}(x, t) = v_+^{(1)}(x, t) + v_-^{(1)}(x, t) \quad (29)$$

$$i(x, t) = i^{(1)}(x, t) = i_+^{(1)}(x, t) + i_-^{(1)}(x, t), \quad (30)$$

$\forall t, \forall x \in [0, \ell]$ . Al mismo tiempo, la condición  $Z_G = Z_0$  sustituida en (14) implica que

$$V_+^{(1)}(0, s) = \frac{1}{2} V_G(s). \quad (31)$$

Si despreciamos la atenuación y distorsión introducidas por el cable, entonces se cumple (20), y por lo tanto,  $v_-^{(1)}(0, t) = v_-^{(1)}(\ell, t - T/2)$ , donde  $T = 2\ell/\nu$ . Así,

$$V_-^{(1)}(0, s) = V_-^{(1)}(\ell, s) e^{-sT/2} \quad (32)$$

$$\stackrel{(27)}{=} \Gamma_L(s) V_+^{(1)}(\ell, s) e^{-sT/2} \quad (33)$$

$$\stackrel{(17)}{=} \Gamma_L(s) V_+^{(1)}(0, s) e^{-sT} \quad (34)$$

En consecuencia, la transformada de Laplace de la tensión total en  $x = 0$  será

$$V(0, s) = V_+^{(1)}(0, s) + V_-^{(1)}(0, s) \quad (35)$$

$$= V_+^{(1)}(0, s) + V_+^{(1)}(0, s) e^{-Ts} \Gamma_L(s) \quad (36)$$

Con la intención de encontrar un equivalente circuital para esta expresión, resulta conveniente escribir  $\Gamma_L(s)$  de la siguiente forma:

$$\Gamma_L(s) = \frac{Z_L(s) - Z_0(s)}{Z_L(s) + Z_0(s)} = 2 \frac{Z_L(s)}{Z_L(s) + Z_0(s)} - 1. \quad (37)$$

Note que el factor  $\frac{Z_L(s)}{Z_L(s) + Z_0(s)}$  es la función de transferencia de un divisor de tensión entre  $Z_L(s)$  y  $Z_0(s)$ . Sustituyendo esto en (35) obtenemos

$$V(0, s) = V_+^{(1)}(0, s) + V_-^{(0)}(0, s) \quad (38)$$

$$= V_+^{(1)}(0, s) \quad (39)$$

$$\begin{aligned} &+ V_+^{(0)}(0, s) e^{-Ts} \left( 2 \frac{Z_L(s)}{Z_L(s) + Z_0(s)} - 1 \right) \\ &\stackrel{(31)}{=} \frac{V_G(s)}{2} + V_G(s) e^{-Ts} \left( \frac{Z_L(s)}{Z_L(s) + Z_0(s)} - \frac{1}{2} \right). \end{aligned} \quad (40)$$

En la Fig. 4 se muestra un circuito para el cual (40) describe la relación entre  $v_G(t)$  y  $v(0, t)$ .

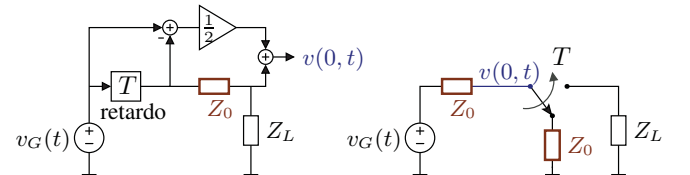


Figura 4. Izquierda: Circuito equivalente al de la Fig. 1 que produce  $v(0, t)$  para todo  $t$  cuando  $Z_G = Z_0$ . Derecha: Circuito equivalente cuando además  $v_G(t)$  es un escalón en  $t = 0$ .

Note que si además  $v_G(t)$  es un escalón en  $t = 0$ , se tendrá que  $v_G(t) - v_G(t - T) = 0$  para todo  $t \geq T$ . En tal caso, la

relación entre  $v_G(t)$ ,  $Z_L$  y  $v(0, t)$  corresponde a la producida por el circuito equivalente en el lado derecho de la Fig. 4. En este circuito, el interruptor sube en  $t = T$ , aplicando súbitamente la tensión del generador (es decir, un escalón de tensión) a la carga  $Z_L$ .

El comportamiento de este circuito se descompone entonces en dos fases:

#### V-A. Fase 1 ( $t < T$ )

$$v(0, t) = \frac{1}{2} v_G(t) \quad (41)$$

#### V-B. Fase 2 ( $t \geq T$ )

En esta fase,  $v(0, t)$  es la tensión en la carga  $Z_L(s)$  cuando se alimenta con la tensión  $v_G(t - T)$  a través de una impedancia  $Z_0$ . La forma de dicha tensión puede determinarse aplicando el análisis usual que describe el comportamiento transiente de circuitos lineales de parámetros condensados (es decir, no distribuidos).

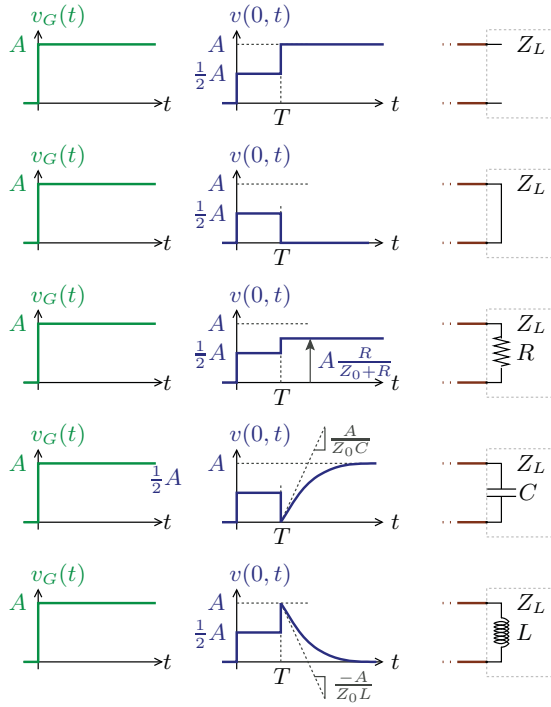


Figura 5. Tensión en la entrada del cable ( $x = 0$ ) en función del tiempo cuando  $v_G(t)$  es un escalón, para diversas impedancias de carga conectadas en  $x = \ell$  (ver Fig. 1). Estas formas de tensión son también entregadas por el modelo equivalente mostrado a la derecha en la Fig. 4.

La Fig. 5 muestra la evolución de  $v(0, t)$  (la tensión a la entrada del cable, en  $x = 0$ ) para varias impedancias de carga  $Z_L$  distintas.

## VI. ADAPTANDO $Z_G$ A $Z_0$

Cuando se desea conectar una impedancia  $Z_G$  a una impedancia  $Z_0$  y se necesita que cada una de ellas “vea” que tiene conectada una impedancia igual a la propia, se hace necesario interponer un bloque o malla de adaptación.

Existen varios bloques de adaptación comúnmente utilizados. Los más simples y económicos son de **banda angosta**, es decir, adecuados para trabajar en un intervalo de frecuencias estrecho (pequeño con respecto a la frecuencia central del mismo). Los **bloques de adaptación de banda ancha** son el transformador y las mallas resistivas. Los transformadores son más eficientes (introducen pérdidas pequeñas de potencia), pero más costosos (y bloquean el paso de la componente continua de las señales). Conversamente, las mallas resistivas son menos eficientes, pero son económicas, muy simples de implementar y operan en un intervalo de frecuencia aún mayor, que incluye la frecuencia cero.

En el laboratorio Ud. adaptará la impedancia  $Z_G$  del generador a la impedancia característica  $Z_0$  del cable a través de una malla resistiva tipo “L”, descrita a continuación.

#### VI-A. La Malla “L”

Si el bloque de adaptación que se interpone entre  $Z_G$  y  $Z_0$  debe satisfacer dos requisitos de adaptación, entonces requiere dos grados de libertad. Específicamente, se requiere presentar  $Z_0$  a  $Z_G$  como si fuese  $Z_G$  y, al mismo tiempo presentar  $Z_G$  a  $Z_0$  como si fuese  $Z_0$ . Los dos grados de libertad en este caso son resistores,  $R_1$  y  $R_2$ , conectados en forma de L invertida, como se muestra en la Fig. 6

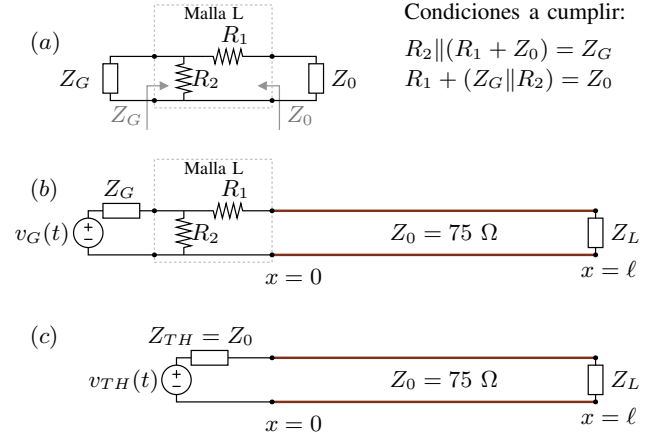


Figura 6. a) Malla “L” para adaptar las impedancias  $Z_G$  y  $Z_0$  (configuración para el caso en que  $Z_G < Z_0$ , con  $Z_G, Z_0 \in \mathbb{R}$ ). b) Conexión a utilizar en el laboratorio. c) Generador equivalente adaptado.



## VII. PREGUNTAS PARA EL INFORME

1. Investigue y describa el esquema de medición mediante RDT. Explique su funcionamiento y uso.
2. Describa cómo utilizar RDT para caracterizar los parámetros principales de una línea de transmisión. Además, si se decide utilizar un tren de pulsos, ¿cómo se determina la frecuencia máxima de repetición de los pulsos?
3. En base al procedimiento descrito en el punto anterior, utilice el simulador para caracterizar los siguientes parámetros de cables coaxiales URM70, URM76 y URM202. Nótese que es libre de elegir los parámetros de los pulsos; sin embargo, debe utilizar pulsos de duración y frecuencias de repetición adecuadas. Compare sus resultados con las especificaciones de dichos cables (disponibles en AULA):
  - a) Impedancia característica
  - b) Constante de atenuación en dB/m
  - c) Velocidad de propagación
  - d) Constante dieléctrica
  - e) Longitud de onda para señales de 10 MHz y 50 MHz.
  - f) Largo eléctrico para señales de 10 MHz y 50 MHz.

**Nota:** Considere la respuesta de un sistema RDT ante un pulso de duración adecuadamente seleccionada. Se recomienda usar pulsos de pequeña duración de tal forma de que no ocurra superposición de pulsos en la entrada de la línea de transmisión. Utilice la misma sugerencia para los puntos 3 y 4.

4. Diseñe una malla L para adaptar un generador de impedancia interna  $Z_G$  a un cable coaxial de impedancia característica  $Z_0$ , para los siguientes casos:
  - a)  $Z_G = 50 \Omega$  y  $Z_0 = 25 \Omega$
  - b)  $Z_G = 50 \Omega$  y  $Z_0 = 75 \Omega$
  - c)  $Z_G = 50 \Omega$  y  $Z_0 = 200 \Omega$
5. Utilizando el simulador, compare la respuesta temporal del sistema RDT en el caso de incluir y no incluir las mallas L diseñadas en la pregunta 3, para cada uno de los casos. Describa y explique sus resultados.
6. Reproduzca las formas de onda de RDT para distintas impedancias de carga: RC serie/paralelo, RL serie/paralelo, con  $R > Z_0$  y  $R < Z_0$ , como también cargas inductivas o capacitivas puras.
  - a) Desarrolle expresiones matemáticas en el dominio del tiempo para la respuesta de cada uno de los casos mencionados utilizando análisis con la

transformada de Laplace y el modelo equivalente mostrado en el lado derecho de la Fig. 4.

- b) Grafique la respuesta teórica obtenida en el punto a) (ejemplifique con valores de R, L y C elegidos a su gusto, e ignore las pérdidas del cable utilizado) y establezca un método a partir de las respuestas RDT para estimar los parámetros R, L y C asociados a la carga en cada uno de los casos.

**Nota:** En la caracterización de cargas, utilice pulsos suficientemente largos para evitar que la respuesta del pulso termine antes de la carga/descarga de condensadores o inductores. Utilice la misma sugerencia para responder la pregunta siguiente.

7. Utilizando el simulador, reproduzca las formas de onda de RDT para distintas impedancias de carga: RC serie/paralelo, RL serie/paralelo, con  $R > Z_0$  y  $R < Z_0$ , como también cargas inductivas o capacitivas puras. Utilice una línea de 50 m de largo, con impedancia característica de  $50 \Omega$  y sin pérdidas. Compare los resultados con el modelo matemático que ha obtenido en la pregunta 5. Además, utilice el método para caracterizar R, L y C que ha propuesto en la pregunta 5, en cada uno de los siguientes casos, y demuestre su validez:
  - a) Carga 1: RL serie:  $R=20 [\text{ohm}]$ ;  $L=10 [\text{uH}]$ ; ancho pulso 2 [us]
  - b) Carga 2: RL serie:  $R=70 [\text{ohm}]$ ;  $L=250 [\text{uH}]$ ; ancho pulso 15 [us]
  - c) Carga 3: RL paralelo:  $R=120 [\text{ohm}]$ ;  $L=5 [\text{uH}]$ ; ancho pulso 2 [us]
  - d) Carga 4: RL paralelo:  $R=35 [\text{ohm}]$ ;  $L=6 [\text{uH}]$ ; ancho pulso 2 [us]
  - e) Carga 5: RC serie:  $R=25 [\text{ohm}]$ ;  $C=300 [\text{pF}]$ ; ancho pulso 2 [us]
  - f) Carga 6: RC serie:  $R=100 [\text{ohm}]$ ;  $C=100 [\text{uH}]$ ; ancho pulso 2 [us]
  - g) Carga 7: RC paralelo:  $R=300 [\text{ohm}]$ ;  $C=250 [\text{pF}]$ ; ancho pulso 2 [us]
  - h) Carga 8: RC paralelo:  $R=50 [\text{ohm}]$ ;  $C=1500 [\text{pF}]$ ; ancho pulso 2 [us]
  - i) Carga 9: carga C:  $C=2500 [\text{pF}]$ ; ancho pulso 2 [us]
  - j) Carga 10: Carga L:  $L=20 [\text{uH}]$ ; ancho pulso 2 [us]
8. Utilizando el simulador, realice un análisis temporal de un sistema de RDT en distintos puntos de la línea, cambiando la posición del osciloscopio. Utilice un pulso de 0.1 [us], con amplitud de 1 [V] y una línea URM202 de 50 m de longitud y sin atenuación. Simule y describa los resultados de una simulación de 0.5 [us], posicionando el osciloscopio a 0 [m], 25 [m] y 50 [m]:
  - a) Para una carga en circuito abierto
  - b) Para una carga en circuito cerrado

- c) Para una carga resistiva pura con  $R < Z_0$ ,  $R = Z_0$  y  $R > Z_0$
- d) ¿Qué sucede con la respuesta temporal medida en  $z=0$  si ahora la simulación se realiza por tiempo de 1 [us]? Describa y justifique su respuesta

MSH/PGV