

Experiencia 4: Modulación Digital de Portadora: OOK Y BPSK

Laboratorio de Comunicaciones - ELO241.

Departamento de Electrónica, Universidad Técnica Federico Santa María

I. INTRODUCCIÓN

La transmisión de información de manera digital consta de dos etapas anidadas [1], representadas en la Fig. 1:

- Codificación y Decodificación de Fuente
- Codificación y Decodificación de Canal

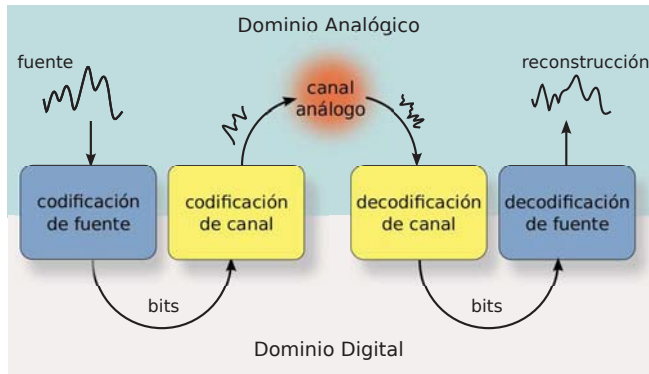


Figura 1: Los procesos anidados de codificación/decodificación de fuente (celeste) y codificación/decodificación de canal (amarillo).

La **codificación de fuente** convierte una señal analógica (por ejemplo, el audio recogido por un micrófono) a una secuencia de bits (dígitos binarios)¹. La decodificación de fuente es el proceso inverso.

En la **codificación y decodificación de canal**, los bits obtenidos de la codificación de fuente son transmitidos a través de (o almacenados en) un medio o canal analógico, para ser luego recuperados en el extremo opuesto del canal [2]–[4].

La última etapa del proceso de codificación de canal es la **modulación digital**. Ésta consiste en representar cada secuencia de símbolos pertenecientes a un alfabeto finito $\mathcal{A} \triangleq \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M\}$ (por ejemplo, 16 símbolos de 4 bits, en cuyo caso $\mathcal{A} = \{0000, 0001, \dots, 1110, 1111\}$) en una secuencia de señales analógicas predeterminadas. Cada una de estas señales, de una misma duración finita, está asociada a un único símbolo.

Al otro lado del canal se recibe la señal transmitida contaminada por ruido y posiblemente distorsionada. La **demodulación digital** es el proceso que, a partir de esta señal,

reconstruye (o estima) la secuencia de símbolos transmitida, constituyendo la primera etapa de la **decodificación de canal**.

Cuando la modulación digital se aplica sobre una señal portadora sinusoidal de frecuencia ω_c [rad/s] fija, sólo es posible actuar sobre su fase y su amplitud². Cualquier fase y amplitud puede lograrse modulando de manera independiente las señales $\cos(\omega_c t)$ y $-\sin(\omega_c t)$, denominadas portadoras “**en fase**” (o *in-phase*) y “**en cuadratura**” (o *quadrature*), respectivamente, y luego sumándolas. Así, cada símbolo α_m del alfabeto \mathcal{A} puede mapearse a un par de estos valores de amplitud, que denotaremos $I(\alpha_m)$ y $Q(\alpha_m)$, respectivamente. Si utilizáramos estas amplitudes directamente para modular las portadoras, entonces obtendríamos la señal modulada

$$s(t) = I(\alpha_m) \cos(\omega_c t) - Q(\alpha_m) \sin(\omega_c t) \quad (1)$$

mientras se transmita el símbolo α_m . Los factores reales $I(\alpha_m)$ y $Q(\alpha_m)$ en esta expresión pueden interpretarse como las coordenadas (en el plano I/Q) asignadas al símbolo α_m . Así, cada símbolo tiene asociado un punto, que en conjunto forman una constelación, como la mostrada en la Fig. 2

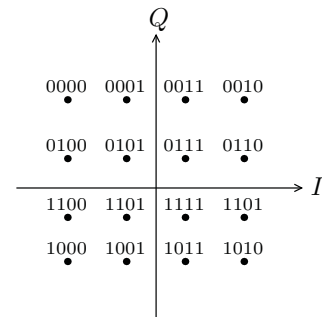


Figura 2: Constelación de puntos en el plano I/Q y sus símbolos asociados. En este caso, cada símbolo es un cuarteto de bits y la constelación obtenida se conoce como 16-QAM (*quadrature amplitude modulation*).

Observe que $-\arctan(Q(\alpha_m)/I(\alpha_m))$ y $\varphi(t - t_i) \sqrt{I(\alpha_m)^2 + Q(\alpha_m)^2}$ son, respectivamente, el ángulo de fase y la amplitud (o envolvente) de la portadora cuando se transmite el símbolo α_m .

¹Por ejemplo, capturar audio en un computador personal y guardarlo como un archivo .wav o comprimido en formato .mp3.

²Aunque encuentra numerosas aplicaciones en la práctica, en esta experiencia no se discutirá la modulación en frecuencia para señales digitales.

I-A. El Problema Central en Comunicaciones Digitales

El tema central en las comunicaciones digitales puede plantearse de la siguiente forma [1]:

1. Para
 - una potencia media dada
 - un ancho de banda máximo dado
2. Buscar la forma de
 - transmitir el mayor número de bits por segundo,
 - con la mínima probabilidad de error en la decodificación.

Dentro de la familia de esquemas modelados por (1), es fácil darse cuenta de que **para aumentar el número de bits transmitidos por segundo** hay sólo dos caminos (no excluyentes) a seguir:

1. **Aumentar el número de puntos en la constelación** (para que cada símbolo contenga más bits). Esto requiere ya sea
 - agregar puntos a la constelación manteniendo las distancias entre ellos, **lo que aumenta el consumo de potencia,** y/o
 - agregar más puntos sin incrementar la potencia media, poniéndolos más juntos, **lo que aumenta la probabilidad de error.**
2. **Conmutar más rápidamente** entre los símbolos consecutivos, lo que **aumenta el ancho de banda** requerido.

Vemos pues que el tema fundamental en comunicaciones digitales es un problema de optimización con restricciones.³

Otro aspecto práctico que influye en el ancho de banda utilizado es suavizar la conmutación entre dos símbolos consecutivos, tema que se discute en el Apéndice.

II. ASK, OOK Y BPSK

Las dos modalidades de modulación digital más simples para un alfabeto binario (que denotaremos $\mathcal{A} = \{0, 1\}$) son conocidas como ASK (*amplitude shift keying*), y BPSK (*bipolar phase shift keying*). Como utilizan un alfabeto binario, sus constelaciones asociadas constan de sólo dos puntos. La ubicación de estos puntos en el plano I/Q , mostrada en la mitad superior de la Fig. 3 (página siguiente), caracteriza completamente a cada esquema. La primera de estas constelaciones es un caso general de ASK: para ambos símbolos se transmite la portadora con distintas amplitudes pero con igual fase. Para alfabeto binario, resulta óptimo que la menor de estas amplitudes sea cero (ver secciones II-A y II-B a continuación), lo que arroja un caso particular de ASK conocido como OOK (*on-off keying*), también mostrado en la Fig. 3.

Consideraremos además que al transmitir dos o más símbolos seguidos la transición de un punto a otro en la constelación es instantánea (en el modelo definido en el Apéndice, esto significa escoger $\varphi(t) = \mu(t) - \mu(t - T_s)$, donde $\mu(\cdot)$ es la

función escalón unitario y T_s es la duración de un símbolo). De este modo, y definiendo la señal modulante binaria

$$m(t) = \begin{cases} A & , \text{ si } a(t) = 1 \\ B & , \text{ si } a(t) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

donde $a(t) \in \mathcal{A}$ es el símbolo transmitido en el instante t , se tiene, tanto para ASK, como para BPSK que

$$s(t) = m(t) \cos(\omega_c t) \quad (3)$$

donde, para cada caso, las constantes A y B son

$$\text{ASK (general): } A > B \geq 0$$

$$\text{OOK: } A > B = 0$$

$$\text{BPSK: } A = -B$$

La forma de la señal modulada $s(t)$ y su dependencia de la señal modulante $m(t)$ y del símbolo a transmitir en el instante t , $a(t)$, se muestran en la mitad inferior Fig. 3 para cada caso. Note que cuando $m(t)$ conmuta de 1 a -1 (en BPSK), la señal $s(t)$ sufre un cambio de fase de 180° .

Tanto la representación temporal como las constelaciones asociadas a OOK y BPSK revelan un hecho importante: La única diferencia cualitativa entre estas dos modalidades de modulación digital radica en la amplitud y fase del símbolo 0.

II-A. Potencia Media

La potencia media disipada sobre una carga de $50 \text{ } [\Omega]$ y asumiendo que A y B están en volts, en los tres casos, puede escribirse como

$$P_{av} = \frac{1}{2 \times 50} (A^2 + B^2) \text{ } [W]. \quad (4)$$

suponiendo que se transmiten tantos 0's como 1's.

II-B. Inmunidad al Ruido

La inmunidad al ruido puede definirse como la mínima amplitud del ruido aditivo que, en el plano I/Q , puede hacer que el decodificador interprete como transmitido un símbolo distinto al enviado. En los diagramas I/Q de la Fig. 3, esta amplitud corresponde a la mitad de la distancia entre los puntos asociados a $a = 0$ y a $a = 1$. Es decir, para que no haya error en la demodulación, es necesario y suficiente que

$$\text{amplitud del ruido} < |A - B| / 2. \quad (5)$$

II-C. Ventajas y Desventajas OOK y BPSK

Una comparación comparativa entre estas dos convenciones de modulación digital se presenta en el Cuadro I. En esta

	Ventajas	Desventajas
OOK	Admite demodulación por envolvente	más ineficiente que BPSK
BPSK	El más eficiente	No admite demodulación por envolvente (sólo sincrónica)

Cuadro I: Comparación cualitativa entre ASK, OOK y BPSK.

tabla, la “eficiencia” se refiere a cuánta inmunidad al ruido es

³Un problema que se ha ido solucionando y ampliando desde que Shannon publicara su trabajo seminal en 1948 [1], [5], dando origen a la Teoría de la Información, el pilar fundamental de la Teoría de las Comunicaciones modernas [6].

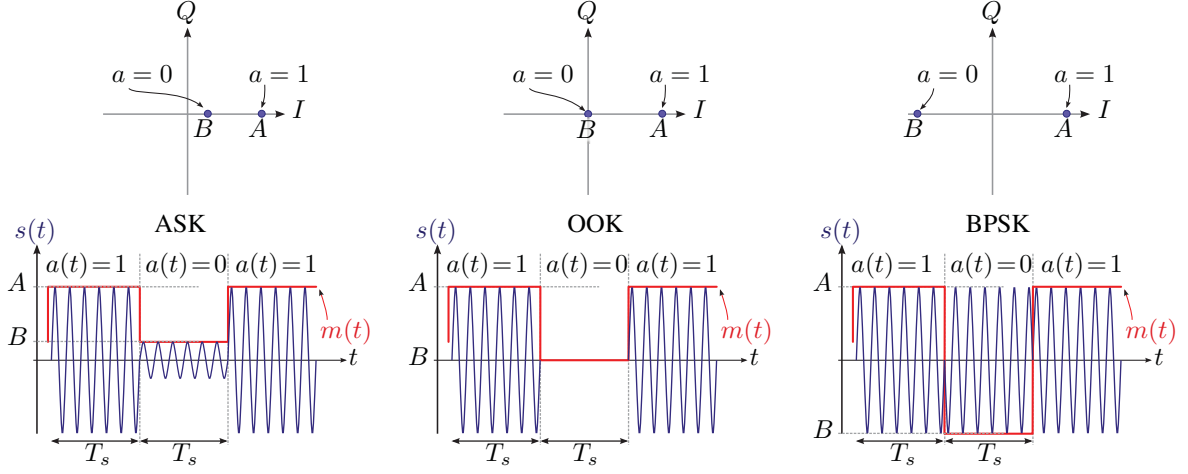


Figura 3: Arriba: Constelaciones asociadas a ASK, OOK y BPSK. Abajo: Gráfica de la señal modulada $s(t)$ y su relación con la señal modulante $m(t)$ y con el símbolo transmitido en cada instante, $a(t)$, para ASK, OOK y BPSK.

posible lograr con una cierta potencia promedio P_{av} dada. En este aspecto, BPSK es insuperable ya que la elección $A = -B$ minimiza $A^2 + B^2$ para un valor de $|A - B|$ (inmunidad al ruido) dado.

Si bien OOK es menos eficiente que BPSK, tiene la ventaja de poder demodularse con circuitería simple: la demodulación de envolvente requiere sólo un diodo, un resistor y un capacitor. En cambio, BPSK requiere demodulación sincrónica, lo que implica el uso de un oscilador local sincronizado en frecuencia y en fase con la portadora transmitida. Esto significa emplear circuitería más complicada y costosa.

II-D. Análisis Espectral para Modulante Periódica

Si consideramos que $m(t)$ es periódica, con período $T_0 = 2T_s$, entonces $m(t)$ puede escribirse como su serie de Fourier:

$$m(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_k e^{jk\omega_0 t} \quad (6)$$

donde

$$c_k = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} m(t) e^{-jk\omega_0 t} dt, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad (7)$$

(Note que c_0 es el valor medio de $m(t)$.) Por lo tanto, $s(t)$ puede escribirse como

$$s(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_k e^{jk\omega_0 t} \cos(\omega_c t) \quad (8)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_k e^{jk\omega_0 t} (e^{j\omega_c t} + e^{-j\omega_c t}) \quad (9)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_k e^{j[k\omega_0 - \omega_c]t} + \frac{1}{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_k e^{j[k\omega_0 + \omega_c]t} \quad (10)$$

Esta expresión revela que las componentes espectrales de $s(t)$ consisten en dos réplicas corridas en frecuencia y escaladas por 1/2 de las armónicas de $m(t)$, quedando situadas en torno a ω_c y a $-\omega_c$, respectivamente.

Si se desea expresar $s(t)$ utilizando una serie de sinusoides con frecuencia no negativa, podemos escribir, alternativamente,

$$s(t) = \underbrace{c_0 \cos(\omega_c t)}_{\text{portadora}} + \underbrace{\sum_{k>0} |c_k| \cos([\omega_c - k\omega_0]t - \phi_k)}_{\text{banda lateral izquierda}} + \underbrace{\sum_{k>0} |c_k| \cos([\omega_c + k\omega_0]t + \phi_k)}_{\text{banda lateral derecha}} \quad (11)$$

donde ϕ_k es el ángulo de c_k (es decir, tal que $c_k = |c_k| e^{j\phi_k}$). El resultado se muestra cualitativamente en la Fig. 4. Note además que, a menos que ω_c sea un múltiplo entero de ω_2 , $s(t)$ no será periódica (aún cuando pueda escribirse como una suma de componentes espectrales equi-espaçadas).

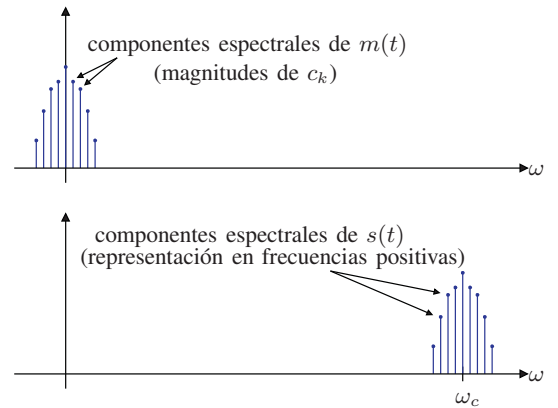


Figura 4: Representación espectral de las armónicas de $m(t)$ (arriba, en frecuencia negativa y positiva) y de la señal modulada $s(t)$ (abajo, representación en frecuencias positivas, según (11)).

Finalmente, la potencia media de $s(t)$ puede escribirse como la suma de las potencias de sus componentes espectrales. A partir de (11), suponiendo una carga de $50 [\Omega]$ y que $s(t)$ está en volts, es fácil ver (aplicando el teorema de Parseval) que

$$P_{av} = \underbrace{\frac{1}{2 \times 50} c_0^2}_{\text{potencia portadora}} + \underbrace{\frac{1}{2 \times 50} \sum_{k>0} |c_k|^2}_{\text{potencia banda lat. izq.}} + \underbrace{\frac{1}{2 \times 50} \sum_{k>0} |c_k|^2}_{\text{potencia banda lat. der.}} \quad (12)$$

III. IMPLEMENTACIÓN EN EL LABORATORIO

III-A. Modulación

Tanto OOK como BPSK pueden obtenerse utilizando un modulador de amplitud. En el laboratorio se utilizará el multiplicador de cuatro cuadrantes AD633, cuyo diagrama de bloques y configuración de terminales se muestra en la Fig. 5.

8-Lead Plastic DIP (N) Package

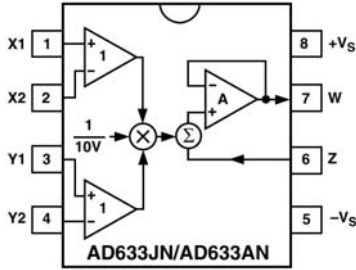


Figura 5: Circuito integrado AD633 en su configuración DIP (dual inline pins).

III-B. Demodulación

Como ya se discutió en la introducción, OOK puede demodularse utilizando un detector de envolvente, mientras que BPSK requiere el uso de demodulación sincrónica. Cabe hacer notar que, aunque no es necesario, OOK también puede ser demodulado sincrónicamente. La implementación en el laboratorio de ambas técnicas de demodulación se describe a continuación.

III-B1. Detección de Envolvente: La detección (o demodulación) de envolvente se logra rectificando la señal modulada y luego aplicando un filtro pasabajos al resultado, de manera de eliminar las componentes de alta frecuencia. Por simplicidad, suele utilizarse un rectificador de media onda, utilizando un solo diodo. Es importante notar que el diodo a utilizar debe ser lo suficientemente rápido como para conmutar a la frecuencia de la portadora. Además, la amplitud de la señal a demodular debe ser lo suficientemente grande como para asegurar que el diodo conmute. Se recomienda utilizar el diodo 1N4148 (¡busque su hoja de datos en Internet y verifique que es adecuado!).

III-B2. Detección Sincrónica: La detección (o demodulación) sincrónica consiste en multiplicar la señal modulada $s(t)$ por la señal portadora. Como resulta difícil que el receptor pueda generar la portadora utilizada en el transmisor con la misma fase, consideraremos que la portadora del receptor es

de la forma $\cos(\omega_c t + \theta)$. Así, el resultado, que denotaremos $r(t)$, está dado por

$$r(t) = s(t) \cos(\omega_c t + \theta) = \frac{\cos(\theta)}{2} m(t) + \frac{\cos(2\omega_c t + \theta)}{2} m(t). \quad (13)$$

Es decir, $r(t)$ es la suma de la señal modulante y un término adicional (la modulante desplazada al doble de la frecuencia portadora), que se puede eliminar aplicando un filtro pasabajos. De aquí se ve que es imprescindible procurar que el desfase entre las portadoras del transmisor y del receptor sea pequeño. En particular, si $\theta = \pi/2$, la señal modulante ya no está presente en la salida del demodulador sincrónico.

En el laboratorio, la multiplicación $s(t) \cos(\omega_c t + \theta)$ se realizará utilizando un segundo multiplicador de cuatro cuadrantes AD633. Para estudiar el efecto del desfase en la portadora del receptor, generaremos esta señal introduciendo una copia de la portadora utilizada en la modulación al circuito desfaseador mostrado en la Fig. 6.

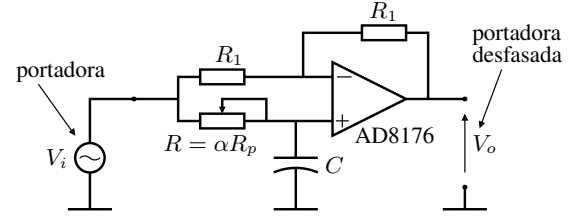


Figura 6: Esquemático del circuito desfaseador ajustable.

En este circuito, R_p es la resistencia del potenciómetro y $R = \alpha R_p$, con $\alpha \in [0, 1]$, es la resistencia resultante en la configuración mostrada cuando el terminal deslizante se sitúa a una fracción α del total de su carrera (de izquierda a derecha). Siendo V_i y V_o los fasores de las tensiones de entrada y de salida, respectivamente, es fácil deducir que

$$V_o = V_i \frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC}. \quad (14)$$

Esta expresión revela que $|V_o| = |V_i|$, para cualquier elección de R , ω y C . Además, el ángulo de V_o es el ángulo de V_i menos dos veces al ángulo de $1 + j\omega RC$. Por lo tanto, ajustando R , es posible lograr desfases entre 0 y $-\pi$ radianes. En particular, cuando $R = 0$, $V_o = V_i$ ($\theta = 0$). Cuando $R = 1/(\omega C)$, se tiene $\angle 1 + j\omega RC = \pi/4$ y, por lo tanto, $V_o = V_i e^{-j\pi/2}$ ($\theta = -\pi/2$). **La frecuencia de portadora a utilizar en esta experiencia es $f_c = 400$ [kHz].**

El diagrama de terminales del circuito operacional AD817 se muestra en la Fig. 7. Éste es un amplificador operacional de bajo costo, baja potencia, de polarización simple/doble y de alta velocidad, lo que lo hace ideal manejar señales de amplio espectro. Su ancho de banda de ganancia unitaria es de 50 [MHz], su *slew rate* es de 350 [V/ μ s] y tiene un tiempo de asentamiento de 45 ns. Como es un circuito rápido y de gran ancho de banda, es posible que al conectarle en lazo cerrado se produzcan oscilaciones de alta frecuencia. Esto puede ocurrir por los desfases introducidos por las capacitancias parásitas en el circuito de realimentación, que se hacen relevantes a alta frecuencia. Para reducir este fenómeno, se recomienda escoger un valor no muy grande para R_1 (unos pocos K Ω).

pueden resultar adecuados) en el circuito de la Fig. 6. Si aún así surgen oscilaciones, se recomienda agregar un capacitor de unos pocos pF en paralelo con la R_1 de realimentación.

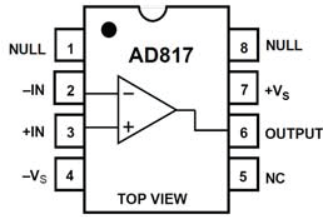


Figura 7: Circuito integrado AD817.

El demodulador sincrónico se conecta al modulador como se muestra en la Fig. 8.

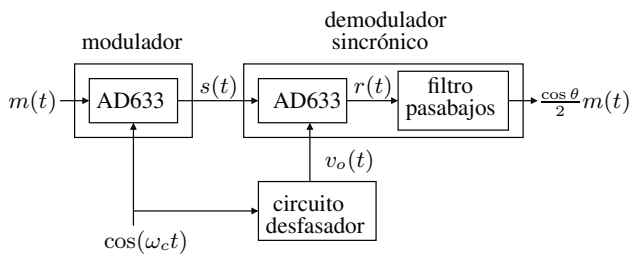


Figura 8: Esquema de interconexión entre el modulador y el demodulador sincrónico.

I. PREGUNTAS PARA EL INFORME

1. Se modula una portadora de 50 kHz utilizando una secuencia de cinco símbolos '10' de duración de 1 ms/símbolo. Calcule analíticamente:
 - a) Ancho de banda de 3 dB (de la envolvente de las armónicas en torno a la frecuencia portadora).
 - b) Ancho de banda del primer nulo (de la envolvente de las armónicas en torno a la frecuencia portadora).
 - c) Ancho de banda del 98% de potencia (es decir, el mínimo ancho de banda en torno a la portadora que contiene el 98% de la potencia total).
2. Realice simulaciones de la situación del punto anterior. Utilice una SNR de 50 dB, en modo de poder ignorar el efecto del ruido.
 - a) Verifique sus cálculos de la pregunta 1 en términos de ancho de banda utilizando los tres criterios para el caso de OOK y detección de envolvente. Comente similitudes y diferencias.
 - b) ¿Cuál es la diferencia entre los espectros de las señales moduladas en OOK, BPSK y QPSK? Sea claro con las figuras que desee incluir para apoyar su respuesta.
 - c) Compare las señales moduladas en el tiempo y las respectivas constelaciones para los tres formatos de modulación. Explique.
 - d) ¿Cómo cambian las constelaciones si se envía la secuencia de bits 10010011? Muestre las constelaciones y explique sus resultados.
 - e) Utilizando modulación OOK, simule una demodulación con detección de envolvente, utilizando los 3 anchos de banda del filtro calculados en la pregunta 1. Compare los espectros de las señales demoduladas y las formas de onda temporales de las señales recibidas. Describa y explique los resultados observados en términos de la funcionalidad del filtro.
3. Utilizando el simulador transmita su nombre (primer nombre y primer apellido) utilizando formatos de modulación OOK, BPSK y QPSK. Utilice una frecuencia de portadora de 50 kHz, y una tasa de bits de 1 kbit/s. Cambie la SNR utilizando los valores de 20, 10, 5, 0 y -10 dB. Para cada SNR, demodule su señal utilizando el detector de envolvente (siempre que se pueda) y detector sincrónico para desfases de 0°, 30°, 60° 90°, con los tres criterios de ancho de banda del punto 1. Para cada situación simulada, realice el siguiente análisis:
 - a) De los 3 esquemas de modulación, ¿cuáles esquemas de éstos permiten el uso de detección de envolvente y cuáles no? Explique y ejemplifique con figuras.
 - b) Para el caso de demodulación sincrónica con 0° de desfase y frecuencia de corte de 10 kHz, muestre y describa el efecto de la SNR en las constelaciones de OOK, BPSK y QPSK. En base a las constelaciones recibidas explique el efecto del filtro, y describa cuál de estos esquemas es más robusto a errores causados por ruido Gaussiano aditivo. Justifique su respuesta comparando los gráficos de las señales recibidas y las secuencias de bit recibidas.
 - c) Utilizando una SNR de 0 dB y -5 dB, compare el comportamiento de OOK con detección de envolvente y detección sincrónica. ¿Qué detección entrega un menor número de errores de demodulación? Justifique
 - d) Compare los resultados del punto anterior (3b) con BPSK y QPSK en términos de potenciales errores de demodulación (utilice SNR de 0dB y -5dB). Explique y ejemplifique qué método de demodulación es más robusto en términos de errores de detección.
 - e) Utilizando BPSK, y los diferentes valores de SNR, analice el efecto de desfase del detector sincrónico utilizando valores de 0°, 30°, 60°, 90° y 180°. Muestre y explique el efecto visualizado en las constelaciones y en la señal recibida.
4. En base a todos los puntos anteriores, resuma y explique las principales conclusiones que pueda obtener en base los resultados obtenidos.
5. Finalmente, ingrese a la sección de Modulación de Imágenes y Texto (dentro de sección de modulación digital). Utilice la imagen de prueba precargada en el simulador y simule su transmisión con OOK, BPSK y QPSK utilizando una SNR de 20, 10, 5, 0 y -10 dB. Utilice una portadora y una tasa de transmisión adecuada. Justifique su elección de acuerdo con los conceptos analizados en preguntas anteriores. En base a sus resultados anteriores, utilice un filtro pasabajos adecuado para la demodulación. También justifique la elección de la frecuencia de corte. Compare detección de envolvente y sincrónica, junto con los diferentes esquemas de modulación. Muestre y comente sus resultados.

MSH/PGV