a) Je-li $f(n) = O(g(n))$, pak $g(n) = O(f(n))$

$$\left.\begin{aligned} f(n) &= n \\ g(n) &= n^2 \end{aligned}\right\} \text{protipříklad}$$

$n = O(n^2)$ ale $n^2 \neq O(n)$

$n \leq c \cdot n^2$

$1 \leq cn$

$\frac{1}{c} \leq n$

$n_0 = 1 \quad c = 1$

$n^2 \leq c_1 \cdot n$

$n \leq c_1$

žádné c_1 není větší než všechna přirozená čísla

$\Rightarrow$ a) **neplatí**

---

b) Pokud $f(n) = O(g(n))$, pak $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$

$$\left.\begin{aligned} f(n) &= 2n \\ g(n) &= n \end{aligned}\right\} \text{protipříklad}$$

$f(n) = O(g(n))$

$2n \leq c \cdot n \quad /:n$

$2 \leq c$

$n_0 = 1 \quad c = 2$ ✓

$2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$

$2^{2n} \leq c_1 \cdot 2^n$

$(2^n)^2 \leq c_1 \cdot 2^n \quad /:2^n$

$2^n \leq c_1$

↳ žádné c_1 nemůže být větší než všechna 2^n

$\Rightarrow$ b) **neplatí**

c) Jestliže $f(n) = O(g(n))$, pak $g(n) = \Omega(f(n))$

$(\mathrm{I.})\ f(n) \leq c \cdot g(n)$ pak $(\mathrm{II.})\ f(n) \cdot c_1 \leq g(n)$

$\downarrow :c$

$\frac{1}{c} f(n) \leq g(n)$ $\Rightarrow$ pro $c_1 = \frac{1}{c}$ je $\mathrm{I.} \Leftrightarrow \mathrm{II.}$

$\longrightarrow$ c) **platí**

d) $f(n) = O(f(n)^2)$

pro $f(n) = \frac{1}{n}$ ... protipříklad

$$\frac{1}{n} \leq c \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^2$$

$$\frac{1}{n} \leq c \cdot \frac{1}{n^2} \quad \Big| \cdot n^2$$

$$n \leq c$$

$\longrightarrow$ neexistuje c větší než všechna n

$\Rightarrow$ d) **neplatí**