a) Je-li $f(n) = O(g(n))$, pak $g(n) = O(f(n))$

$f(n) = n$ } protipříklad
$g(n) = n^2$

$\cancel{f(n)}$ $n = O(n^2)$ ale $n^2 \neq O(n)$

$n \leq c \cdot n^2$

$1 \leq cn$

$\frac{1}{c} \leq n$

$n_0 = 1 \quad c = 1$

$n^2 \leq c_1 \cdot n$

$n \leq c_1$

žádné c_1 není větší než všechna přirozená čísla

=> a) <u>neplatí</u>

---

b) Pokud $f(n) = O(g(n))$, pak $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$

$f(n) = 2n$ } protipříklad
$g(n) = n$

$f(n) = O(g(n))$

$2n \leq c \cdot n \quad /:n$

$2 \leq c$

$n_0 = 1 \quad c = 2$ ✓

$2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$

$2^{2n} \leq c_1 \cdot 2^n$

$(2^n)^2 \leq c_1 \cdot 2^n \quad /:2^n$

$2^n \leq c_1$

↳ žádné c_1 nemůže být větší než všechna 2^n

=> b) <u>neplatí</u>

c) Jestliže $f(n) = O(g(n))$, pak $g(n) = \Omega(f(n))$

(I.) $f(n) \leq c \cdot g(n)$ pak (II.) $f(n) \cdot c_1 \leq g(n)$

$\downarrow :c$

$\frac{1}{c} f(n) \leq g(n)$ $\Rightarrow$ pro $c_1 = \frac{1}{c}$ je I. $\Leftrightarrow$ II.

$\longrightarrow$ c) platí

d) $f(n) = O(f(n)^2)$

pro $f(n) = \frac{1}{n}$ .. protipříklad

$$\frac{1}{n} \leq c \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^2$$

$$\frac{1}{n} \leq c \cdot \frac{1}{n^2} \quad | \cdot n^2$$

$$n \leq c$$

$\longrightarrow$ neexistuje c větší než všechna n

$\Rightarrow$ d) neplatí