

# CC4102 - Control 1

Prof. Gonzalo Navarro

5 de Octubre de 2020

## P1 (2.0 pt)

Considere los dos problemas siguientes. En ambos casos, se puede preprocesar un conjunto  $\{(k, v)\}$  de  $n$  claves distintas y sus valores asociados (los valores pueden ser un objeto cualquiera).

**A:** Dada una clave de búsqueda  $x$  encontrar cuántas claves menores a  $x$  hay en el conjunto.

**B:** Dada una clave de búsqueda  $x$ , encontrar el valor asociado a la máxima clave menor a  $x$  que existe en el conjunto.

1. (1pt) Demuestre que los dos problemas tienen la misma complejidad, mediante reducir cada uno al otro. Note que el preprocesamiento permite que su reducción parta construyendo una estructura de datos conveniente sobre el conjunto para luego poder reducir una pregunta a la otra.
2. (1pt)Cuál es la complejidad de estos dos problemas en el modelo de comparaciones, si partimos con un arreglo ordenado por  $k$  y con el valor  $v$  asociado que uno desee?

## P2 (2.0 pt)

Vea en Internet una explicación de alguno de estos dos algoritmos para calcular la cápsula convexa: Graham Scan, Jarvis March. Se recomienda el link [https://www.wikiwand.com/es/M%C3%A9todo\\_de\\_Graham](https://www.wikiwand.com/es/M%C3%A9todo_de_Graham), o bien el video en <https://www.youtube.com/watch?v=B2AJoSzf4M>.

Basándose en ese material, considere el siguiente problema. Dado un conjunto de  $n$  puntos en el plano, se desea preprocesarlos en tiempo  $O(n)$  tal que luego se responda la siguiente consulta: dados un punto  $p$  y un ángulo  $\alpha$ , encuentre el punto  $p' \neq p$  donde  $\overline{pp'}$  forme el mínimo ángulo  $\alpha' \geq \alpha$  (medido contrarreloj a partir de la horizontal,  ${}_p\angle^{p'}$ ).

1. (1pt) Dé una cota inferior al costo de esa consulta, en el modelo de comparaciones.
2. (1pt) Considerando que no se conoce ningún algoritmo de costo  $O(n + r \cdot f(n))$  para la cápsula convexa, para ningún  $f(n) = o(n)$  y siendo  $r$  el número de puntos de la cápsula resultante, qué le parece que se puede esperar con respecto al costo de esta consulta?

## P3 (2.0 pt)

Diseñe un algoritmo eficiente de memoria secundaria para, dados arreglos  $A[1, N]$  y  $B[1, N]$ , conteniendo valores enteros en  $[1, N]$ , construya el arreglo  $C[1, N]$  con  $C[i] = A[B[i]]$  para todo  $i$ . La solución obvia realiza  $O(N)$  I/Os.

1. (1.5pt) Obtenga una solución que tenga la misma complejidad de ordenar  $N$  elementos.
2. (0.5pt) Compare esta complejidad con la de la solución obvia, y discuta qué se puede esperar en la vida real con respecto a ambos tiempos.