

**Professor:**

José Raul Carreira Azinheira

Controlo de Voo

Grupo 27

---

## Gripen-2 Patrulha - LOS

Relatório intermédio RP2

---

***Autores:***

Francisco Alves, 95787

Tomás Nunes, 95855

Rodrigo Sequeira, 96480

12 de junho de 2022

## 1 Introdução

Este trabalho foi realizado no âmbito da cadeira de Controlo de Voo e teve como objetivo a familiarização e o desenvolvimento de uma análise crítica de problemas concretos da síntese de controladores de voo.

A aeronave em estudo é o modelo Gripen, sendo a condição de voo 2 atribuída pelo tema 41 (patrulha - LOS).

O primeiro ponto a ser abordado no *design* do controlador é a determinação e análise do modelo estudado, sendo que neste trabalho apenas se analisou o modo lateral, tendo-se recorrido ao MatLab para tal.

De seguida, procede-se a aumentar a estabilidade do sistema/à sua estabilização, por forma a atingir o melhor nível nas qualidades de voo, bem como para satisfazer uma condição específica imposta ao amortecimento do modo de rolamento Holandês.

No ponto 3, implementa-se o sistema de controlo de atitude/trajetória, usando-se a abordagem do controlo moderno para tal, pois o controlo clássico levaria a uma análise bastante mais complexa.

## 2 Determinação e análise do modelo estudado

De modo a poder analisar-se a dinâmica da aeronave é necessário descrever o seu movimento usando a formulação em espaço de estados. Para o objetivo em vista, o movimento analisado é o lateral, considerando-se a separação do movimento longitudinal do movimento lateral, desacoplados (consequência do processo de linearização). Assim, as seguintes equações são as que determinam a evolução das variáveis de estado  $x = [\beta \ p \ r \ \phi]^T$ , controladas por  $u = [\delta_a \ \delta_r]^T$ :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (2.1)$$

em que  $A$  é a matriz da dinâmica,  $B$  a matriz de entrada,  $C$  a matriz de saída e  $D$  a matriz de saída direta.  $\beta$  é o ângulo de derrapagem,  $p$  é velocidade de rolamento,  $r$  é a velocidade de guinada,  $\phi$  é o ângulo de pranchamento,  $\delta_a$  a deflexão dos *aileron*s e  $\delta_r$  a deflexão do *rudder*.

Como já previamente referido, existe o desacoplamento dos dois movimentos e isso é resultado da linearização das equações da dinâmica realizada em torno de um ponto de equilíbrio em voo retilíneo nivelado na ausência de perturbações ou ruído, surgindo assim as matrizes abaixo.

$$A = \begin{bmatrix} Y_\beta & Y_p + \frac{W_0}{U_0} & Y_r - 1 & \frac{g}{U_0} \cos(\theta_0) \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 \\ 0 & 1 & \tan(\theta_0) & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} Y_{\delta_a} & Y_{\delta_r} \\ L'_{\delta_a} & L'_{\delta_r} \\ N'_{\delta_a} & N'_{\delta_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

De realçar que, ao contrário do habitual, a primeira variável de estado é  $\beta$  em vez de  $v$ , de acordo com os dados no enunciado, que também informa que as derivadas já se encontram em função de  $\beta$ , não necessitando por isso que se divida por  $U_0$  ( $v \approx U_0 \beta$ ).

Com recurso à função "*damp*" no *MatLab*, calcularam-se os polos emanel aberto do sistema, que correspondem aos valores próprios da matriz da dinâmica  $A$ , com vista a determinar e analisar as qualidades de voo. Os dados obtidos apresentam-se na seguinte tabela:

Modo	Polo	Amortecimento	Frequência natural ( $rad/s$ )	Constante de tempo ( $s$ )
Rolamento	-0.84423	1	0.84423	1.18
Rolamento Holandês	$-0.05681 \pm 0.56525i$	0.10001	0.568096	17.6
Espiral	0.02147	-1	0.02147	46.6

Tabela 1: Polos do sistema em anel aberto (valores próprios da matriz  $A$ ) e respetivas características

De notar que os valores 1 e  $-1$  dos coeficientes de amortecimento apresentados na tabela acima são atribuídos por defeito pela função utilizada no *MatLab*. Na realidade, os dois modos com esses valores de  $\zeta$  não são oscilatórios, não fazendo sentido existir valor de amortecimento para os mesmos.

Analisando os valores, pode concluir-se que são distinguíveis três modos: modo espiral  $\lambda_S = 0.02147$ , pois é um polo simples perto da origem, e neste caso particular será instável (está localizado no semi-plano complexo direito); modo de rolamento  $\lambda_R = -0.84423$ , polo simples rápido, como se pode constatar na constante de tempo; modo de rolamento Holandês  $\lambda_{DR} = -0.05681 \pm 0.56525i$ , par de polos complexos conjugados, rápido e pouco amortecido.

Com estes valores é possível agora analisar as qualidades de voo com base nos critérios estabelecidos para cada modo. Primeiramente é importante identificar a classe da aeronave e a categoria de voo, e neste caso temos um avião de classe IV e um voo de categoria A.

Para avaliar o nível da qualidade de voo do modo espiral calculou-se o tempo necessário para duplicar a amplitude, uma vez que é um modo instável, e o tempo obtido foi  $t_2 = \frac{\ln 2}{|\lambda_S|} = 32.28059s > 12s$ , portanto é **nível 1**.

Relativamente ao modo de rolamento é necessário observar a constante de tempo  $\tau = 1.1845s$ ,  $1s < \tau < 1.4s$ , pelo que se atribui o **nível 2** a este modo.

Por fim, temos o rolamento Holandês, modo em que é preciso analisar os limites mínimos das variáveis  $\zeta = 0.10001$ ,  $0.02 < \zeta < 0.19$ ,  $\zeta\omega_n = 0.05681rad/s$ ,  $0.05 < \zeta < 0.35$  e  $\omega_n = 0.568096rad/s$ ,  $0.5 < \omega_n < 1$ , pelo que se encontra dentro dos limites impostos pelo nível 2, portanto este modo é classificado como **nível 2**.

Globalmente, atribui-se o **nível 2** à aeronave. Esta classificação significa que as qualidades são adequadas à fase de voo em análise, mas é exigida alguma sobrecarga no piloto e possibilidade de limitação do cumprimento ideal da missão.

### 3 Aumento de estabilidade/estabilização

Neste ponto, o principal objetivo é atingir o nível 1 nas qualidades de voo, sendo que no enunciado é também requerido um amortecimento  $\zeta > 0.6$  para o rolamento Holandês.

Para tal, recorreu-se às soluções clássicas SISO, em particular ao LGR (*root-locus*), pois, como analisado no ponto 1, tanto o rolamento como o rolamento Holandês tinham a classificação de nível 2.

Primeiramente, definiram-se os objetivos que deviam ser atingidos para se conseguir obter nível 1 em ambos os modos referidos. Para o rolamento, era necessário ter uma constante de tempo  $\tau < 1s$ ; para o rolamento Holandês, observou-se que era necessário aumentar o *damping*  $\zeta$  até pelo menos 0.6, a frequência natural  $\omega_n$  até  $1.0rad/s$  e também assegurar o produto  $\zeta\omega_n > 0.35rad/s$ .

A primeira realimentação utilizada foi uma realimentação positiva de  $\delta_r$  com a variável de estado  $\mathbf{r}$ , de modo a melhorar as características do modo de rolamento Holandês. Após uma análise das

mudanças observadas decidiu-se escolher um ganho  $K = 115$  para o qual se obteve  $\zeta = 0.995$  e uma frequência natural de  $0.939\text{rad/s}$ .

Observou-se que a constante de tempo do rolamento piorou ligeiramente ( $\tau = 1.82\text{s}$ ), deslocando-se para direita, sendo por isso mais lento, enquanto que o modo espiral passou o eixo imaginário (para o *space*), tornando-se estável.

Pode verificar-se o seguinte LGR na figura 1 que traduz as mudanças descritas acima:

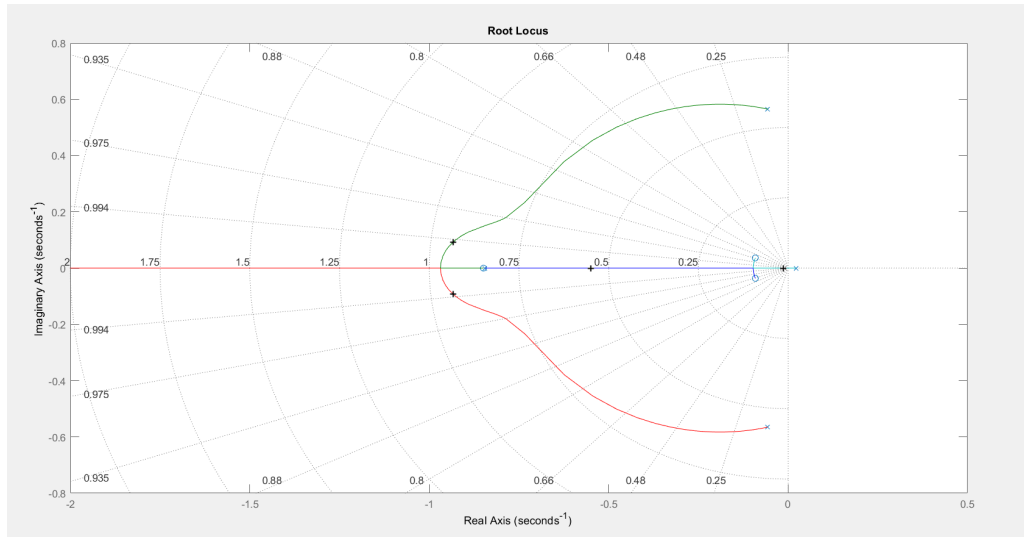


Figura 1: LGR - realimentação  $\delta_r$  com a variável  $r$

Contudo, o rolamento Holandês ainda não está no nível 1 devido à frequência natural ser inferior a  $1\text{rad/s}$ , e o modo de rolamento puro piorou. Assim, projetou-se mais uma realimentação, que se trata de uma realimentação negativa de  $\delta_r$  com recurso à variável de estado  $\beta$ .

Notou-se que para valores iniciais de  $K$ , a frequência natural do rolamento Holandês diminuía, mas a partir de certo ponto voltava a aumentar, apesar do amortecimento diminuir, permitindo escolher um  $K = 39$ , tal que  $\omega_n = 1.05\text{rad/s}$ ,  $\zeta = 0.668$  e  $\zeta\omega_n = 0.7014\text{rad/s}$ , sendo assim atingido o nível 1 para o rolamento Holandês com *damping*  $\zeta > 0.6$ . Também é possível analisar que o rolamento voltou a melhorar ( $\tau = 1.20\text{s}$ ), e o modo espiral mantém-se estável. Observe-se o LGR na figura 2:

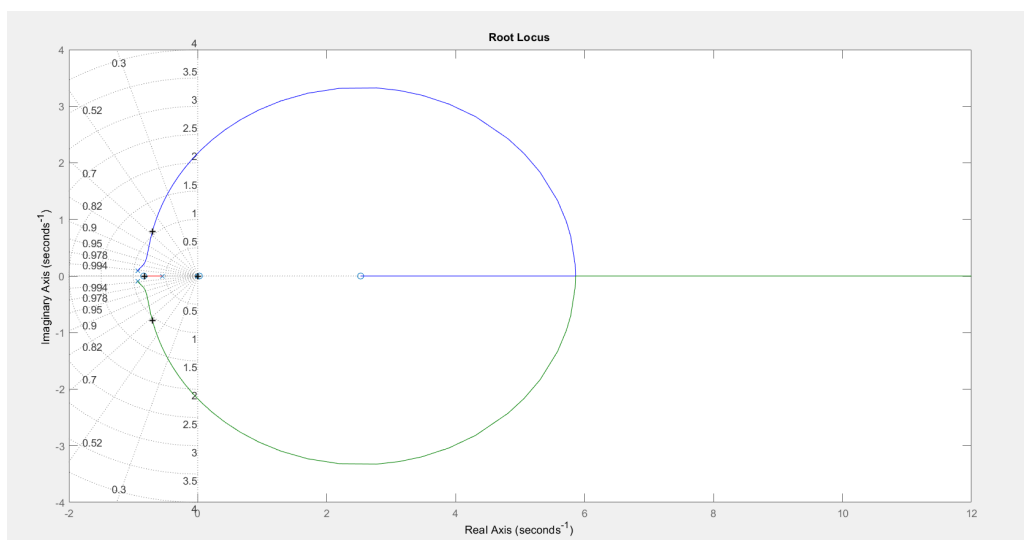


Figura 2: LGR - realimentação  $\delta_r$  com a variável  $\beta$

Por fim, fez-se uma realimentação positiva de  $\delta_a$  com a variável de estado  $p$ , com o propósito de melhorar o nível de qualidade de voo do modo de rolamento puro, uma vez que a sua constante de tempo continua superior ao que se pretende. Como se pode constatar na figura 3, o rolamento Holandês e o modo espiral variam pouco (espiral volta a ser instável mas  $t_2 = 74.6122s$ , que corresponde a nível 1), portanto pode-se alterar  $K$  de forma livre para se obter o valor pretendido para a constante de tempo relacionada com esse modo. Por isso, escolheu-se  $K = 1$ , obtendo-se uma constante de tempo  $\tau = 0.642s$ , atingindo-se o nível 1. Desta forma, pode concluir-se que o sistema globalmente é de nível 1 em termos de qualidade de voo.

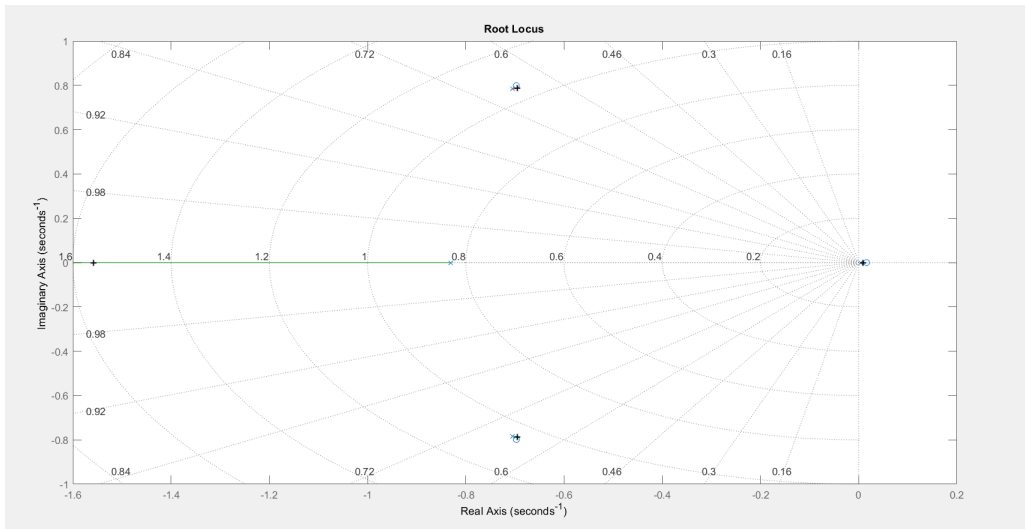


Figura 3: LGR - realimentação  $\delta_a$  com a variável  $p$

Portanto, a partir da equação

$$A_{anel\ fechado} = A_{anel\ aberto} - B * K \quad (3.1)$$

, consegue-se analisar o anel fechado com as 3 realimentações projetadas, apresentando-se a mesma análise na seguinte tabela 2.

Modo	Polo	Amortecimento	Frequência natural ( $rad/s$ )	Constante de tempo ( $s$ )
Rolamento	-1.56	1	1.56	0.642
Rolamento Holandês	$-0.695 \pm 0.788i$	0.662	1.05	1.44
Espiral	$9.29 \cdot 10^{-3}$	-1	$9.29 \cdot 10^{-3}$	108

Tabela 2: Polos do sistema em anel fechado (valores próprios da matriz  $A$ ) e respectivas características.

$$, \text{ sendo que } K = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 39 & 0 & -115 & 0 \end{bmatrix}$$

## 4 Controlo de atitude/trajetória

Após o ponto anterior, verificou-se que recorrendo ao controlo clássico, em particular ao *root-locus*, é exigido um certo grau de complexidade para garantir a estabilização e o nível 1 para todos os modos

laterais. Portanto, ao invés de se continuar a usar uma realimentação com um ganho fornecido pelo LGR, optou-se por usar o ganho obtido pelo LQR, controle moderno/ótimo.

Inicialmente, em todo o processo realizado, desde o método de Bryson para se calcularem as matrizes  $Q$  e  $R$  até à construção do diagrama de blocos em *Simulink*, foi utilizada a matriz da dinâmica  $A$  previamente apresentada; contudo, verificou-se a presença de um erro estático. Devido a este fator, introduziram-se mais duas variáveis na dinâmica do sistema,  $\dot{x}_5 = \beta$  e  $\dot{x}_6 = \phi$ .

Obteve-se, assim, o seguinte diagrama de blocos (figura 4) para o seguimento de referência das variáveis  $\beta$  e  $\phi$ , destacando-se um anel interno para a estabilização do sistema com a realimentação de  $u = \begin{bmatrix} \delta_a & \delta_r \end{bmatrix}^T$  recorrendo às velocidades angulares  $p$  e  $r$ , um anel externo para o controlo de atitude das duas variáveis que estão a sofrer o seguimento de referência e, neste mesmo anel, a inclusão do bloco integrativo devido à introdução das duas variáveis previamente referidas.

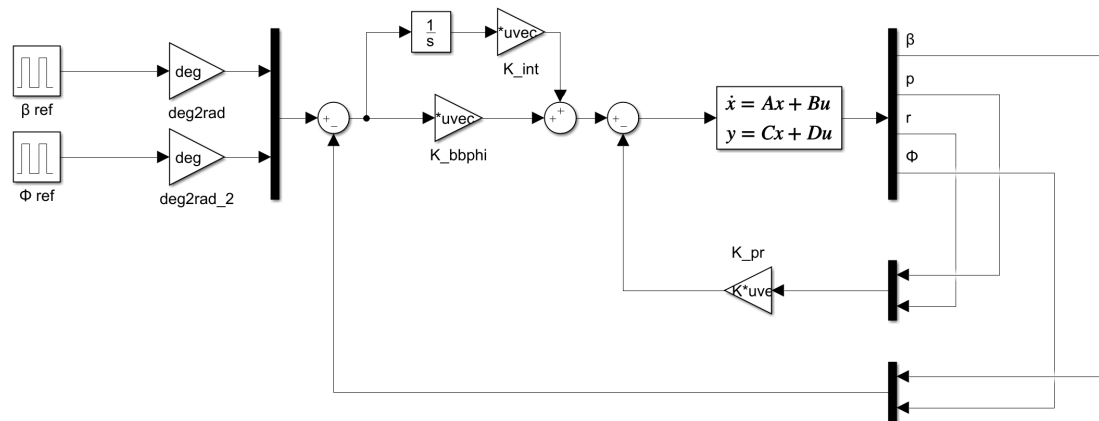


Figura 4: Diagrama de blocos

Como referido, para se obter a matriz  $K$  utilizou-se o método de Bryson, que necessita dos máximos esperados para cada manobra, em condições normais (e não em manobras mais exigentes) - extremos das perturbações desejados para cada variável, para o anel fechado. Primeiramente, arbitrou-se os seguintes valores, para determinar as matrizes  $Q$  e  $R$ , como se pode analisar na tabela 3.

$\beta$	p	r	$\phi$	$x_5$	$x_6$	$\delta_a$	$\delta_r$
3	1	1	9	$0.3^*\beta$	$0.3^*\phi$	10	10

Tabela 3: Valores arbitrados  $[\mathcal{Q}]$  ou  $[\mathcal{Q}/s]$ 

Uma vez que, fazendo a análise em anel fechado, a qualidade de voo em nível 1 não era verificada, fizeram-se algumas alterações a estes valores até se obter o nível pretendido, chegando-se aos valores indicados na tabela 4.

$\beta$	p	r	$\phi$	$x_5$	$x_6$	$\delta_a$	$\delta_r$
0.5	1	0.18	0.7	$0.3^*\beta$	$0.3^*\phi$	10	20

Tabela 4: Valores para o método de Bryson  $[\text{g}]$  ou  $[\text{g/s}]$

O processo de obtenção destes valores pode ser resumido nos seguintes passos: diminuição de  $\beta$ , que melhora o rolamento Holandês nos 3 parâmetros usualmente analisados; diminuição de  $\phi$ , que

diminui a constante de tempo para menos de 1s no modo de rolamento puro mais espiral (como mais à frente analisado, verificou-se o acoplamento destes 2 modos); o aumento de  $\delta_r$ , que também melhorou o rolamento Holandês em todos os parâmetros - também é importante realçar que ocorre uma diminuição da matriz  $R$ , que se traduz numa maior exigência do sistema; e a diminuição de  $r$ , que apesar de diminuir a frequência natural do rolamento Holandês, aumenta o seu amortecimento, garantindo o nível 1 neste modo.

Portanto, com os valores obtidos e aplicando o método de Bryson, calcularam-se as matrizes  $Q$  e  $R$ , e de seguida, determinou-se a seguinte matriz de ganho  $K$ :

$$K = \begin{bmatrix} 5.6966 & -13.2857 & -12.4380 & -39.9055 & 3.4695 & -47.5545 \\ 223.8499 & 21.1904 & -294.3571 & 26.9312 & 133.1527 & 4.9564 \end{bmatrix}$$

Tal como esperado, a matriz  $K$  surge com 6 colunas, devido à introdução das duas variáveis extra. No programa, dividiu-se esta matriz em 3, criando-se então 3 submatrizes, que estão no diagrama de blocos representado na figura 4: matriz  $K_{pr}$  com a segunda e terceira colunas, matriz  $K_{\phi\beta}$  com a primeira e quarta colunas e matriz  $K_{int}$  com as últimas duas colunas.

Realizando a análise do anel fechado  $A_{anel\ fechado} = A_{anel\ aberto} - B * K$ , obtiveram-se os seguintes polos e respetivas características (tabela 5).

Modo	Polo	Amortecimento	Frequência angular ( $rad/s$ )	Constante de tempo ( $s$ )
-	-7.57	1	7.57	0.132
-	-1.32	1	1.32	0.755
Rolamento Holandês	$-0.729 \pm 0.851i$	0.65	1.12	1.37
Rolamento puro e espiral	$-1.62 \pm 1.38i$	0.76	2.13	0.619

Tabela 5: Polos do sistema em anel fechado e respetivas características

Tal como esperado, surgem dois polos associados aos novos estados introduzidos para se eliminar o erro estático. Também é apresentado o acoplamento dos modos de rolamento e espiral, mas pode-se verificar que garantem todas as condições para se manterem em nível 1, e o modo de rolamento Holandês é também nível 1 e apresenta um amortecimento superior a 0.6, como requerido.

Por fim, foram estudadas as respostas de seguimento de referência, que podem ser analisadas nas seguintes figuras.

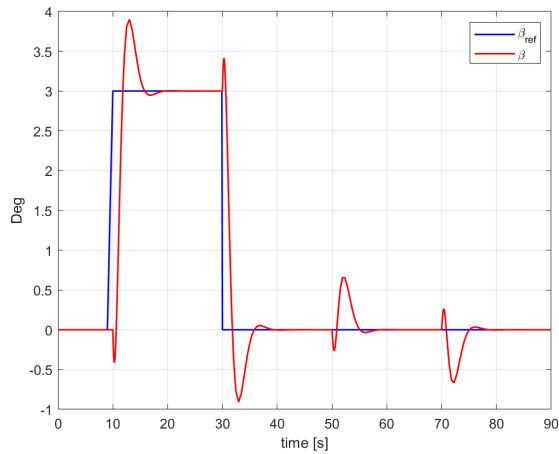


Figura 5: Resposta do seguimento de referência de  $\beta$  a um step de  $3^\circ$

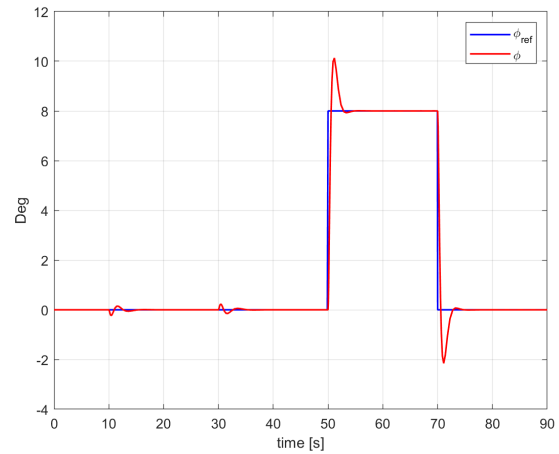


Figura 6: Resposta do seguimento de referência de  $\phi$  a um step de  $8^\circ$

De modo a analisar o efeito das duas referências com entradas em retângulo, fez-se cada variação em tempos distintos.

Primeiramente, estudou-se a referência de  $\beta$ , e concluiu-se que o sistema é relativamente preciso no seguimento de referência, com um tempo de estabelecimento de referência não muito alto e uma sobrelevação de  $\approx 1^\circ$ , e também se verificou que o ângulo de rolamento não é muito afetado. Depois, estudou-se o seguimento de referência de  $\phi$ , e mais uma vez este é preciso, com um tempo de estabelecimento baixo, apresentando uma sobrelevação de  $\approx 2^\circ$ , sendo que neste caso o efeito no  $\beta$  já é mais notório em comparação com o caso anterior.

Por fim, é importante notar que neste ponto ainda não foi tida em conta a gama de deflexão dos atuadores.