

**Professor:**

José Raul Carreira Azinheira

Controlo de Voo

Grupo 27

---

## Gripen-2 Patrulha - LOS

### Relatório Final

---

***Autores:***

Francisco Alves, 95787

Tomás Nunes, 95855

Rodrigo Sequeira, 96480

26 de junho de 2022

# Índice

1	Introdução	1
2	Determinação e análise do modelo estudado	1
3	Aumento de estabilidade/estabilização	2
4	Controlo de atitude/trajetória	5
5	Inclusão dos sensores e atuadores	7
6	Simulação de patrulha - LOS	8
7	Conclusão e análise crítica	10
8	Anexo	11
	Bibliografia	13

## 1 Introdução

Este trabalho foi realizado no âmbito da cadeira de Controlo de Voo e teve como objetivos a familiarização e o desenvolvimento de uma análise crítica de problemas concretos da síntese de controladores de voo.

A aeronave em estudo é o modelo Gripen, sendo a condição de voo 2 atribuída pelo tema 41 (patrulha - LOS).

O primeiro ponto a ser abordado no *design* do controlador, na secção 2, é a determinação e análise do modelo estudado, sendo que neste trabalho apenas se analisou o modo lateral, tendo-se recorrido ao *MatLab* para tal.

De seguida, na secção 3, procede-se a aumentar a estabilidade do sistema/à sua estabilização, por forma a atingir o melhor nível nas qualidades de voo, bem como para satisfazer uma condição específica imposta ao amortecimento do modo de rolamento Holandês.

Na secção 4, implementa-se o sistema de controlo de atitude/trajetória, usando-se a abordagem do controlo moderno para tal, pois o controlo clássico levaria a uma análise bastante mais complexa.

Para aproximar todo o projeto da realidade em situação de voo, em particular no que toca à aquisição de dados e reação da aeronave aos mesmos, adicionaram-se sensores e atuadores na dinâmica do sistema (secção 5).

Por último, simulou-se a missão especificada pelo objetivo do projeto - patrulha com base num seguimento LOS (*Line Of Sight*), com implementação documentada na secção 6.

As conclusões e análise crítica global dos resultados da simulação está presente na secção 7.

## 2 Determinação e análise do modelo estudado

De modo a poder analisar-se a dinâmica da aeronave, é necessário descrever o seu movimento usando a formulação em espaço de estados. Para o objetivo em vista, o movimento analisado é o lateral, considerando-se a separação do movimento longitudinal do movimento lateral, desacoplados (consequência do processo de linearização). Assim, as seguintes equações são as que determinam a evolução das variáveis de estado  $x = [\beta \quad p \quad r \quad \phi]^T$ , controladas por  $u = [\delta_a \quad \delta_r]^T$ :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}, \quad (2.1)$$

em que  $A$  é a matriz da dinâmica,  $B$  a matriz de entrada,  $C$  a matriz de saída e  $D$  a matriz de saída direta [1].  $\beta$  é o ângulo de derrapagem,  $\mathbf{p}$  é a velocidade de rolamento,  $\mathbf{r}$  é a velocidade de guinada,  $\phi$  é o ângulo de pranchamento,  $\delta_a$  a deflexão dos *aileron*s e  $\delta_r$  a deflexão do *rudder*.

Como já previamente referido, existe o desacoplamento dos dois movimentos e isso é resultado da linearização das equações da dinâmica realizada em torno de um ponto de equilíbrio em voo retilíneo nivelado na ausência de perturbações ou ruído, surgindo assim as matrizes abaixo.

$$A = \begin{bmatrix} Y_\beta & Y_p + \frac{W_0}{U_0} & Y_r - 1 & \frac{g}{U_0} \cos(\theta_0) \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 \\ 0 & 1 & \tan(\theta_0) & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} Y_{\delta_a} & Y_{\delta_r} \\ L'_{\delta_a} & L'_{\delta_r} \\ N'_{\delta_a} & N'_{\delta_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

De realçar que, ao contrário do habitual, a primeira variável de estado é  $\beta$  em vez de  $v$ , de acordo

com os dados no enunciado, que também informa que as derivadas já se encontram em função de  $\beta$ , não necessitando por isso que se divida por  $U_0$  ( $v \approx U_0\beta$ ).

Com recurso à função *damp* no *MatLab*, calcularam-se os polos em anel aberto do sistema, que correspondem aos valores próprios da matriz da dinâmica  $A$ , com vista a determinar e analisar as qualidades de voo. Os dados obtidos apresentam-se na seguinte tabela:

Modo	Polo	Amortecimento	Frequência natural ( <i>rad/s</i> )	Constante de tempo ( <i>s</i> )
Rolamento	-0.84423	1	0.84423	1.18
Rolamento Holandês	$-0.05681 \pm 0.56525i$	0.10001	0.568096	17.6
Espiral	0.02147	-1	0.02147	46.6

Tabela 1: Polos do sistema em anel aberto (valores próprios da matriz  $A$ ) e respetivas características

De notar que os valores 1 e  $-1$  dos coeficientes de amortecimento apresentados na tabela acima são atribuídos por defeito pela função utilizada no *MatLab*. Na realidade, os dois modos com esses valores de  $\zeta$  não são oscilatórios, não fazendo sentido existir valor de amortecimento para os mesmos.

Analisando os valores, pode concluir-se que são distinguíveis três modos: modo espiral  $\lambda_S = 0.02147$ , pois é um polo simples perto da origem, e neste caso particular será instável (está localizado no semi-plano complexo direito); modo de rolamento  $\lambda_R = -0.84423$ , polo simples rápido, como se pode constatar na constante de tempo; modo de rolamento Holandês  $\lambda_{DR} = -0.05681 \pm 0.56525i$ , par de polos complexos conjugados, rápido e pouco amortecido.

Com estes valores é possível agora analisar as qualidades de voo com base nos critérios estabelecidos para cada modo. Primeiramente é importante identificar a classe da aeronave e a categoria de voo, e neste caso temos um avião de classe IV e um voo de categoria A.

Para avaliar o nível da qualidade de voo do modo espiral calculou-se o tempo necessário para duplicar a amplitude, uma vez que é um modo instável, e o tempo obtido foi  $t_2 = \frac{\ln 2}{|\lambda_S|} = 32.28059s > 12s$ , portanto é **nível 1**.

Relativamente ao modo de rolamento é necessário observar a constante de tempo  $\tau = 1.1845s$ ,  $1s < \tau < 1.4s$ , pelo que se atribui o **nível 2** a este modo.

Por fim, temos o rolamento Holandês, modo em que é preciso analisar os limites mínimos das variáveis  $\zeta = 0.10001$ ,  $0.02 < \zeta < 0.19$ ,  $\zeta\omega_n = 0.05681\text{rad/s}$ ,  $0.05 < \zeta\omega_n < 0.35$  e  $\omega_n = 0.568096\text{rad/s}$ ,  $0.5 < \omega_n < 1$ , pelo que se encontra dentro dos limites impostos pelo nível 2, portanto este modo é classificado como **nível 2**.

Globalmente, atribui-se o **nível 2** à aeronave. Esta classificação significa que as qualidades são adequadas à fase de voo em análise, mas é exigida alguma sobrecarga no piloto e possibilidade de limitação do cumprimento ideal da missão.

### 3 Aumento de estabilidade/estabilização

Neste ponto, o principal objetivo é atingir o nível 1 nas qualidades de voo, sendo que no enunciado é também requerido um amortecimento  $\zeta > 0.6$  para o rolamento Holandês.

Para tal, recorreu-se às soluções clássicas SISO, em particular ao LGR (*root-locus*), pois, como analisado no ponto 1, tanto o rolamento como o rolamento Holandês tinham a classificação de nível 2.

Primeiramente, definiram-se os objetivos que deviam ser atingidos para se conseguir obter nível 1 em ambos os modos referidos. Para o rolamento, era necessário ter uma constante de tempo  $\tau < 1s$ ;

para o rolamento Holandês, observou-se que era necessário aumentar o *damping*  $\zeta$  até pelo menos 0.6, a frequência natural  $\omega_n$  até  $1.0\text{rad/s}$  e também assegurar o produto  $\zeta\omega_n > 0.35\text{rad/s}$ .

A primeira realimentação utilizada foi uma realimentação positiva de  $\delta_r$  com a variável de estado  $\mathbf{r}$ , de modo a melhorar as características do modo de rolamento Holandês. Após uma análise das mudanças observadas decidiu-se escolher um ganho  $K = 115\text{s}$  para o qual se obteve  $\zeta = 0.995$  e  $\omega_n = 0.939\text{rad/s}$ .

Observou-se que a constante de tempo do rolamento piorou ligeiramente ( $\tau = 1.82\text{s}$ , valor elevado que foi melhorado na próxima realimentação descrita), deslocando-se para a direita, sendo por isso mais lento, enquanto que o modo espiral passou o eixo imaginário (para o *spce*), tornando-se estável.

Pode verificar-se o LGR que traduz as mudanças descritas acima na figura 1:

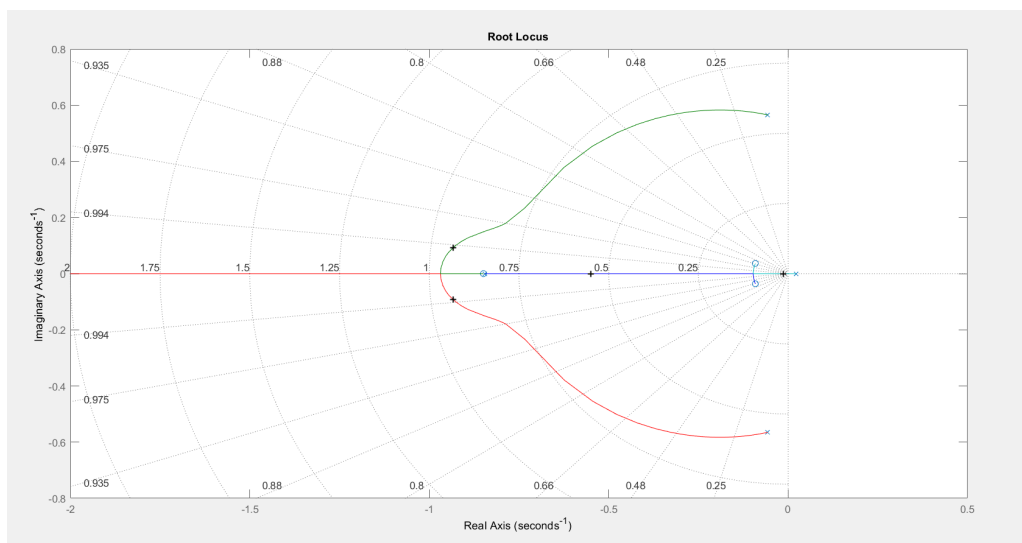


Figura 1: LGR - realimentação  $\delta_r$  com a variável  $\mathbf{r}$

Contudo, o rolamento Holandês ainda não está no nível 1 devido à frequência natural ser inferior a  $1\text{rad/s}$ , e o modo de rolamento puro piorou. Assim, projetou-se mais uma realimentação, que se trata de uma realimentação negativa de  $\delta_r$  com recurso à variável de estado  $\beta$ .

Notou-se que para valores iniciais de  $K$ , a frequência natural do rolamento Holandês diminuía, mas a partir de certo ponto voltava a aumentar, apesar do amortecimento diminuir, permitindo escolher um  $K = 39$ , tal que  $\omega_n = 1.05\text{rad/s}$ ,  $\zeta = 0.668$  e  $\zeta\omega_n = 0.7014\text{rad/s}$ , sendo assim atingido o nível 1 para o rolamento Holandês com *damping*  $\zeta > 0.6$ . Também é possível analisar que o rolamento voltou a melhorar ( $\tau = 1.20\text{s}$ ), e o modo espiral mantém-se estável. Observe-se o LGR na figura 2.

Por fim, fez-se uma realimentação positiva de  $\delta_a$  com a variável de estado  $\mathbf{p}$ , com o propósito de melhorar o nível de qualidade de voo do modo de rolamento puro, uma vez que a sua constante de tempo continua superior ao que se pretende. Como se pode constatar na figura 3, o rolamento Holandês e o modo espiral variam pouco (espiral volta a ser instável mas  $t_2 = 74.6122\text{s}$ , que corresponde a nível 1), portanto pode-se alterar  $K$  de forma livre para se obter o valor pretendido para a constante de tempo relacionada com esse modo. Por isso, escolheu-se  $K = 1\text{s}$ , obtendo-se uma constante de tempo  $\tau = 0.642\text{s}$ , atingindo-se o nível 1. Desta forma, pode concluir-se que o sistema globalmente é de nível 1 em termos de qualidade de voo.

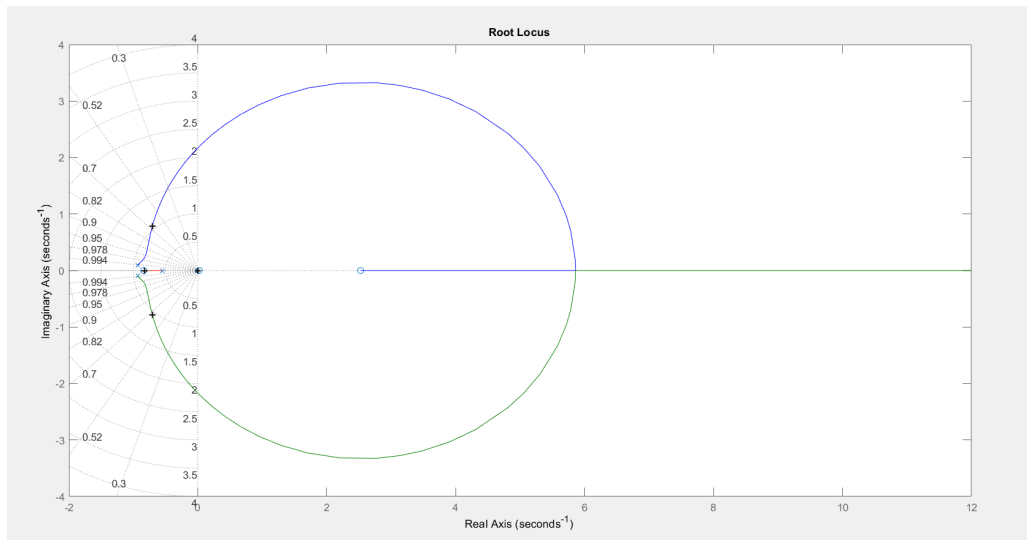


Figura 2: LGR - realimentação  $\delta_r$  com a variável  $\beta$

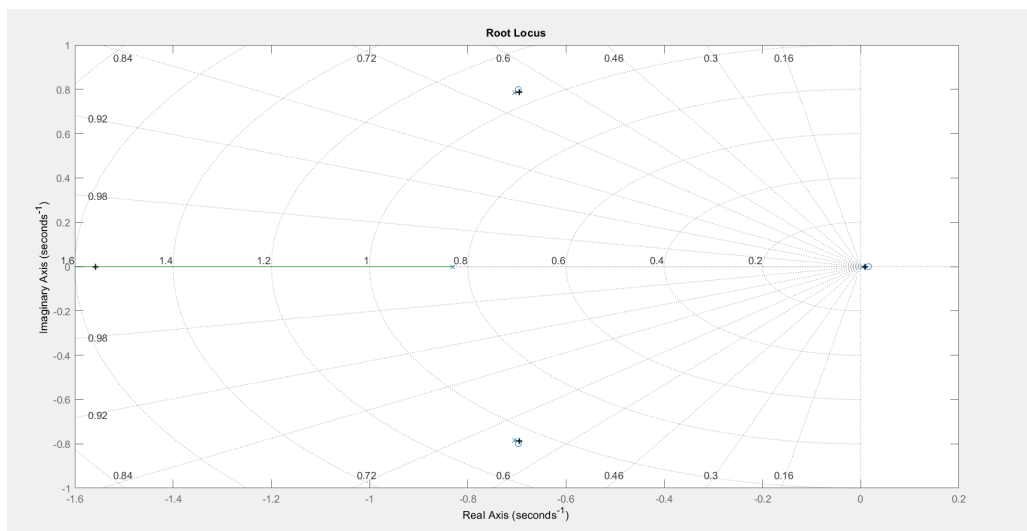


Figura 3: LGR - realimentação  $\delta_a$  com a variável  $p$

Portanto, a partir da equação  $A_{anel\ fechado} = A_{anel\ aberto} - B * K$  consegue-se analisar o anel fechado com as 3 realimentações projetadas, apresentando-se a mesma análise na tabela 2. Note-se que

$$K = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 39 & 0 & -115 & 0 \end{bmatrix}.$$

Modo	Polo	Amortecimento	Frequência natural ( $rad/s$ )	Constante de tempo ( $s$ )
Rolamento	-1.56	1	1.56	0.642
Rolamento Holandês	$-0.695 \pm 0.788i$	0.662	1.05	1.44
Espiral	$9.29 \cdot 10^{-3}$	-1	$9.29 \cdot 10^{-3}$	108

Tabela 2: Polos do sistema em anel fechado (valores próprios da matriz  $A$ ) e respectivas características.

## 4 Controlo de atitude/trajetória

Após o ponto anterior, verificou-se que recorrendo ao controlo clássico, em particular ao *root-locus*, é exigido um certo grau de complexidade para garantir a estabilização e o nível 1 para todos os modos laterais. Portanto, ao invés de se continuar a usar uma realimentação com um ganho fornecido pelo LGR, optou-se por usar o ganho obtido pelo LQR - controlo moderno/ótimo.

Obteve-se, assim, o seguinte diagrama de blocos (figura 4) para o seguimento de referência das variáveis  $\beta$  e  $\phi$ , destacando-se a introdução de um ganho inicial  $F$  para se obter um ganho unitário entre as referências  $\beta_{ref}$  e  $\phi_{ref}$  e as saídas  $\beta$  e  $\phi$ , respetivamente, e a realimentação das quatro variáveis de estado multiplicando-se pelo ganho obtido com o LQR.

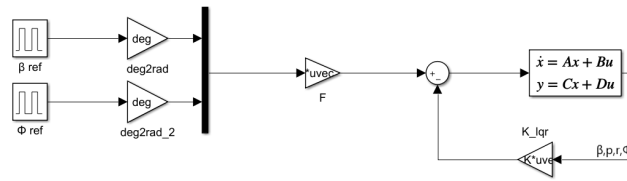


Figura 4: Diagrama de blocos

Como referido, para se obter a matriz  $K$  utilizou-se o método de Bryson, que necessita dos máximos esperados para cada manobra, em condições normais (e não em manobras mais exigentes) - extremos das perturbações desejados para cada variável, para o anel fechado. Primeiramente, arbitraram-se os seguintes valores, para determinar as matrizes  $Q$  e  $R$ , como se pode analisar na tabela 3.

$\beta$	p	r	$\phi$	$\delta_a$	$\delta_r$
3	1	1	9	10	10

Tabela 3: Valores arbitrados [°] ou [°/s]

Uma vez que, fazendo a análise em anel fechado, a qualidade de voo em nível 1 não era verificada, fizeram-se algumas alterações a estes valores até se obter o nível pretendido, chegando-se aos valores indicados na tabela 4.

$\beta$	p	r	$\phi$	$\delta_a$	$\delta_r$
0.18	1	0.4	1	2	14

Tabela 4: Valores para o método de Bryson [°] ou [°/s]

Nesta tabela observa-se a diminuição de  $\beta$ , que melhora o rolamento Holandês nos 3 parâmetros usualmente analisados; diminuição de  $\phi$ , que deslocou o polo da espiral para a esquerda; diminuição de  $r$ , que apesar de diminuir a frequência natural do rolamento Holandês, aumenta o seu amortecimento; aumento de  $\delta_r$ , que também melhorou o rolamento Holandês em todos os parâmetros - é também importante realçar que ocorre uma diminuição da matriz  $R$ , que se traduz numa maior exigência do sistema; por fim, há diminuição de  $\delta_a$ , que aumentou a importância da matriz  $R$ , limitando a deflexão dos *ailerons*.

Portanto, com os valores obtidos e aplicando o método de Bryson, calcularam-se as matrizes  $Q$  e  $R$ , e de seguida, determinou-se a seguinte matriz de ganho  $K$ :

$$K = \begin{bmatrix} 0.2685 & -2.1875 & -0.5058 & -2.0717 \\ 35.0730 & 7.4688 & -108.4293 & 7.7029 \end{bmatrix}$$

Realizando a análise do anel fechado  $A_{anel\ fechado} = A_{anel\ aberto} - B * K$ , obtiveram-se os seguintes polos e respetivas características (tabela 5).

Modo	Polo	Amortecimento	Frequência natural ( $rad/s$ )	Constante de tempo ( $s$ )
Rolamento Holandês	$-0.670 \pm 0.758i$	0.662	1.01	1.49
Rolamento puro e espiral	$-1.19 \pm 0.218i$	0.984	1.21	0.841

Tabela 5: Polos do sistema em anel fechado e respetivas características

Pode-se verificar o acoplamento dos modos de rolamento e espiral, mas observa-se que garantem todas as condições para se manterem em nível 1, e o modo de rolamento Holandês é também nível 1 e apresenta um amortecimento superior a 0.6, como requerido.

Por fim, foram estudadas as respostas de seguimento de referência, que podem ser analisadas nas seguintes figuras.

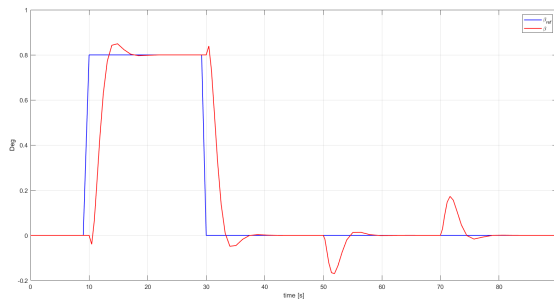


Figura 5: Resposta do seguimento de referência de  $\beta$  a um step de  $0.8^\circ$  (azul - referência, vermelho - resposta)

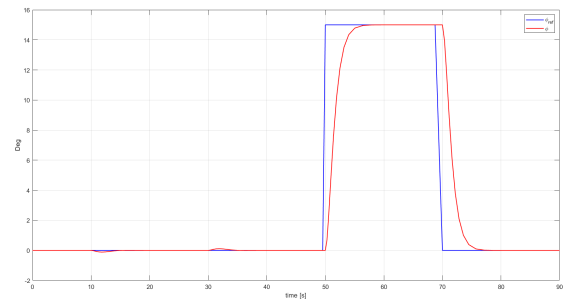


Figura 6: Resposta do seguimento de referência de  $\phi$  a um step de  $15^\circ$  (azul - referência, vermelho - resposta)

De modo a analisar o efeito das duas referências com entradas em retângulo, fez-se cada variação em tempos distintos.

Primeiramente, estudou-se a referência de  $\beta$ , e concluiu-se que o sistema é relativamente preciso no seguimento de referência, com um tempo de estabelecimento de referência não muito alto e uma sobre-elevação de  $\approx 0.05^\circ$ , e também se verificou que o ângulo de rolamento não é muito afetado. Depois, estudou-se o seguimento de referência de  $\phi$ , e mais uma vez este é preciso, com um tempo de estabelecimento baixo, apresentando uma sobre-elevação quase nula, que coaduna com o alto amortecimento do modo acoplado de rolamento puro mais espiral, sendo que neste caso o efeito em  $\beta$  já é mais notório em comparação com o caso anterior.

Uma observação importante é que o modelo fornecido não permite que sejam utilizados valores de ângulo de derrapagem superiores a  $0.8^\circ$ , uma vez que a deflexão do *rudder* ultrapassava a gama definida durante o tempo em que a referência estava nesse valor.

Por fim, apresentam-se, na seguinte figura, as deflexões das duas superfícies de controlo para os valores de referência apresentados nas figuras 5 e 6. Constata-se que, por certos instantes de tempo, os valores das deflexões estão acima das gamas definidas, mas observa-se que esse tempo é bastante curto, algo que pode ser resolvido com recurso à introdução dos atuadores, como será feito na secção 5.



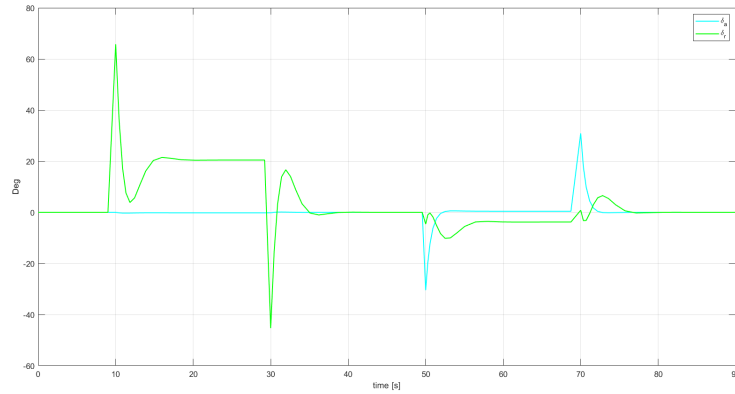


Figura 7: Atuação dos *ailerons* e *rudder* em resposta aos valores de referência introduzidos (verde -  $\delta_r$ , azul -  $\delta_a$ )

## 5 Inclusão dos sensores e atuadores

Com o objetivo de tornar o modelo até agora desenvolvido mais semelhante à realidade imposta pela situação de voo, procedeu-se à inclusão de sensores e atuadores, realizando-se a sua modelação para tal.

Os sensores utilizados foram os seguintes:

- Sensor para o ângulo de derrapagem: gama  $\pm 25^\circ$ , gama de saída 0-5Vdc, constante de tempo de 10ms, ruído branco de 5mV RMS;
- Sensor para as razões angulares de rolamento e guinada: gama  $\pm 50^\circ/\text{s}$ , gama de saída  $\pm 3$  Vdc, ruído branco de 2mV RMS;
- Sensor para o ângulo de rolamento: gama  $\pm 90^\circ$ , gama de saída de 0-28Vdc, ruído branco de 0.25° RMS.
- GPS: saída digital em Latitude-Longitude-Altitude, convertida para ENU (East, North, Up) em metros, com resolução horizontal de 0.5m, amostragem de 1Hz e ruído branco de 6m RMS;
- Ângulo de guinada (bússola): gama  $0 - 360^\circ$ , gama de saída de 0-28Vdc e ruído branco de  $1.5^\circ$  RMS.

A estrutura do sensor utilizada (à exceção do sensor de GPS, que será mostrado na secção seguinte) é a indicada na figura 8. À entrada tem-se a grandeza medida  $x$ , que é multiplicada por um ganho  $k$  relacionado com a amplitude da gama de saída, e por uma função transferência do tipo  $G = \frac{k}{T \cdot s + 1}$ , caso seja dada uma constante de tempo  $T$  (caso contrário,  $T = 0$ ); posteriormente, soma-se um *offset* e inclui-se o ruído branco de banda limitada, com potência  $P = \sigma^2/f$ , em que  $f$  denota a frequência de amostragem do sensor, e  $\sigma$  é o valor RMS da distribuição do ruído; por fim, limitam-se os valores de tensão à saída com um bloco de saturação.

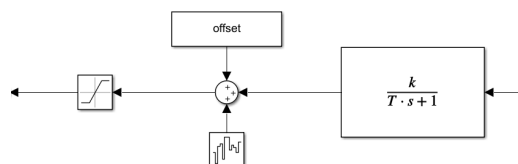


Figura 8: Diagrama da estrutura dos sensores

De realçar que, no ângulo de rolamento, soma-se o ruído antes de se multiplicar pela função de transferência  $k$ , uma vez que os dados do ruído são fornecidos em grau, e não em tensão, como nos restantes. Os sensores mencionados encontram-se apresentados na figura 14, em anexo (8).

Após a aplicação do sensor, é necessário invertê-lo para garantir que todo o circuito modelado continua a funcionar como projetado. Por isso, subtraiu-se o *offset* e dividiu-se pelo ganho  $k$  que foi usado no sensor, como se pode ver na figura 9.

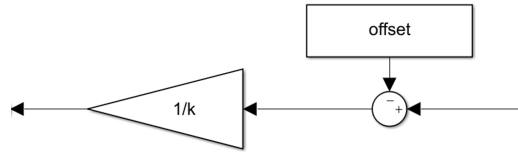


Figura 9: Inversor de sensores

Neste projeto, também foi necessário incluir atuadores. Estes revelam-se de extrema importância, uma vez que transmitem as ações de controlo à aeronave. A sua modelação, que pode ser observada na figura 10, consiste: na soma do valor inicial da deflexão das superfícies de controlo, devido à linearização; a aplicação do bloco *zero order hold*, que tem como objetivo simular a reconstrução do sinal de controlo digital; dois blocos de saturação - um para a amplitude e outro para a velocidade da variação da deflexão, e um bloco  $G = \frac{1}{0.1s+1}$ , devido à existência de uma constante de tempo  $T = 0.1s$ . No final, subtrai-se o valor inicial da deflexão, uma vez que o *output* deste modelo de atuador vai para a dinâmica do avião, que está modelada através de equações resultantes da linearização.

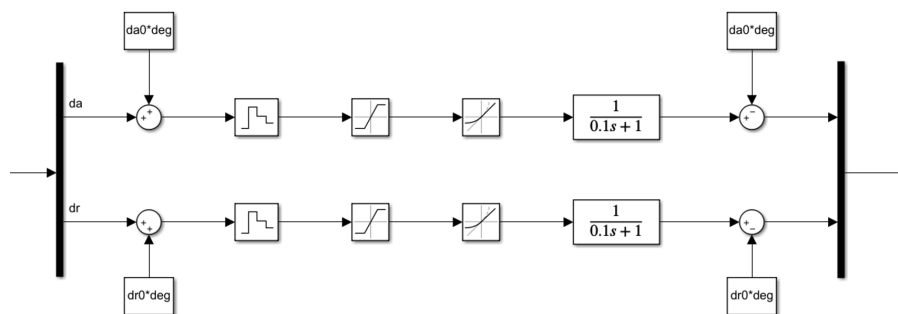


Figura 10: Atuadores

Aplicaram-se os sensores para o ângulo de derrapagem, ângulo de rolamento e razões angulares, e os atuadores ao diagrama de blocos, para se poder analisar o efeito da sua introdução no seguimento; verificou-se que os mesmos não tinham qualquer efeito contraditório, mantendo-se um bom seguimento de referência para ambas as situações. Uma vez que, não se efetuaram alterações relativamente à secção anterior, a análise do anel fechado permanece idêntica. Os gráficos referentes a este ponto podem ser analisados nas figuras 15 e 16 em anexo (8), onde se verifica a introdução de ruído nas saídas.

## 6 Simulação de patrulha - LOS

Nesta simulação, o objetivo foi realizar uma patrulha com base no seguimento LOS, utilizando a aproximação à volta coordenada nas manobras.

Uma vez que para este tipo de seguimento é necessário o ângulo de rumo  $\lambda = \psi + \beta$ , introduziu-se um bloco à saída da dinâmica do avião que calculasse  $\psi = \frac{g}{U_0 * s} * \phi$ , que resulta da transformada de

Laplace de  $\dot{\psi} = \frac{g}{U_0} * \tan(\phi)$  [1]. Também se aproximou  $\beta \approx 0$ , apesar de haver pequenas oscilações com amplitude de  $\approx 0.5^\circ$ ; logo,  $\lambda = \psi$ , sendo este o ângulo de rumo que é convertido na posição do avião com o diagrama de blocos representado na figura 11, onde se verifica a aplicação das razões trigonométricas, de modo a obter-se a velocidade nas direções Este e Norte, a soma do vento -10m/s na direção Norte, a integração das velocidades para calcular a distância percorrida em ambas as direções e a soma da posição inicial, para se obter a posição atual da aeronave.

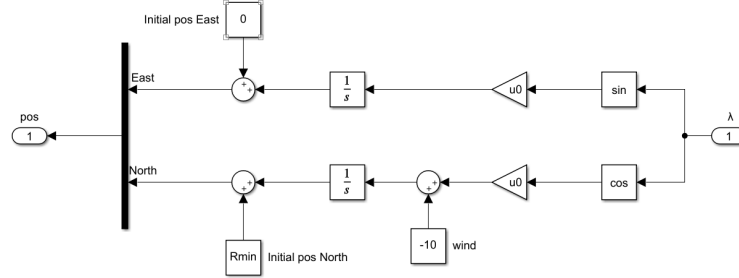


Figura 11: Conversão de ângulo de rumo para posição

Esta posição é enviada para o sensor GPS, que ao contrário dos outros sensores, tem um bloco *quantizer* e um bloco *zero order hold*, não sendo necessário multiplicar por nenhuma função de transferência nem somar nenhum *offset*, tal como se pode verificar na figura 12.

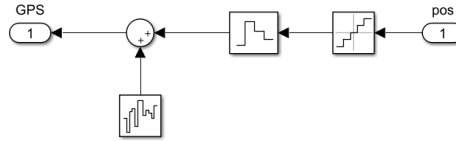


Figura 12: sensor GPS

Com a posição que sai do GPS, aplica-se o guiamento por linha de vista (LOS), de modo a apontar o avião para o ponto pretendido. O algoritmo baseia-se em determinar a projeção ortogonal da posição atual no segmento de referência (chamemos a este segmento  $P_i P_{i+1}$ , a começar no ponto  $P_i$  e a terminar em  $P_{i+1}$  - note-se que o segmento vai sendo atualizado ao longo do processo). Depois, soma-se  $\Delta = 800\text{m}$ , na direção de  $P_{i+1}$  (*look-ahead distance*), obtendo-se assim o ponto  $P_{LOS} = (x_{LOS}, y_{LOS})$ ; contudo, se  $P_{LOS}$  ultrapassar a extensão do segmento, então  $P_{LOS}$  será igual a  $P_{i+1}$ . Após este processo, o avião deverá apontar para  $P_{LOS}$ , e para isso calcula-se o ângulo de guinada necessário  $\psi_{ref} = \text{atan2}(y_{LOS} - y, x_{LOS} - x)$ , pois  $\psi_{ref} = \lambda_{ref}$ . O raio de convergência foi definido com  $d_{min} = 1000\text{m}$ , e  $R_{min} = 3500\text{m}$  foi obtido aproximadamente através do cálculo para o raio mínimo (para  $\phi = 30^\circ$ ) numa volta coordenada  $R = \frac{U_0^2}{g \tan(\phi)}$ , sendo importante notar que o valor é relativamente alto devido à velocidade em equilíbrio ser elevada, e também pelo facto do ângulo de pranchamento  $\phi$  estar limitado a  $30^\circ$  pelo enunciado, apesar da aeronave ser muito manobrável.

Posteriormente, calculou-se o erro  $e_\psi = \psi_{ref} - \psi$ , e multiplicou-se  $e_\psi$  por um ganho  $K = 2.49$ , que foi obtido através de um *root-locus* da função de transferência  $\frac{\psi}{\phi_{ref}}$ , de modo a obter  $\phi_{ref}$ .

Note-se também o uso de blocos para limitar os ângulos: limites  $[-\pi, \pi]\text{rad}$  para  $e_\psi$  e limites  $[0, 2\pi]\text{rad}$  para  $\psi$  e  $\psi_{ref}$ .

Em anexo (8) na figura 17 pode-se observar o diagrama de blocos que foi modelado na sua totalidade.

Por último, na figura 13, mostra-se o movimento da aeronave no plano E-N, ao executar-se a simulação da patrulha. Também foi verificado que  $\beta$  está sempre próximo de  $0^\circ$ ,  $\phi < 30^\circ$  (figura 18

em anexo (8)), os atuadores cumprem os requisitos ( $-18^\circ < \delta_a < 18^\circ$  e  $-23^\circ < \delta_r < 23^\circ$ ) (figura 19 em anexo (8)). Também foi realizada uma comparação entre o caminho ideal da patrulha, isto é a patrulha de referência, e o caminho percorrido pela aeronave na simulação, e pôde-se verificar que o avião cumpre com uma boa exatidão o objetivo traçado (figura 20 em anexo (8))

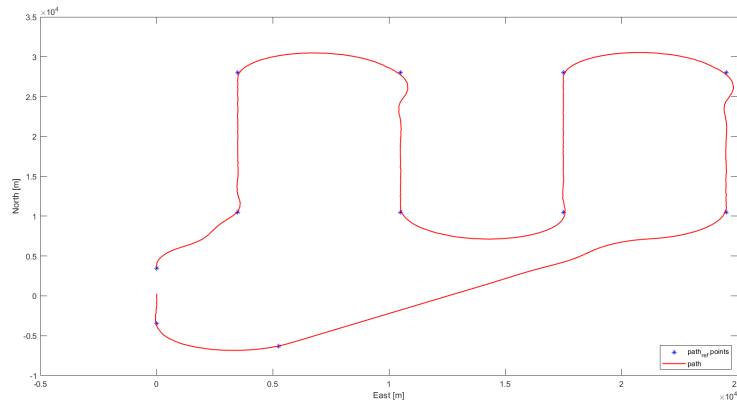


Figura 13: Trajetória da aeronave (vermelho) e pontos de referência (azul)

## 7 Conclusão e análise crítica

O presente projeto de síntese de um controlador de voo para a aeronave Gripen, em condição de voo 2, com missão de patrulha LOS, envolveu várias etapas e o auxílio do *Matlab*.

A fase inicial de análise dos níveis dos modos de voo foi efetuada com sucesso, tendo-se observado que os modos espiral e rolamento Holandês exigiam melhorias.

Assim, prosseguiu-se para o processo de otimização das qualidades de voo, usando realimentações de variáveis (positiva de  $\delta r$  com  $\mathbf{r}$ , negativa de  $\delta r$  com  $\beta$ , e positiva de  $\delta a$  com  $\mathbf{p}$ ) e introdução de ganhos no sistema de forma a satisfazer as condições exigidas para alcançar o nível 1 nos modos referidos, bem como satisfazer a condição especificada pelo enunciado para o modo de rolamento Holandês. Este ponto envolveu a análise de *root loci* e um processo de análise dos mesmos, mas obteve-se, com sucesso, um nível global 1 para as qualidades de voo.

Para o controlo de atitude/trajetória, desenhou-se um sistema com ganho inicial  $F$  com entradas de referência  $\beta_{ref}$  e  $\phi_{ref}$ , recorrendo-se ao Método de Bryson para determinar as matrizes  $Q$  e  $R$  necessárias na implementação de um Regulador Quadrático Linear (abordagem de controlo ótimo). Após a determinação da matriz de ganho  $K$ , analisaram-se as respostas de seguimento de referência das duas variáveis mencionadas, e observou-se que tanto o tempo de estabelecimento como a sobre-elevação das respostas eram baixos, traduzindo-se em bons resultados para o objetivo desta fase do projeto.

No processo de inclusão dos sensores e atuadores, modelaram-se os mesmos, tendo em conta as características especificadas para cada um, e foram incluídos no sistema de forma a não influenciarem a sua dinâmica - o objetivo era aproximar a simulação da realidade das condições de voo.

Por último, foi feita a implementação do seguimento LOS para a missão de patrulha, começando por se converter ângulo de rumo na posição da aeronave, que é recebida pelo sensor GPS, cujo *output* foi usado para implementar o algoritmo do seguimento LOS, com sucesso.

## 8 Anexo

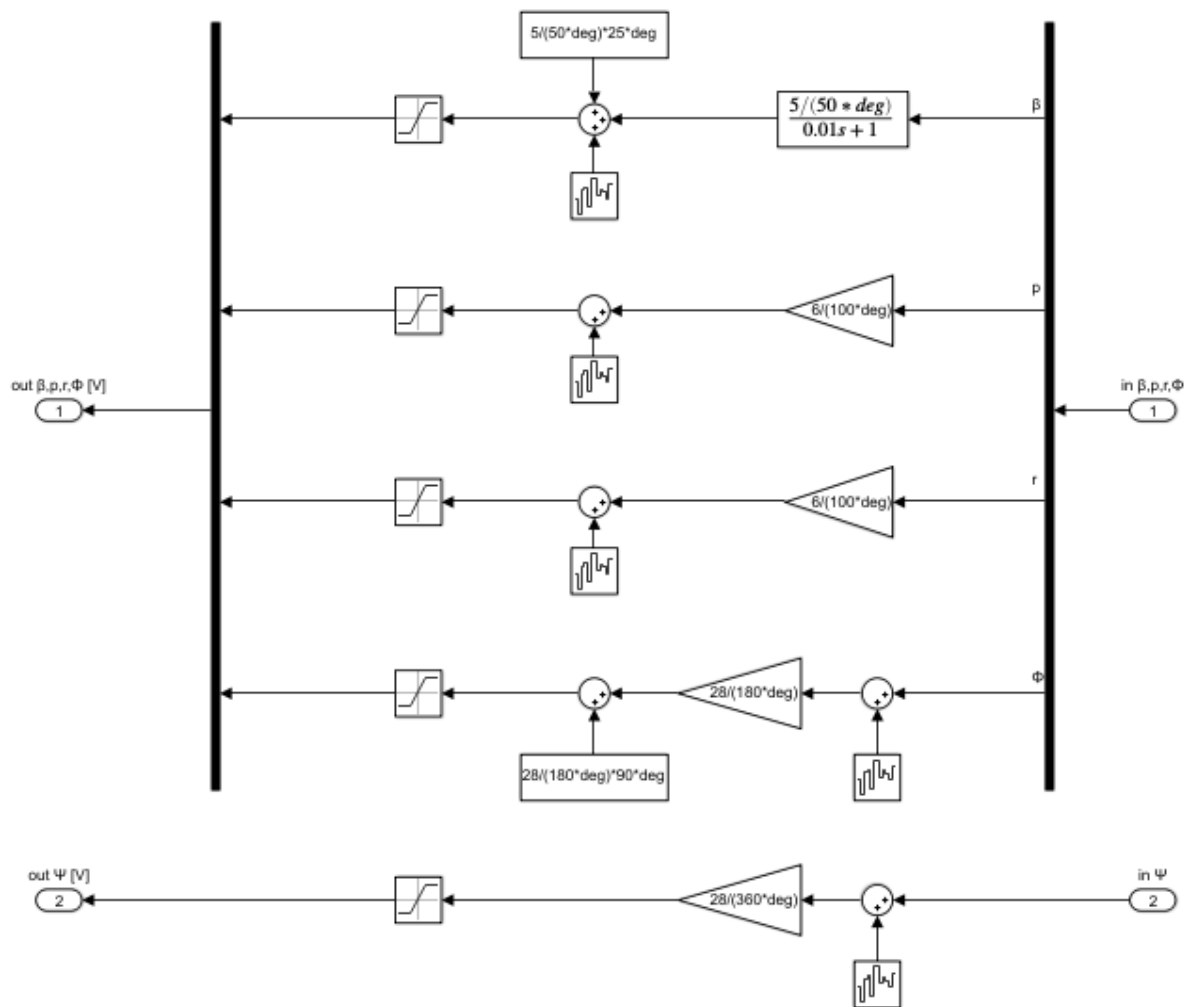
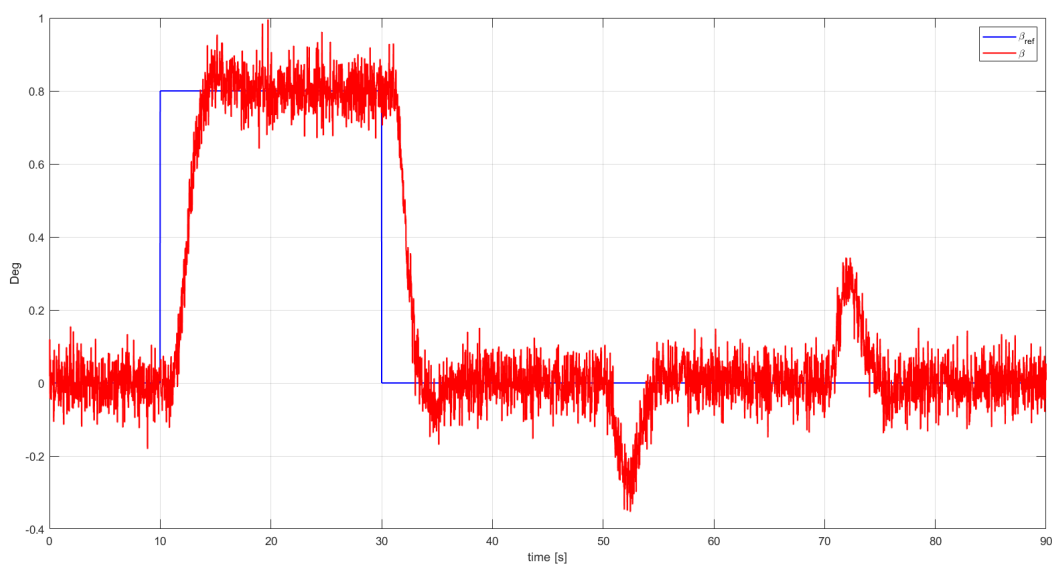


Figura 14: Sensores

Figura 15: Resposta do seguimento de referência de  $\beta$  a um step de  $0.8^\circ$  com sensores e atuadores

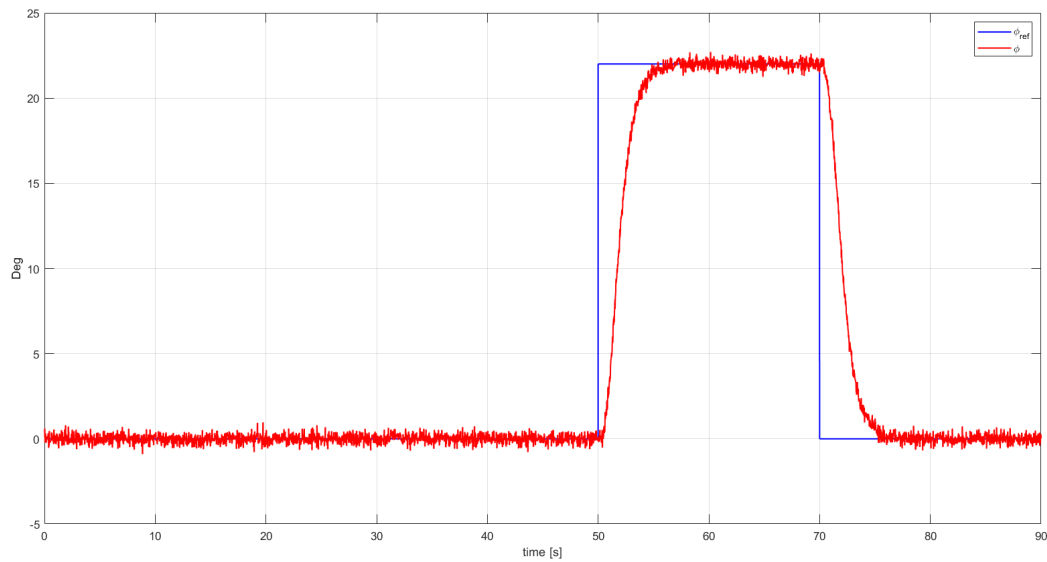


Figura 16: Resposta do seguimento de referência de  $\phi$  a um step de  $15^\circ$  com sensores e atuadores

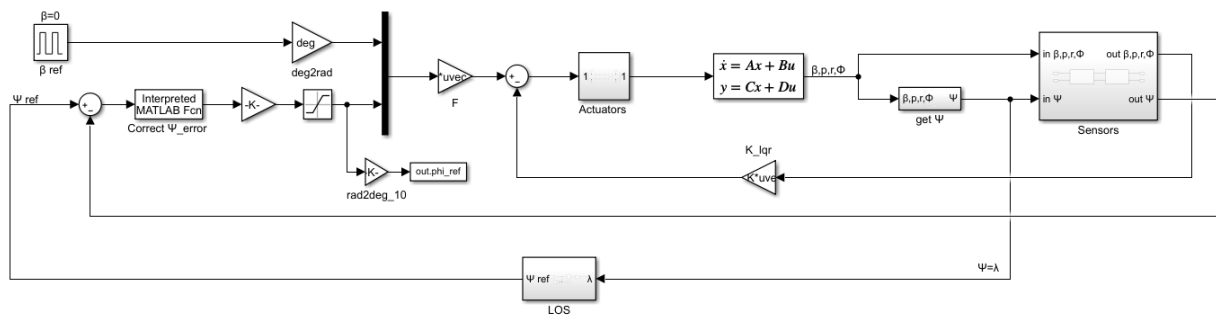


Figura 17: Diagrama de blocos modelado para a simulação de patrulha-LOS

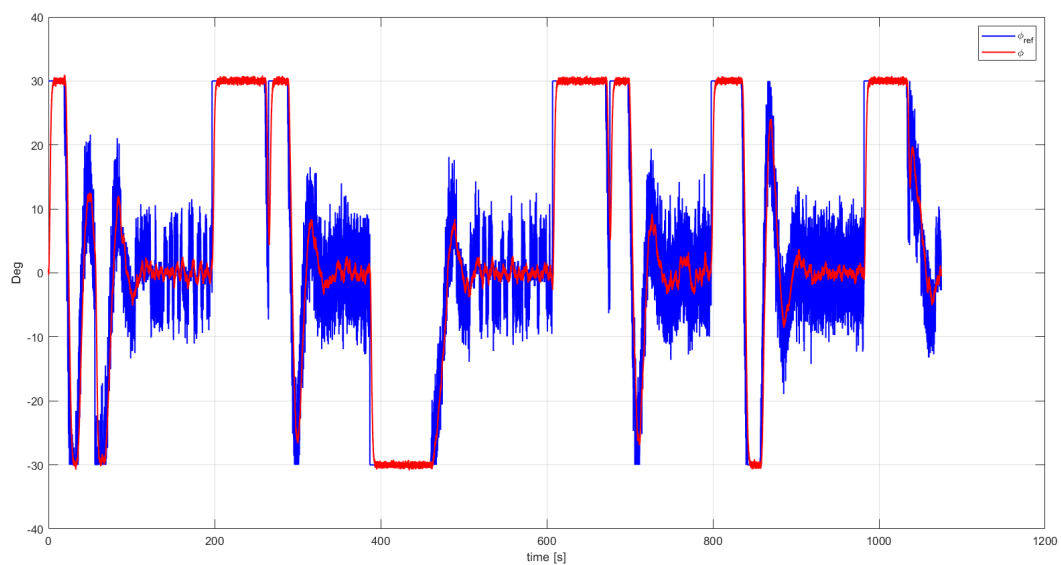


Figura 18: Comportamento de  $\phi$  ao longo da simulação

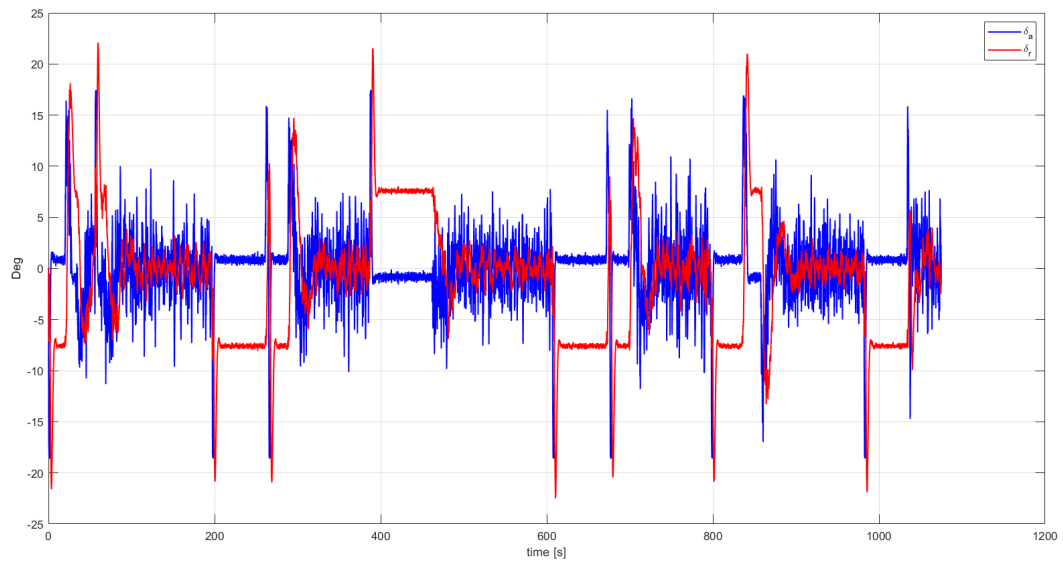


Figura 19: Comportamento dos atuadores ao longo da simulação

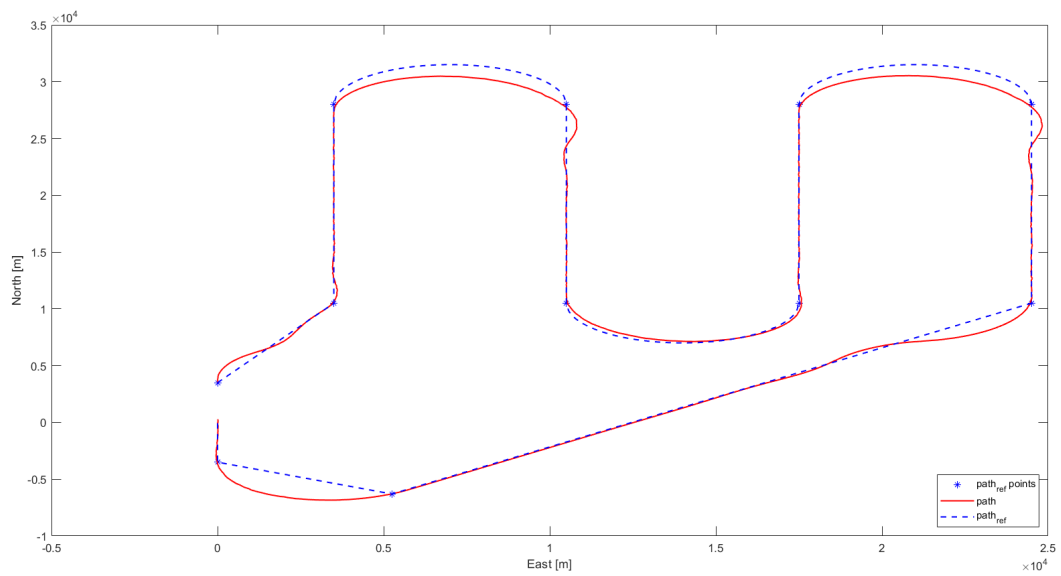


Figura 20: Comparação entre a patrulha de referência e a patrulha realizada pela aeronave

## Bibliografia

- [1] J.R.Azinheira. *Folhas Teóricas de Controlo de Voo*. DEM, IST, Fevereiro de 2020.