**1. Introdução à Probabilidade**

- **Aleatoriedade**: Qualquer evento cujo resultado não possa ser determinado com certeza absoluta. Se previsível, é determinístico.
- **Probabilidade**: Medida de certeza associada a um resultado aleatório, expressa como um valor entre 0 e 1.
  - Primeira definição formal por Bernoulli.

**2. Espaço de Amostragem e Eventos**

- **Espaço de Amostragem S**: Conjunto de todos os resultados possíveis de uma experiência aleatória.
  - **Discreto**: Se for contável (finito ou infinito mas enumerável).
  - **Contínuo**: Se não for contável.
- **Eventos**: Subconjuntos de S. Exemplos incluem eventos certos (S) e eventos impossíveis (∅)

**3. Lei de Probabilidade**

- **Axiomas de Kolmogorov**:
  1. **Não-negatividade**: $P(A) \geq 0$ para qualquer evento A.
  2. **Normalização**: $P(S)=1$.
  3. **Adição para eventos disjuntos**: Se A e B são mutuamente exclusivos, então $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$.

**4. Cálculo de Probabilidades**

- **Probabilidade Clássica (Laplace)**:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favoráveis}}{\text{Número de casos possíveis}}$$

**5. Regras Básicas**

- **Complemento**: $P(\bar{A})=1-P(A)$
- **Adição para eventos gerais**: $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$

**6. Probabilidades Condicionais e Independência**

- **Probabilidade Condicional**:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{se } P(B) \neq 0$$

- **Regra da Multiplicação**:

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = P(B|A) \cdot P(A)$$

- **Independência**:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

**7. Teorema de Bayes**

- Usado para atualizar probabilidades com base em novas informações:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

**Independência**:

- A ocorrência de um evento não afeta a probabilidade do outro.

  $$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

**Mutuamente exclusivos**:

- A ocorrência de um evento impede a ocorrência do outro.

  $$P(A \cap B) = 0$$

**8. Distribuições de Variáveis Aleatórias**

**Distribuições Discretas**

1. **Bernoulli**
   - **Definição**: A distribuição de Bernoulli é uma distribuição discreta que modela um experimento com dois resultados possíveis: sucesso (1) ou fracasso (0).
   - **Fórmula**:

     $$P(X = k) = p^k (1 - p)^{1-k}, \quad k = 0, 1$$

   - **Valor Esperado**:

     $$E[X] = p$$

   - **Variância**:

     $$\mathrm{Var}(X) = p(1 - p)$$

2. **Binomial**
   - **Definição**: A distribuição binomial é uma generalização da distribuição de Bernoulli que modela o número de sucessos em uma sequência de n experimentos de Bernoulli independentes.
   - **Fórmula**:

     $$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

   - **Valor Esperado**:

     $$E[X] = np$$

   - **Variância**:

     $$\mathrm{Var}(X) = np(1 - p)$$

3. **Poisson**
   - **Definição**: A distribuição de Poisson modela o número de eventos que ocorrem em um intervalo fixo de tempo ou espaço, quando esses eventos acontecem com uma taxa média conhecida e independentemente do tempo desde o último evento.
   - **Fórmula**:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

- **Valor Esperado e Variância**:

  $$E[X] = \lambda, \mathrm{Var}(X) = \lambda$$

4. **Geométrica**

- **Definição**: A distribuição geométrica é uma distribuição de probabilidade discreta que modela o número de tentativas necessárias até o primeiro sucesso em uma sequência de experimentos de Bernoulli independentes. Ou seja, ela mede a quantidade de falhas antes de ocorrer o primeiro sucesso.
- **Fórmula**:

  $$P(X = k) = (1 - p)^{k-1} p, \quad k = 1, 2, 3, \ldots$$

- **Valor Esperado**:

  $$E[X] = \frac{1}{p}$$

- **Variância**:

  $$\mathrm{Var}(X) = \frac{1-p}{p^2}$$

**Distribuições Contínuas**

1. **Uniforme**

- **Definição**: A distribuição uniforme é uma distribuição de probabilidade onde todos os resultados possíveis têm a mesma probabilidade de ocorrência.
- **Fórmula**:

  $$f_X(x) = \frac{1}{b - a}, \quad a \leq x \leq b$$

- **Valor Esperado**:

  $$E[X] = \frac{a+b}{2}$$

- **Variância**:

  $$\mathrm{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

2. **Normal (Gaussiana)**

- **Definição**: A distribuição normal é uma distribuição de probabilidade contínua que é simétrica em torno da média. É caracterizada pela famosa "curva em forma de sino".
- **Fórmula**:

  $$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

- **Valor Esperado**:

  $$E[X] = \mu$$

- **Variância**:

$$\mathrm{Var}(X) = \sigma^2$$

3. **Exponencial**
   - **Definição**: A distribuição exponencial é usada para modelar o tempo até a ocorrência de um evento, sendo especialmente comum em processos de Poisson.
   - **Fórmula**:

   $$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0$$

   - **Valor Esperado**:

   $$E[X] = \frac{1}{\lambda}$$

   - **Variância**:

   $$\mathrm{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

**9. Momentos e Medidas de Dispersão**

- **Valor Esperado**:

$$E[X] = \sum_i x_i P(X = x_i) \quad \text{(discreto)}, \quad E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x) dx \quad \text{(contínuo)}$$

- **Variância**:

$$\mathrm{Var}(X) = E[(X - E[X])^2]$$

- **Desvio Padrão**:

$$\sigma = \sqrt{\mathrm{Var}(X)}$$