K dešifrování zprávy využiji způsob popsaný v první přednášce. Uděláme-li frekvenční analýzu bigramů podle https://www.dcode.fr/bigrams, zjistíme, že nejčastější bigram není ani zdaleka tak častý jako TH v anglické jazyce a tedy je to nejspíše mylné.

Uděláme-li však frekvenční analýzu trigramů podle https://www.dcode.fr/trigrams, uvidíme zajímavý výsledek, že frekvence **KPY** v šifrovém textu velmi převyšuje ostatní pod ním a tedy je s velkou pravděpodobnostní využita k šifrování matice 3x3.

Nejčastější trigramy jsou THE, AND a ING, tedy v maticovém zápise to vypadá takto.

$$\begin{vmatrix} \mathbf{A} \begin{pmatrix} 19 & 0 & 8 \\ 7 & 13 & 13 \\ 4 & 3 & 6 \end{pmatrix} \Big|_{26} = \begin{vmatrix} \begin{pmatrix} c_{10} & c_{20} & c_{30} \\ c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} & c_{22} & c_{32} \end{vmatrix} \Big|_{26}$$

Pomocí totoho vztahu spočítáme

$$\left| \mathbf{A} \right|_{26} = \left| \begin{pmatrix} c_{10} & c_{20} & c_{30} \\ c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} & c_{22} & c_{32} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13 & 2 & 0 \\ 16 & 22 & 9 \\ 5 & 5 & 13 \end{pmatrix} \right|_{26}$$

Uděláme frekvenční analýzu bigramů šifrovaného textu, kdy předpokládáme, že $THE \to c_1, AND \to c_2, ING \to c_3$

Najdeme si nejčastější trojice např. pomocí této stránky https://www.dcode.fr/trigrams.

Následně už následuje rozumný bruteforce, přes všechny tyto trojice napsaný v jazyce Python.

```
from sympy import Matrix
most_frequent = ('KPY', 'BTI', 'LUV', 'QGO', 'DJX', 'SUC', 'ZZR', 'IHK', 'RPW', 'JCP',
               'VHD', 'YVX', 'EQL', 'VCM', 'HAV', 'UEB', 'BBY', 'ZIX', 'QNN', 'VLA'
               'FYJ', 'YEP', 'GKY', 'UKN', 'RZI', 'UUH', 'IDB', 'HYP', 'MLT', 'QQN'
text = 'UFQDNQCWJPXLFNFDSTSWHYSHDJXDJXHAVCMAIHDMIYHQNYOHEBCRZILJKLKZ'
P = Matrix([[19, 0, 8], [7, 13, 13], [4, 3, 6]]) # THE, AND, ING
P_{inv} = P.inv_{mod}(26)
def get_num(letter: str) -> int:
   return ord(letter) - ord('A')
def to_char(p: int) -> str:
   return chr(p + 65)
def decipher(c_matrix):
   A = c_matrix*P_inv
   A_{inv} = A.inv_{mod}(26)
   OT = "
   for i in range(0, len(text), 3):
       c_vector = Matrix([get_num(text[i]), get_num(text[i+1]), get_num(text[i+2])])
       p_vector = (A_inv * c_vector) % 26
       OT += to_char(p_vector[0])
       OT += to_char(p_vector[1])
       OT += to_char(p_vector[2])
   if OT.count('E') > 5:
       print(OT, end = ' ')
       return
```

```
raise ValueError
def hill():
   for c1 in most_frequent:
       for c2 in most_frequent:
           for c3 in most_frequent:
              if c1 == c2 or c1 == c3 or c2 == c3:
              if c1 != 'KPY':
                  continue
              c_matrix = Matrix([ [get_num(c1[0]), get_num(c2[0]), get_num(c3[0])],
                                 [get_num(c1[1]), get_num(c2[1]), get_num(c3[1])],
                                 [get_num(c1[2]), get_num(c2[2]), get_num(c3[2])]
                                    ])
              try:
                  decipher(c_matrix)
                  print(f'THE -> {c1}, AND -> {c2}, EST -> {c3}')
              except ValueError:
```

V rámci optimalizací zkoušíme, že c1 je vždy **KPY**, neboť je to z frekvenční analýzy téměř jisté. Též po dešifrování kusu textu spočítáme počet výskytu E, který by měl být nad nějakou mez (v našem případě jsem vybral 5 pro úsek dlouhý 60 znaků)

```
NPGWVFLXLHYOPWEINOPFVZRRBEEBEEWXCKAWQYXAOWWNMXNXRDSWBPEVVAJY THE -> KPY, AND -> BTI,
    TNG -> JCP
JRSOMDFEYNEBTUFUNDRAUTUWBIZBIZONLKIMGFSEEUWPDLEQTLEUEZKEBSRR THE -> KPY, AND -> LUV,
    ING -> YVX
JRSOMDFEUNEFTUFUNXRAYTUWBIVBIVONZKIEGFQEECWPBLESTLIUEXKEPSRN THE -> KPY, AND -> LUV,
   ING -> MLT
LZQSCZUVMYNNEZHTQPEREWTGANDANDPSTISURICEMOPYFYTITPOOENEUDVMR THE -> KPY, AND -> DJX,
   ING -> YEP
PPKAVALXLHYBNWNENTRFZPRXLELLELEXFEAKAYREOEONJLNZTDWCBOSVKOJN THE -> KPY, AND -> JCP,
   ING -> BTI
PREAMBNEBFEYNUGUNQPADPUBNIKNIKKNQIIIOFVAEMCPCXEBRLAQERYEDQRA THE -> KPY, AND -> YVX,
    TNG -> LUV
HDGKKFZMLTWOVIECBOVEVDMRLYELYEOHCEOWGRXMMWOXMNGXXPSYSPEIVYFY THE -> KPY, AND -> YVX,
    ING -> JCP
TRYIMPHEXLECJUMQNWZABVUFBICBICINGKISSFPUEIWPYPENBLYMEXIEBMRG THE -> KPY, AND -> YVX,
BPEYVOVUBXBLBJTICDTIDHEBDBXDBXEODOUIADVIUMKSPZIBVTAETECZQEGN THE -> KPY, AND -> YVX,
   ING -> VLA
RPCEIXODFEFUYJILWAQZXSRLYXEYXEVCUEMWFONCCABQMEXLFXUQENCABFCQ THE -> KPY, AND -> EQL,
   ING -> ZZR
LRISMJPEADEZRUPSNNJAIJUUVIDVIDANDYIUIFIOEWGPFHEKLLSSEJCEPQRB THE -> KPY, AND -> HAV,
   ING -> YVX
BRYYMPLEWHEDBUZGNBDACHUSTIBTIBANDUIQIFICEKSPRREUFLMMEDYELURF THE -> KPY, AND -> HAV,
HHGXFFMHLTOOVEECFOINVQFRLAELAEOVCESWTCXMEWOLMARXXLSLVPRVVYPY THE -> KPY, AND -> UEB,
   ING -> JCP
RXMEYRUZVYJEYBYHAEKLRSDNEHSEHSNWEQGYVATQAORIGODVZJOGAZUSPLCY THE -> KPY, AND -> UEB,
   ING -> VHD
NFUWBHIKTKLGCTQXUYSIBMCZYTEYTENWEEEWVNTGUIBOMSINHTYOXJIDNXEA THE -> KPY, AND -> VLA,
   ING -> VHD
```

```
RXKRLNAHPFOKLOAQZMEDVSDXXCCXCCSHECWSLETEKWUZYYZXTBSJRDZDJEXE THE -> KPY, AND -> YEP, ING -> HYP

PREAMBLETHEGNUGENERALPUBLICLICENSEISAFREECOPYLEFTLICENSEFORS THE -> KPY, AND -> MLT, ING -> LUV

VRMMMRNENFEMHUYINSVAZLUNRIKRIKINGQIISFPMEEEPCNEZXLWIEVOERGRQ THE -> KPY, AND -> MLT, ING -> HAV
```

Takto vypadá výstup a vykoukáme, že správné mapování je $THE \to KPY, AND \to MLT, ING \to LUV$.

A zbytek textu už dešifrujeme obdobně, neboť mapování jsme už našli.