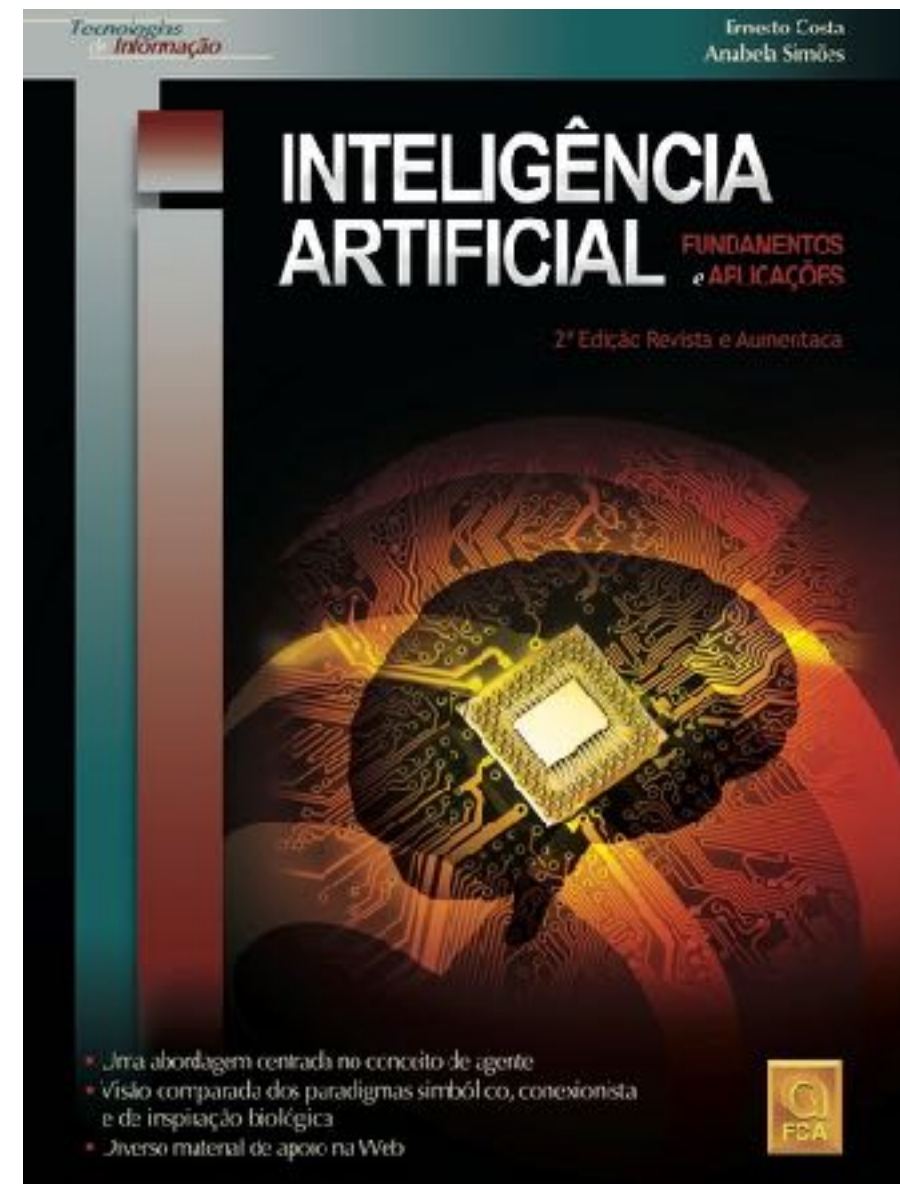


# Agentes Aprendizizes

IIA / FIA  
2024/2025

# IAFA

## Cap. 5



- Diverso material de apoio na Web e de inspiração biológica
- Visão comparada dos paradigmas simbólico, conexionista
- Uma abordagem centrada no conceito de agente



**Recordando os objetivos**

# Objectivos

Estudo e construção de entidades artificiais [agentes] situadas num ambiente, com que interagem de forma autónoma e que buscam satisfazer **objectivos** [internos, externos] com o máximo **desempenho**.

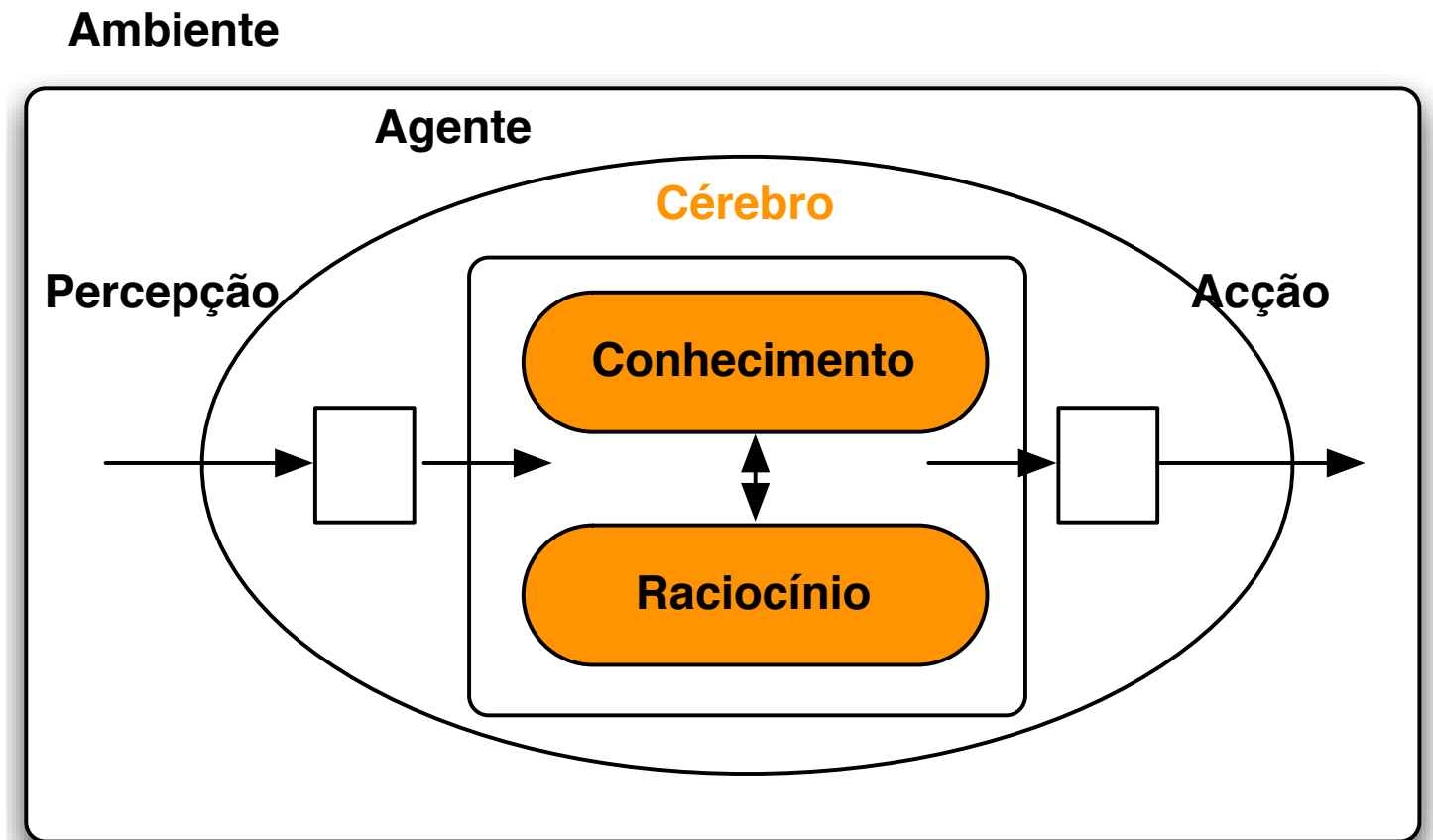


O que retém um agente das suas  
interacções?

**Aprender**

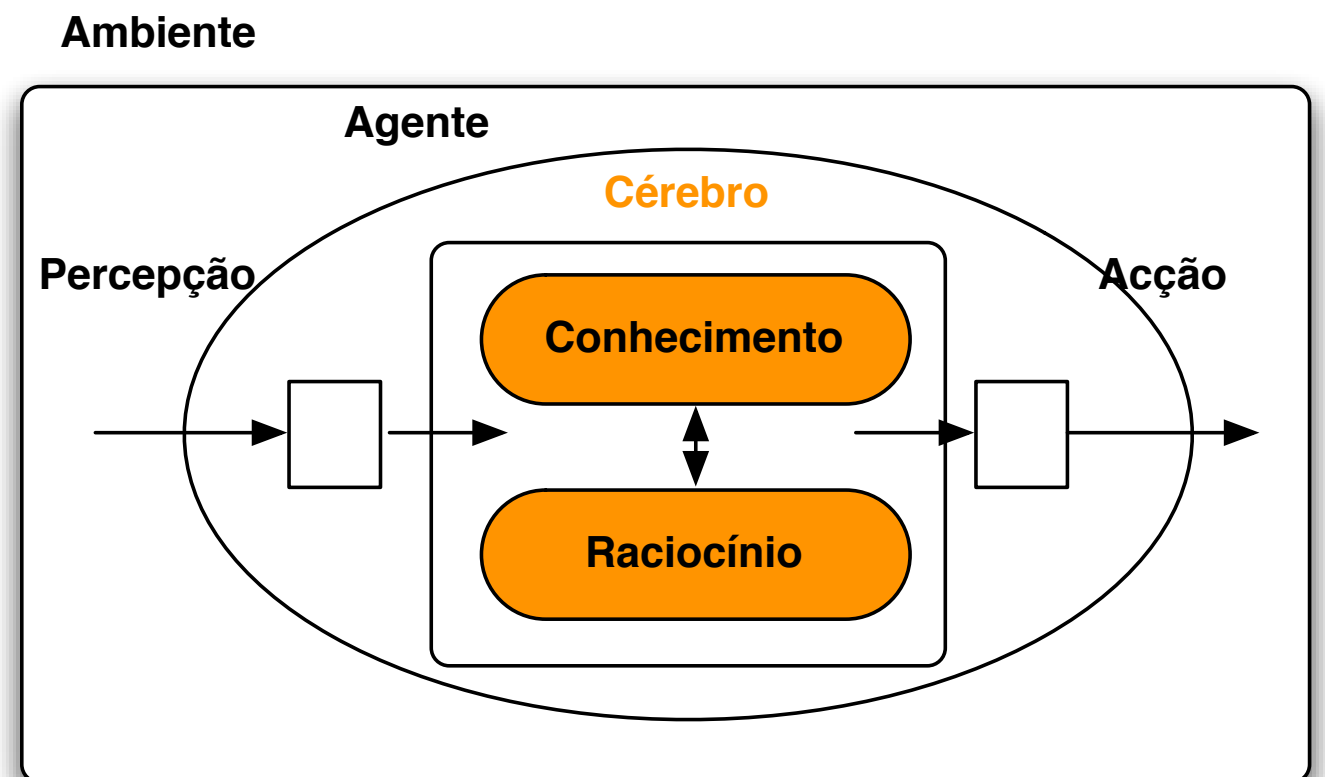
# Aprender

**Aprendizagem** é o processo pelo qual um agente **altera** de modo **automático** as suas estruturas internas, de modo a **realizar melhor tarefas** do seu interesse, nas condições impostas pelo ambiente



# Arquitectura

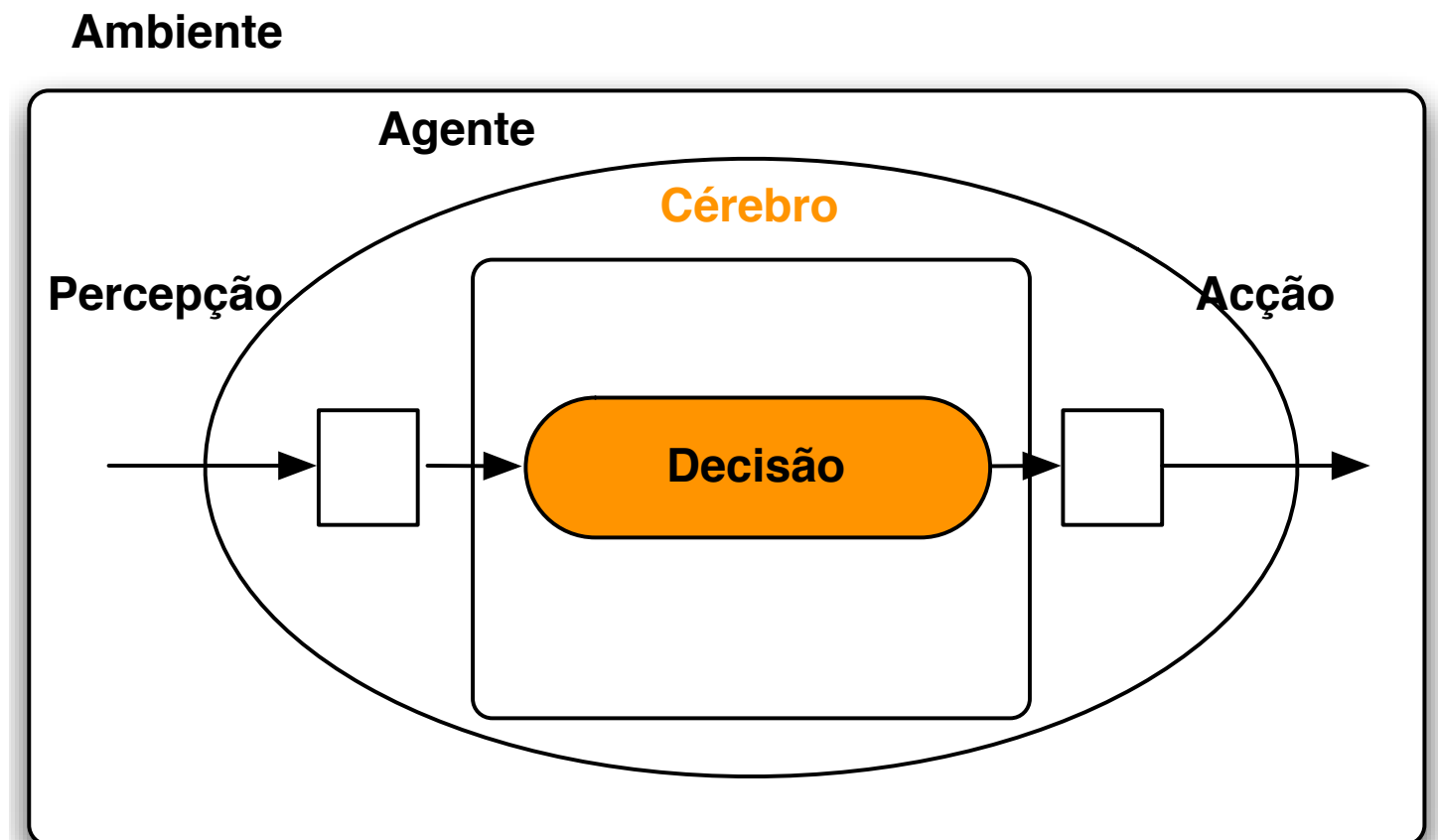
Percepções  
Acções  
Aprendizagem  
Decisão





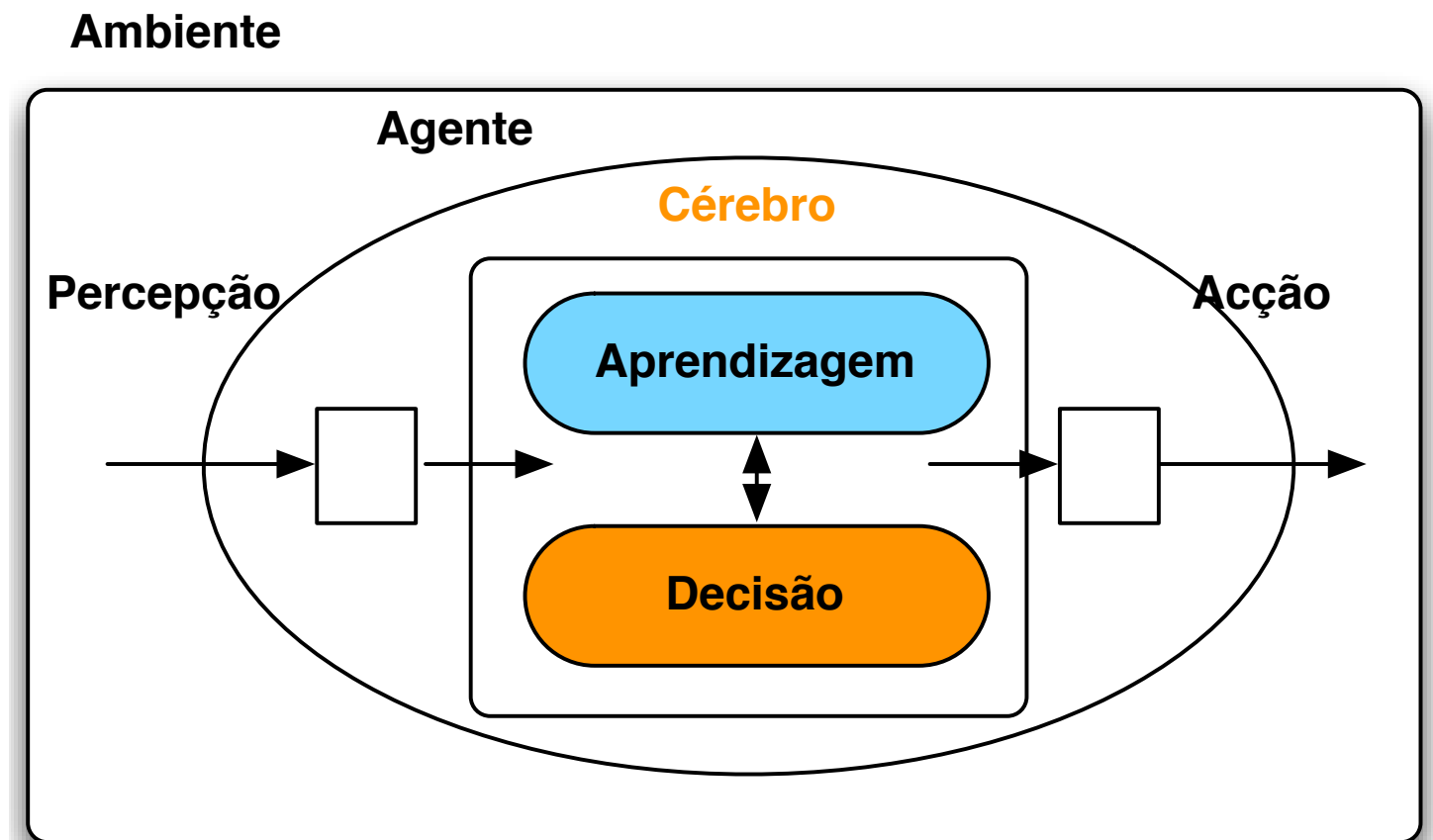
# Arquitectura

Percepções  
Acções  
Aprendizagem  
Decisão



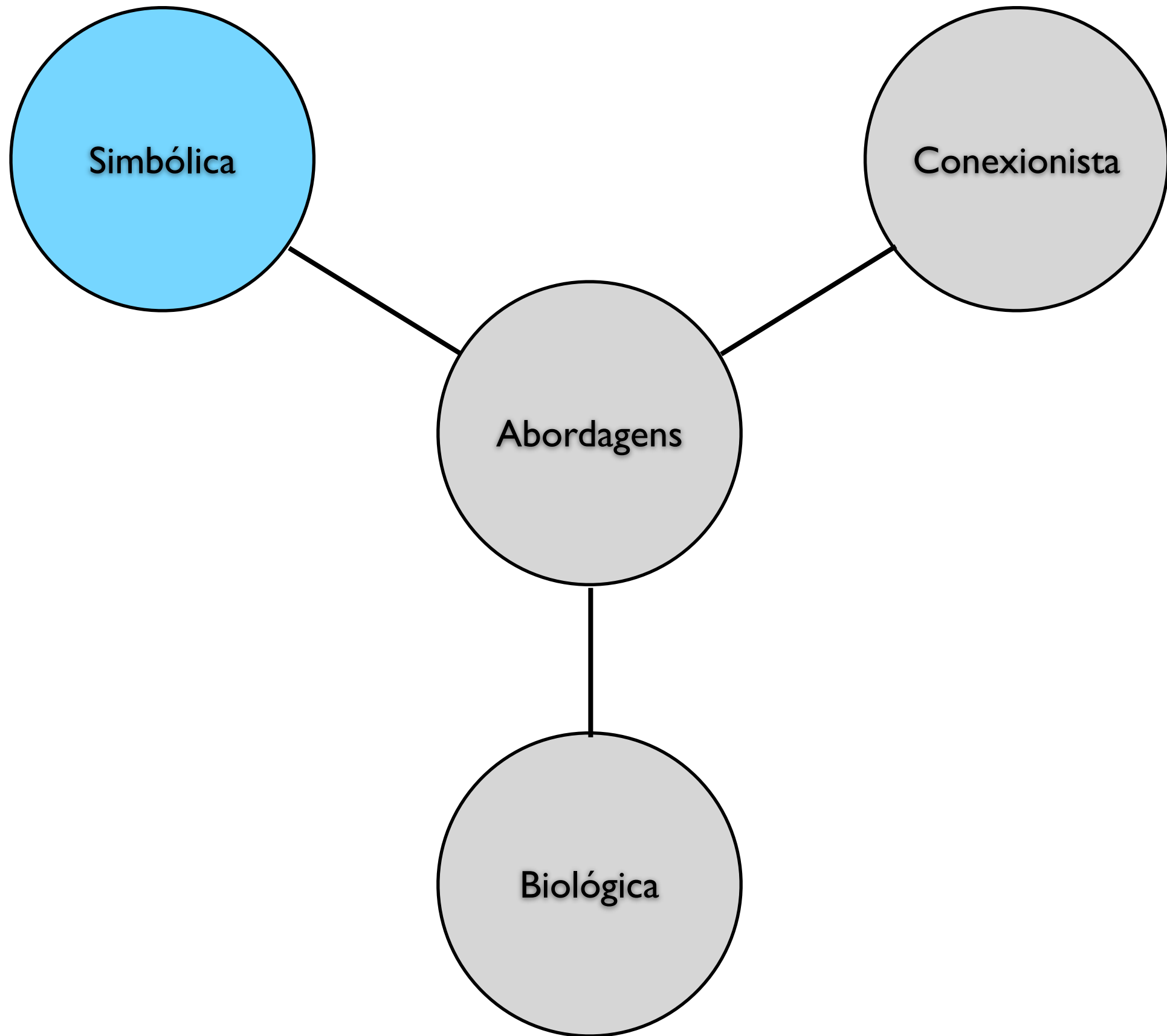
# Arquitectura

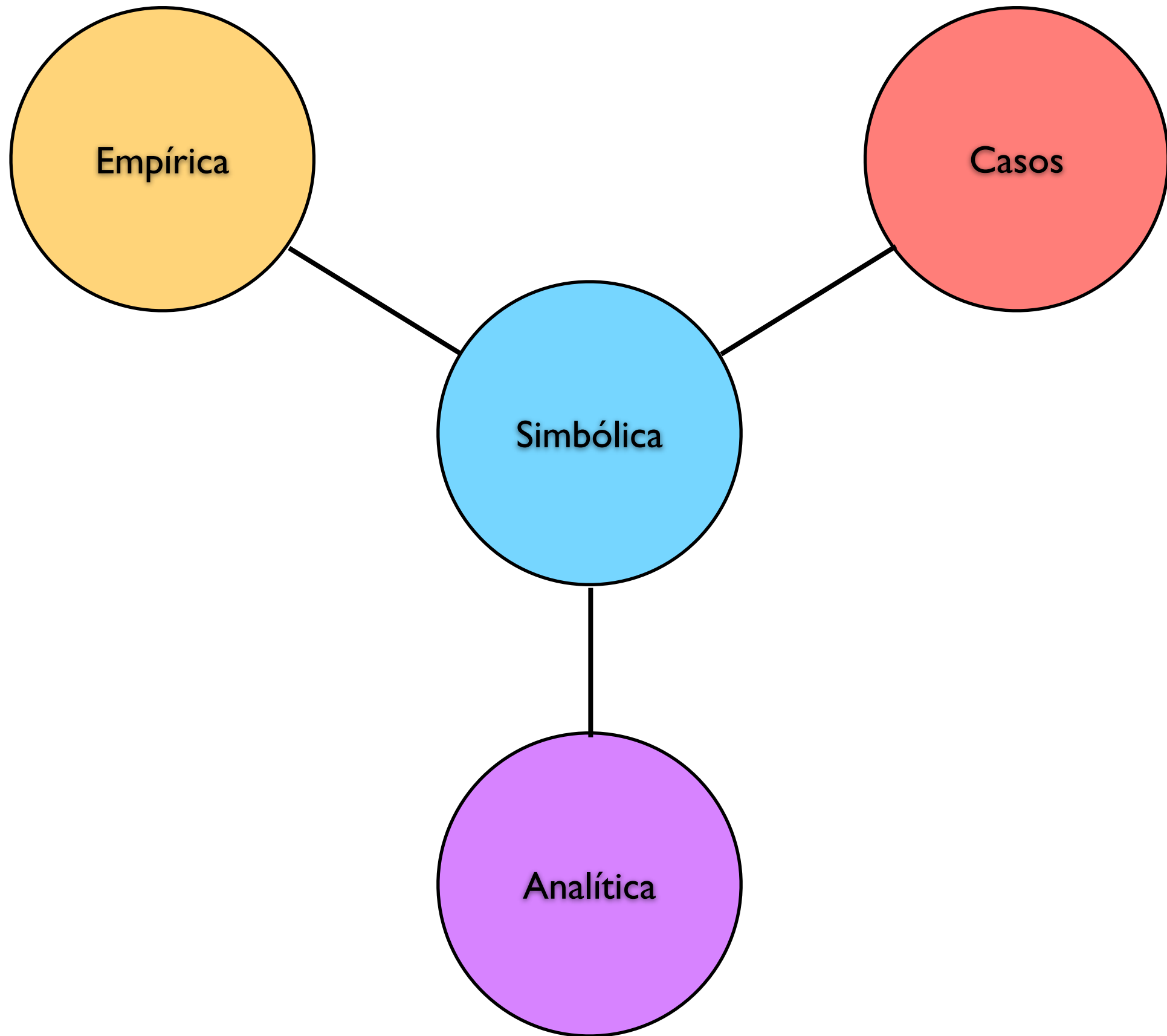
Percepções  
Acções  
Aprendizagem  
Decisão



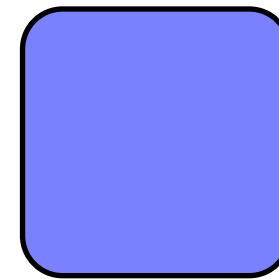
**Observar – Modelar – Aplicar**

# **Aprendizagem segundo as três metáforas**





# Aprendizagem a partir de **exemplos**



Cadeira

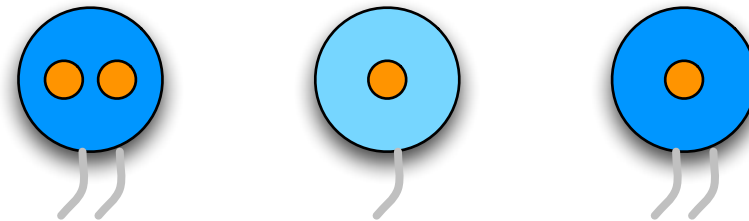


**Um Problema**

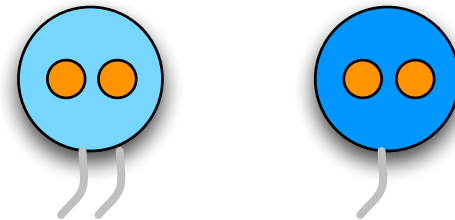


# Quais as características das células doentes?

Classe A



Classe B



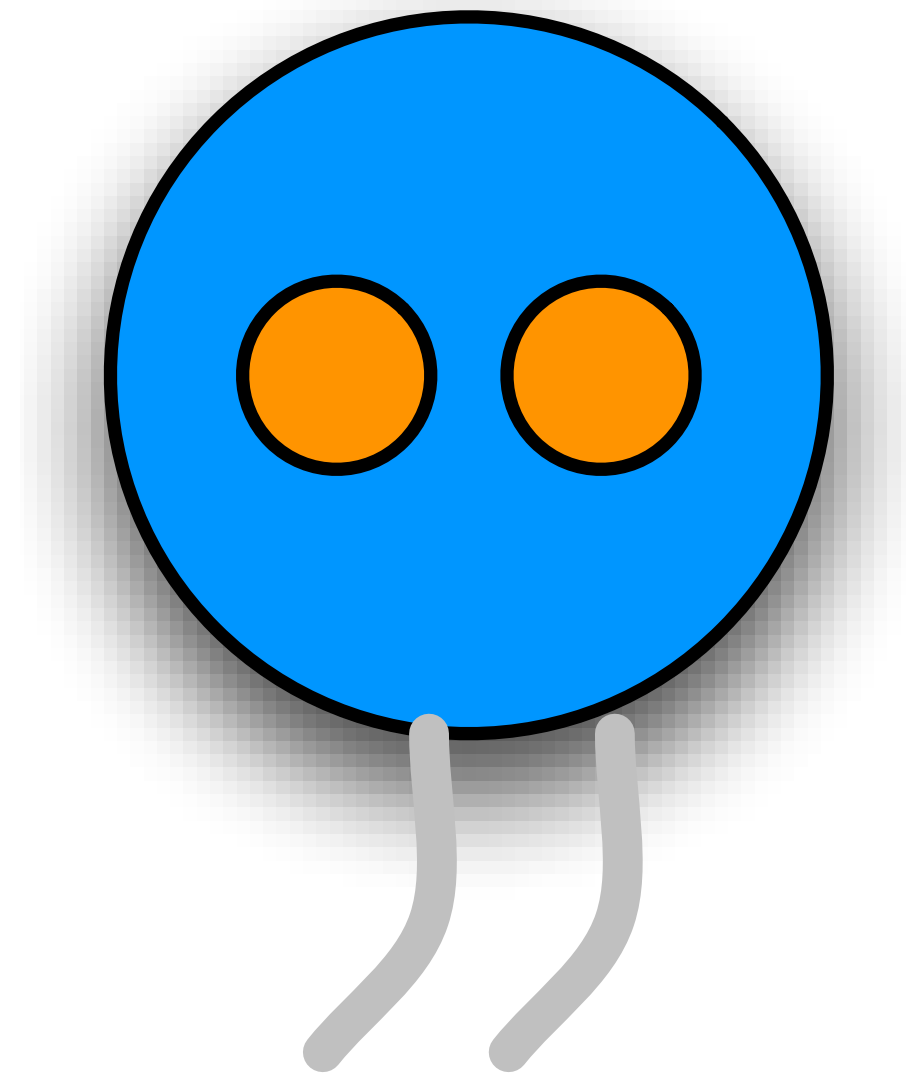
# Representação

Pares atributo valor

cor = azul escuro

caudas = duas

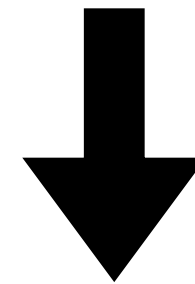
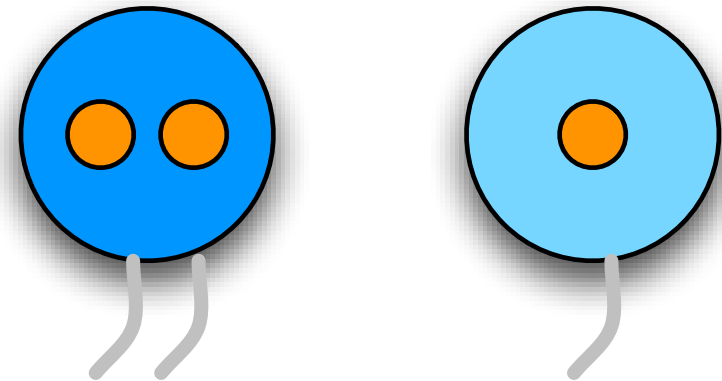
núcleos = 2



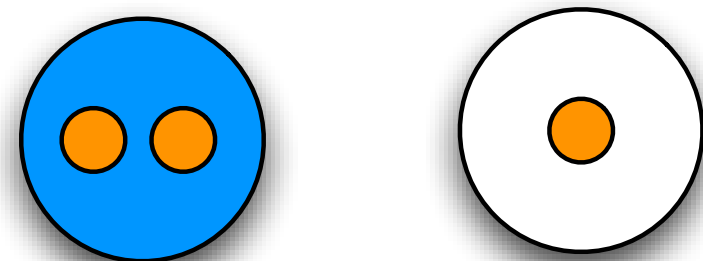
# Classificação

Os conceitos derivam da generalização de instâncias específicas

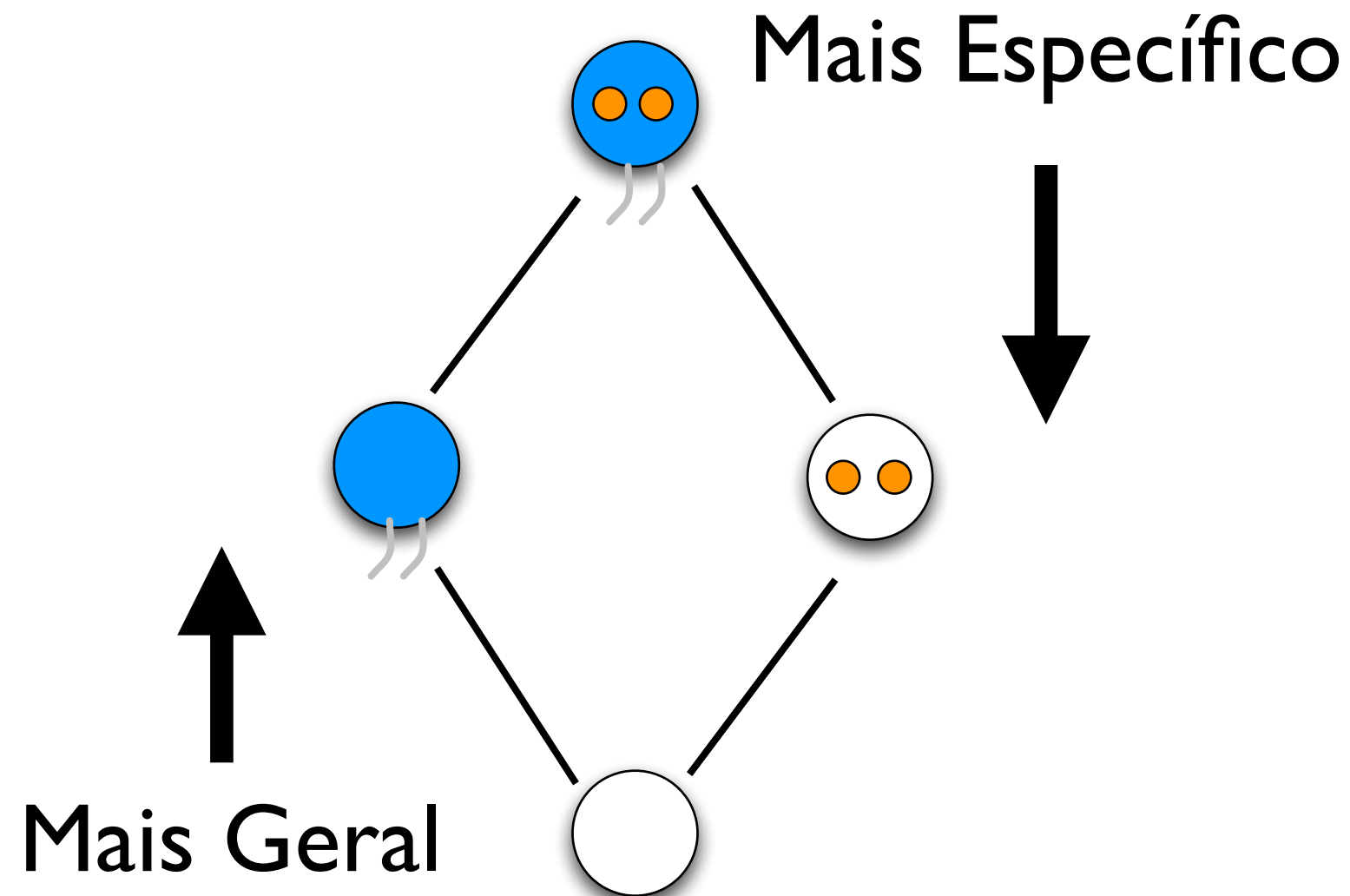
Instâncias



Conceitos



# Ordem



# Operacionalização

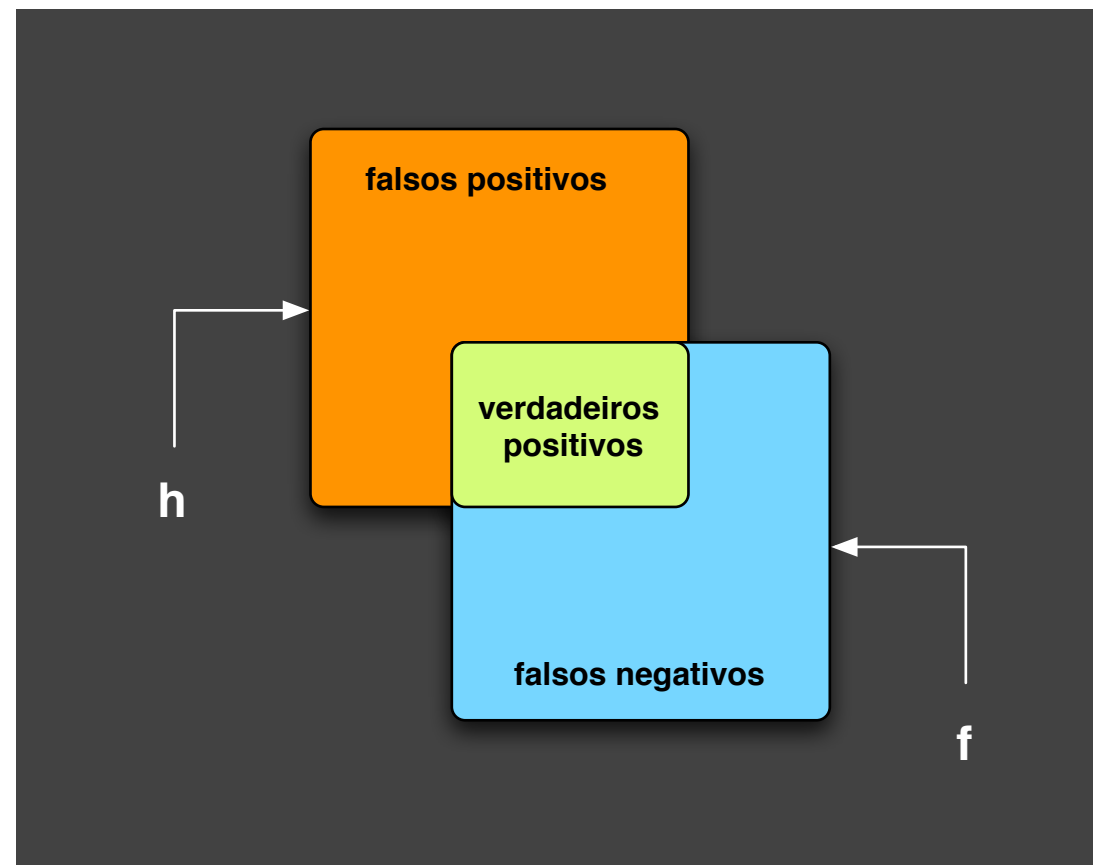
## DADOS:

- INSTÂNCIAS (I)
- CONCEITO ALVO (C)
- EXEMPLOS DE TREINO DO CONCEITO ALVO ( $E \subseteq I$ )
- HIPÓTESES (H)
- TEORIA SOBRE O DOMÍNIO EXPLICATIVA DOS EXEMPLOS (T)

## DETERMINAR:

- Hipóteses  $h_i \subseteq H$  para descrever o conceito alvo (C), consistentes com o exemplos de treino (E) e com a teoria sobre o domínio (T)

# Objectivo

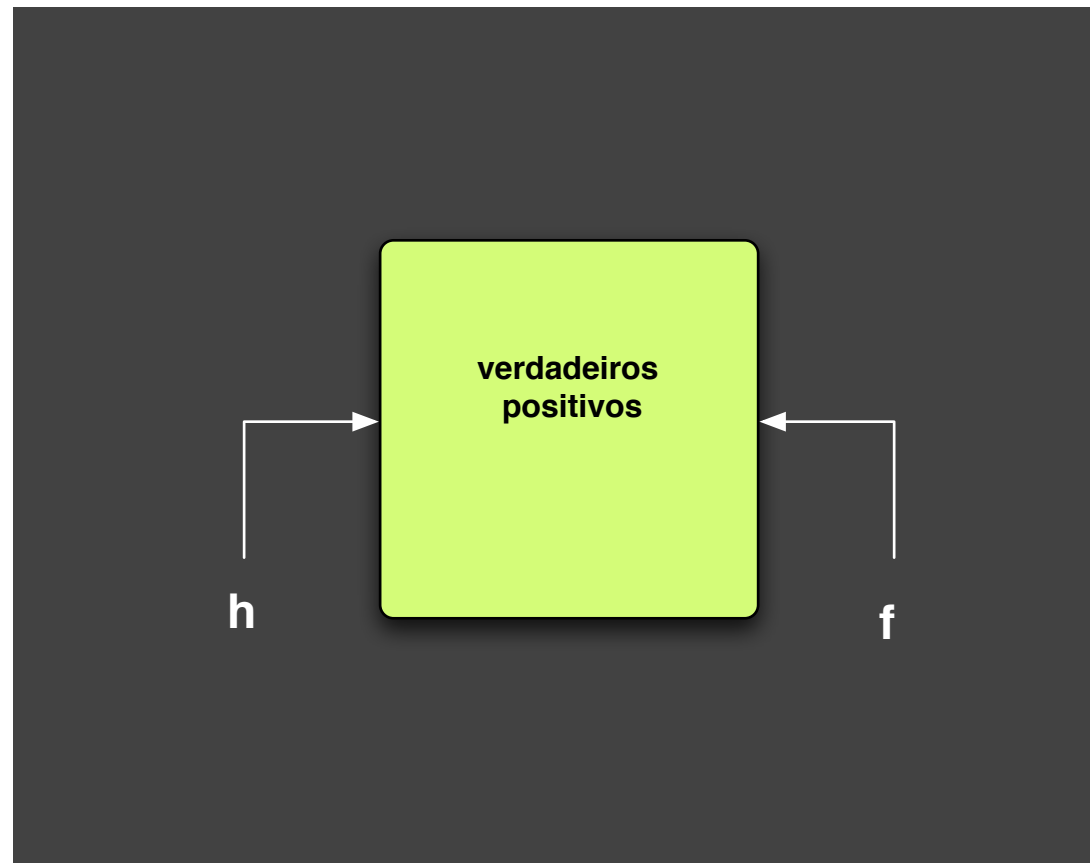


Idealmente **h** deve ser:

**Completa** (Classifica como positivos os positivos)

**Discriminante** (Classifica como negativos os negativos)

# Objectivo



Idealmente **h** deve ser:

**Completa** (Classifica como positivos os positivos)

**Discriminante** (Classifica como negativos os negativos)

# Hipótese da Aprendizagem **Empírica**

Toda a hipótese **h** que aproxima bem o conceito alvo com base num conjunto **suficientemente vasto** de exemplos de **treino** também aproxima bem as instâncias não observadas



# Exemplo

## DADOS:

**INSTÂNCIAS** (X): conjunto dos objectos do domínio (dias descritos por atributos tipo céu, temp-ar, temp-água, etc.)

**CONCEITO ALVO** (c): o que se quer aprender (faço-desporto?: dia  $\rightarrow \{0,1\}$ )

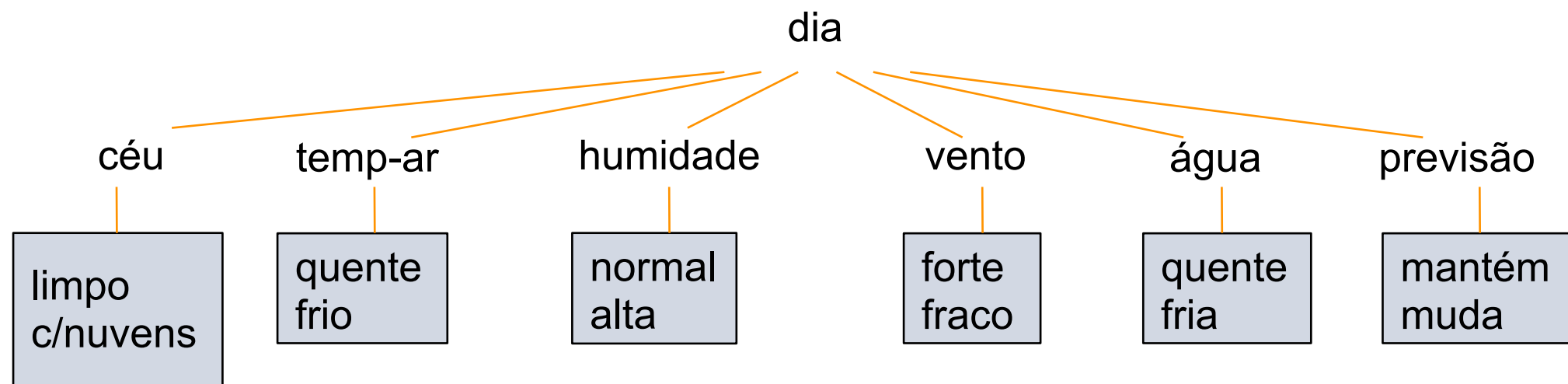
**HIPÓTESES** (H): conjunto das hipóteses descritoras do conceito, por exemplo: ((céu= limpo e temp-água = fria))

**EXEMPLOS DE TREINO** (D): exemplos positivos e negativos do conceito alvo c.

## DETERMINAR:

**HIPÓTESE** h de H tal que  $h(x) = c(x)$  para todo o x em X

# Faço desporto?



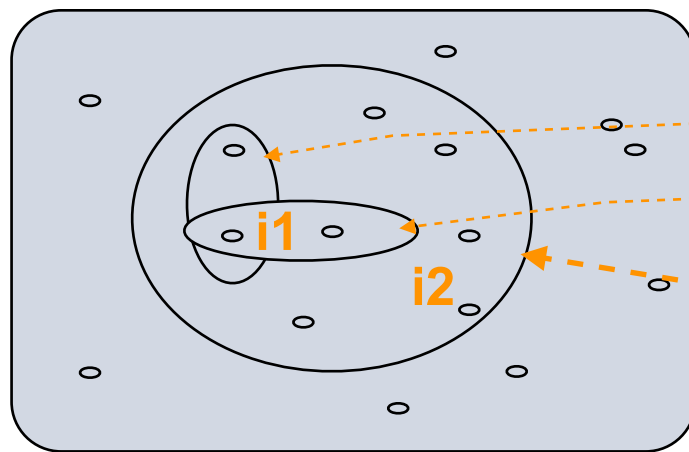
## Exemplos Classificados:

#1 = <<limpo, quente, normal, forte, quente, mantém>, +>

#3 = <<chuva, frio, alta, forte, quente, muda>, ->

# Ordem

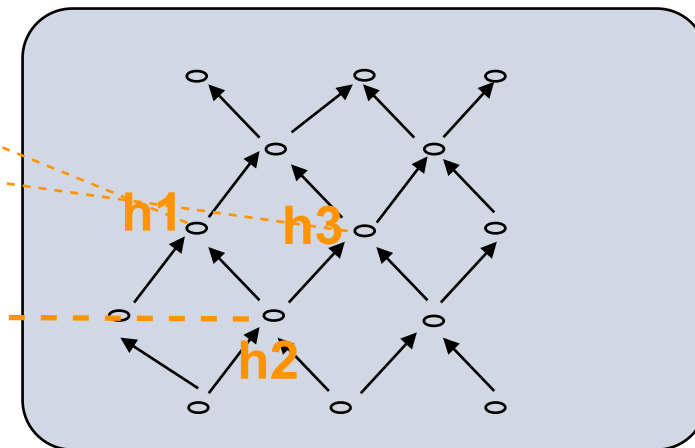
## Instâncias



Específico

Geral

## Hipóteses

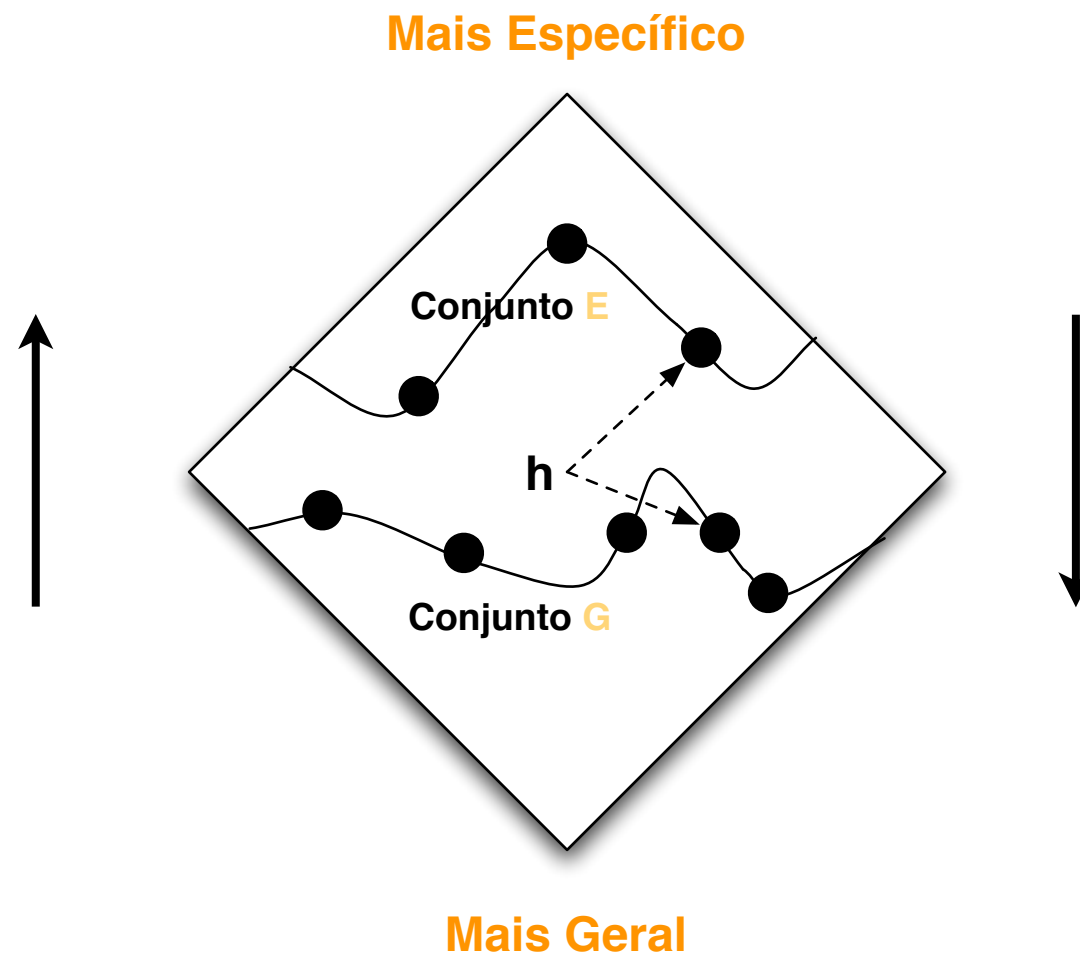


i1 = <limpo, quente, alta, forte, frio, mantém>  
i2 = <limpo, quente, alta, fraco, quente, mantém>

h1 = <limpo, ?, ?, forte, ?, ?>      h3 = <limpo, ?, ?, ?, frio, ?>

h2 = <limpo, ?, ?, ?, ?, ?>

# Eliminação de candidatos



Espaço de Versões

$$EV_{H,D} = \{h \in H: \text{consistente}(h,D)\}$$

# Eliminação de Candidatos

## Valores possíveis para um atributo

“?”: qualquer

“0”: nenhum

valor “normal”, p. ex. “limpo”

## Fazer desporto apenas em dias frios e humidade alta:

$h1 = \langle ?, \text{frio}, \text{alto}, ?, ?, ? \rangle$

## Casos extremos

$\langle ?, ?, ?, ?, ?, ? \rangle$

$\langle 0, 0, 0, 0, 0, 0 \rangle$

# Exemplos Positivos

## Do mais específico ao mais geral

### Algoritmo Find-S

1. **Inicializar**  $h$  com a hipótese mais específica de  $H$
2. **Para cada** exemplo de treino **positivo**  $x$ 
  - 2.1. **Para cada** valor de atributo  $a_i$  em  $h$ 
    - Se**  $a_i$  é satisfeito por  $x$ 
      - Então** não fazer nada
      - Senão** substituir  $a_i$  em  $h$  pelo próximo valor (**mais geral**) que é satisfeito por  $x$
3. **Devolve** a hipótese  $h$

#1 = <<limpo, quente, **normal**, forte, quente, mantém>, +>  
#2 = <<limpo, quente, **alta**, forte, quente, mantém>, +>

{< 0,0,0,0,0,0>}

{<limpo, quente, **normal**, forte, quente, mantém> }

{<limpo, quente, **?**, forte, quente, mantém> }

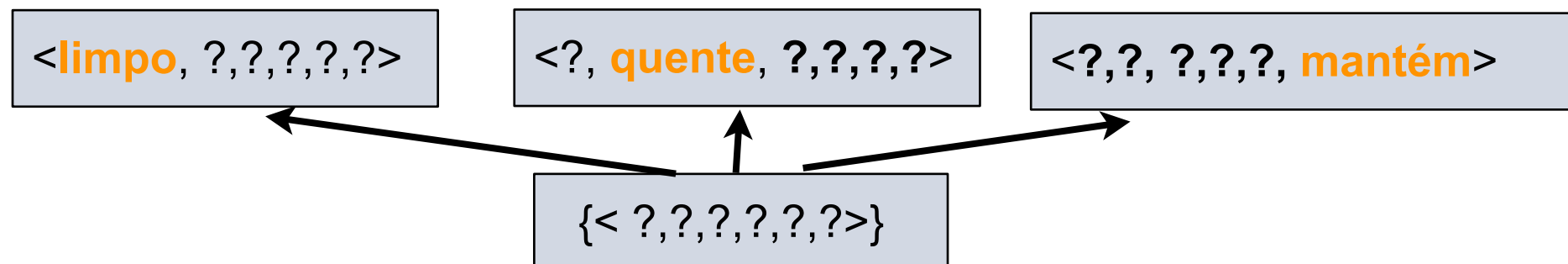
# Exemplos Negativos

## Do mais geral ao mais específico

### Algoritmo Find-G

1. Inicializar  $h$  com a hipótese mais **geral** em  $H$
2. Para cada exemplo de treino **negativo**  $x$ 
  - 2.1.1. Para cada valor de atributo  $a_i$  em  $h$ 
    - Se  $a_i$  não é satisfeito por  $x$ 
      - Então não fazer nada
      - Senão substituir  $a_i$  em  $h$  pelo próximo valor **mais específico** que não é satisfeito por  $x$
3. Devolve a hipótese  $h$

#3 = << chuva, frio, alta, forte, quente, muda, - >



# Eliminação de Candidatos

1.  $E := \{ \langle 0,0,0,0,0,0 \rangle \}$ ; /\* E é o conjunto das hipóteses mais específicas
2.  $G := \{ \langle ?,?,?,?,? \rangle \}$ ; /\* G é o conjunto das hipóteses mais gerais
3. **Para cada** instância positiva  $x^+$ 
  - 3.1. **Retirar** de G os membros inconsistentes com  $x^+$
  - 3.2. **Generalizar** os membros de E até ficarem consistentes com  $x^+$ , mas guardá-los apenas se forem mais específicos que G;
  - 3.3. **Retirar** de E os membros que não forem maximamente específicos;
4. **Para cada** instância negativa  $x^-$ 
  - 4.1. **Retirar** de E os membros inconsistentes com  $x^-$
  - 4.2. **Especializar** os membros de G até ficarem consistentes com  $x^-$ , mas guardá-los apenas se forem mais gerais que E
  - 4.3. **Retirar** de G os membros que não forem minimamente específicos.



# Aplicando o Algoritmo

#1 = <<limpo, quente, normal, forte, quente, mantém>, +>

#2 = <<limpo, quente, alta, forte, quente, mantém>, +>

#3 = <<chuva, frio, alta, forte, quente, muda, ->

#4 = <<limpo, quente, alta, forte, frio, muda>, +>

#5 = <<limpo, quente, normal, fraca, quente, mantém>, ->

#6 = <<chuva, quente, normal, forte, quente, muda>, +>

# Eliminação de Candidatos

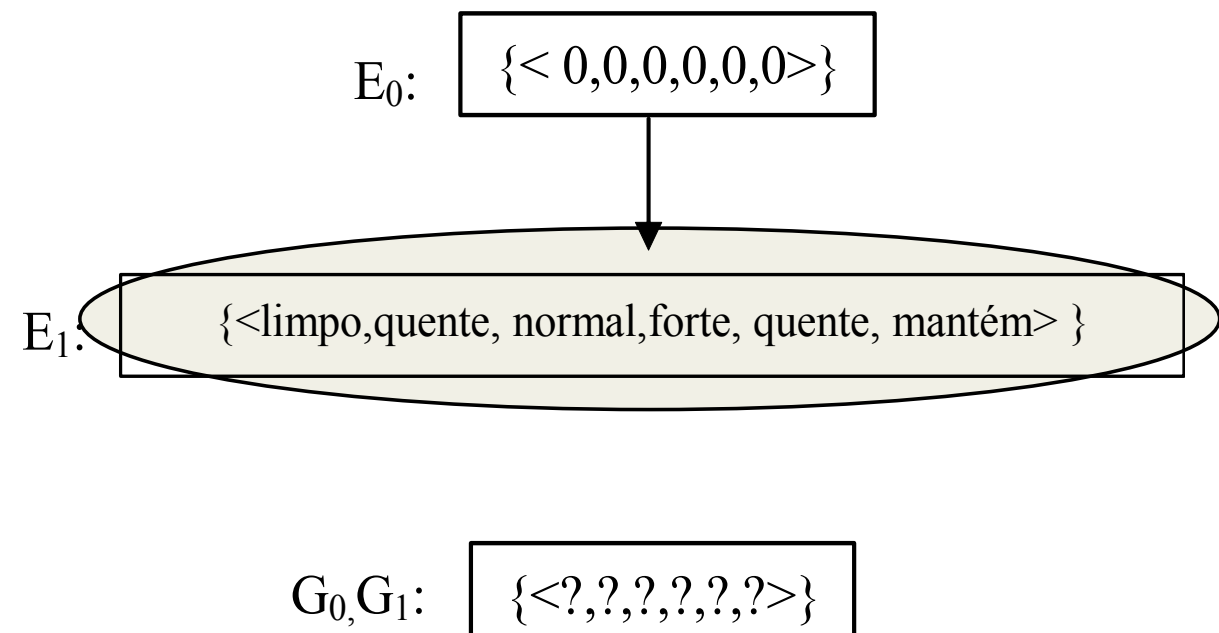
inicialmente

$E_0$ :  $\{ \langle 0,0,0,0,0,0 \rangle \}$

$G_0$ :  $\{ \langle ?,?,?,?,?,? \rangle \}$

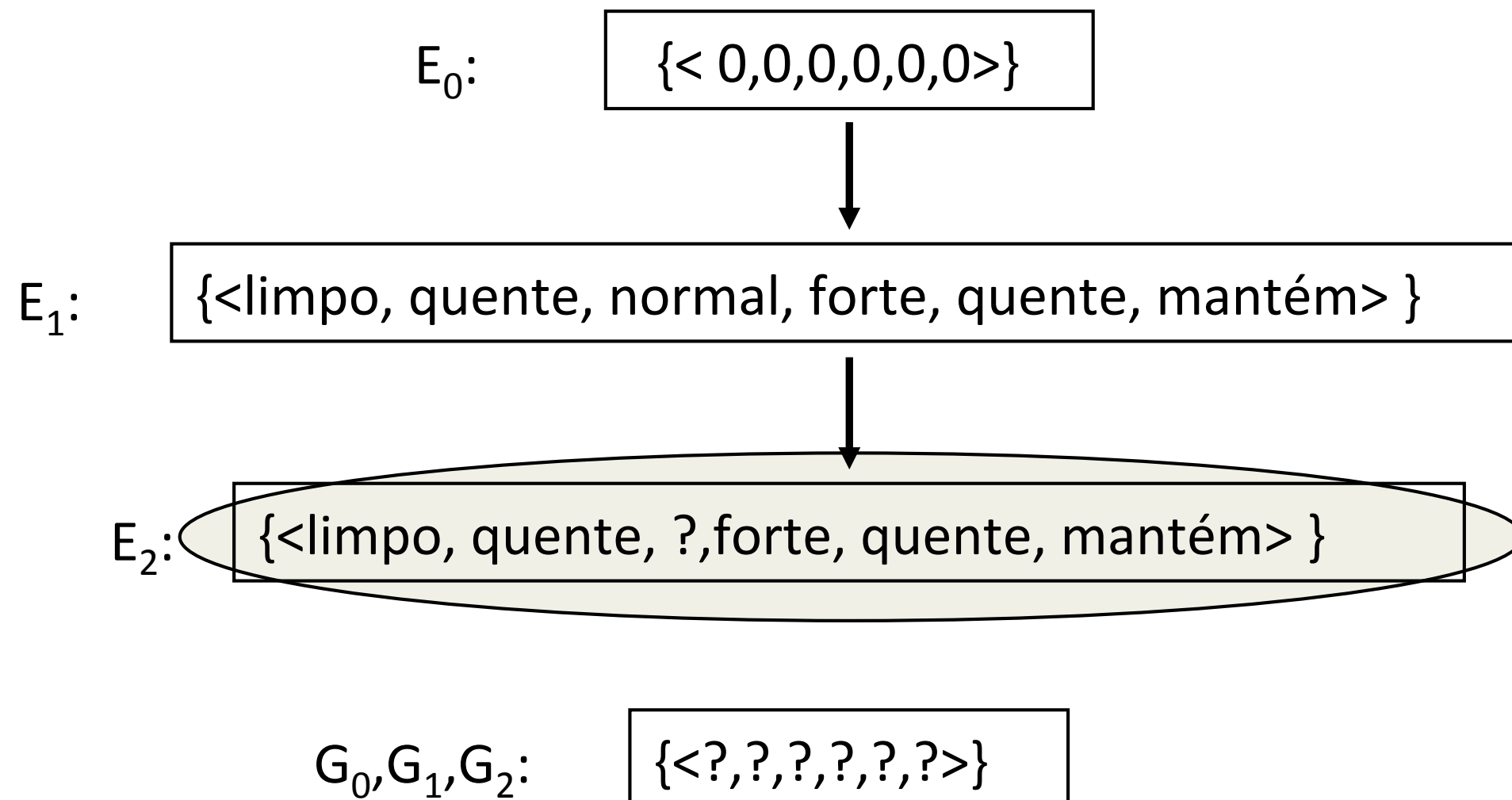
depois de

#1 =  $\langle \langle \text{limpo, quente, normal, forte, quente, mantém} \rangle, + \rangle$



# Eliminação de Candidatos

#1 = <<limpo, quente, normal, forte, quente, mantém>, +>  
#2 = <<limpo, quente, alta, forte, quente, mantém>, +>



# Eliminação de Candidatos

... o primeiro exemplo negativo

#3 = << chuva, frio, alta, forte, quente, muda, - >

$E_2, E_3$ :

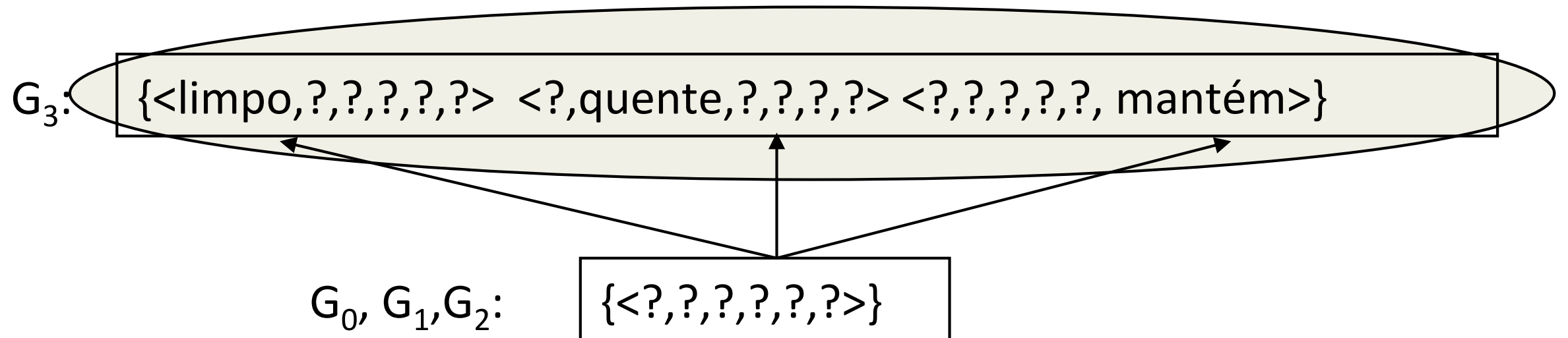
{<limpo, quente, ?, forte, quente, mantém> }

$G_3$ :

{<limpo, ?, ?, ?, ?, ?> <?, quente, ?, ?, ?, ?> <?, ?, ?, ?, ?, mantém>}

$G_0, G_1, G_2$ :

{<?, ?, ?, ?, ?, ?>}

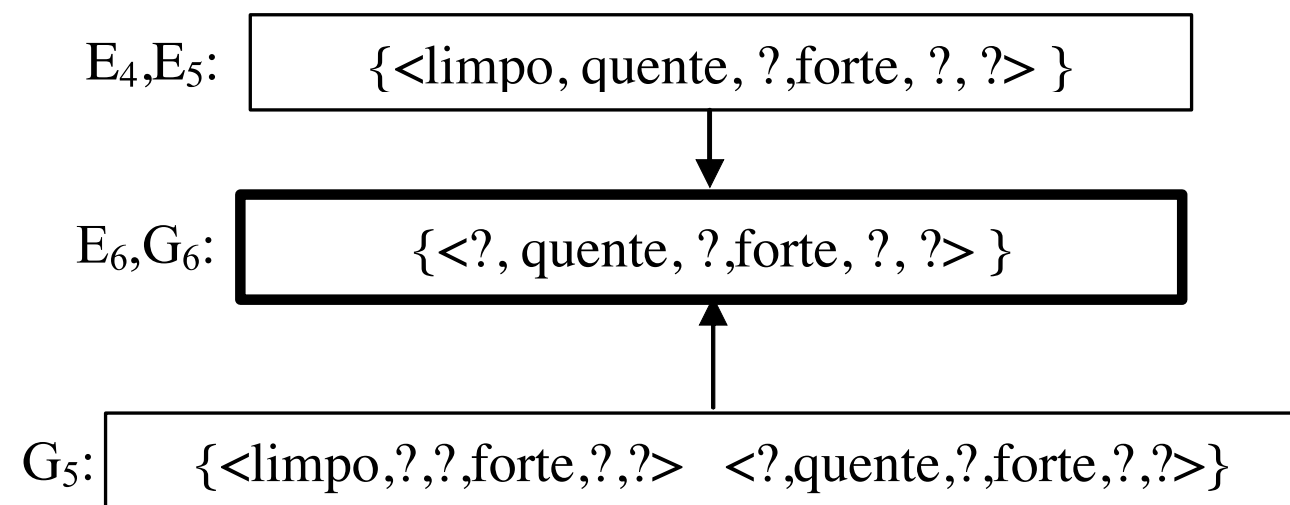


# Eliminação de Candidatos

#4 = <<limpo, quente, alta, forte, frio, muda>, +>

#5 = <<limpo, quente, normal, fraca, quente, mantém>, - >

#6 = <<chuva, quente, normal, forte, quente, muda>, +>



**Se** a temperatura do ar for quente **e** o vento forte  
**Então** praticar desporto

# Limitações

Ruído  
Convergência  
Disjunções

# Árvores de Decisão

# Tipos de Problemas

Instâncias representadas por pares atributo/valor

Função alvo toma valores de saída discretos

Exemplos de treino podem conter erros

Exemplos de treino podem ter valores de atributos desconhecidos

Conceito alvo pode ter descrição disjuntiva



# Representação

Cada nó interno testa um atributo

Cada ramo corresponde a um valor possível para esse atributo

Cada folha estabelece uma classificação

Cada caminho raiz-folha define uma regra

# Algoritmo

**Dado:**

um conjunto  $S$  de exemplos de treino ( $E^+, E^-$ );

uma família de conjuntos de atributos e respectivos valores,  $\mathbf{A}$ ;

um conceito alvo  $\mathbf{T}$

**Determinar:**

uma árvore de decisão AD cujas folhas são formadas por elementos todos da mesma classe; o conceito alvo  $\mathbf{T}$  é dado pela disjunção da caracterização da classe positiva. ( $E^+$ ).

1. **Se** todos os exemplos são da mesma classe

**então** terminar, com a AD formada por um nó etiquetado pela classe dos elementos de  $\mathbf{S}$ ;

2. **Caso contrário:**

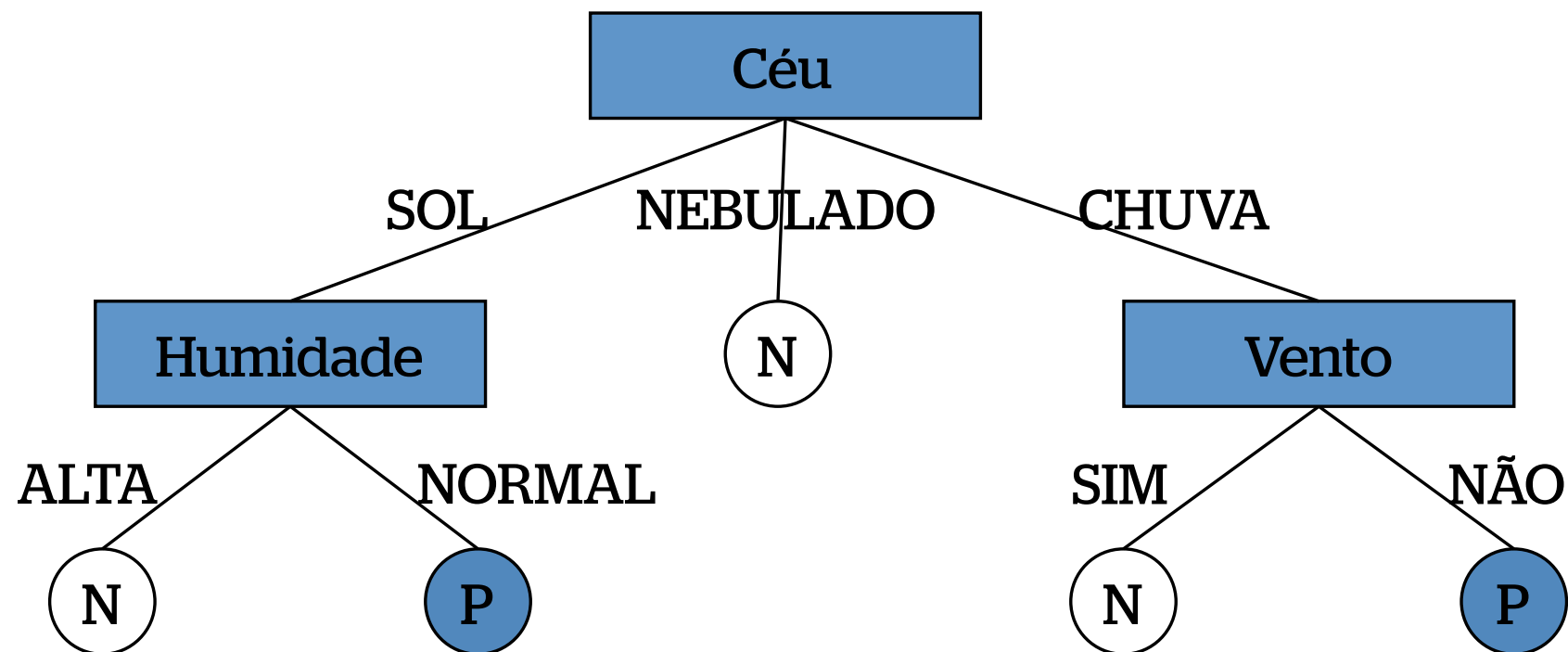
2.1. **Escolher** um atributo  $\mathbf{A} = \{A_1, \dots, A_v\}$ ;

2.2. **Dividir**  $\mathbf{S}$  em  $\{S_1, \dots, S_v\}$  subconjuntos disjuntos de acordo com os diferentes valores de  $A$ ;

2.3. **Chamar** recursivamente o algoritmo para cada um dos subconjuntos  $\mathbf{S}_i$ ;

2.4. **Construir** uma AD tendo por raiz o atributo  $\mathbf{A}$  e os ramos etiquetados pelos valores  $\mathbf{A}_j$  ligados às sub-árvores associadas a  $\mathbf{S}_i$ .

# Exemplo



Se céu=sol e humidade=normal então classe=P

Se céu=chuva e vento=não então classe=P

OU

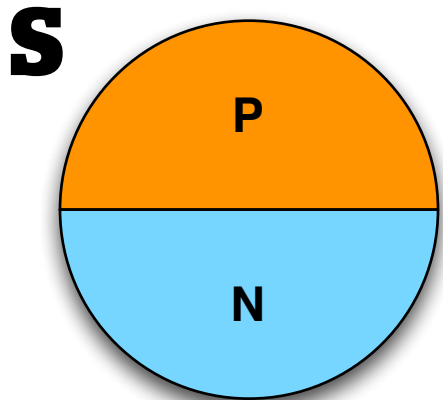
# Questões

Como construir a árvore?  
Como escolher o atributo?

Como devo proceder para determinar se um elemento pertence a um conjunto minimizando o número de perguntas sim/não?

$$\log_2(|S|)$$

... e se souber que está dividido em dois subconjuntos?



$$x \text{ em } S \Rightarrow p_P \log_2(|P|) + p_N \log_2(|N|)$$

$$I(p,n) = -p_p \log_2(p_p) - p_n \log_2(p_n)$$

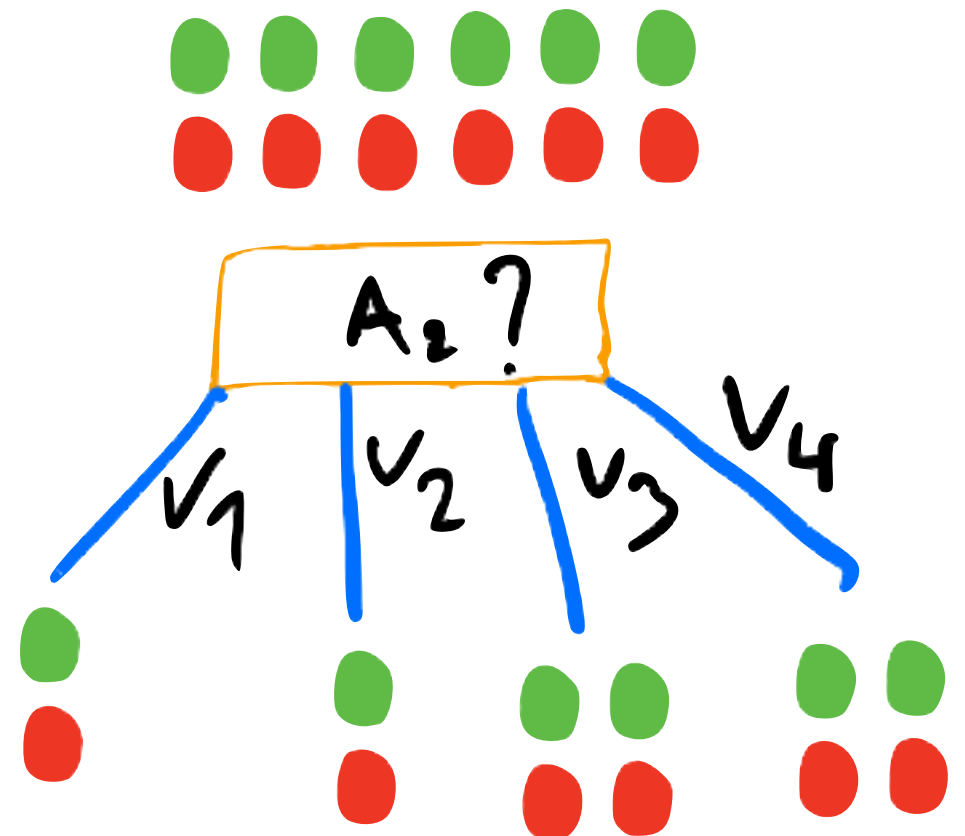
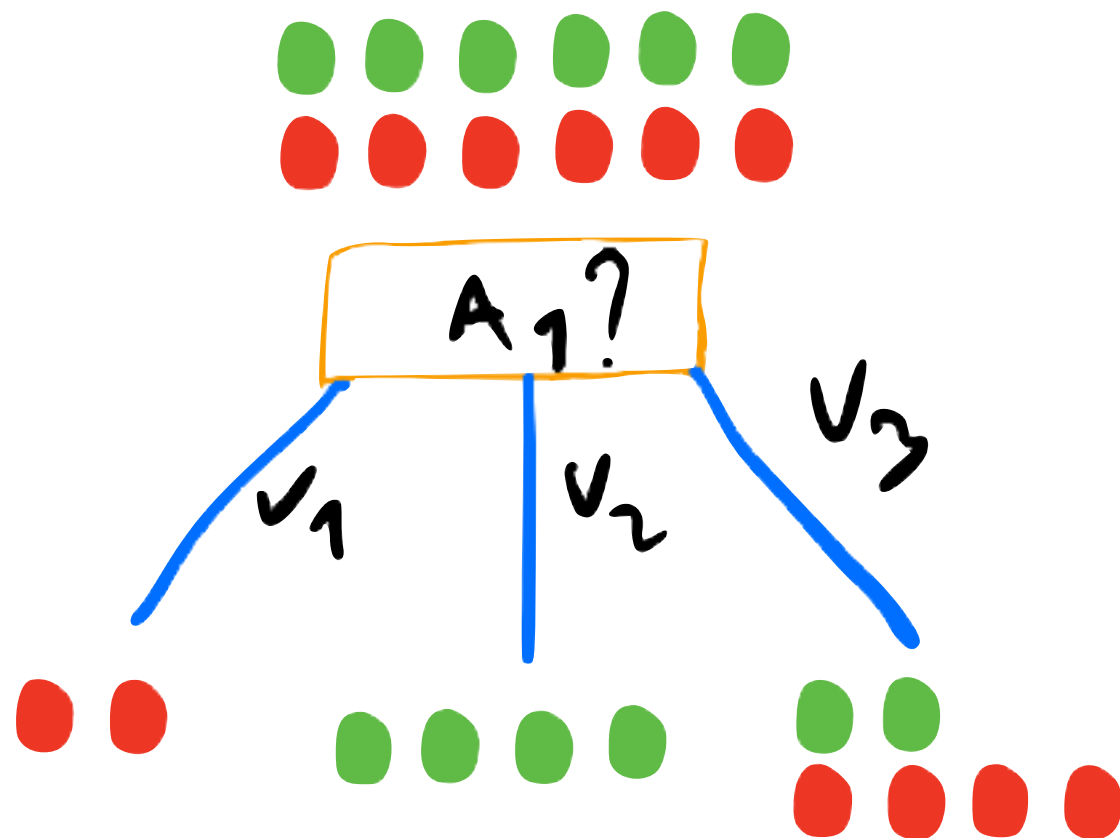
# Conteúdo Informativo

$$E(A) = \sum_{i=1}^v \frac{p_i + n_i}{p + n} I(p_i, n_i)$$

## Ganho

$$G(A) = I(p, n) - E(A)$$

# Qual o atributo mais informativo?

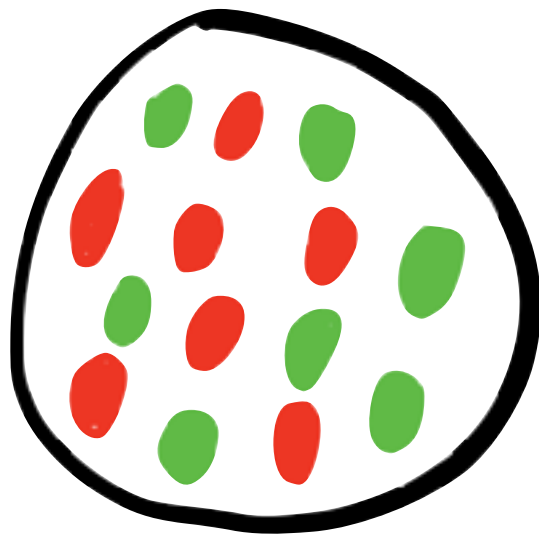


# Ganho

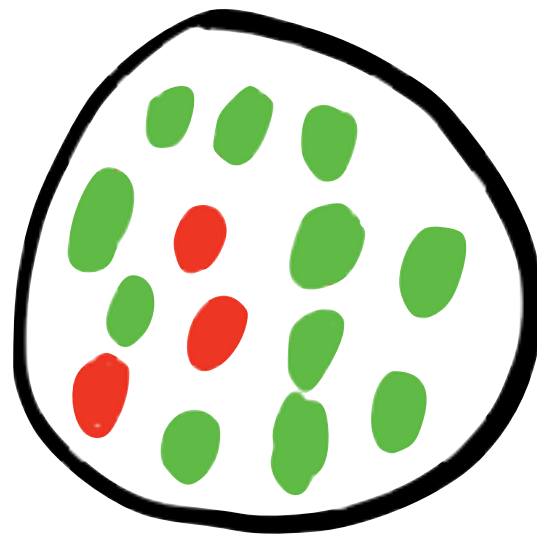
## Impureza/Entropia

Mede o nível de impureza de um conjunto de dados

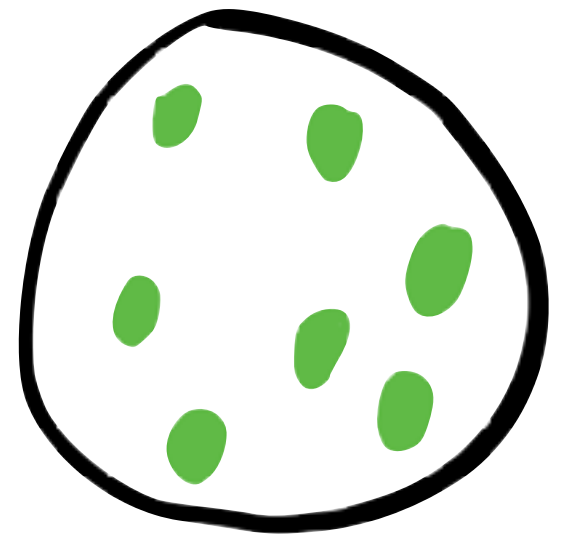
Very impure  
set



Less impure set



Minimum  
impurity





# Regra de escolha (Quinlan)

escolher o atributo com maior ganho informativo!

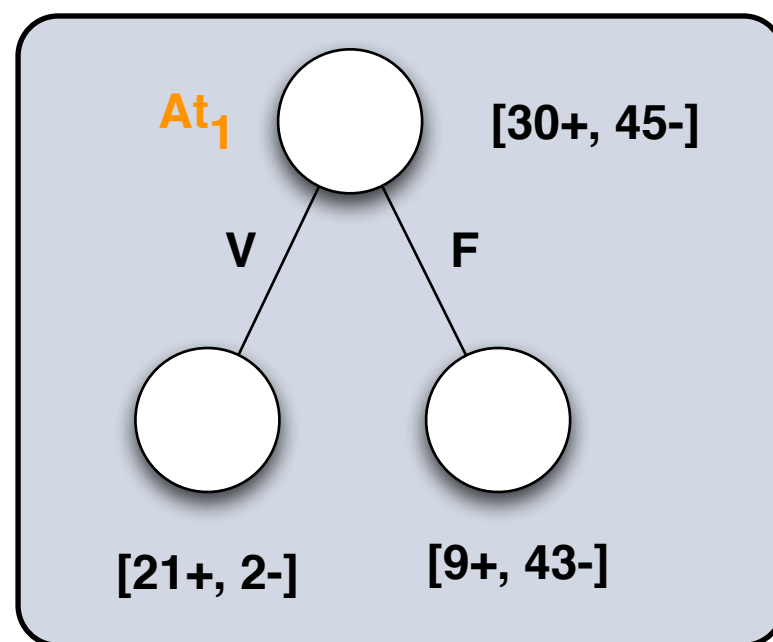
# Regra de escolha (Quinlan)

Preferência por árvores pequenas

Preferência pelas árvores que colocam os atributos de maior ganho mais próximos da raiz

**Exemplo**

Dois atributos, dois valores possíveis  
Qual escolher?

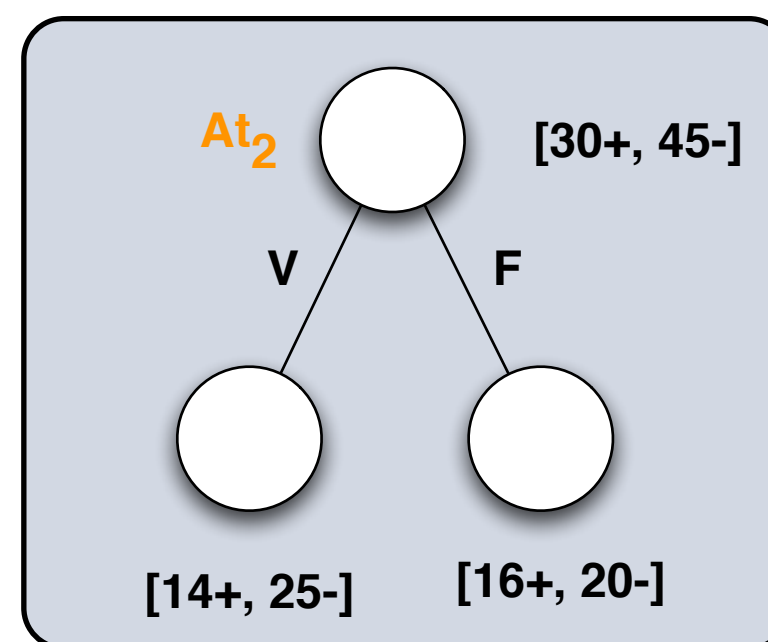


$$I(21+, 2-) = 0.426$$

$$I(9+, 43-) = 0.664$$

$$E(At_1) = 0.591$$

$$\underline{G(At_1) = 0.379}$$



$$I(14+, 25-) = 0.941$$

$$I(16+, 20-) = 0.991$$

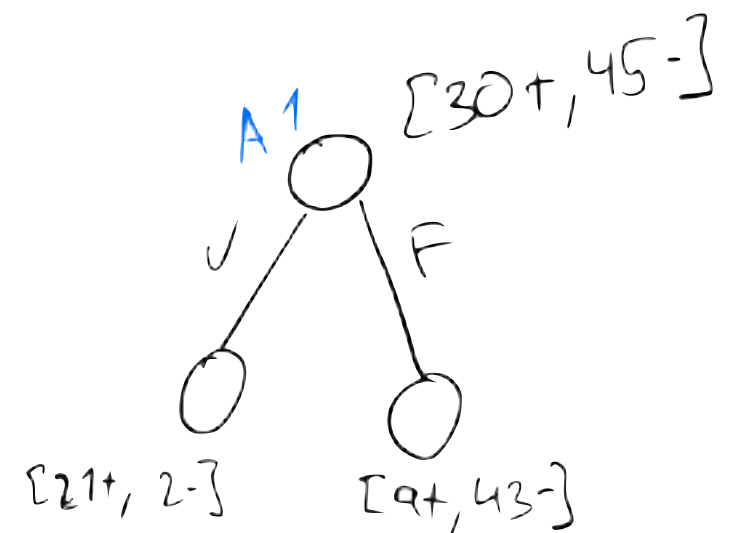
$$E(At_2) = 0.965$$

$$G(At_2) = 0.005$$

$$I(p, n) = 0.97$$

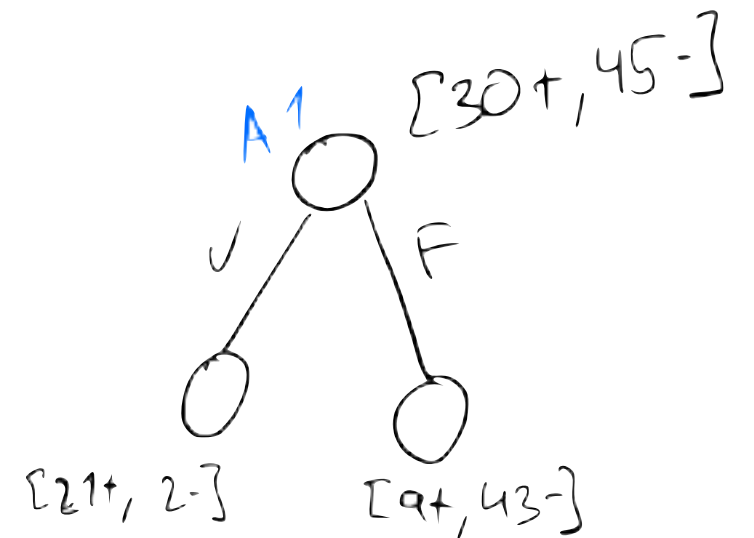
Dois atributos, dois valores possíveis  
Qual escolher?

$$\begin{aligned} H(-1) &= -\frac{30}{75} \log_2\left(\frac{30}{75}\right) - \frac{45}{75} \log_2\left(\frac{45}{75}\right) \\ &= 0.53 + 0.44 \\ &= 0.97 \end{aligned}$$



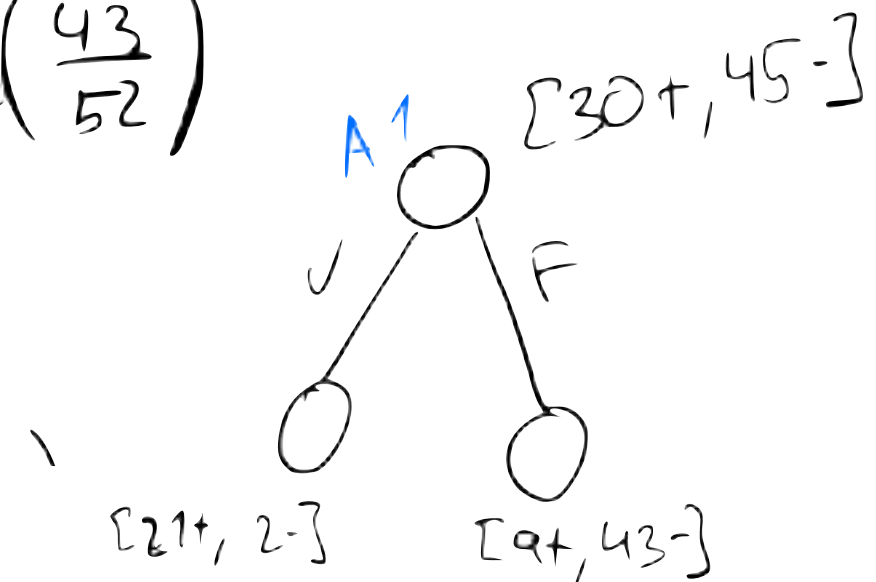
Dois atributos, dois valores possíveis  
Qual escolher?

$$\begin{aligned} H(Y|A_1=V) &= -\frac{21}{23} \log_2\left(\frac{21}{23}\right) - \frac{2}{23} \log_2\left(\frac{2}{23}\right) \\ &= 0.12 + 0.30 \\ &= 0.42 \end{aligned}$$



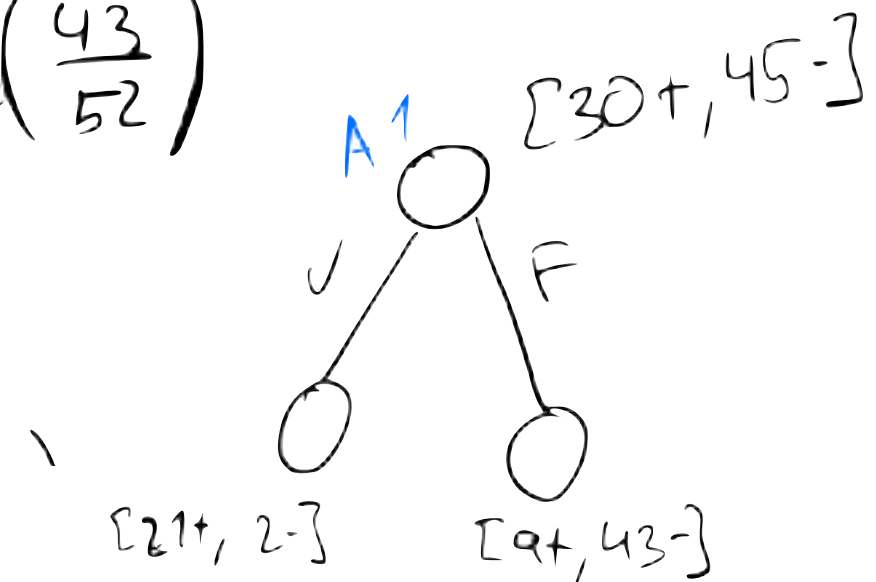
Dois atributos, dois valores possíveis  
Qual escolher?

$$\begin{aligned} H(Y|A_1=F) &= -\frac{9}{52} \log_2\left(\frac{9}{52}\right) - \frac{43}{52} \log_2\left(\frac{43}{52}\right) \\ &= 0.44 + 0.23 \\ &= 0.67 \end{aligned}$$



Dois atributos, dois valores possíveis  
Qual escolher?

$$\begin{aligned} H(Y|A_1=F) &= -\frac{9}{52} \log_2\left(\frac{9}{52}\right) - \frac{43}{52} \log_2\left(\frac{43}{52}\right) \\ &= 0.44 + 0.23 \\ &= 0.67 \end{aligned}$$

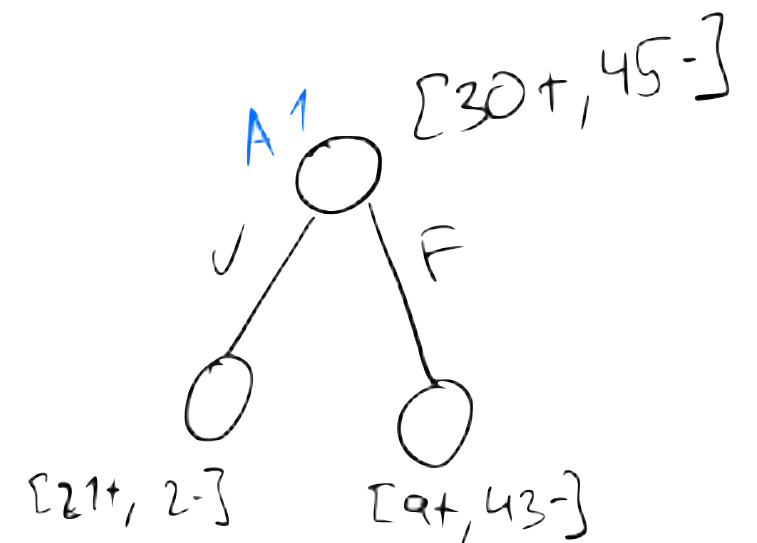




Dois atributos, dois valores possíveis  
Qual escolher?

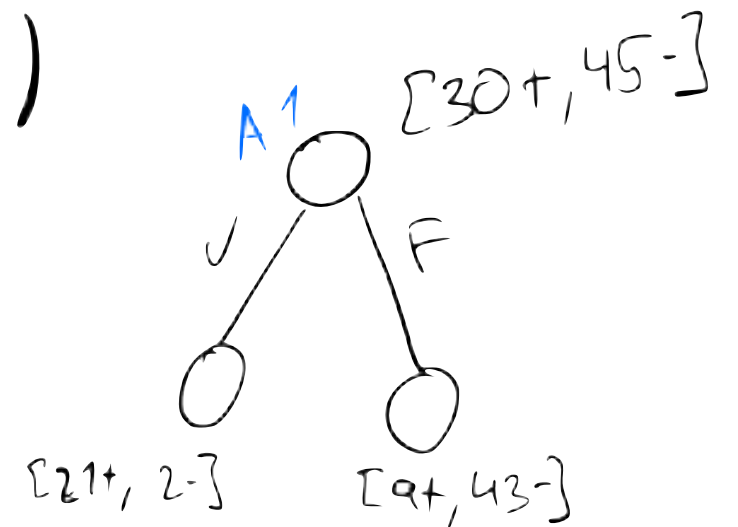
$$H(\gamma | A_1) = \underbrace{\left( \frac{23}{75} * 0.42 \right)}_{H(\gamma | A_1 = V)} + \underbrace{\left( \frac{52}{75} * 0.62 \right)}_{H(\gamma | A_1 = F)}$$

$$= 0.59$$

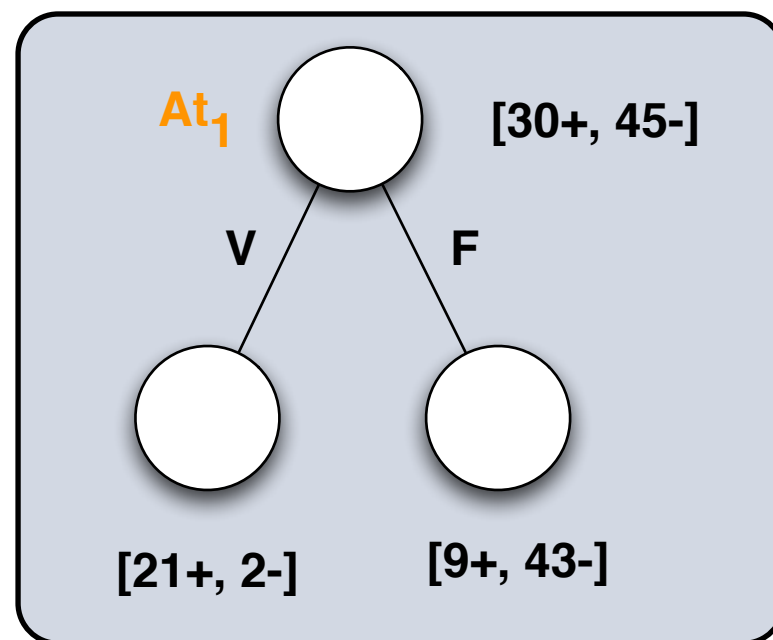


Dois atributos, dois valores possíveis  
Qual escolher?

$$\begin{aligned} \text{Gain}(X, A_{t+1}) &= H(Y) - H(Y | A_{t+1}) \\ &= 0.97 - 0.59 \\ &= 0.38 \end{aligned}$$



# Dois atributos, dois valores possíveis Qual escolher?

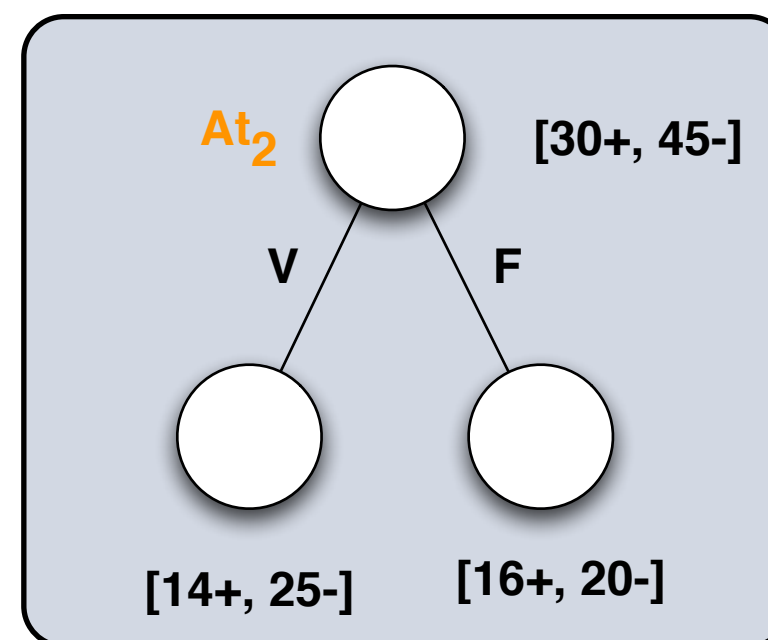


$$I(21+, 2-) = 0.426$$

$$I(9+, 43-) = 0.664$$

$$E(At_1) = 0.591$$

$$G(At_1) = 0.379$$



$$I(14+, 25-) = 0.941$$

$$I(16+, 20-) = 0.991$$

$$E(At_2) = 0.965$$

$$G(At_2) = 0.005$$

$$I(p, n) = 0.97$$

# ID3

Um exemplo

# Exemplos de Treino

Ceu	Temperatura	Humidade	Vento	Desporto
limpo	quente	normal	forte	sim
limpo	quente	alta	forte	sim
chuva	frio	alta	forte	não
limpo	quente	alta	forte	sim
limpo	quente	normal	fraca	não
chuva	quente	normal	forte	sim

# Ganho associado a cada Atributo

As fórmulas

$$G(A) = I(p,n) - E(A)$$

$$I(p,n) = -p_P \log_2(p_P) - p_N \log_2(p_N)$$

$$E(A) = \sum_{i=1}^v \frac{p_i + n_i}{p + n} I(p_i, n_i)$$

Os cálculos:

$$I(p,n) = -4/6 \log_2(4/6) - 2/6 \log_2(2/6) = 0,918296$$

# Ganho associado a cada Atributo

$$G(\text{Céu}) = I(p,n) - E(\text{Céu})$$

Valores (Céu)= chuva, limpo

$$\begin{aligned} S &= [4+, 2-] \\ S_{\text{chuva}} &= [1+, 1-] \\ S_{\text{limpo}} &= [3+, 1-] \end{aligned}$$

$$E(A) = \sum_{i=1}^v \frac{p_i + n_i}{p + n} I(p_i, n_i)$$

$$= 0,9182 - 2/6 * I(1,1) - 4/6 * I(3,1)$$

$$= 0,9182 - 2/6 * 1 - 4/6 * 0,811$$

$$= 0,0442$$

# Ganho associado a cada Atributo

$$G(\text{Temperatura}) = I(p,n) - E(\text{Temperatura})$$

Valores (Temperatura)= quente, frio

S=[4+,2-]  
Squente=[4+,1-]  
Sfrio=[0+,1-]

$$E(A) = \sum_{i=1}^v \frac{p_i + n_i}{p + n} I(p_i, n_i)$$

$$= 0,9182 - 5/6 * I(4,1) - 1/6 * I(0,1)$$

$$= 0,9182 - 5/6 * 0,72 - 0$$

$$= 0,3182$$



# Ganho associado a cada Atributo

$$G(\text{Humidade}) = I(p,n) - E(\text{Humidade})$$

Valores (Humidade)= normal, alta

S=[4+,2-]  
Snormal=[2+,1-]  
Salta=[2+,1-]

$$E(A) = \sum_{i=1}^v \frac{p_i + n_i}{p + n} I(p_i, n_i)$$

$$= 0,9182 - 3/6 * I(2,1) - 3/6 * I(2,1)$$

$$= 0,9182 - 1/2 * 0,9182 - 1/2 * 0,9182$$

$$= 0$$

# Ganho associado a cada Atributo

$$G(\text{Vento}) = I(p,n) - E(\text{Vento})$$

Valores (Vento)= forte, fraco

S=[4+,2-]  
Sforte=[4+,1-]  
Sfraco=[0+,1-]

$$E(A) = \sum_{i=1}^v \frac{p_i + n_i}{p + n} I(p_i, n_i)$$

$$= 0,9182 - 5/6 * I(4,1) - 1/6 * I(0,1)$$

$$= 0,9182 - 5/6 * 0,72 - 0$$

$$= 0,3182$$

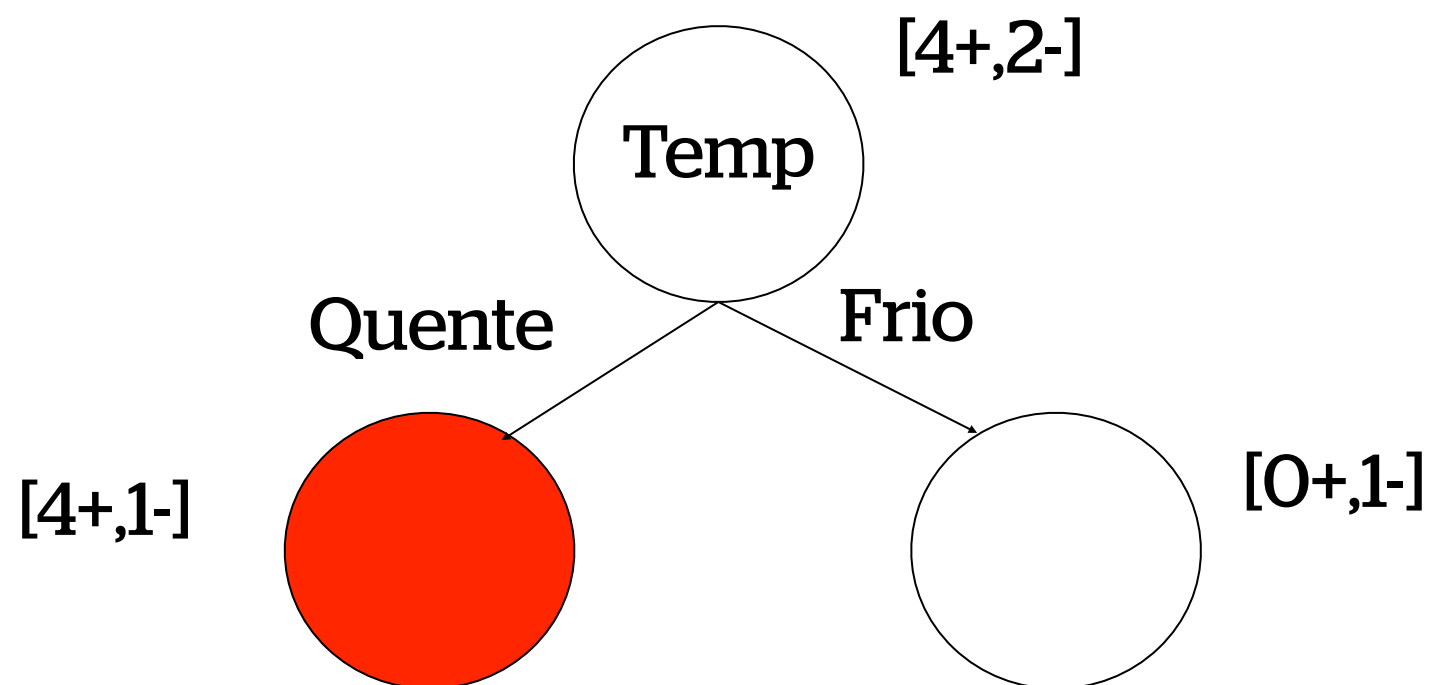
# Escolha do Atributo mais Discriminante

$G(\text{Céu}) = 0,0442$

$G(\text{Temperatura}) = 0,318$

$G(\text{Humidade}) = 0$

$G(\text{Vento}) = 0,318$



# Repetir...

Repetir o algoritmo para cada um dos ramos onde existem exemplos de ambas classes.

Considerar apenas os exemplos desse ramo

Ceu	Humidade	Vento	Desporto
limpo	normal	forte	sim
limpo	alta	forte	sim
limpo	alta	forte	sim
limpo	normal	fraca	não
chuva	normal	forte	sim

# Ganho associado a cada Atributo

As fórmulas

$$G(A) = I(p,n) - E(A)$$

$$I(p,n) = -p_P \log_2(p_P) - p_N \log_2(p_N)$$

$$E(A) = \sum_{i=1}^v \frac{p_i + n_i}{p + n} I(p_i, n_i)$$

Os cálculos:

$$I(p,n) = -4/5 \log_2(4/5) - 1/5 \log_2(1/5) = 0,721928$$

# Ganho associado a cada Atributo

$$G(\text{Céu}) = I(p,n) - E(\text{Céu})$$

Valores (Céu)= chuva, limpo

S=[4+,1-]  
Schuva=[1+,0-]  
Slimpo=[3+,1-]

$$E(A) = \sum_{i=1}^v \frac{p_i + n_i}{p + n} I(p_i, n_i)$$

$$= 0,721928 - 1/5 * I(1,0) - 4/5 * I(3,1)$$

$$= 0,721928 - 0 - 4/5 * 0,811278$$

$$= 0,072$$

# Ganho associado a cada Atributo

$$G(\text{Humidade}) = I(p,n) - E(\text{Humidade})$$

Valores (Humidade)= normal, alta

S=[4+,1-]  
Snormal=[2+,1-]  
Salta=[2+,0-]

$$E(A) = \sum_{i=1}^v \frac{p_i + n_i}{p + n} I(p_i, n_i)$$

$$= 0,721928 - 3/5 * I(2,1) - 2/5 * I(2,0)$$

$$= 0,721928 - 3/5 * 0,918296 - 0$$

$$= 0,1709$$

# Ganho associado a cada Atributo

$$G(\text{Vento}) = I(p,n) - E(\text{Vento})$$

Valores (Vento)= forte, fraco

S=[4+,1-]  
Sforte=[4+,0-]  
Sfraco=[0+,1-]

$$E(A) = \sum_{i=1}^v \frac{p_i + n_i}{p + n} I(p_i, n_i)$$

$$= 0,721928 - 4/5 * I(4,0) - 1/5 * I(0,1)$$

$$= 0,721928 - 0 - 0$$

$$= 0,721928$$

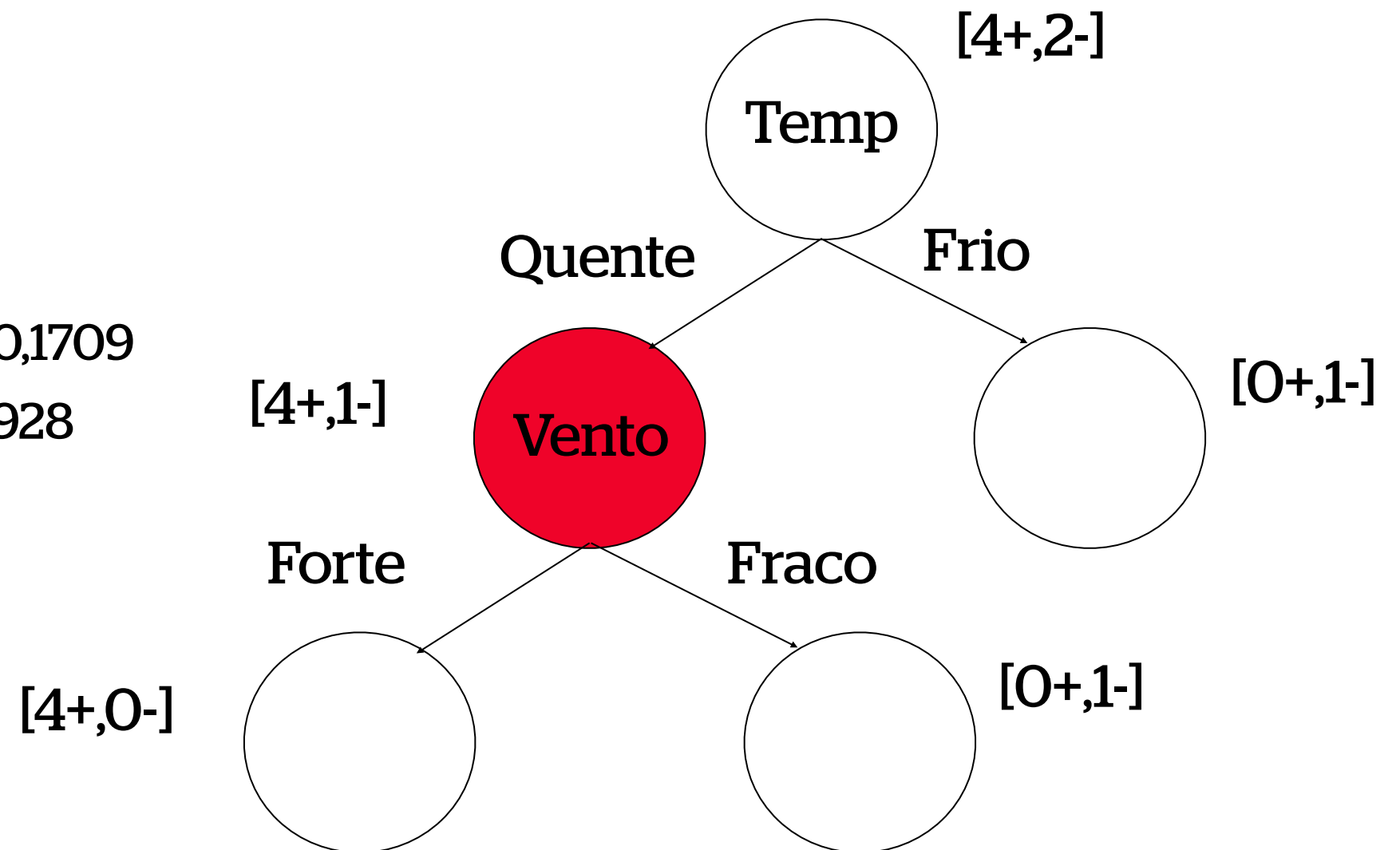


# Escolha do Atributo mais Discriminante

$G(\text{Céu}) = 0,073$

$G(\text{Humidade}) = 0,1709$

$G(\text{Vento}) = 0,721928$



# Regras de pertença à classe positiva?

Temperatura = quente  $\wedge$  Vento = Forte

# Árvores Decisão

- **Vantagens:**

- A árvores são normalmente fáceis de explicar
- Tem semelhanças com o processo de decisão feito por humanos
- Podem ser representadas de forma gráfica e interpretadas
- Conseguem lidar com valores qualitativos

- **Desvantagens:**

- Performance inferior a alguns métodos mais sofisticados
- Capacidade de generalização limitada, especialmente em árvores muito grandes

# Árvores Decisão

