

PSD AK7

Rozważamy następujący problem monitorowania wyników portfela inwestycyjnego.

- Portfel inwestycyjny składa się z 6 aktywów, których udziały określa tabela:

Nr aktywu	1	2	3	4	5	6
Udział w portfelu	0,2	0,2	0,2	0,15	0,15	0,1

- Stopy zwrotu aktywów określają składowe wektora losowego $\mathbf{R} = (R_1, \dots, R_6)^T$. Wektor losowy \mathbf{R} opisuje 6-wymiarowy rozkład t -Studenta z 4 stopniami swobody, którego wartości składowych zostały zawężone do przedziału $[-0,1; 0,1]$. Parametry $\boldsymbol{\mu}$ oraz $\boldsymbol{\Sigma}$ niezawężonego rozkładu t -Studenta są następujące:

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} 0,003 \\ 0,004 \\ 0,001 \\ 0,002 \\ 0,001 \\ 0,002 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & -1 & -1 \\ 1 & 16 & -6 & -6 & -2 & 12 \\ 0 & -6 & 4 & 2 & -2 & -5 \\ 2 & -6 & 2 & 25 & 0 & -17 \\ -1 & -2 & -2 & 0 & 9 & -5 \\ -1 & 12 & -5 & -17 & -5 & 36 \end{pmatrix}.$$

- Korzystając z programu R (<https://www.r-project.org/>), po zainstalowaniu w nim dodatkowego pakietu `tmvtnorm`, należy wygenerować 1 mln próbek z zawężonego rozkładu i zapisać do pliku.
- Uwzględniając wszystkie próbki, dla poszczególnych aktywów i portfela należy wyznaczyć wartości następujących statystyk:
 - a) średnia,
 - b) mediana,
 - c) kwantyl rzędu 0,1,
 - d) średnia z 10% najmniejszych stóp zwrotu,
 - e) miara bezpieczeństwa oparta na odchyleniu przeciętnym: $\mu - \frac{1}{2T} \sum_{t=1}^T |\mu - r_t|$, gdzie μ – średnia, r_t – stopa zwrotu dla próbki t , T – liczba wszystkich próbek,
 - f) miara bezpieczeństwa oparta na średniej różnicy Giniego: $\mu - \frac{1}{2T^2} \sum_{t'=1}^T \sum_{t''=1}^T |r_{t'} - r_{t''}|$, oznaczenia jw.
- Następnie z danych w pliku należy utworzyć strumień korzystając z oprogramowania Apache Flink (<https://flink.apache.org/>). Należy przyjąć, że dane w strumieniu reprezentują realizację pewnego szeregu czasowego.
- Strumień powinien być przetwarzany w przesuwanym oknie czasowym zawierającym 30 kolejnych próbek. Okno czasowe przesuwane jest co 1 próbkę.
- Dla każdego okna czasowego należy wyznaczać powyższe statystyki dla poszczególnych aktywów i portfela, a następnie raportować zdarzenia polegające na przekroczeniu w dół statystyk wyznaczonych dla 1 mln próbek o co najmniej 10%.
- Opracować zestawienie zbiorcze liczby przekroczeń wyznaczonych statystyk. Zestawienie powinno zawierać rozkłady przekroczeń.
- Przedstawić algorytmy użyte do wyznaczania statystyk w przesuwanym oknie czasowym.

Sprawozdanie w formacie PDF należy wysłać do 10.06 na platformę MS Teams za pomocą modułu Zadania (Assignments). Sprawozdanie powinno zawierać link do archiwum z plikami źródłowymi.