

**TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN**  
**Faculteit Wiskunde en Informatica**

**Tentamen Calculus B, 2WBB1**  
**maandag 30 januari 2017, 18.00-21.00 uur**

-----  
Maak dit vel los van de rest van het tentamen. Vul uw naam etc. in op dit vel en op alle gelinieerde bladen die u inlevert. Dit vel moet samen met uw uitwerkingen aan het einde van het tentamen worden ingeleverd. Kladpapier hoeft u niet in te leveren.

Het tentamen bevat 5 meerkeuze en 6 open vragen.

De achterkant van dit vel bevat de meerkeuze vragen 1-5. Bij deze vragen hoeft u alleen het juiste antwoord te omcirkelen. Indien u uw antwoord wilt veranderen: geef duidelijk aan wat uw uiteindelijke keuze is.

De uitwerkingen van de open opgaven 6-11 dienen duidelijk geformuleerd en geordend te zijn opgeschreven. Ieder antwoord dient te worden onderbouwd.

De maximale score voor het tentamen is 50 punten, waarbij voor de meerkeuze vragen 4 punten en voor de open vragen 5 punten verdiend kunnen worden (met 3 punten voor vraag 8a en 2 punten voor vraag 8b).

Het cijfer voor dit tentamen 2WBB1 wordt bepaald door het aantal behaalde punten door 5 te delen en vervolgens tot op één cijfer na de komma af te ronden.

Het eindcijfer voor het vak 2WBB0 wordt vastgesteld aan de hand van de procedure beschreven in de studeerwijzer.

U mag geen gebruik maken van laptop, rekenmachine, boek of schriftelijk materiaal.

Achternaam en initialen	
Identiteitsnummer	
Opleiding	
Tutor	
Tutorgroep	

1.  $\arcsin(\sin(\frac{3}{4}\pi))$  is gelijk aan:

- a)  $-\frac{3}{4}\pi$       b)  $-\frac{1}{4}\pi$       c)  $+\frac{1}{4}\pi$       d)  $+\frac{3}{4}\pi$

2. De functie  $f(x) = \begin{cases} 1 - |x| - \frac{\sin(x) \cos(x)}{x} & \text{als } x \neq 0 \\ 0 & \text{als } x = 0 \end{cases}$  is in  $x = 0$ :

- a) continu en differentieerbaar  
b) discontinu en differentieerbaar  
c) continu en niet differentieerbaar  
d) discontinu en niet differentieerbaar

3. De inverse  $g^{-1}(x)$  van de functie  $g(x) = \frac{1+e^x}{2+e^x}$  is:

- a)  $\ln\left(-\frac{1-2x}{1-x}\right)$  met het domein van  $g^{-1}$  gelijk aan  $(\frac{1}{2}, 1)$   
b)  $\ln\left(\frac{1-x}{1-2x}\right)$  met het domein van  $g^{-1}$  gelijk aan  $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, \infty)$   
c)  $\ln\left(-\frac{1-x}{1-2x}\right)$  met het domein van  $g^{-1}$  gelijk aan  $(\frac{1}{2}, 1)$   
d)  $\ln\left(\frac{1-2x}{1-x}\right)$  met het domein van  $g^{-1}$  gelijk aan  $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, \infty)$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(3x) - \sin(3x)}{x^3}$  is gelijk aan:

- a) 0      b) 1      c) 3      d)  $\frac{27}{2}$

5. De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de kromme  $xy + \sin(x+y) = 5x - y - 7$  in het punt  $(1, -1)$  is:

- a)  $-\frac{2}{3}$       b)  $\frac{5}{3}$       c)  $\frac{5}{2}$       d) 5

6. Bepaal een vectorvoorstelling (of parametervoorstelling) van de snijlijn van de vlakken gegeven door  $x + y + z = 3$  en  $x - y + 3z = 3$ .

7. Bereken  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + 13x} - \sqrt{x^2 - x} \right)$ .

8. (a) Bepaal het Taylorpolynoom van graad 2 rond  $x = 49$  van de functie  $h(x) = \sqrt{x}$ .

(b) Benader  $\sqrt{50}$  met behulp van het Taylorpolynoom van graad 1 (linearisatie).

Is de lineaire benadering groter of kleiner dan  $\sqrt{50}$ ? Verklaar uw antwoord.

9. Bereken  $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1-x^2} \, dx$  met behulp van de substitutie  $x = \sin(u)$ .

10. Bereken  $\int_0^3 (x^2 - 1) \ln(1+x) \, dx$ .

11. Los op: 
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{x^2} & \text{met } x \geq 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 1 \end{cases}$$

## Primitieven / Antiderivatives (zonder/without “+C”)

$f(x)$	$\int f(x) \, dx$	$f(x)$	$\int f(x) \, dx$
$x^n, n \neq -1$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	$\cos(x)$	$\sin(x)$
$\frac{1}{x}$	$\ln( x )$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(x)$
$e^x$	$e^x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin(x)$
$a^x, a > 0, a \neq 1$	$\frac{a^x}{\ln(a)}$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arccos(x)$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan(x)$

## Taylorpolynomials rond/around $x = 0$

Function	Taylorpolynomial plus $\mathcal{O}$ -term
$e^x$	$1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \dots + \frac{1}{n!}x^n + \mathcal{O}(x^{n+1})$
$\cos(x)$	$1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 + \dots + \frac{(-1)^n}{(2n)!}x^{2n} + \mathcal{O}(x^{2n+2})$
$\sin(x)$	$x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + \dots + \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}x^{2n+1} + \mathcal{O}(x^{2n+3})$
$\frac{1}{1-x}$	$1 + x + x^2 + \dots + x^n + \mathcal{O}(x^{n+1})$
$\ln(1+x)$	$x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \mathcal{O}(x^{n+1})$
$\arctan(x)$	$x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + \dots + \frac{(-1)^n}{2n+1}x^{2n+1} + \mathcal{O}(x^{2n+2})$

## Goniometrische identiteiten / Trigonometric identities

$$\begin{aligned}
 \sin(x+y) &= \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y) \\
 \cos(x+y) &= \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y) \\
 \sin^2(x) &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2x) \\
 \cos^2(x) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2x)
 \end{aligned}$$

## Vectoren / Vectors

Let  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$  and  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$  be vectors in  $\mathbb{R}^3$ .

- Inproduct / Inwendig product / Inner product / Dot product:

$$\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

- Uitproduct / Uitwendig product / Cross product / Vector product:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix}$$

**EINDHOVEN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY**  
**Department of Mathematics and Computer Science**

**Exam Calculus, 2WBB1**  
**Monday 30 January 2017, 18.00-21.00 hours**

-----  
Please detach this sheet from the rest of the exam paper. Make sure to fill out your name etc. on this sheet and on all other sheets that you hand in. Scratch paper must not be handed in.

The exam consists of 5 multiple-choice and 6 open questions.

The backside of this sheet contains the multiple-choice questions 1-5. You are required to circle the correct answer. If you wish to change your answer: clearly indicate what your final choice is.

The solutions to the open problems 6-11 should be motivated, formulated clearly and arranged orderly. You may give your answers in English or in Dutch.

The maximum score for the exam is 50 points, where 4 points can be earned for each of the multiple-choice questions and 5 points for each of the open questions (with 3 points for question 8a and 2 points for question 8b).

The final grade for the exam 2WBB1 is obtained by dividing the total score by 5 and rounding it to one decimal place.

The final grade for the entire course 2WBB0 is determined according to the rules stated in the study guide.

Use of laptop, calculator, book, or written material, is not allowed.

Surname and initials	
Identity number	
Faculty	
Tutor	
Tutor group	

1.  $\arcsin(\sin(\frac{3}{4}\pi))$  is equal to:

- a)  $-\frac{3}{4}\pi$       b)  $-\frac{1}{4}\pi$       c)  $+\frac{1}{4}\pi$       d)  $+\frac{3}{4}\pi$

2. The function  $f(x) = \begin{cases} 1-|x| - \frac{\sin(x) \cos(x)}{x} & \text{if } x \neq 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \end{cases}$  is in  $x=0$ :

- a) continuous and differentiable  
b) discontinuous and differentiable  
c) continuous and not differentiable  
d) discontinuous and not differentiable

3. The inverse  $g^{-1}(x)$  of the function  $g(x) = \frac{1+e^x}{2+e^x}$  is:

- a)  $\ln\left(-\frac{1-2x}{1-x}\right)$  with the domain of  $g^{-1}$  equal to  $(\frac{1}{2}, 1)$   
b)  $\ln\left(\frac{1-x}{1-2x}\right)$  with the domain of  $g^{-1}$  equal to  $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, \infty)$   
c)  $\ln\left(-\frac{1-x}{1-2x}\right)$  with the domain of  $g^{-1}$  equal to  $(\frac{1}{2}, 1)$   
d)  $\ln\left(\frac{1-2x}{1-x}\right)$  with the domain of  $g^{-1}$  equal to  $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, \infty)$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(3x) - \sin(3x)}{x^3}$  is equal to:

- a) 0      b) 1      c) 3      d)  $\frac{27}{2}$

5. The slope of the tangent to the curve  $xy + \sin(x+y) = 5x - y - 7$  in the point  $(1, -1)$  is:

- a)  $-\frac{2}{3}$       b)  $\frac{5}{3}$       c)  $\frac{5}{2}$       d) 5

6. Determine a vector representation (or parameter representation) of the line of intersection of the planes defined by  $x + y + z = 3$  and  $x - y + 3z = 3$ .

7. Calculate  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + 13x} - \sqrt{x^2 - x} \right)$ .

8. (a) Determine the Taylor polynomial of degree 2 around  $x = 49$  of the function

$$h(x) = \sqrt{x}.$$

- (b) Approximate  $\sqrt{50}$  with the aid of the Taylor polynomial of degree 1 (linearisation).

Is the linear approximation larger or smaller than  $\sqrt{50}$ ? Explain your answer.

9. Calculate  $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1-x^2} \, dx$  by means of the substitution  $x = \sin(u)$ .

10. Calculate  $\int_0^3 (x^2 - 1) \ln(1+x) \, dx$ .

11. Solve: 
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{x^2} & \text{with } x \geq 1 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 1 \end{cases}$$