

Name student

Student ID

1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Calculus

Resit Calculus 2WBB0

21 January 2019 18:00 - 21:00

Tutor Group: _____

Write down your name and your student ID and tutor group at the appropriate places above. Make sure that you enter your student ID by coloring the appropriate boxes. Use a black or blue pen and color the full box black or blue.

Provide your answers on this paper inside the answer box underneath a question. If you need more space for your answers, use the extra space at the end.

If you need even more paper, ask the invigilators for a new exam and fill out the first page before continuing with the answers.

Hand in all pages. Do not remove the staple. If you remove it anyhow, check that you hand in all pages.

Vul uw naam en student ID en tutorgroep in op de daarvoor bestemde plekken en kleur tevens de corresponderende boxen. Doe dit met zwarte of blauwe pen en maak het hele blokje zwart of blauw.

Geef uw antwoorden op dit papier in de daarvoor bestemde box onder een vraag. Als u meer ruimte nodig hebt voor uw antwoorden gebruik de extra ruimte op de pagina's aan het eind.

Als u dan nog steeds meer ruimte nodig hebt, vraag de surveillanten voor een extra toets en vul voor deze toets ook pagina 1 geheel in voor u verder gaat met uw antwoorden.

Lever alle pagina's weer in. Verwijder de nietjes niet. Als u ze toch verwijderd, controleer dan of u alle pagina's inlevert.

Formulas

Primitieven / Antiderivatives (zonder/without "+C")

$f(x)$	$\int f(x) dx$	$f(x)$	$\int f(x) dx$
$x^n, n \neq -1$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	$\cos(x)$	$\sin(x)$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(x)$
e^x	e^x	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin(x)$
$a^x, a > 0, a \neq 1$	$\frac{a^x}{\ln(a)}$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arccos(x)$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan(x)$

Taylorpolynomials rond/around $x = 0$

Function	Taylorpolynomial plus \mathcal{O} -term
e^x	$1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \dots + \frac{1}{n!}x^n + \mathcal{O}(x^{n+1})$
$\cos(x)$	$1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 + \dots + \frac{(-1)^n}{(2n)!}x^{2n} + \mathcal{O}(x^{2n+2})$
$\sin(x)$	$x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 + \dots + \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}x^{2n+1} + \mathcal{O}(x^{2n+3})$
$\frac{1}{1-x}$	$1 + x + x^2 + \dots + x^n + \mathcal{O}(x^{n+1})$
$\ln(1+x)$	$x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \mathcal{O}(x^{n+1})$
$\arctan(x)$	$x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + \dots + \frac{(-1)^n}{2n+1}x^{2n+1} + \mathcal{O}(x^{2n+2})$

Goniometrische identiteiten / Trigonometric identities

$$\begin{aligned}\sin(x+y) &= \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y) & \sin^2(x) &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2x) \\ \cos(x+y) &= \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y) & \cos^2(x) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2x)\end{aligned}$$

Vectoren / Vectors

Let $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ and $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ be vectors in \mathbb{R}^3 .

Inproduct / Inwendig product / Inner product / Dot product:

$$\mathbf{a} \bullet \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

Uitproduct / Uitwendig product / Cross product / Vector product:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix}$$

Instructions on the exam

The exam consists of 8 multiple-choice (1 a–h) and 6 open questions (2–7). For the multiple choice exercises, you are required to color the circle in front of the answer of your choice. If you wish to change your answer, clearly indicate what your final choice is. The solutions to the open problems 2–7 should be motivated, formulated clearly and arranged orderly. You can give your answers in English or in Dutch. The maximum score for the exam is 50 points. The points for each of the exercises are specified within the exercises. The final grade for this exam is obtained by dividing the total score by 5 and rounding to one decimal place. The final grade of the course 2WBB0 is determined according to the rules stated in the study guide. Use of laptop, calculator, books, or written material is not allowed

Het tentamen bevat 8 meerkeuzevragen (1a–h) en 6 open vragen (2–7). Bij deze meerkeuzevragen hoeft u alleen het juiste antwoord aan te geven door het bolletje voor het antwoord van uw keuze in te kleuren. Indien u uw antwoord wilt veranderen, geef duidelijk aan wat uw uiteindelijke keuze is. De uitwerkingen van de open opgaven 2–7 dienen duidelijk geformuleerd en geordend opgeschreven te worden. Ieder antwoord dient onderbouwd te worden. In totaal kunt u 50 punten halen. Bij elke vraag staat het aantal te behalen punten aangegeven. Het cijfer voor dit tentamen wordt bepaald door het aantal behaalde punten door 5 te delen en tot één cijfer achter de komma af te ronden. Het eindcijfer voor het vak 2WBB0 wordt vastgesteld aan de hand van de procedure beschreven in de studiewijzer.

U mag geen gebruik maken van laptop, rekenmachine, boek of schriftelijk materiaal.

Exercise 1 (Multiple Choice Questions)

- 2.5p **1a** The function/ De functie $f(x) = \frac{\sin(x)}{1 + \cos(x)}$ is
- ☐ even
 ☐ odd / oneven
☐ even and odd / even en oneven
 ☐ neither even nor odd/ noch even noch oneven
- 2.5p **1b** $\cos\left(\arctan\left(\frac{1}{2}\right)\right) =$
- ☐ $\frac{1}{\sqrt{5}}$
☐ $\sqrt{\frac{3}{5}}$
☐ $\frac{4}{5}$
☐ $\sqrt{\frac{4}{5}}$
- 2.5p **1c** The slope of the tangent line through the point $(3, 1)$ at the curve $yx^2 + e^y = x + 6 + e$ equals
 De richtingscoëfficiënt van raaklijn door $(3, 1)$ aan de kromme $yx^2 + e^y = x + 6 + e$ is
- ☐ $-\frac{5}{9+e}$
☐ $-\frac{5+e}{9}$
☐ $\frac{1}{9+e}$
☐ $\frac{5+e}{9}$

2.5p **1d** Determine the distance from $(1, 2, 2)$ to the line with parameter representation
Bepaal de afstand van het punt $(1, 2, 2)$ tot de lijn met parametervoorstelling

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- ☐ 0
 ☐ $\sqrt{5}$
☐ $\sqrt{7}$
☐ 3

2.5p **1e** The limit / de limiet

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - \sqrt{x^2 + 1} \right)$$

- ☐ doesn't exist (neither as a real number, nor as $\pm\infty$) / bestaat niet (noch als reëel getal, noch als $\pm\infty$)
- ☐ exists and has value -2 / bestaat en heeft waarde -2
- ☐ exists and has value -1 / bestaat en heeft waarde -1
- ☐ exists and has value 2 / bestaat en heeft waarde 2

2.5p **1f** The function / De functie

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x)}{2x^2} & x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & x = 0 \end{cases}$$

is

- ☐ continuous and differentiable / continu en differentieerbaar
- ☐ continuous but not differentiable / continu maar niet differentieerbaar
- ☐ differentiable but not continuous / differentieerbaar maar niet continu
- ☐ neither continuous nor differentiable / noch continu noch differentieerbaar

2.5p **1g** Consider the function $f(x) = \int_{x^3}^2 \frac{\sin(t)}{3t} dt$. The derivative of f is

Gegeven is de functie $f(x) = \int_{x^3}^2 \frac{\sin(t)}{3t} dt$. De afgeleide van de functie f is

- $$\begin{array}{ll} \bigcirc & -\frac{\sin(x^3)}{\sin^x(x^3)} \\ \bigcirc & -\frac{\sin^x(x^3)}{3r^3} \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \bigcirc & \frac{\sin(x^3)}{\sin^x(x^3)} \\ \bigcirc & \frac{\sin^x(x^3)}{3r^3} \end{array}$$



2.5p **1h** The integrals / de integralen

$$\text{I: } \int_1^\infty \sqrt{\frac{x^7}{e^{3x}}} dx, \quad \text{II: } \int_0^1 \frac{1}{x^{3/2}} dx$$

are / zijn

- ☐ I: convergent, II: convergent ☐ I: divergent, II: convergent
☐ I: convergent, II: divergent ☐ I: divergent, II: divergent

Exercise 2

The function $f_a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is given by $f_a(x) = x^3 + ax^2 + x$, with parameter $a \in \mathbb{R}$.

De functie $f_a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door $f_a(x) = x^3 + ax^2 + x$, met parameter $a \in \mathbb{R}$.

2p **2a** Specify for every $a \in \mathbb{R}$ how many zeros the function f_a has.

Geef voor iedere $a \in \mathbb{R}$ het aantal nulpunten van f_a .

[illegible]

- 2p **2b** Show that f_0 is injective.
Toon aan dat f_0 injectief is.

- 2p **2c** Determine/Bepaal $(f_0^{-1})'(-10)$.



4p

$$f(x) = e^{\cos(x)}$$

Hint: Use the definition.

[illegible]

Exc

4p

[illegible]

Determine the following integrals.
Bepaal de volgende integralen.

4p

5a $\int_3^5 \frac{13 - 5x}{x^3 - 2x^2 + 2x + 5} dx$

[illegible]

5b $\int \sin^4(x) \cos^5(x) dx.$

[illegible]

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^{2/3}}{(x-2)^2}, \quad y(1) = 0.$$
[illegible]

Exo

7

$$1 + 2 \ln(a) < a^2 \quad \text{for all / voor alle } a > 1.$$

Hint: interval $[1, a]$.

[illegible]

Ext

Ple

[illegible]

[illegible]