

Znajdowanie liczb pierwszych

- Metody:
 - **dzielenie** badanej liczby przez liczby pierwsze i badanie wartości reszty z dzielenia
 - **usuwanie wielokrotności** - usuwanie ze zbioru badanych liczb liczb będących wielokrotnością liczb pierwszych
- Jakie liczby pierwsze uwzględniać dla badanej liczby (bądź górnego zakresu badanego przedziału) n ?
- Wystarczy znaleźć dla każdej liczby złożonej minimalny dzielnik: dla 35 – 5, dla 77 – 7, dla 121 – 11.
- Czy istnieje warunek ograniczający maksymalną wartość najmniejszego dzielnika liczby n (jak wyznaczyć obszar przeszukiwania dzielników)? Tak !

Jest to maksymalna wartość najmniejszego dzielnika liczby złożonej n - wynosi ona $n^{1/2}$.

- Aby **znaleźć** zatem **liczby pierwsze** $x_i \in \langle k, l \rangle$ należy:
 - odrzucić liczby dzielące się bez reszty przez liczby pierwsze brane z przedziału $\langle 2, x_i^{1/2} \rangle$ **lub**
 - usunąć z badanego przedziału liczby będące wielokrotnością liczb pierwszych z przedziału $\langle 2, l^{1/2} \rangle$

Wykreślanie z **tablicy** – algorytm równoległy dla systemów z pamięcią współdzieloną

Z badanego zbioru (tablicy) usuwamy wielokrotności (jakie?) liczb pierwszych z przedziału $\langle 2, \text{zakres g\acute{o}rny}^{1/2} \rangle$

Przykład dla zakresu : $\langle 2, 65 \rangle$ liczba_pierwsza: jej wielokrotności

2 : 4,6,8,...64

3 : 9,15,21,27,33,39,45,51,57,63

5 : 25,35,55,65

7 : 49

- nie jest konieczna do rozpoczęcia obliczeń znajomość wszystkich liczb-pierwszych z przedziału $\langle 2, \text{zakres g\acute{o}rny}^{1/2} \rangle$ - wynik poprawny, możliwa dodatkowa praca
- kolejno pojawiające się liczby pierwsze mogą być wykorzystane dopiero później, gdyż wyznaczanie wielokrotności mniejszych liczb pierwszych odbywa się dla całego badanego przedziału i zajmuje stosunkowo dużo czasu.

Możliwe podejście z rozwiązaniem rekurencyjnym :

- aby rozwiązać problem dla $\langle 2, n \rangle$,
- rozwiązujemy problem dla $\langle 2, n^{1/2} \rangle$ i tak rekurencyjnie aż $\text{int}(\text{zakres g\acute{o}rny}^{1/2})=2$

Wykreślanie z tablicy

sekwencyjne i współbieżne

- Prezentacje procesu sekwencyjnego wykreślania można zaobserwować korzystając ze strony: <http://www.hbmeyer.de/eratosiv.htm>

Podejścia równoległe do tego algorytmu polegają na podziale pracy:

- **Podejście domenowe:** procesy otrzymują fragment tablicy wykreśleń i całą tablicę liczb pierwszych (do pierwiastka z maksimum zakresu) lub
- **Podejście funkcyjne:** procesy otrzymują całą tablicę wykreśleń i fragment zbioru liczb pierwszych, których wielokrotności są usuwane

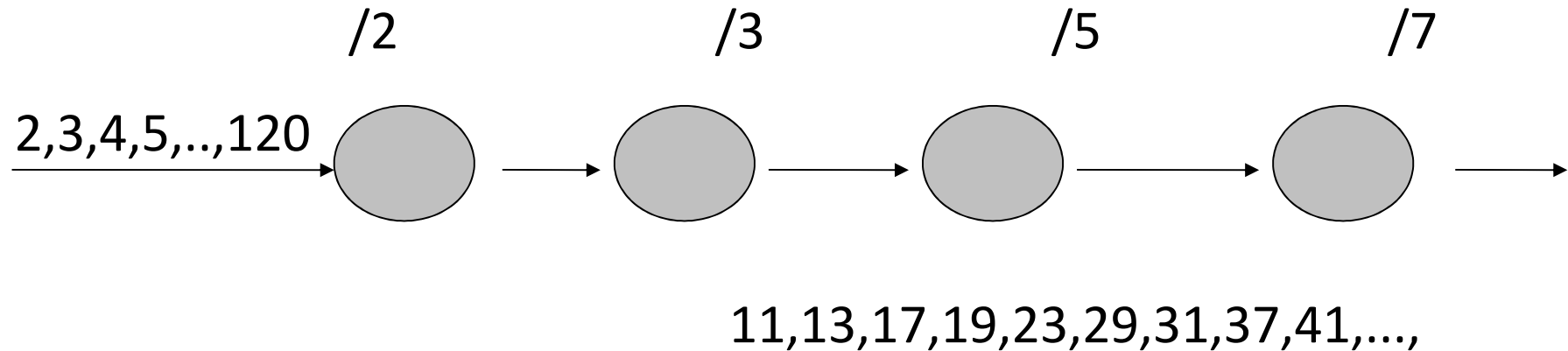
Problem stanowi udostępnienie wejściowego zbioru liczb pierwszych potrzebnego do generacji wielokrotności – przygotowanie zbioru sekwencyjne lub rekurencyjne tą samą procedurą, synchronizacja etapów (?)

Problem stanowi określenie w jaki sposób dobrać wielkości i zakresy podzbiorów używanych w podziale

Jakie są efektywne sposoby podziału pracy: statyczne, dynamiczne, czy istnieją ogólne zasady efektywnego podziału pracy dla dowolnego systemu i dowolnej liczby procesorów?

Sito Eratostenesa – algorytm dla systemów z pamięciami prywatnymi

koncepcja **podejścia funkcyjnego** do podziału w architekturze z przekazywaniem komunikatów

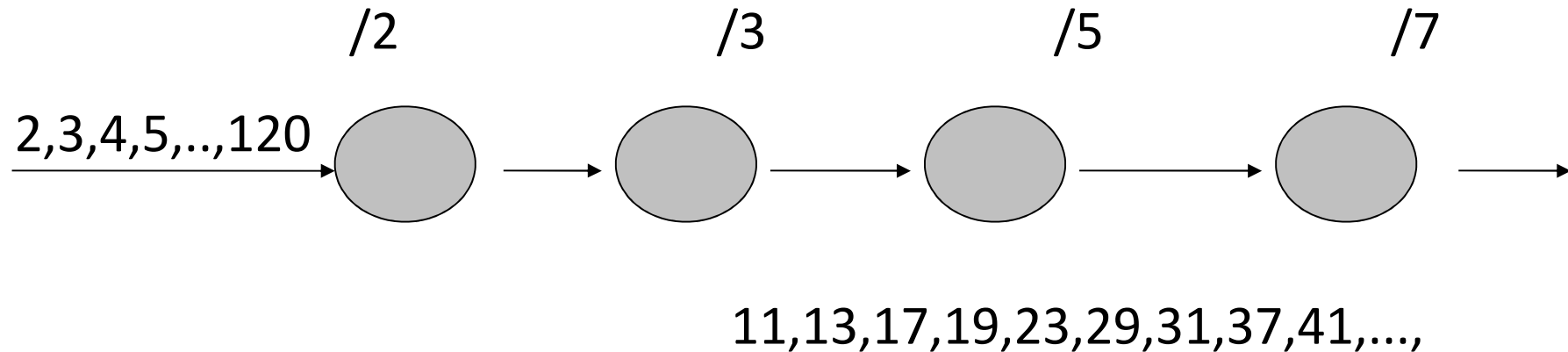


Okręgi oznaczają procesy z pamięcią prywatną (np. procesy uruchomione na różnych komputerach). Strzałki to kanały komunikacyjne umożliwiające wymianę informacji poprzez przesyłanie komunikatów. $/2$ oznacza proces dzielnika liczb przez 2.

Pierwsza liczba odebrana przez każdy z procesów jest traktowana jako liczba pierwsza i jako dzielnik następnych liczb. Liczby (oprócz pierwszej) dzielące się z resztą są przesyłane dalej. Wynik przetwarzania to liczby pierwsze rezydujące w procesach jako dzielniki (należy je przestać na wyjście jeśli są rozwiązaniem problemu) oraz liczby pojawiające się na wyjściu systemu (wyjście ostatniego procesora).

Sito Eratostenesa – algorytm dla systemów z pamięciami prywatnymi

koncepcja **podjęcia funkcyjnego** do podziału w architekturze z przekazywaniem komunikatów



- Liczba procesów niezbędnych dla badanego zakresu $\langle n, k \rangle$ jest równa liczbie liczb pierwszych w zakresie od $\langle 2, k^{1/2} \rangle$ około $2k^{1/2}/\ln k$
- Aby zbadać liczby pierwsze w zakresie $\langle n, k \rangle$ należy na wejście potoku przetwarzania podać liczby $\langle 2, ..., k^{1/2} \rangle$ i $\langle n, k \rangle$.

Uwaga: znaczenie podjęcia równoległego jest tylko koncepcyjne – niska efektywność ze względu na dużą liczbę komunikacji (i synchronizacji).