

# Numerične metode 2 2022/23: 1.domača naloga

Rešitve stisnite v ZIP datoteko z imenom `ime-priimek-vpisna-dn1.zip` in jih oddajte preko učilnice najkasneje dan pred kvizom.

## 1. Bernsteinov polinom.

Funkcijo

$$f(x) = \frac{1}{3x+1}$$

na intervalu  $[0, 1]$  aproksimirajte z Bernsteinovim polinomom

$$\mathcal{B}_n f(x) = \sum_{i=0}^n f\left(\frac{i}{n}\right) B_i^n(x)$$

za  $n = 2, 3, \dots, 10$ .

Naj bo

$$X_{1000} = \left\{ \frac{i}{1000}, i = 0, 1, \dots, 1000 \right\}.$$

Koliko je  $\|f - \mathcal{B}_n f\|_{\infty, X_{1000}}$ ?

## 2. Aproksimacija po MNK.

Naj bo skalarni produkt funkcij  $g$  in  $h$  podan s predpisom

$$\langle g, h \rangle = \int_{-1}^1 g(x)h(x)dx.$$

Za funkcijo  $f(x) = xe^{-x(x+2)}$  določite element najboljše aproksimacije  $f^*$  po metodi najmanjših kvadratov iz prostora

$$\mathcal{S} = \{1, \sin x, \cos x, \sin x \cos x\}.$$

Odgovorite na spodnji vprašanji:

- Kolikšno je pogojenostno število dobljene Gramove matrike?
- Koliko je  $|f(0.5) - f^*(0.5)|$ ?

## 3. Interpolacija in Hornerjev algoritem.

Podana je funkcija

$$f(x) = \cos^2(2 + 2x).$$

Naj bo  $p$  interpolacijski polinom, ki v točkah

$$x_i = \frac{i}{3}, \quad i = 0, 1, 2, 3,$$

interpolira vrednosti funkcije  $f$  ter vrednosti njenega prvega odvoda. Izračunajte deljene difference, ki določajo koeficiente polinoma  $p$  v Newtonovi obliki. Nato implementirajte še Hornerjev algoritem, s pomočjo katerega izračunajte vrednosti  $p(0.25)$  in  $p(0.95)$ . Dobljeni vrednosti primerjajte s  $f(0.25)$  in  $f(0.95)$ .