Nº:	Nome:	Curso:

			Perg.	Cotação	
ALGA I – 2011/2012			Perg.	Cotação	
2º Teste - 19 de Dezembro de 2011			1-8	(12x0.4) 4.8	
Teste A			9	2.5	
AVISO:			10	2.5	
O Teste que vai realizar é constituído por duas partes.			11	1.2	
As respostas às perguntas/alíneas da **1ª Parte** devem			12	1.0	
ser dadas unicamente nos respectivos espaços, não					
sendo necessário apresentar os cálculos intermédios.					
Na resolução da **2ª Parte** deve apresentar todos os					
cálculos e todas as justificações necessárias.			Total	12.0	

1ª Parte

1. Considere o espaço vectorial real $\mathbb{R}^3$. Complete em função de k e t:
   O sistema $(\,(1,0,2),(0,1,-1),(t,0,k)\,)$ é base de $\mathbb{R}^3$ se e só se ....

   ....

2. Indique uma base do subespaço $Q =< (1,0,1),(0,1,2),(1,1,3),(2,1,4) >$ de $\mathbb{R}^3$.

   ....

3. Indique, caso exista, uma base do espaço vectorial real $\mathbb{R}^4$ da qual façam parte os vectores $(0,1,-1,2)$ e $(0,2,-2,1)$.

   ....

4. Indique uma base do subespaço $W =< 2x^2+x+3, x^2+2x, x-1 >$ de $\mathbb{R}_2[x]$.

   ....

Vire s. f. f.

5. Considere a matriz real $A = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 7 & 3 \\ -1 & -4 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 3 & 3 \end{bmatrix}$. Indique:

   (a) uma base do espaço das linhas de A.

   ....

   (b) uma base do espaço das colunas de A.

   ....

   (c) uma base do espaço nulo de A.

   ....

6. Considere o espaço vectorial real $\mathbb{R}^2$ e a sua base $\alpha = ((0,-1),(-1,1))$.

   (a) Indique o vector de $\mathbb{R}^2$ cuja matriz das componentes na base α é $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$. ....
   ....

   (b) Sabendo que β é base de $\mathbb{R}^2$ e a matriz de mudança da base α para a base β é $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, determine a matriz de mudança da base β para a base α.

   ....
   ....

7. Considere o espaço vectorial real $\mathbb{R}^2$ munido do produto interno que satisfaz

$$((x_1,x_2)|(y_1,y_2)) = x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 3x_2y_2.$$

   (a) Indique um vector não nulo ortogonal a $(2,1)$. ....
   ....

   (b) Complete: $\cos \angle((2,1),(1,1)) =$ ....
   ....

8. Indique o volume do paralelipípedo definido pelos vectores $(0,1,1), (1,-1,0)$ e $(2,-2,2)$. .....
....

Vire s. f. f.

2ª Parte

Na resolução da 2ª Parte deve apresentar todos os cálculos e todas as justificações necessárias.

9. No espaço vectorial real $\mathbb{R}^3$, munido do produto interno canónico, considere o subespaço vectorial $F =< (1,2,1),(0,1,4) >$.

   (a) Indique uma base de $F^{\perp}$.

   (b) Indique uma base ortogonal de F.

   (c) Determine a projecção ortogonal de $u = (4,-10,-2)$ em F.

   (d) Para $k \in \mathbb{R}$, considere $G_k =< (-1,0,k) >$.

      i. Indique os valores de k para os quais $\mathbb{R}^3 = F \oplus G_k$.

      ii. Indique os valores de k para os quais $F \cup G_k$ é subespaço vectorial de $\mathbb{R}^3$.

10. Considere o subespaço do espaço vectorial real $\mathbb{R}^4$,

$$H = \{(x_1,x_2,x_3,x_4) \in \mathbb{R}^4 \, : \, x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \, \wedge \, 2x_2 - x_3 = 0 \, \wedge \, 2x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 0\}.$$

   (a) Indique valores de a e b tais que $(a,-1,b,5) \in H$.

   (b) Indique uma base de H.

   (c) Seja $T =< (0,0,1,1),(-1,1,2,4) >$. Determine uma base de $H \cap T$.

11. Seja V um espaço vectorial real e sejam F e G subespaços vectoriais de V. Sejam $u_1,u_2,w_1,w_2,w_3 \in V$ tais que (u_1,u_2) é base de G e (w_1,w_2,w_3) é base de F . Sabendo que $u_1 \notin F$ mas $u_1+u_2 \in F$, indique, justificando:

   (a) uma base e a dimensão de $F \cap G$.

   (b) uma base e a dimensão de $F + G$.

12. Seja V um espaço vectorial euclidiano ou unitário. Enuncie e demonstre a Desigualdade Triangular.

Fim