

1. Co to jest n-wymiarowa zmienna losowa?

Ad. 1

Wektor  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , którego każda współrzędna  $x_i$  dla  $i = 1, 2, \dots, n$  jest zmienną losową, nazywamy n-wymiarową zmienną losową.

2. Co to jest łączna funkcja prawdopodobieństwa 2-wymiarowego dyskretnego wektora losowego?

Ad. 2

Podaje dla wszystkich par wartości  $(x_i, y_i)$  wektora  $(X, Y)$  ich prawdopodobieństwa

$$P(\{X = x_i, Y = y_j\}) = p_{ij} \quad \text{gdzie} \quad \sum_{x_i < x} \sum_{y_i < y} p_{ij} = 1$$

3. Podaj definicję łącznej dystrybuanty 2-wymiarowego wektora losowego.

Ad. 3

$$F(x, y) = P(X < x, Y < y) = \sum_{x_i < x} \sum_{y_i < y} p_{ij}$$

4. Dla dyskretnego wektora losowego  $(X, Y)$  podaj wzór rozkład brzegowy zmiennej losowej  $X$ .

Ad. 4

$$F_X(x) = P(X < x, Y < \infty) = \sum_{x_i < x} p_i$$

5. Dla dyskretnego wektora losowego  $(X, Y)$  podaj wzór rozkład warunkowy zmiennej losowej  $X$ , przy warunku  $Y = y_j$ .

Ad. 5

$$P(\{X = x_i | Y = y_j\}) = \frac{P(\{X = x_i \cap Y = y_j\})}{P(\{Y = y_j\})} = \frac{p_{ij}}{p_{.j}} \quad j = 1, \dots, k$$

6. Podaj warunek konieczny i wystarczający niezależności dyskretnych zmiennych losowych  $X$  i  $Y$ .

Ad. 6

$$P(\{X = x_i, Y = y_j\}) = P(X = x_i) * P(Y = y_j) \quad \text{lub} \quad p_{ij} = p_i * p_j$$

7. Podaj definicję kowariancji zmiennych losowych  $X$  i  $Y$ .

Ad. 7

$cov(X, Y) = \sigma_{XY} = E[(X - E(X))(Y - E(Y))]$ , gdzie  $E(X)$  oraz  $E(Y)$  oznaczają wartości oczekiwane w rozkładzie brzegowym

8. Podaj definicję współczynnika korelacji między zmiennymi losowymi  $X$  i  $Y$  i jaki jest zakres jego wartości?

Ad. 8

$$\rho = \frac{cov(X, Y)}{\sqrt{D^2(X)D^2(Y)}} = \frac{cov(X, Y)}{D(X) * D(Y)}, \quad \text{gdzie} \quad -1 \leq \rho \leq +1$$

9. Podaj definicję macierzy kowariancji dla n-wymiarowego wektora losowego.

Ad. 9

$$C = E[(X - EX)(X - EX)^T] = \begin{bmatrix} D^2(X_1) & cov(X_1, X_2) \dots & cov(X_1, X_n) \\ cov(X_2, X_1) & D^2(X_2) & cov(X_2, X_n) \\ cov(X_n, X_1) & cov(X_n, X_2) & D^2(X_n) \end{bmatrix}$$

10. Co to jest populacja generalna, jakie są jej typy? Czym jest jednostka statystyczna?

Ad. 10

Populacja generalna jest zbiorem elementów, zwanych jednostkami statystycznymi. Wyróżniamy następujące typy populacji: jednowymiarowa, wielowymiarowa, skończą, nieskończona.

11. Na czym polega pomiar. Jakie znasz skale pomiarowe?

Ad. 11

Pomiar polega na przyporządkowaniu cechom statystycznym określonych symboli, którymi mogą być liczby, litery alfabetu, opis słowny itp. Rozróżniamy następujące skale: nominalną, porządkową, przedziałową oraz ilorazową

12. Podaj etapy badania statystycznego.

Ad. 12

1. Przygotowanie badania,
2. Obserwacja statystyczna,
3. Opracowanie statystyczne,
4. Analiza statystyczna.

13. Jakie znasz schematy losowania z populacji generalnej?

Ad. 13

Wyróżniamy następujące schematy losowania: niezależne (ze zwracaniem), zależne (bez zwracania), jedno- lub wielostopniowe, indywidualne, grupowe.

14. Co to jest próba losowa, czym jest jej realizacja?

Ad. 14

Próba losowa jest to  $n$ -wymiarowy wektor losowy  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  w którym wszystkie zmienne losowe  $X_i$  dla  $i = 1, \dots, n$  mają rozkład identyczny z rozkładem cechy  $X$  w populacji

15. Co to jest próba losowa prosta, w jaki sposób uzyskuje się jej realizację?

Ad. 15

Próba losowa prosta  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , stanowiąca  $n$ -elementowy wektor losowy, którego wszystkie składowe  $X_1, X_2, \dots, X_n$  są niezależnymi zmiennymi losowymi. W celu uzyskania realizacji próby losowej prostej stosuje się schemat losowania indywidualnego ze zwracaniem, co gwarantuje brak współzależności prawdopodobieństw dostania się elementu do próby.

16. Opisz główne punkty procedury opisu statystycznego szeregu statystycznego szczegółowego.

Ad. 16

- zbudowanie szeregu rozdzielczego, zwanego też rozkładem empirycznym cechy  $X$  w próbce,
- graficznej prezentacji szeregu,
- obliczenia liczbowych wskaźników charakteryzujących w sposób syntetyczny właściwości próbki.

17. Co to jest szereg rozdzielczy punktowy i przedziałowy? Podaj przykład.

Ad. 17

Szereg rozdzielczy jest uzyskany przez zaliczenie pojedynczych pomiarów do przyjętych klas i podanie liczebności  $n_i$ , odpowiadających każdej klasie, gdzie:

- punktowy dla klas będących wariantami,
- przedziałowy dla klas będących przedziałami.

18. Podaj przykład histogramu liczebności i częstości dla przykładowego rozkładu empirycznego cechy w próbce.

Ad. 18

19. Podaj sposób obliczania dystrybuanty empirycznej rozkładu próby.

Ad. 19

$$F_n^{\wedge}(x) = \frac{r}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{warl}(X_i < x)}{n}$$

20. Podaj podstawowe miary położenia dla rozkładu empirycznego.

Ad. 20

- Średnia arytmetyczna
- miary pozycyjne (np. kwantyle)

21. Podaj podstawowe miary zróżnicowania dla rozkładu empirycznego.

Ad. 21

- wariancja z próby,
- odchylenie standardowe,
- współczynnik zmienności