

Podstawy automatyki i robotyki

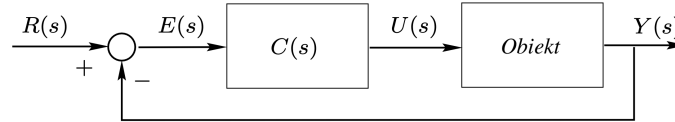
Laboratorium 4

Michał Łaskawski

Informacje wstępne

Rodzina regulatorów PID stosowana jest do sterowania szeroką gamą procesów przemysłowych. Ich popularność wynika z prostoty samego regulatora (w rzeczywistości opisywany jest on równaniem drugiego rzędu) i niezawodności którą gwarantuje. Należy jednak pamiętać, iż istnieje zbiór niestabilnych układów, których nie da sięysterować żadnym z regulatorów PID.

Na rysunku poniżej przedstawiono schemat prostego układu sterowania z zamkniętą pętlą sprzężenia zwrotnego.



Rysunek 1: Zamknięty układ sterowania

Tradycyjnie modele regulatorów PI oraz PID opisuje się przy pomocy transmitancji operatorowej w odniesieniu do błędu $E(s) = R(s) - Y(s)$ i wyjścia regulatora $U(s)$. Klasyczne modele regulatorów z rodziny PID:

$$C_P(s) = K_P$$

$$C_{PI}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_r s} \right)$$

$$C_{PD}(s) = K_P \left(1 + \frac{T_d s}{\tau_D s + 1} \right)$$

$$C_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_r s} + \frac{T_d s}{\tau_D s + 1} \right)$$

gdzie T_r i T_d są odpowiednio czasem całkowania i czasem różniczkowania.

Równanie $C_{PID}(s)$ często nazywane jest *postacią standardową*. Czasem używane są jednak inne postacie, jak *postać szeregową*:

$$C_{\text{series PID}}(s) = K_s \left(1 + \frac{I_s}{s} \right) \left(1 + \frac{D_s s}{\gamma_s D_s s + 1} \right)$$

lub *postać równoległą*:

$$C_{\text{parallel PID}}(s) = K_p + \frac{I_p}{s} + \frac{D_p s}{\gamma_p D_p s + 1}$$

Zanim PID został uznany za regulator drugiego rzędu, strojenie regulatora PID postrzegano w kategoriach parametrów P , I i D . Chociaż ich wpływ na układ zamknięty jest daleki od niezależności, uważano, że ich działanie można opisać w następujący sposób:

1. **Działanie proporcjonalne** wprowadza działanie, które jest zależne od chwilowej wartości błędu regulacji E . Regulator proporcjonalny może sterować dowolnym stabilnym układem, ale jego wydajność jest ograniczona, a ponadto nie eliminuje błędu ustalonego. Wynika to z faktu, że jego charakterystyka częstotliwościowa jest ograniczona dla wszystkich częstotliwości.

Tradycyjnie używa się również pojęcia *pasmo proporcjonalne* (ang. *Proportional Band*, PB) do opisu działania proporcjonalnego. Zależność między nimi wyraża się następująco:

$$PB [\%] = \frac{100 [\%]}{K_p}$$

Pasmo proporcjonalne definiuje się jako błąd (wyrażony w procentach pełnej skali), który powoduje 100% zmianę wyjścia regulatora.

Mniejsza wartość PB oznacza większą czułość regulatora, natomiast większe PB wskazuje na mniejszą czułość i szerszy zakres działania.

2. **Działanie całkujące** generuje wyjście regulatora, które jest proporcjonalne do skumulowanego błędu, co oznacza, że jest to tryb sterowania o wolniejszej reakcji. Ta cecha jest również widoczna w jego charakterystyce częstotliwościowej, przypominającej filtr dolnoprzepustowy. Tryb całkujący odgrywa kluczową rolę w osiągnięciu doskonałej inwersji układu przy $\omega = 0$, co wymusza zerowy błąd ustalony w przypadku skoku sygnału odniesienia i zakłóceń.

Tryb całkujący, rozpatrywany w oderwaniu, ma dwie główne wady:

- biegun w punkcie początkowym, który negatywnie wpływa na stabilność pętli,
- oraz niepożądany efekt znany jako wind-up (nasylenie aktuatora), który pojawia się w obecności ograniczeń aktuatora.

3. **Działanie różniczkujące** reaguje na szybkość zmian błędu regulacji. W konsekwencji jest to tryb szybkiego działania, który ostatecznie zanika w przypadku błędów ustalonych. Często określa się go mianem trybu predycyjnego, ze względu na zależność od trendu błędu.

Główne ograniczenie trybu różniczkującego, rozpatrywanego w izolacji, polega na tendencji do generowania dużych sygnałów sterujących w odpowiedzi na błędy o wysokiej częstotliwości, takie jak błędy wynikające ze zmian wartości zadanej lub szumów pomiarowych. Ponieważ implementacja wymaga poprawnej transmitancji (rzęd licznika nie może być większy od rzędu mianownika), to do działania różniczkującego zazwyczaj dodaje się biegun.

W przypadku braku innych ograniczeń dodatkowa stała czasowa τ_D jest zwykle wybierana tak, aby spełniała warunek $0.1T_D \leq \tau_D \leq 0.2T_D$. Im mniejsza wartość tej stałej, tym większy jest zakres częstotliwości, w którym filtrowana pochodna dobrze przybliża dokładną pochodną.

Strojenie empiryczne

Jednym z tradycyjnych sposobów projektowania regulatora PID było stosowanie zasad strojenia empirycznego opartych na pomiarach przeprowadzonych na rzeczywistym obiekcie. Obecnie zaleca się, aby projektant regulatora PID korzystał z technik opartych na modelach. Techniki klasyczne dalej jednak są stosowane przez praktyków.

Metoda oscylacyjna Zieglera-Nicholsa (Z-N)

Procedura ta może być zastosowana jedynie dla układów stabilnych w pętli otwartej i przebiega według następujących kroków:

1. Zamknij pętlę sprzężenia zwrotnego obiektu sterowania i regulatora, ustawiając małą wartość wzmocnienia proporcjonalnego na regulatorze.
2. Zwiększaj wzmocnienie proporcjonalne, do momentu w którym odpowiedź układu Y zacznie oscylować ze stałym okresem i amplitudą.
3. Zanotuj wzmocnienie krytyczne regulatora $K_p = K_c$ i okres oscylacji P_c sygnału sterowanego Y .
4. Dostosuj parametry regulatora zgodnie z podaną tabelą:

Typ regulatora	K_p	T_r (czas całkowania)	T_d (czas różniczkowania)
P	$0.5K_c$	-	-
PI	$0.45K_c$	$P_c/1.2$	-
PID	$0.6K_c$	$P_c/2$	$P_c/8$

Przykład 1

Dany układ sterowania jak na przedstawionym powyżej rysunku. Regulatorem jest regulator PID w postaci standardowej. Obiektem sterowania jest obiekt opisany modelem:

$$G_o(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

Zidentyfikuj parametry regulatora PID stosując oscylacyjną metodę Z-N.

Rozwiązanie

- **Krok 1.** Wyznaczenie krytycznego wzmocnienia K_c o częstotliwości krytycznej ω_c .

Wartości: K_c i ω_c muszą spełniać następujący warunek:

$$K_c G_o(j\omega_c) = -1 \iff K_c = - (j\omega_c + 1)^3$$

Stosując powyższe równanie można dowiedzieć, iż dla rozpatrywanego układu $K_c = 8$ a $\omega_c = \sqrt{3}$. Stąd okres oscylacji będzie wynosił $P_c \approx 3.63$.

- **Krok 2.** Wyznaczenie nastaw regulatora.

W celu wyznaczenia nastaw regulatora PID należy podstawić uzyskane wartości K_c oraz P_c do formuł przedstawionych w trzecim wierszu tabeli. Zatem ostatecznie nastawy te wynoszą:

$$K_p = 0.6 \cdot K_c = 4.8 \quad T_r = 0.5 \cdot P_c \approx 1.81 \quad T_d = 0.125 \cdot P_c \approx 0.45$$

Różniczkowanie regulatora będzie tłumione szybkim biegunem o stałej czasowej $\tau_D = 0.1 \cdot P_c = 0.045$.

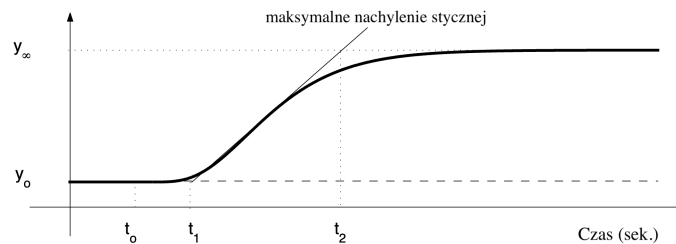
Metoda próby skokowej Zieglera-Nicholsa (Z-N)

Procesy przejściowe wielu obiektów przemysłowych może być aproksymowanych modelem:

$$G_o(s) = \frac{K_o e^{-s\tau_o}}{\nu_o s + 1} \quad \text{gdzie} \quad \nu_o > 0$$

Uproszczona zlinearyzowana wersja tego modelu może być uzyskana na podstawie eksperymentu przeprowadzonego w otwartej pętli sprzężenia zwrotnego. W tym celu należy zrealizować następującą procedurę:

1. Dla układu pracującego w otwartej pętli sprzężenia zwrotnego, doprowadź system do stabilnego punktu pracy (stanu ustalonego). Załóż, że wyjście układu ustali się na poziomie $y(t) = y_o$ dla stałego sygnału wejściowego $u(t) = u_o$.
2. W wybranym czasie t_o , podaj na wejście układu wymuszenie skokowe (od poziomu u_o do u_f). Wymuszenie to powinno się mieścić w zakresie od 10 do 20 procent pełnego zakresu skali sygnału wejściowego.
3. Zarejestruj odpowiedź układu do chwili ustalenia nowego punktu pracy (uzyskana krzywa nazywa się procesem przejściowym).



Rysunek 2: Proces przejściowy

1. Wyznacz parametry modelu aproksymującego:

$$K_o = \frac{y_f - y_o}{u_f - u_o} \quad \tau_o = t_1 - t_o \quad \nu_o = t_2 - t_1$$

Uzyskany model może być wykorzystany do wyprowadzenia różnych metod strojenia regulatorów PID. Jedną z tych metod została również zaproponowana przez Zieglera i Nicholasa. W ich propozycji celem projektowym jest osiągnięcie określonego tłumienia w odpowiedzi pętli na krok odniesienia. Dokładniej, celem jest uzyskanie stosunku 4:1 dla pierwszego i drugiego szczytu w tej odpowiedzi. Sugerowane parametry przedstawiono w tabeli poniżej:

Typ regulatora	K_p	T_r	T_d
P	$\nu_o / (K_o \tau_o)$	-	-
PI	$0.9 \nu_o / (K_o \tau_o)$	$3 \tau_o$	-
PID	$1.2 \nu_o / (K_o \tau_o)$	$2 \tau_o$	$0.5 \tau_o$

Zadanie 1

Zrealizować symulację implementującą dobór nastaw regulatorów: P, PI oraz PID, korzystając oscylacyjnej metody Z-N, dla obiektu opisanego transmitancją z przykładu 1.

Zadanie 2

Powtórzyć eksperyment symulacyjny z zadania 1. Tym razem do doboru nastaw regulatora wykorzystać metodę próby skokowej Z-N.

Uwagi

1. Do wyznaczenia wzmocnienia krytycznego oraz częstotliwości krytycznej (okresu krytycznego), należy posłużyć się skryptem:

```
clc; clear;

% Definicja obiektu sterowania
s = tf('s');
G_o = 1 / (s + 1)^3;

% Wzmocnienie początkowe
K_p = 1;
L = K_p * G_o; % Otwarta pętla

% Dokładne próbkowanie częstotliwości
omega_range = logspace(-2, 2, 10000);
[mag, phase, freq] = bode(L, omega_range);
mag = squeeze(mag);
phase = squeeze(phase);

% Szukanie punktu fazowego -180 stopni
phase_diff = abs(phase + 180); % Różnica fazowa od -180 stopni
[~, idx] = min(phase_diff); % Najbliższy punkt
omega_c = freq(idx); % Częstotliwość krytyczna

% Obliczenie wzmocnienia krytycznego
K_c = 1 / mag(idx); % Wzmocnienie krytyczne

% Okres oscylacji
P_c = 2 * pi / omega_c;

% Wyniki
fprintf('Bode:\n');
fprintf('Wzmocnienie krytyczne K_c: %.3f\n', K_c);
fprintf('Częstotliwość krytyczna omega_c: %.3f rad/s\n', omega_c);
fprintf('Okres oscylacji P_c: %.3f s\n', P_c);
```

2. Do wyznaczenia charakterystycznych parametrów próby skokowej, należy posłużyć się skryptem:

```
clc; clear;

% Parametry wymuszenia i odpowiedzi
u_o = 1; % Sygnał wejściowy przed skokiem
u_f = 1.2; % Sygnał wejściowy po skoku (20% zmiana)
y_o = 0; % Wyjście przed skokiem
y_f = 0.8; % Wyjście po ustaleniu nowego punktu pracy

% Obliczenie wzmocnienia statycznego
K_o = (y_f - y_o) / (u_f - u_o);

% Definicja modelu inercyjnego trzeciego rzędu (przykładowy model)
s = tf('s');
G_real = K_o / (s + 1)^3; % Model inercyjny trzeciego rzędu z wzmocnieniem K_o
```

```

% Symulacja odpowiedzi skokowej
time_span = 0:0.01:10; % Zakres czasu
[y_real, t_real] = step((u_f - u_o) * G_real, time_span); % Odpowiedź skokowa dla wymuszenia

% Wyznaczanie punktu t_o (moment podania wymuszenia)
t_o = t_real(1); % Moment rozpoczęcia odpowiedzi (skok w t=0)

% Wyznaczanie punktu przegięcia
dy = gradient(y_real, t_real); % Pierwsza pochodna
d2y = gradient(dy, t_real); % Druga pochodna

% Punkt przegięcia: miejsce, gdzie druga pochodna zmienia znak
inflection_idx = find(d2y < 0, 1); % Pierwszy punkt, gdzie d2y < 0
inflection_point = [t_real(inflection_idx), y_real(inflection_idx)];

% Styczna w punkcie przegięcia
slope = dy(inflection_idx); % Nachylenie stycznej
intercept = y_real(inflection_idx) - slope * t_real(inflection_idx); % Wyraz wolny

% Wyznaczanie t_1 i t_2
t_1 = -intercept / slope; % Punkt przecięcia stycznej z osią czasu
t_2 = (y_f - intercept) / slope; % Punkt przecięcia stycznej z wartością ustaloną

% Wyświetlanie wyników identyfikacji
fprintf('Parametry identyfikacji na podstawie stycznej:\n');
fprintf('t_o = %.3f s (moment podania wymuszenia)\n', t_o);
fprintf('t_1 = %.3f s (czas opóźnienia)\n', t_1);
fprintf('t_2 = %.3f s (moment osiągnięcia wartości ustalonej przez styczną)\n', t_2);
fprintf('Wzmocnienie statyczne K_o = %.3f\n', K_o);

% Rysowanie wykresu odpowiedzi
figure;
plot(t_real, y_real, 'b', 'LineWidth', 2); hold on;
plot(t_real, slope * t_real + intercept, 'r--', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'Styczna');
plot(t_o, 0, 'ko', 'MarkerSize', 8, 'DisplayName', 't_o (moment wymuszenia)');
plot(t_1, 0, 'ro', 'MarkerSize', 8, 'DisplayName', 't_1 (czas opóźnienia)');
plot(t_2, y_f, 'go', 'MarkerSize', 8, 'DisplayName', 't_2 (wartość ustalona)');
plot(inflection_point(1), inflection_point(2), 'mo',
     'MarkerSize', 8, 'DisplayName', 'Punkt przegięcia');
grid on;
title('Identyfikacja parametrów t_o, t_1 i t_2 na podstawie stycznej');
xlabel('Czas (s)');
ylabel('Wyjście układu');
legend('show');

```