תומר אליהו

חישובית קוגניציה, תרגיל 7

$Z \sim N(0, \sigma^2)$, $y = \mu + Z$

(1)

(א)

$$g(y|\mu,\sigma) = g(\mu+z,\mu,z) = P(y=\mu+z) = P(y-\mu=z)$$

$$\Rightarrow \quad y-\mu \sim N(0,\sigma^2)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(y-\mu)^2}{(2\sigma^2)}\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(\mu-y)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\Rightarrow Y \sim N(\mu, \sigma^2)$$

(ב) עד כה μ נלמד על ידי אלגוריתם REINFORCE
עבור גמול כלשהו R, אז גודל העדכון של μ הוא:

$$\Delta\mu = \eta \cdot R \cdot \frac{\partial}{\partial\mu}\left(\ln(g(y,\mu,\sigma))\right)$$

g מסעיף א

$$= \eta R \cdot \frac{\partial}{\partial\mu}\left(\ln\left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{(\mu-y)^2}{2\sigma^2}\right)\right)\right)$$

נתבונן בביטוי אותו נרצה לגזור:

$$\ln\left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp\left(\frac{-(\mu-y)^2}{2\sigma^2}\right)\right) = \ln\left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right) + \ln\left(\exp\left(\frac{-(\mu-y)^2}{2\sigma^2}\right)\right)$$

$$= C + \frac{-(-\mu-y)^2}{2\sigma^2}$$

קבוע ביחס לפרמטר אותו נגזור

$$\Rightarrow \frac{\partial g}{\partial \mu}\left(-\frac{(\mu-y)^2}{2\sigma^2}+C\right)=\frac{-\mu+y}{\sigma^2}=\frac{y-\mu}{\sigma^2}$$

$$\Rightarrow \Delta\mu=\eta\cdot R\cdot\frac{y-\mu}{\sigma^2}$$

(ב)

$$\langle\Delta\mu\rangle=\eta\frac{\partial\langle R\rangle}{\partial\mu}=\frac{\partial\langle-(m-y)^2\rangle}{\partial\mu}$$

$$\langle-(m-y)\rangle^2=-\langle m^2-2my+y^2\rangle=-\langle m^2\rangle+\langle 2my\rangle-\langle y^2\rangle$$

$$=-m^2+2m\langle y\rangle-\langle y^2\rangle=-m^2+2m\mu-\sigma^2-\mu^2$$

$$Var(y)=\langle y^2\rangle-\langle y\rangle^2$$

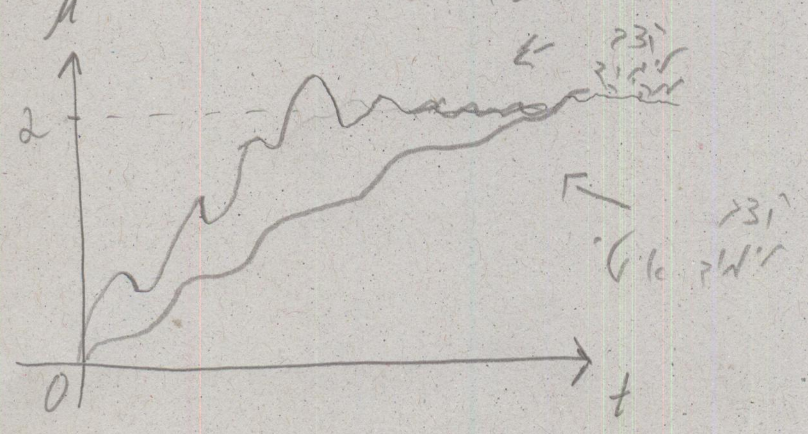
$$\Rightarrow\langle y^2\rangle=Var(y)+\langle y\rangle^2=\sigma^2+\mu^2$$

וידוע ש $y\sim N(\mu,\sigma^2)$

$$\Rightarrow\langle\Delta\mu\rangle=\eta\frac{\partial(-m^2+2m\mu-\sigma^2-\mu^2)}{\partial\mu}=\eta(2m-2\mu)=2\eta(m-\mu)$$

(ג)

μ ההתחלתי הוא 0 ו $m=2$ לכן
הגרפים שלנו יתכנסו ל m. שני הגרפים יגיעו
על ערכים בין 0 ל 2, הגרף לא יהיה מונוטוני
כי אנחנו תלויים ב z, בעקבות הצעד הגדול מהר נכנס מהר
יותר אך הגרף יהיה יותר "רועש" כי אנחנו נותנים
משקל גדול יותר ל y (שתלוי ב z).
=).



(11)

$m=2$

$$R=\begin{cases}-2(m-y)^2 & m\le y\\ -(m-y)^2 & m>y\end{cases}$$

תשובות לשאלות מחלק התכנית

(2)

(א) (ii) עבור ערכי למדא נמוכים, שמתנו לא מוצגים אך האלגוריתם מספיק איטרציות כדי להגיע להתכנסות.

עבור ערכי למדא גבוהים, הקולות האחרונים מטעים מאוד, לכן הרעש משפיע מאוד על ההתכנסות. עבור ערכי למדא ממוצע, אנחנו רואים שהאלגוריתם מספיק להתכנס ואף הרעש הוא לא גורם משמעותי.

(ג) כפי שראינו בסעיף (ה) בשאלה הראשונה, יש קשר ישיר למשרה קטנה יותר בעלק ויש קשר ישיר למהירות איטית.