Control Automático II - Ing. Electrónica
Trabajo práctico 3: Solución de las ecuaciones de estados

Ejercicio 1: Sea el sistema dado por:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

Calcule su matriz de transición de estados y verifique las principales propiedades de la misma.

Ejercicio 2: Un sistema dado por:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -0{,}5 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x$$

ha sido excitado desde $t = 0$ con una señal $u(t)$ desconocida. En $t = 1\ s$ se tiene que $u = 1$, $y = 1$ e $dy/dt = 2$. A partir de este instante la excitación u permanece constante.

- **a.** Encuentre las expresiones de los estados $x(t)$ a partir de $t = 1\ s$.
- **b.** ¿Qué valor toma la salida y su derivada en $t = 2\ s$?
- **c.** Verifique lo calculado en a y b por simulación.

Ejercicio 3: Un sistema modelado en forma diagonal, es excitado hasta $t = 5\ s$. Como resultado de esto, en $t = 10\ s$ los estados toman los valores: $x(10) = \begin{bmatrix} 10 & 40 & 100 \end{bmatrix}^T$. A partir de aquí, la evolución libre de los estados, lleva al sistema, para $t = 20\ s$, a: $x(20) = \begin{bmatrix} 5 & 10 & 20 \end{bmatrix}^T$.

- **a.** ¿Cuales serán los valores de los estados para $t = 30\ s$?
- **b.** Verifique por simulación.

Ejercicio 4: Obtenga la matriz de transición de estados correspondiente a los sistemas de los ejercicios 1 y 2 empleando el teorema de Cayley-Hamilton.

Ejercicio 5: El sistema:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

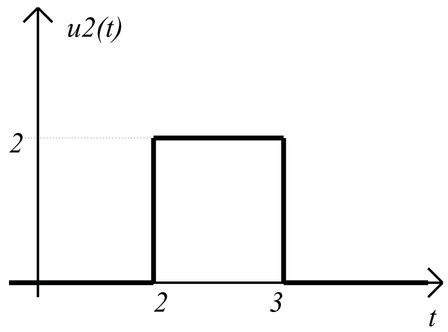
ha sido excitado por largo tiempo (mucho mayor que la mayor constante de tiempo del sistema) con una señal de valor 1. En $t = t_1$, la excitación es multiplicada por un factor dos.

- **a.** Calcule la evolución de los estados a partir de la nueva excitación.
- **b.** Repita a resolviendo el sistema diagonal.

Ejercicio 6: Considere el sistema:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x$$

a. Calcule la evolución de los estados y de la salida para las condiciones iniciales $x(0) = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}^T$ y como entradas $u_1(t) = 0$; y $u_2(t)$, la indicada en la figura.
b. Verifique por simulación.



Ejercicio 7: Los estados de un sistema, evolucionan libremente desde una condición inicial $x(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$. Si su matriz de transición de estados para $t = 0{,}1\ s$ está dada por:

$$\phi(0{,}1) = \begin{bmatrix} 0{,}904 & 0 \\ 0{,}0868 & 0{,}818 \end{bmatrix}$$

¿Que valor tienen los estados en $t = 1{,}2\ s$? Obtenga el resultado numérica y analíticamente.

Ejercicio 8: La respuesta libre de un sistema con condiciones iniciales $x(0) = \begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix}^T$, está dada por:

$$x(t) = \begin{bmatrix} e^{-2t} \\ -2e^{-2t} \end{bmatrix}$$

mientras que si las condiciones iniciales son $x(0) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}^T$, su respuesta es:

$$x(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} \\ -e^{-t} \end{bmatrix}$$

Determine la matriz A del sistema y su matriz de transición de estados.