Control Automático II - Ing. Electrónica
Trabajo práctico 4: Controlabilidad y observabilidad

Ejercicio 1: Analizar la controlabilidad de los siguientes sistemas. En caso que no sean completamente controlables, calcular la función de transferencia e investigar posibles cancelaciones entre polos y ceros.

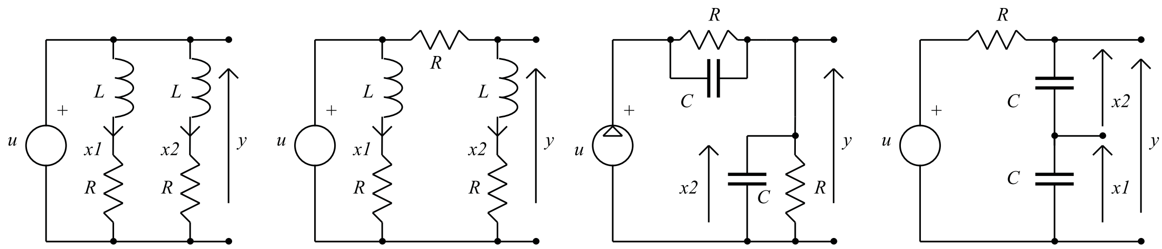
a. $$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} u, \qquad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} x.$$

b. $$\dot{x} = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} u, \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x.$$

c. $$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0{,}5 \\ 0{,}2 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} u, \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} x.$$

Ejercicio 2: Demuestre la invariancia de la controlabilidad y observabilidad de un modelo al aplicar una transformación de simulitud $z = Px$.

Ejercicio 3: Plantee un modelo de estados para cada circuito y determine analíticamente la controlabilidad y observabilidad. Interprete el resultado obtenido en cada caso con los conocimientos de circuitos.



Ejercicio 4: Analizar la controlabilidad y observabilidad de los siguientes sistemas diagonalizados. Obtener sus diagramas en bloques y transferencias. Simule sus respuestas a un escalón con distintas condiciones iniciales.

a. $$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 \\ 0 & -\alpha \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x.$$

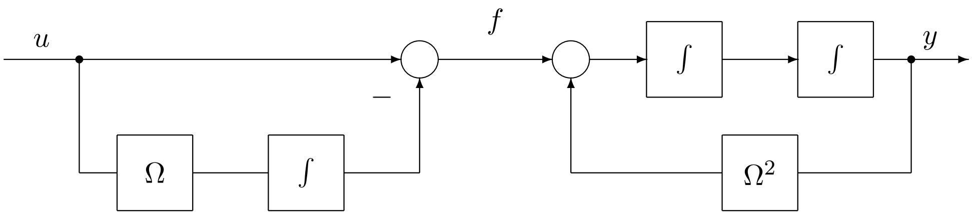
b. $$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 \\ 0 & -\alpha \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u, \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x.$$

Ejercicio 5: Considere el siguiente sistema

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x.$$

Plantee un nuevo modelo de estados que incluya los estados x y un tercer estado $x_3 = y$. Verifique la controlabilidad y observabilidad del modelo original y del que resulta del agregado del estado x_3.

Ejercicio 6: Existen muy diversas y efectivas formas de controlar un sistema inestable. Un procedimiento, quizás intuitivo, pero pésimo, podría ser cancelar el o los polos inestables del sistema con ceros del compensador y luego realimentar. Para verificar lo poco feliz que resultaría este proceder, estudie la controlabilidad del siguiente sistema:



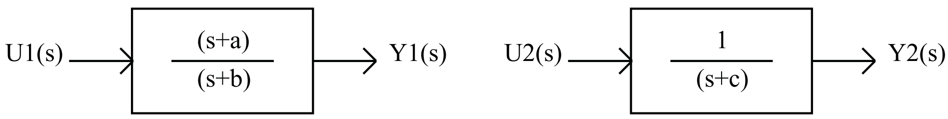
el primer bucle corresponde a un controlador PI

$$C(s) = 1 - \frac{\Omega_1}{s},$$

cuyo cero cancela el polo inestable del sistema propiamente dicho (péndulo invertido)

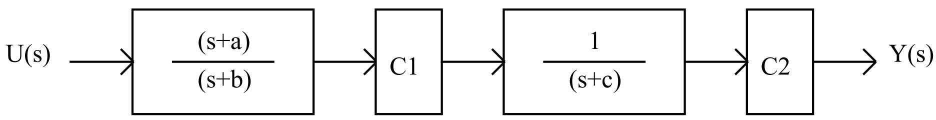
$$G(s) = \frac{1}{s^2 - \Omega^2}.$$

Ejercicio 7: Sean los siguientes sistemas:



a. Analizar la controlabilidad y observabilidad de cada uno de ellos.

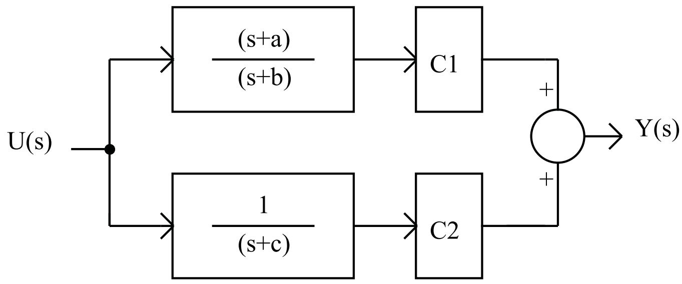
b. Un nuevo sistema se obtiene por la conexión en cascada de estos sistemas:



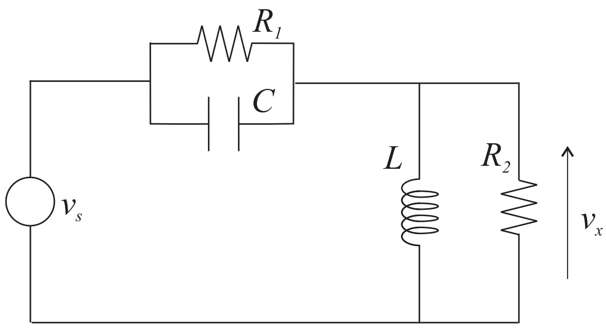
b.1 Para este nuevo sistema obtenga un modelo en la forma canónica controlable y otro en la forma canónica observable.

b.2 Analice la controlabilidad y observabilidad de cada uno de estos modelos. Analice el caso en que existan cancelaciones en la función de transferencia.

c. Repetir b para la conexión en paralelo de los subsistemas:



Ejercicio 8: Determine un modelo de estados para el siguiente circuito



definiendo como estados la tensión en el capacitor v_C y la corriente en el inductor i_L, como entrada la tensión v_s y como salida v_x. Busque el valor de resistencia R_1 que hace no controlable y no observable al sistema.

Ejercicio 9: El siguiente sistema

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -13 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & -6 & -3 & 0 \\ -1 & -3 & -6 & 2 \\ -3{,}5 & 1{,}5 & 1{,}5 & -5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1{,}2575 & 1{,}3229 & 1{,}3229 & -2{,}5149 \\ -0{,}8823 & 1{,}8251 & 0{,}4109 & -0{,}4714 \end{bmatrix} x$$

¿es controlable?, ¿es observable?, ¿si se rompe el actuador u_1? y ¿si se rompe el actuador u2?

Ejercicio 10: (*Opcional*) Determinar la controlabilidad y observabilidad de los sistemas del ejercicio 2 de la práctica 1.