Control Automático II - Ing. Electrónica
Trabajo práctico 6: Modelo discreto de estados

Ejercicio 1: *Modelo discreto de estados*
Un sistema continuo con el siguiente modelo de estados:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -0{,}55 & 0{,}45 \\ 0{,}45 & -0{,}55 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} x.$$

es muestreado con un período de muestreo de 0,1 s. Halle el modelo de estados del sistema de tiempo discreto obtenido. Considere un retenedor de orden cero en la acción de control u.

Ejercicio 2: *Autovalores de un modelo discreto de estados*
Encuentre que relación existe entre los autovalores de un sistema de tiempo continuo y los autovalores resultantes del sistema de tiempo discreto que se obtienen al realizar un muestreo con un período de T_s segundos.

Ejercicio 3: *Transformaciones*
Dados los siguientes sistemas de tiempo discreto, encuentre para cada uno de ellos, su ganancia en continua y los correspondientes modelos de estado en las formas canónicas controlable y diagonal.

a. $x(k+1) = \begin{bmatrix} 0{,}9 & -0{,}1 \\ 0 & 0{,}8 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u(k), \quad y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(k)$

b. $y(k) - 1{,}4y(k-1) + 0{,}45y(k-2) = u(k) - u(k-1) - u(k-2)$

c. $T(z) = \dfrac{4z^3 - 12z^2 + 13z - 7}{(z-1)^2(z-2)}$

Ejercicio 4: *Resolución Ecuaciones de Estado de tiempo discreto.*
Sea el sistema:

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0{,}45 & 1{,}4 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k), \quad y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(k)$$

a. Calcule la evolución de sus estados suponiendo condiciones iniciales $x^T(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$, $u(k) = 0$.

b. Determine la evolución de los estados correspondientes a su modelo diagonal considerando las condiciones iniciales $x^T(0) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$ y una excitación $u(k) = 1$ para $k \geq 0$.

Ejercicio 5: *Realimentación de Estados.*
Dado el siguiente modelo discreto de estados:

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0{,}9 & -0{,}1 \\ 0 & 0{,}8 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u(k), \quad y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(k)$$

a. Analice su controlabilidad y su observabilidad.

b. Calcule la matriz de transición de estados y la respuesta del sistema a condiciones iniciales $x^T(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ y excitación $u(k) = 1$ para $k \geq 0$.

c. Diseñe un control por realimentación de estados, de manera que los polos de lazo cerrado resulten ubicados en $z = 0{,}95$ y $z = 0{,}9$.

d. Simule y observe la respuesta transitoria del sistema a un escalón.

e. Rediseñe el sistema realimentado para asegurar error de estacionario nulo.

Ejercicio 6: *Realimentación de Estados.*
Dado el sistema de tiempo continuo:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -0{,}55 & 0{,}45 \\ 0{,}45 & -0{,}55 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} x$$

a. Diseñe una realimentación de estados para conseguir los autovalores de lazo cerrado $\lambda_1 = \lambda_2 = -10$.

b. Implemente el control del punto a en forma digital (discreta).

c. Compare mediante simulación, las respuestas de las versiones de tiempo discreto y de tiempo continuo del sistema de control. Experimente con distintos períodos de muestreo.

Ejercicio 7: *Estabilidad.*
Sea el sistema continuo dado por:

$$\dot{x} = -x + u, \quad y = x.$$

El sistema es controlado en forma digital utilizando un período de muestreo de T_s segundos. Mediante la realimentación del vector de estados K, el polo de lazo cerrado puede ubicarse a voluntad. Determine los valores de K (en función de T_s) que hacen que el sistema a lazo cerrado, se torne inestable.