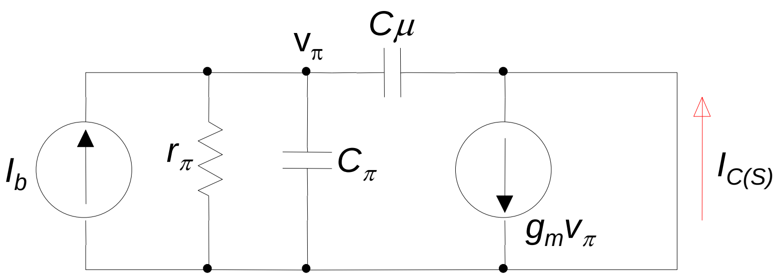
Circuitos Electrónicos I

Respuesta en Frecuencia

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL BJT EN CORTOCIRCUITO. Ganancia de Corriente

Consideremos el circuito de un amplificador de una etapa con transistor bipolar. Reemplazamos al transistor por su modelo π híbrido simplificado y estudiamos la **Ganancia de Corriente** del circuito con la carga en cortocircuito



Mediante un análisis de Nodos:

$$I_b(s) = v_\pi\left(\frac{1}{r_\pi} + sC_\pi + sC_\mu\right)$$

$$I_c(s) = g_m v_\pi - sC_\mu v_\pi$$

de donde la ganancia de corriente $A_I(s)$ resulta:

$$A_I(s) = \frac{I_c(s)}{I_b(s)} = \frac{g_m - sC_\mu}{\frac{1}{r_\pi} + s(C_\pi + C_\mu)}$$

$$\beta_o = g_m r_\pi$$

Considerando que

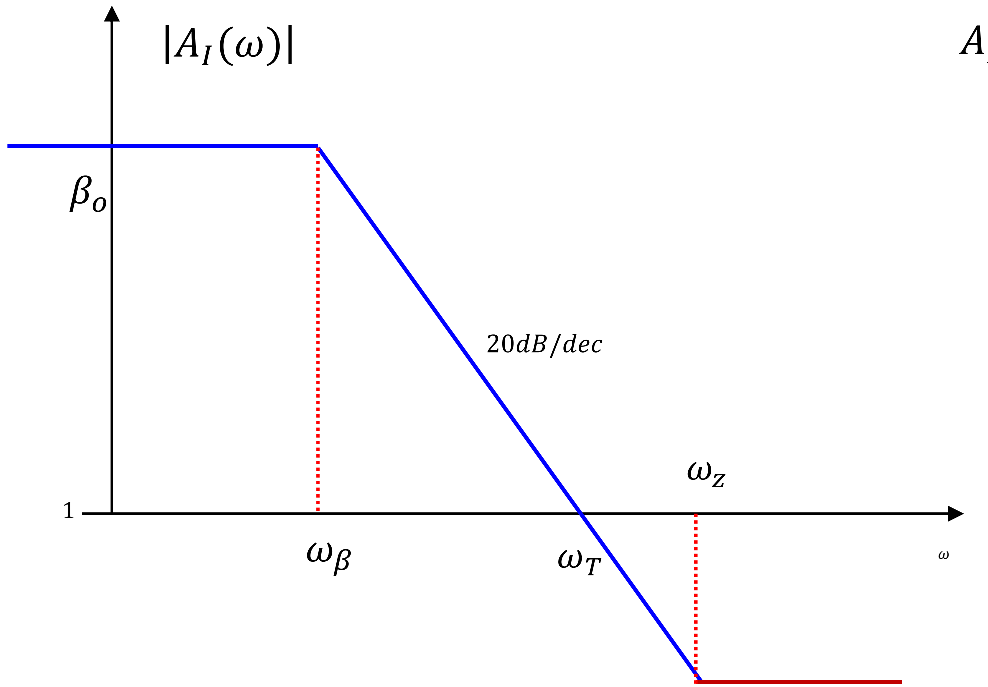
$$\omega_z = \frac{g_m}{C_\mu}$$

$$\omega_\beta = \frac{1}{r_\pi(C_\pi + C_\mu)}$$

$$A_I(s) = \frac{\beta_o\left(1 - \frac{sC_\mu}{g_m}\right)}{1 + sr_\pi(C_\pi + C_\mu)} = \frac{\beta_o\left(1 - \frac{s}{\omega_z}\right)}{1 + \frac{s}{\omega_\beta}}$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL BJT EN CORTOCIRCUITO. Ganancia de Corriente

El diagrama de Bode de Amplitud resulta:



$$A_I(s) = \frac{\beta_o(1 - \frac{sC_\mu}{g_m})}{1 + sr_\pi(C_\pi + C_\mu)} = \frac{\beta_o(1 - \frac{s}{\omega_z})}{1 + \frac{s}{\omega_\beta}}$$

$$A_I(0) = \beta_o \quad A_I(\infty) = \frac{C_\mu}{C_\pi + C_\mu}$$

$$\frac{\omega_z}{\omega_\beta} = \beta_o \frac{(C_\pi + C_\mu)}{C_\mu} >> 1 \rightarrow \quad A_I(s) \simeq \frac{\beta_o}{1 + \frac{s}{\omega_\beta}}$$

Frec. de ganancia de corriente unitaria:

$$\omega_T = \omega|_{|A_I(\omega)|} = 1$$

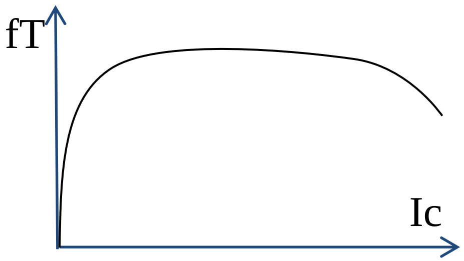
$$|A_I(\omega_T)| \simeq \frac{\beta_o}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_T}{\omega_\beta}\right)^2}} = 1 \rightarrow \omega_T \simeq \omega_\beta \sqrt{{\beta_o}^2 - 1} \simeq \beta_o \omega_\beta$$

Frec. de corte: $$\boxed{f_\beta = \frac{1}{2\pi} \frac{g_m}{\beta_o(C_\pi + C_\mu)}}$$

$$\boxed{f_T = \beta_o f_\beta = \frac{1}{2\pi} \frac{g_m}{(C_\pi + C_\mu)}}$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL BJT EN CORTOCIRCUITO. Ganancia de Corriente

Frec. de ganancia de corriente unitaria: $$f_T = \beta_o f_\beta = \frac{1}{2\pi}\frac{g_m}{(C_\pi + C_\mu)}$$



Producto
ganancia de corriente x ancho de banda
en cortocircuito

fT es un parámetro muy estable en la familia (Q1=Q2→ fT1= fT2; si b1>b2→fb1<fb2)
fT es dato x el fabricante (varía con Ic, pero es cte en amplio rango)
fT↓ para transistores de alta potencia
Transistores operan a f<fT salvo microondas, entonces despreciamos singularidades x encima
Transistores de alta frecuencia tienen fT↑ (2N2222A: fT=300MHz ; MSC3130: fT=1.4GHz)

Ejemplo: Ic=1mA, β=100, fT=500MHz, Cμ=0.3p

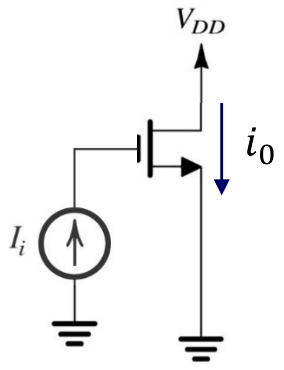
$$C_\pi = \frac{g_m}{2\pi f_T} - C_\mu = 12.4p$$

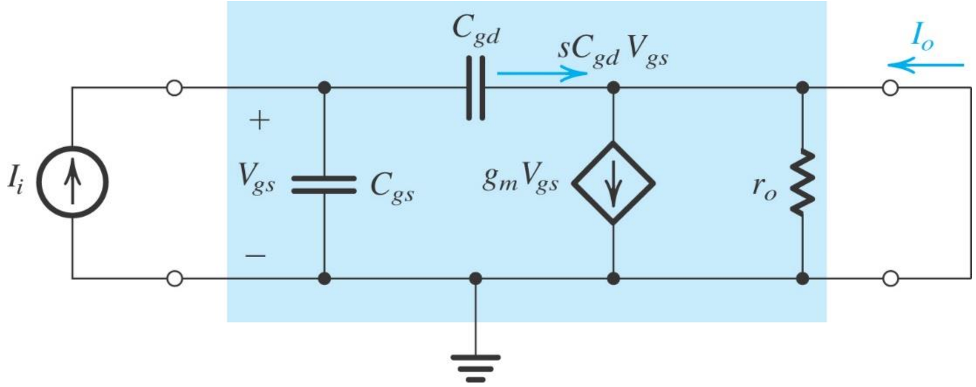
$$f_\beta = f_T/\beta = 5MHz$$

$$f_z = \frac{1}{2\pi} g_m/C_\mu = 21.7GHz$$

Cμ<<Cπ no implica que sea siempre despreciable como veremos

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL MOSFET EN CORTOCIRCUITO.
Ganancia de Corriente





$$i_i(s) = v_{gs} s (C_{gs} + C_{gd})$$

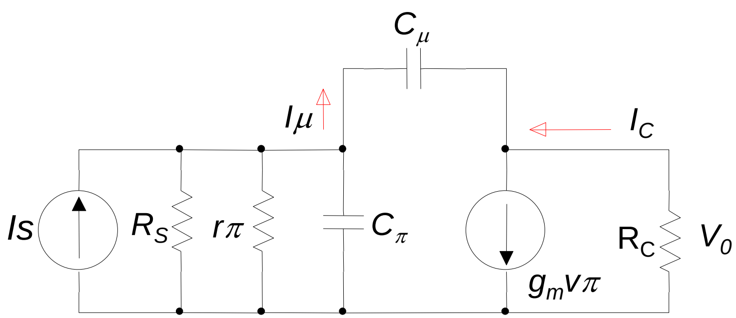
$$i_0(s) = g_m v_{gs} - \cancel{sC_{gd} v_{gs}}$$

En continua, la resistencia de entrada del MOS en infinita.
La impedancia de entrada cae con la frecuencia, y la ganancia de corriente también

$$A_i(j\omega) = \frac{i_0(j\omega)}{i_i(j\omega)} \cong \frac{g_m}{j\omega(C_{gs} + C_{gd})} = -j\frac{\omega_T}{\omega} \qquad |A_i(j\omega_T)| = 1$$

$$\omega_T = \frac{g_m}{(C_{gs} + C_{gd})}$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN EMISOR COMÚN.
Ganancia de Corriente



Por inspección vemos que hay dos capacitores independientes,
***n* = 2**, (dos polos) y un cero en infinito debido a Cπ, ya que para s→∞ Cπ es un corto para la señal.

El cero finito restante lo podemos ver también por inspección, advirtiendo que a la frecuencia para la cual $\mathbf{i_\mu = g_m v_\pi}$, la corriente de carga **io** se anula, lo que implica la existencia de un **cero finito**.

$$A_I(s) \triangleq \frac{I_c(s)}{I_s(s)} = \frac{A_{I0}.(1+s/z_1)}{(1+s/p_1).(1+s/p_2)}$$

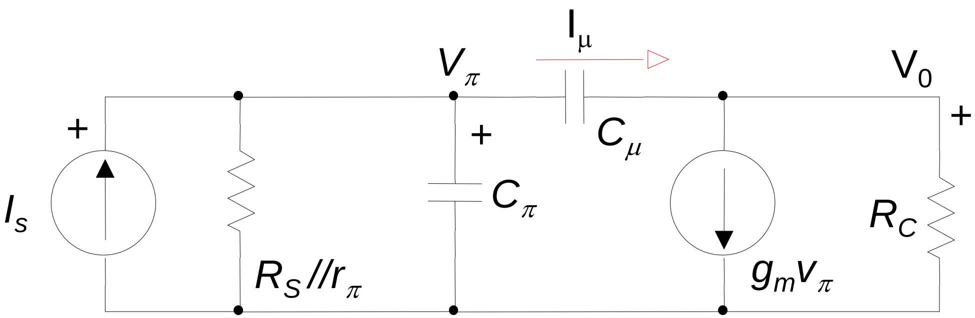
Podríamos escribir las ecuaciones del circuito en el dominio de Laplace y resolver para Ai(s), pero encontramos que el álgebra resultante es algo complicada.
Veremos un método más sencillo y conceptual, aunque aproximado, para resolver el problema.

La ganancia a baja frecuencia es fácil de hallar suprimiendo los capacitores del circuito:

$$A_{Io} = \beta \frac{R_s}{R_s + r_\pi}$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN EMISOR COMÚN.
Efecto Miller

Para realizar un análisis sencillo de la respuesta en frecuencia del amplificador de una etapa, reemplazaremos al transistor por su circuito equivalente, como antes, y haremos algunas transformaciones circuitales convenientes



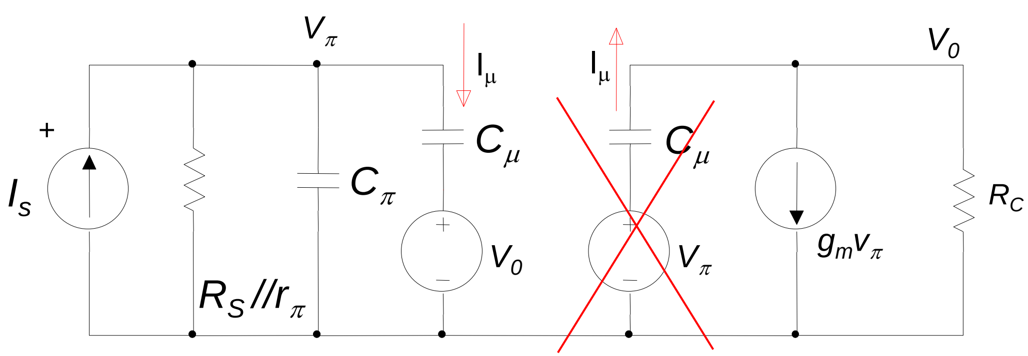
Vamos a **modificar la topología del circuito,** para **simplificar el análisis algebraico** eliminando la rama de circuito (capacitor Cu) que conecta al nodo **vπ** con el nodo **vo,** **reemplazándola por dos ramas equivalentes, observando que:**

La **corriente que sale** del **nodo v_π** es:

$$i_\mu = [v_\pi - v_o]sC_\mu$$

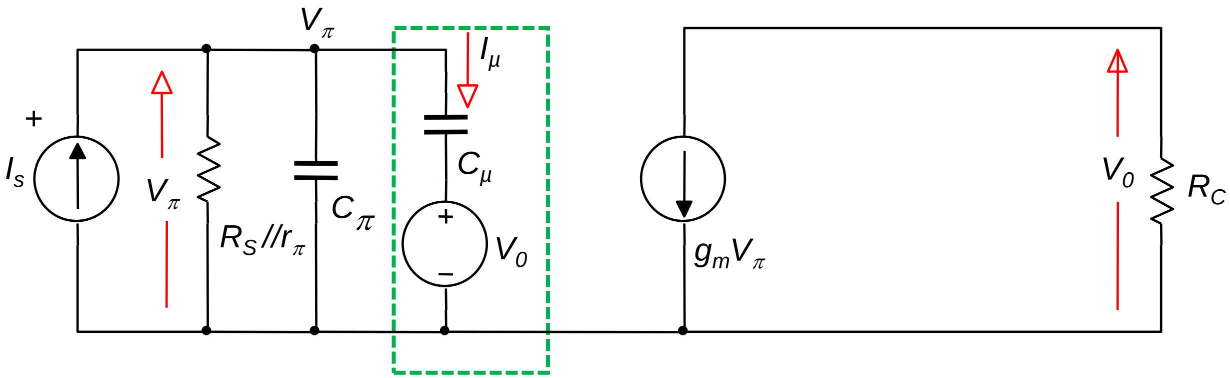
y la **corriente que entra** al **nodo v_o** es:

$$i_\mu = [v_\pi - v_o]sC_\mu$$



Aproximación de Miller:
Vamos a considerar Iu en el circuito de entrada (bajas corrientes)
y vamos a despreciar Iu en el circuito de salida (altas corrientes)

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN EMISOR COMÚN. Efecto Miller



Circuito aproximado

En el circuito de entrada, debemos calcular la corriente **iu,** pero ésta depende del valor de **v**o que se debe calcular en el circuito de salida.

En el circuito de salida podemos despreciar la corriente **iu** respecto de **gm.vπ** sobre un amplio rango de frecuencias, quedando solo Rc en paralelo con ese generador de corriente. Así calculamos fácilmente el valor de la tensión **vo de salida,** de la que depende la corriente **iu** del circuito de entrada.

$$i_\mu = [v_\pi - v_o]sC_\mu$$

$$v_o = -g_mR_cv_\pi$$

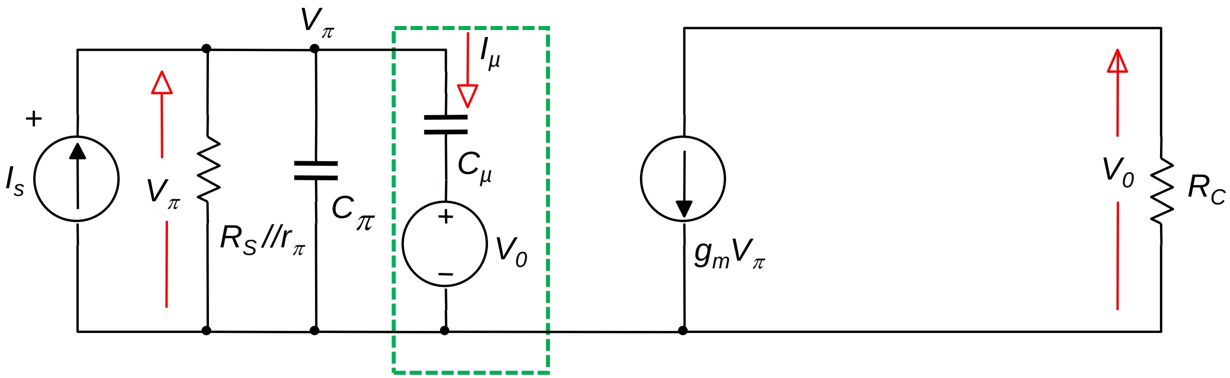
$$i_\mu = [v_\pi - (-g_mR_cv_\pi)]sC_\mu$$

$$i_\mu = s(1 + g_mR_c)C_\mu . v_\pi = sC_m . v_\pi$$

$$\boxed{C_m = (1 + g_mR_c)C_\mu}$$

Capacidad de Miller

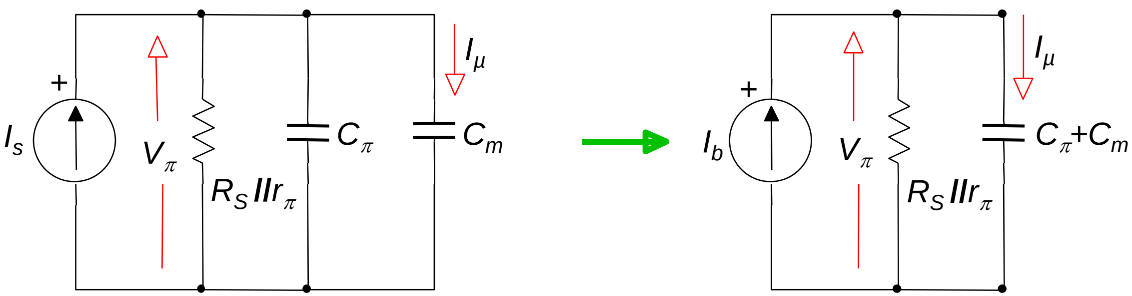
RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN EMISOR COMÚN.
Efecto Miller



$$C_m = (1 + g_m R_c) C_\mu$$

Esto equivale a haber conectado un capacitor de valor Cm entre el nodo **vπ y tierra**

Efecto Miller: la capacidad entrada – salida Cu aparece amplificada a la entrada debido a la alta ganancia del amplificador

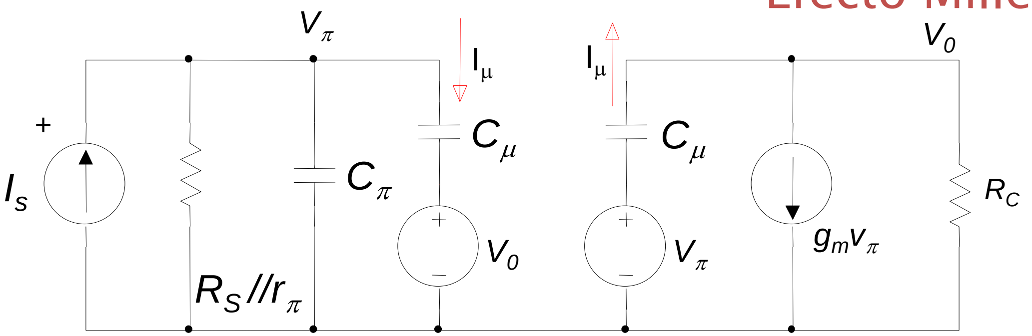


observamos ahora que el circuito de entrada tiene un solo polo a la frecuencia:

$$A_I(s) \cong \frac{\beta R_s}{R_s + r_\pi} \cdot \frac{1}{1 + s/\omega_H}$$

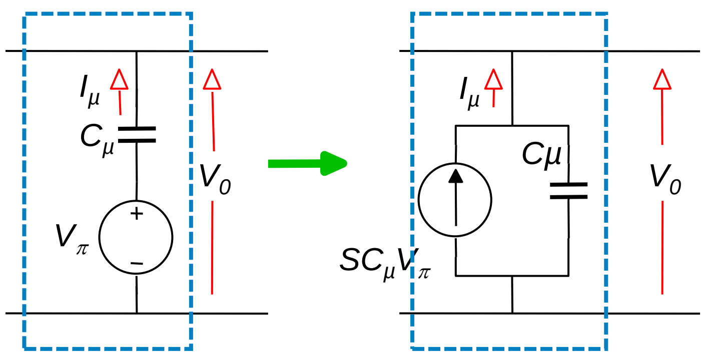
$$\omega_H = \frac{1}{(C_m + C_\pi).(r_\pi || R_s)}$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN EMISOR COMÚN.
Efecto Miller

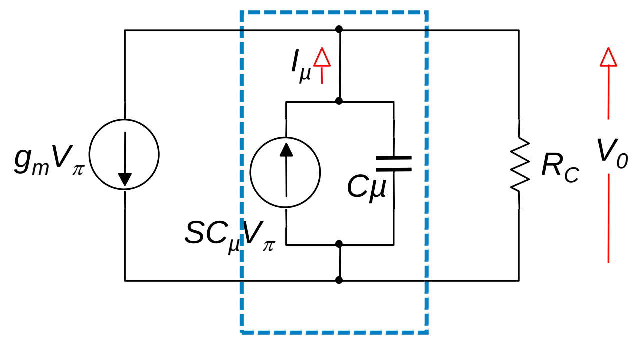


Aproximación de Miller:
Analicemos con más detalle esta aproximación

Dado que en el circuito de salida existe un generador de corriente (**gm vπ**), nos conviene reemplazar al circuito Thevenin por su equivalente Norton, quedando a la salida un generador de corriente **sCu vπ** en paralelo con un capacitor C**u**

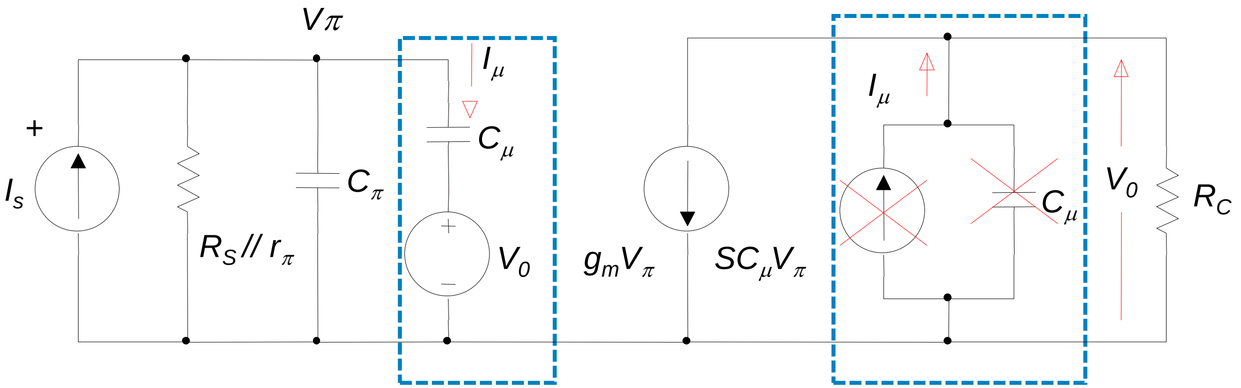


Equivalencia Thevenin - Norton



Circuito de salida equivalente

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN EMISOR COMÚN.
Efecto Miller



Aproximación de Miller:
Esta aproximación consiste en despreciar Iu.

En la malla de salida: $g_m v_\pi - \cancel{sC_\mu v_\pi} + \cancel{sC_\mu v_o} + v_o/R_c = 0$

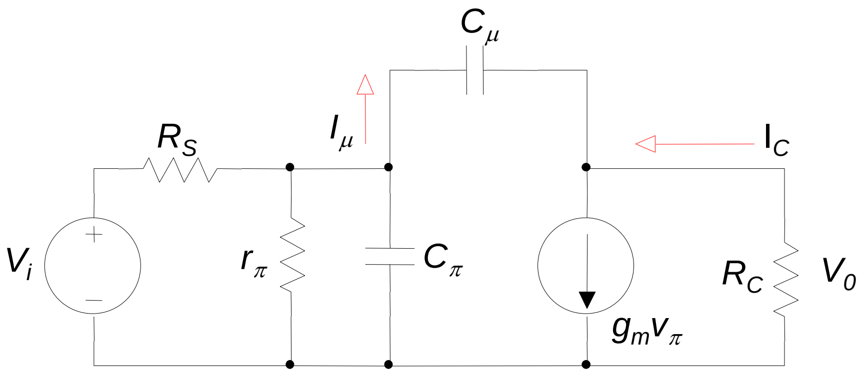
A las frecuencias de interés: $g_m v_\pi = \omega_z C_\mu v_\pi >> \omega C_\mu v_\pi$ Se puede despreciar el generador de corriente

Luego, la corriente i_μ es despreciable a la salida si $\dfrac{1}{\omega C_\mu} >> R_c \quad o \quad \omega << \dfrac{1}{C_\mu R_c}$

Ver que $$\omega_H = \frac{1}{(C_m + C_\pi).(r_\pi || R_s)} < \frac{1}{(C_\mu g_m R_c).(r_\pi || R_s)} = \frac{1}{A_{IO} C_\mu R_c} << \frac{1}{C_\mu R_c}$$

Luego, la aproximación i_μ=0 es muy razonable

Producto Ganancia de corriente x ancho de banda



$$A_I(s) \cong \frac{\beta R_s}{R_s + r_\pi} \cdot \frac{1}{1 + s/\omega_H}$$

$$\omega_H = \frac{1}{(C_m + C_\pi).(r_\pi || R_s)}$$

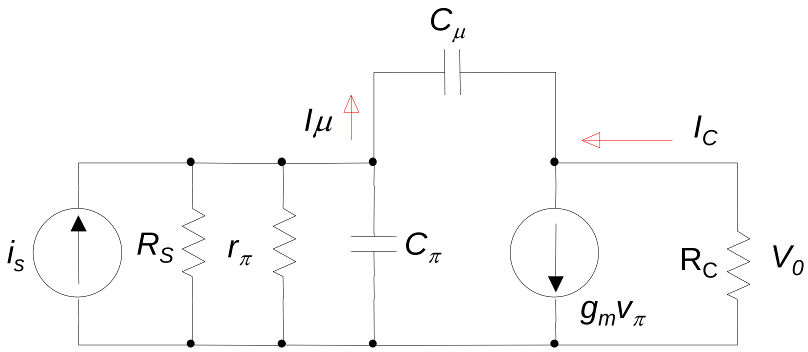
$$A_{IO}\omega_H \cong \frac{\beta R_s}{R_s + r_\pi} \cdot \frac{1}{(C_m + C_\pi).(r_\pi || R_s)} = \frac{g_m r_\pi R_s}{R_s + r_\pi} \cdot \frac{1}{(C_\mu(1 + g_m R_c) + C_\pi).(r_\pi || R_s)}$$

$$A_{IO}\omega_H \cong \frac{g_m}{C_\mu + C_\pi} \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{g_m C_\mu R_c}{C_\mu + C_\pi}}$$

$$\boxed{A_{IO}\omega_H \cong \omega_T \cdot \frac{1}{1 + \omega_T C_\mu R_c}}$$

El fT del transistor es una cota superior en el producto ganancia de corriente x ancho de banda del emisor común

PRODUCTO GANANCIA DE CORRIENTE X ANCHO DE BANDA. EMISOR COMÚN.
Ejemplo Numérico



$$A_I(s) \cong \frac{\beta R_s}{R_s + r_\pi} \cdot \frac{1}{1 + s/\omega_H}$$

$$\omega_H = \frac{1}{(C_m + C_\pi).(r_\pi || R_s)}$$

Ejemplo: Ic=1mA, β=100, fT=500MHz, Cμ=0.3p, Rs=5K, Rc=4K

$$f_\beta = f_T/\beta = 5MHz$$

$$f_z = \frac{1}{2\pi} g_m/C_\mu = 21.7GHz$$

$$C_\pi = \frac{g_m}{2\pi f_T} - C_\mu = 12.4p$$

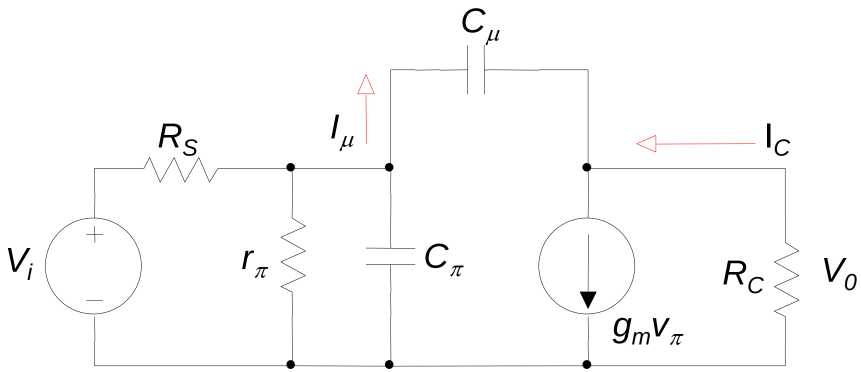
$$C_m = C_\mu(1 + g_m R_c) = 46p$$

$$A_{I0} = \beta \frac{R_s}{R_s + r_\pi} = \frac{2}{3}\beta \quad (r_\pi = 2K5)$$

$$f_H = 1.57MHz = \frac{f_\beta}{3.2} << \frac{1}{2\pi C_\mu R_c} = 132MHz << f_Z$$

$$A_{I0} f_H = 104MHz = \frac{f_T}{4.8}$$

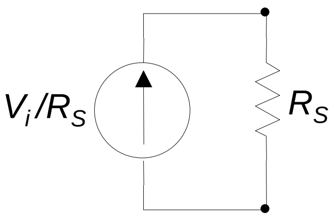
RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN EMISOR COMÚN.
Ganancia de Tensión



$$A_I(s) \triangleq \frac{I_c}{I_s} \cong \frac{\beta R_s}{R_s + r_\pi} \cdot \frac{1}{1 + s/\omega_H}$$

$$v_0 = -i_c R_c$$

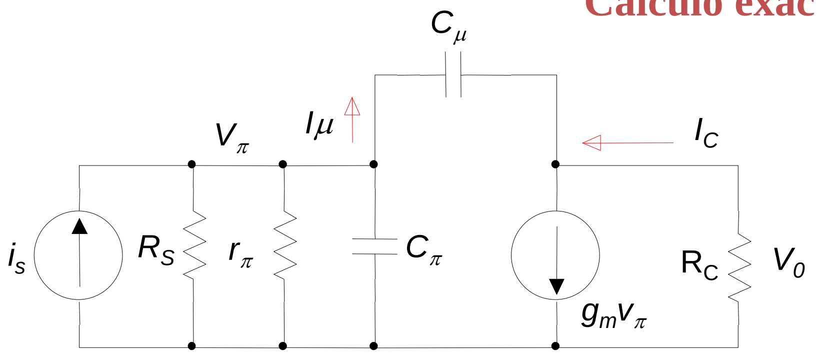
$$v_i = i_s R_s$$



$$A_V(s) \triangleq \frac{V_0}{V_i} = \frac{-I_c R_c}{I_s R_s} = -\frac{R_c}{R_s} A_I(s) = -\frac{r_\pi}{R_s + r_\pi} g_m R_c \cdot \frac{1}{1 + s/\omega_H}$$

La respuesta en frecuencia es la misma, sólo cambia la ganancia a frecuencias bajas

Ganancia de corriente del amplificador bipolar en emisor común. Cálculo exacto.



$$\begin{cases} i_s = v_\pi\left(\dfrac{1}{r_\pi} + \dfrac{1}{R_s} + s(C_\pi + C_\mu)\right) - v_o s C_\mu \\ -g_m v_\pi = v_o\left(\dfrac{1}{R_c} + sC_\mu\right) - v_\pi s C_\mu \end{cases}$$

Despejando vπ de la segunda ecuación, reemplazando en la primera, y operando se llega a una expresión de la forma:

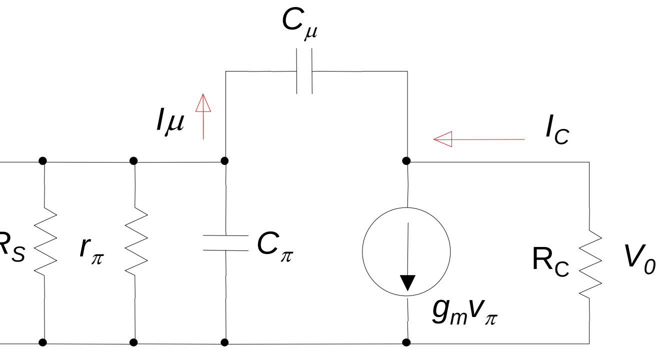
$$A_I(s) = A_{IO} \cdot \frac{1 - s/\omega_z}{1 + a_1 s + a_2 s^2}$$

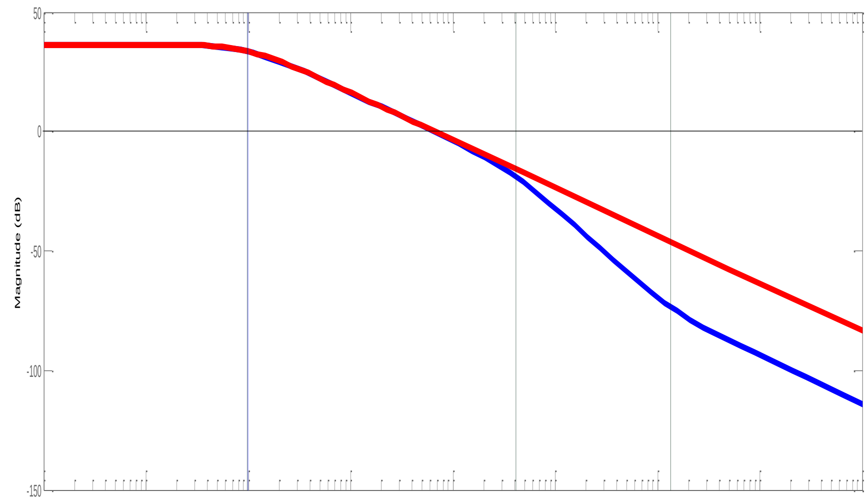
$$a_1 = r_\pi || R_s (C_\pi + C_m) + C_\mu R_c$$
$$a_2 = R_c \cdot r_\pi || R_s \cdot C_\mu C_\pi$$

Aquí quedan en evidencia el cero finito, el cero en infinito y un par de polos estables que son siempre reales y distintos en la realidad.

La expresión exacta de los polos es muy compleja

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN EMISOR COMÚN.
Ejemplo Numérico





Ejemplo: Ic=1mA, β=100, fT=500MHz, Cμ=0.3p, Rs=5K, Rc=4K

Cálculo aproximado

$$A_I(s) \cong \frac{\beta R_s}{R_s + r_\pi} \cdot \frac{1}{1 + s/\omega_H}$$

$$\boxed{f_H = 1.572MHz}$$

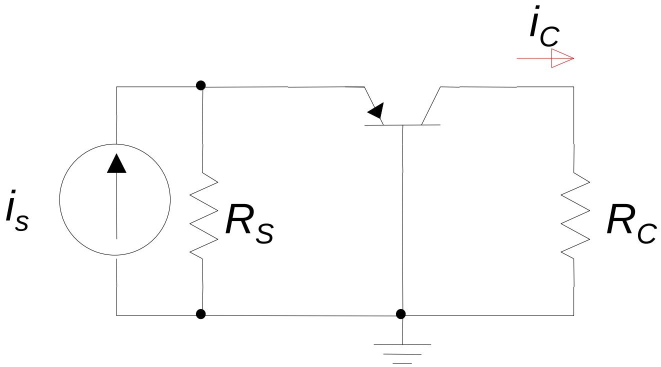
Cálculo exacto

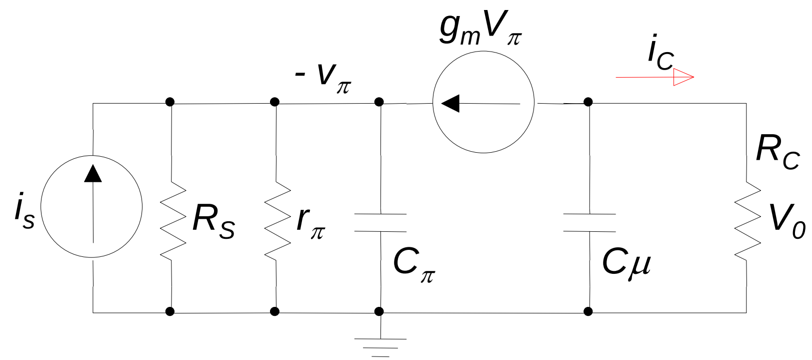
$$A_I(s) = A_{IO} \cdot \frac{1 - s/\omega_z}{1 + a_1 s + a_2 s^2}$$

$$\boxed{f_{H1} = 1.558MHz} \quad \boxed{f_Z = 21.2GHz}$$

$$\boxed{f_{H2} = 654MHz}$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN BASE COMÚN.
Ganancia de Corriente





El amplificador base común se usa habitualmente como adaptador de impedancia con ganancia de corriente unitaria.
Presenta baja resistencia de entrada (1/gm) y alta resistencia de salida (βro)
Transforma un mal generador de corriente en un buen generador de corriente

Por inspección vemos que hay dos capacidades independientes, ***entonces hay dos polos***
Además, los dos ceros están en infinito pues para s→∞ Cπ y Cμ son cortocircuitos para la señal

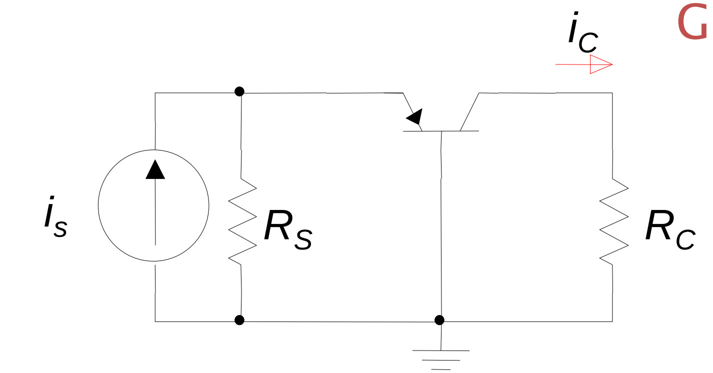
$$A_I(s) \triangleq \frac{I_c(s)}{I_s(s)} = \frac{A_{I0}}{(1+s/p_1).(1+s/p_2)}$$

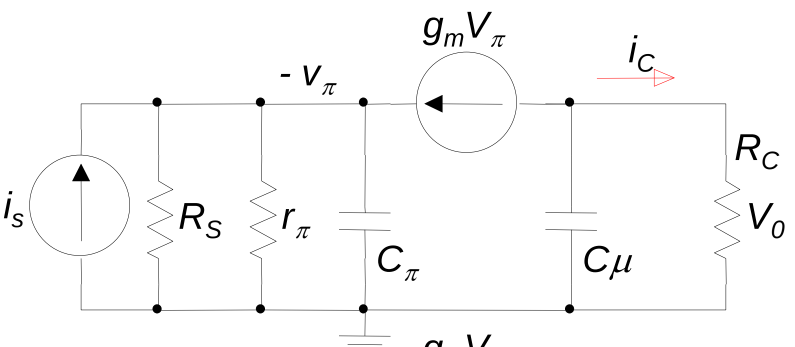
La ganancia a baja frecuencia es fácil de hallar suprimiendo los capacidades del circuito:

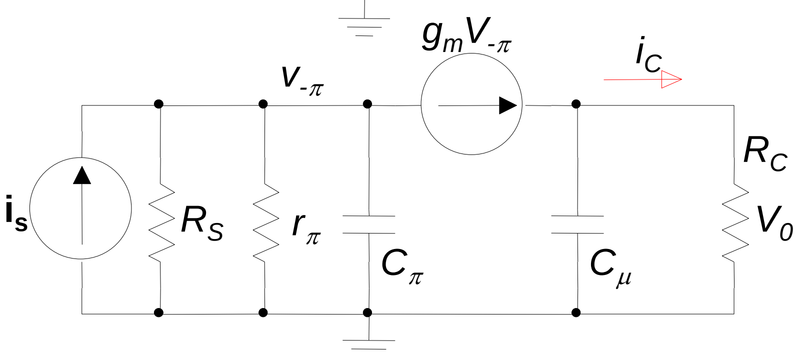
$$A_{Io} = \alpha \frac{g_m R_s}{1+g_m R_s} \simeq 1 \quad si \quad g_m R_s >> 1$$

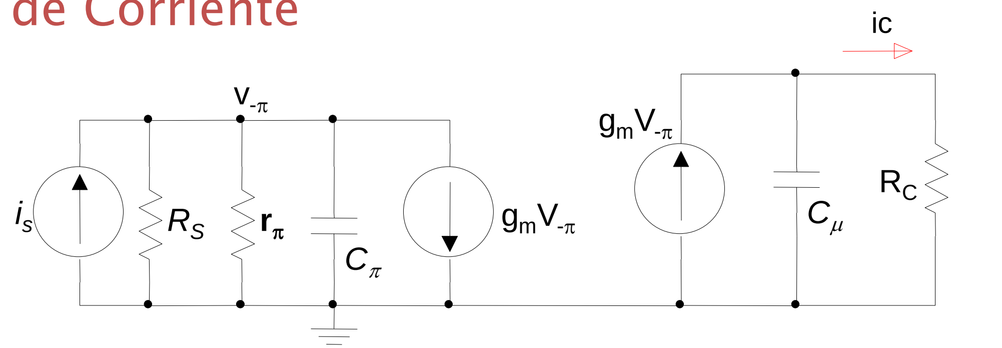
RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN BASE COMÚN.

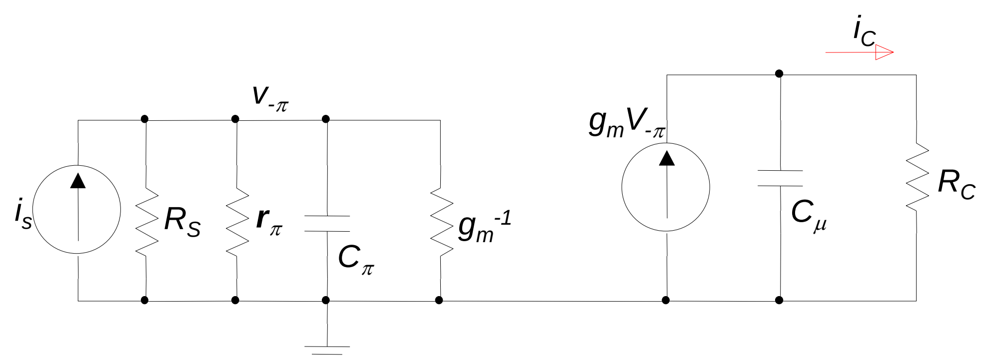
Ganancia de Corriente





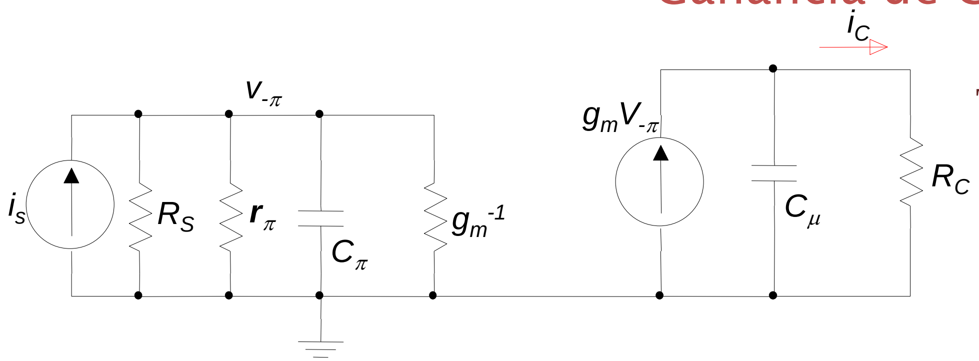






Tenemos en realidad dos circuitos RC de primer orden en cascada

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN BASE COMÚN.
Ganancia de Corriente



Tenemos en realidad dos circuitos RC en cascada

$$R_\pi = R_s || r_\pi || g_m^{-1} \cong \frac{R_s}{1 + g_m R_s}$$

$$\begin{cases} i_s = v_{-\pi}\left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{r_\pi} + g_m + sC_\pi\right) = \frac{v_{-\pi}}{R_\pi}(1 + sC_\pi R_\pi) \\ g_m v_{-\pi} = v_0\left(\frac{1}{R_c} + sC_\mu\right) = i_c(1 + sC_\mu R_c) \end{cases}$$

$$\Big\} A_I(s) \triangleq \frac{i_c(s)}{i_s(s)} = g_m R_\pi \frac{1}{1 + sC_\mu R_c} \frac{1}{1 + sC_\pi R_\pi}$$

Si $g_m R_s$>>1 (es decir la resistencia de la fuente no es demasiado baja): $R_\pi \simeq g_m^{-1}$

Despreciado en EC

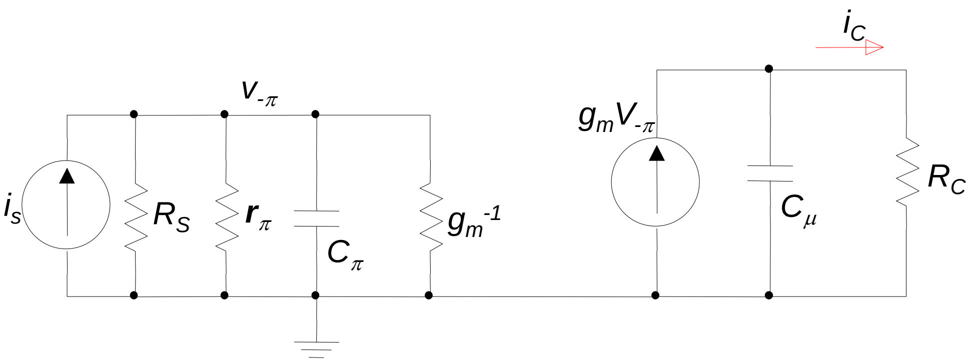
$$A_I(s) \cong \frac{1}{1 + sC_\mu R_c} \cdot \frac{1}{1 + sC_\pi / g_m}$$

$$\boxed{A_I(s) \cong \frac{1}{1 + s/\omega_c} \cdot \frac{1}{1 + s/\omega_T} \quad , \quad \omega_c = \frac{1}{C_\mu R_c}}$$

La ganancia de tensión resulta: $A_V(s) = \frac{R_c}{R_s} A_I(s)$

El BC se usa como amplificador de tensión de alta frecuencia

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN BASE COMÚN.
Ejemplo Numérico

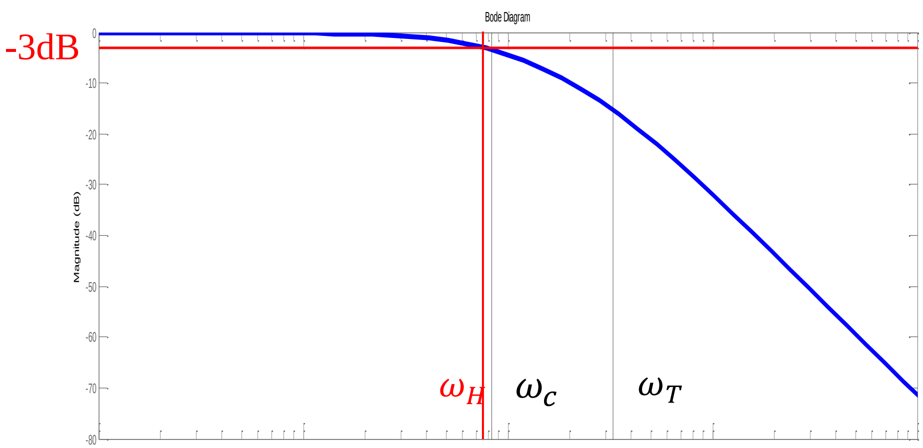


Ejemplo: Ic=1mA, β=100, fT=500MHz, Cμ=0.3p, Rs=5K, Rc=4K

$C_\pi = 12.4p \qquad r_\pi = 2K5 \qquad g_m^{-1} = 25$

$$R_\pi = R_s||r_\pi||g_m^{-1} \cong 25$$

$$A_I(s) \cong \frac{1}{1+s/\omega_c}\cdot\frac{1}{1+s/\omega_T} \quad , \quad f_c = \frac{1}{2\pi C_\mu R_c} = 132.2MHz$$

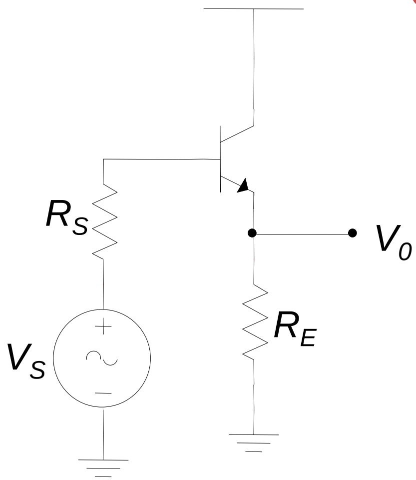


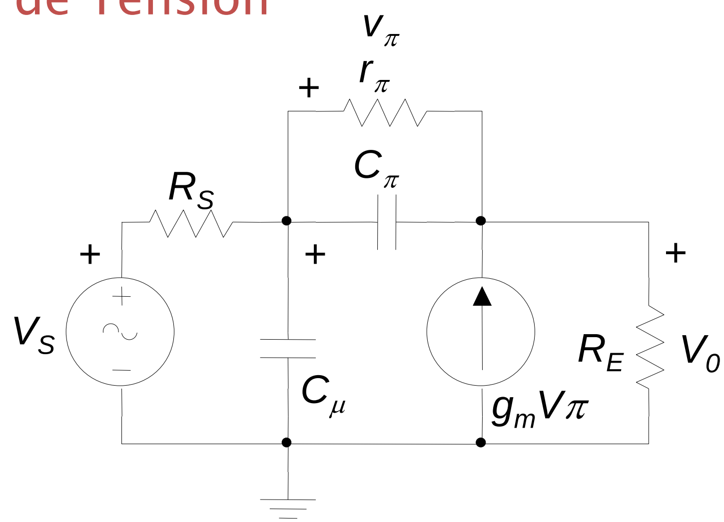
Ver que como los 2 polos están próximos (2déc), la frecuencia de corte es menor a ωc en un 6%

$$\boxed{f_H = f_{-3dB} = 124.8MHz}$$

El polo dominante como estimación de la frecuencia de corte puede ser optimista. Veremos cómo calcular cota conservativa

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN COLECTOR COMÚN.
Ganancia de Tensión





El amplificador colector común se usa habitualmente como adaptador de impedancia con ganancia de tensión unitaria.
Presenta alta resistencia de entrada ($r_\pi+\beta R_E$) y baja resistencia de salida ($(R_S+r_\pi)/\beta$)
Transforma un mal generador de tensión en un buen generador de tensión

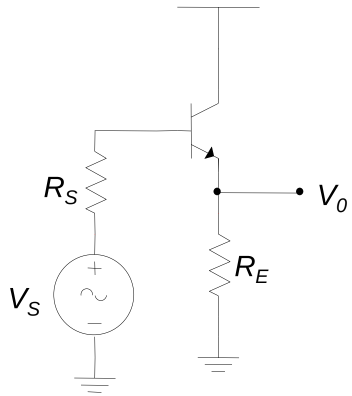
Por inspección vemos que hay dos capacidades independientes, ***entonces hay dos polos***
Además, un cero (asociado a C_μ) está en infinito mientras que el otro es finito (cuando $1/Z_\pi(s)+g_m=0$)

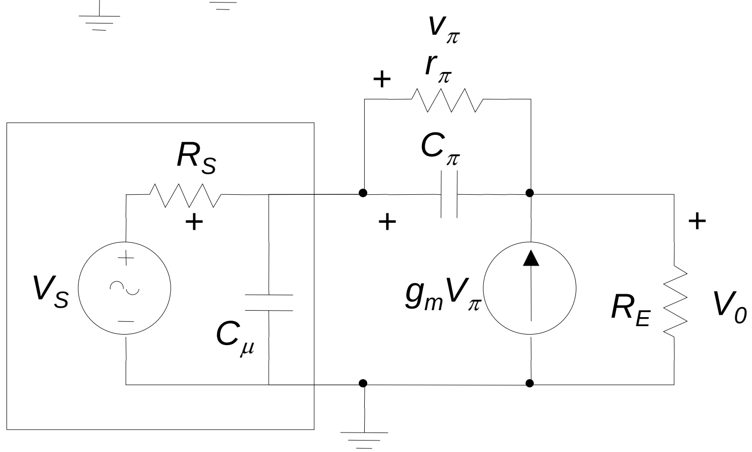
$$A_V(s) \triangleq \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{A_{V0}(1+s/z)}{(1+s/p_1).(1+s/p_2)}$$

La ganancia a baja frecuencia es fácil de hallar suprimiendo las capacidades del circuito:

$$A_{Vo} = \frac{(1+\beta)R_E}{R_S+r_\pi+(1+\beta)R_E} \simeq 1 \quad si \quad \beta R_E >> R_S, r_\pi$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN COLECTOR COMÚN.
Ganancia de Tensión

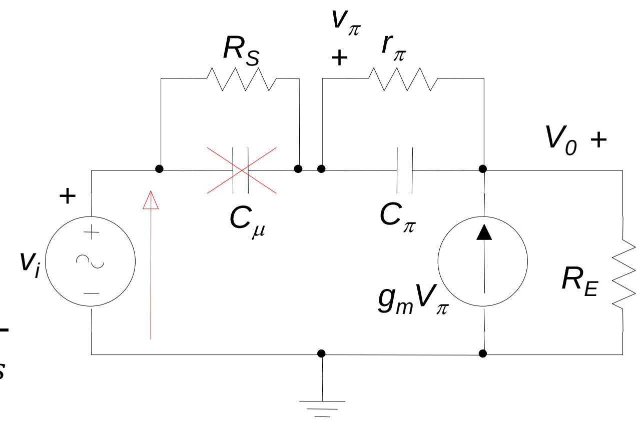




No tenemos una cascada de RC de primer orden como en BC, por lo que la respuesta en frecuencia es un poco más complicada.
No hay un polo asociado a cada capacitor, por lo que obtener expresiones de los polos no es trivial

Vemos que hay un divisor a la entrada. Aplicamos Thevenin:

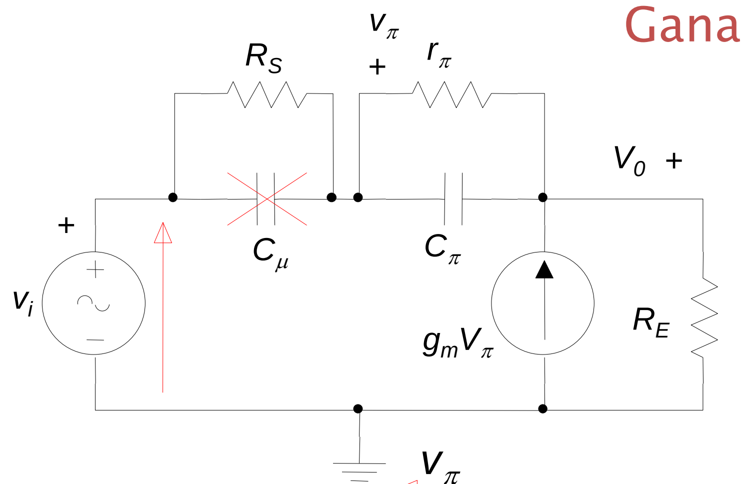
$$\frac{v_s}{1+sC_\mu R_s}$$

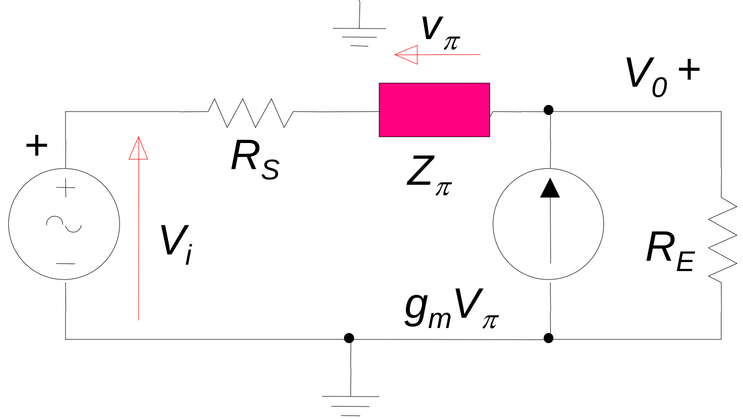


Aproximación: Si despreciamos Cμ en el circuito, ahora sí tenemos una cascada de RC.
Resolvemos Vo/Vi con única capacidad Cπ

$$A_V(s) \simeq \frac{1}{1+sC_\mu R_s} \cdot \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN COLECTOR COMÚN.
Ganancia de Tensión





$$Z_\pi(s) = \frac{r_\pi}{1 + sC_\pi r_\pi} = \frac{r_\pi}{1 + s/\omega_\pi},$$

$$\omega_\pi = \frac{1}{C_\pi r_\pi} \simeq \omega_\beta$$

La transferencia Vo/Vi(s) se puede resolver con teoría de circuitos clásica.

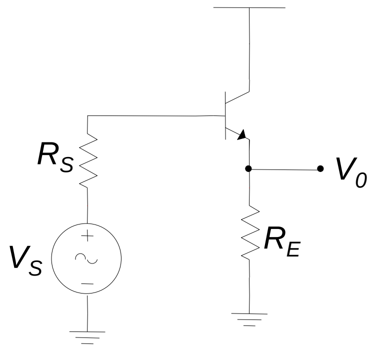
$si \quad \beta R_E >> R_S, r_\pi$

$$\frac{V_o}{V_i} \cong \frac{1 + \dfrac{s}{\omega_T}}{1 + \dfrac{s}{a \cdot \omega_T}}, \qquad a = \frac{R_E}{R_E + R_S}$$

Luego la transferencia Vo/Vs(s) resulta

$$\boxed{A_V(s) \simeq \frac{1}{1 + sC_\mu R_s} \cdot \frac{1 + \dfrac{s}{\omega_T}}{1 + \dfrac{s}{a \cdot \omega_T}}}$$

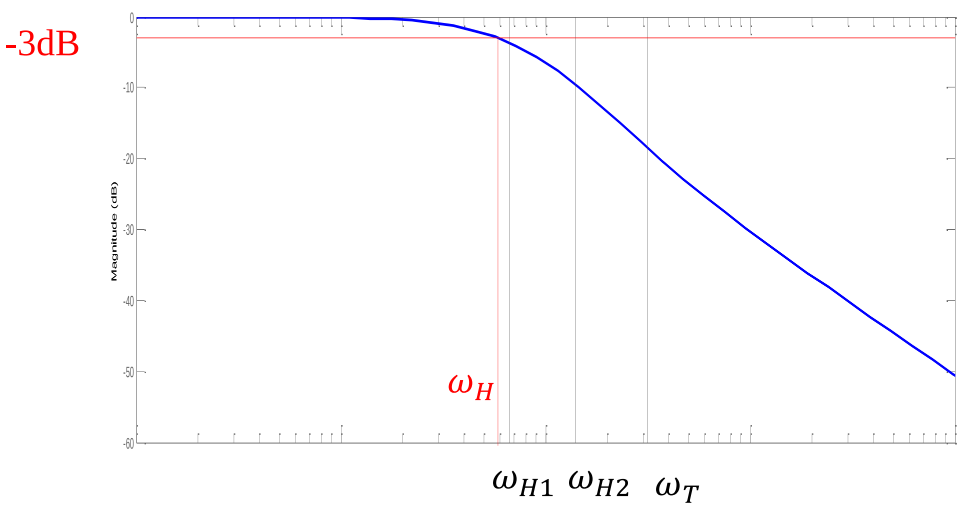
RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN COLECTOR COMÚN.
Ejemplo Numérico



$$A_V(s) \simeq \frac{1}{1 + sC_\mu R_s} \cdot \frac{1 + \frac{s}{\omega_T}}{1 + \frac{s}{a \cdot \omega_T}}, \qquad a = \frac{R_E}{R_E + R_S}$$

Ejemplo: Ic=1mA, β=100, fT=500MHz, Cμ=0.3p, Rs=5K, RE=4K $\quad C_\pi = 12.4p \quad r_\pi = 2K5$

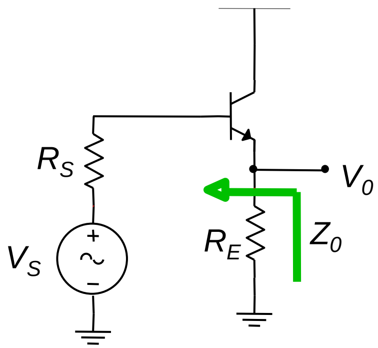
$\beta R_E >> R_S > r_\pi \qquad a = 4/9$



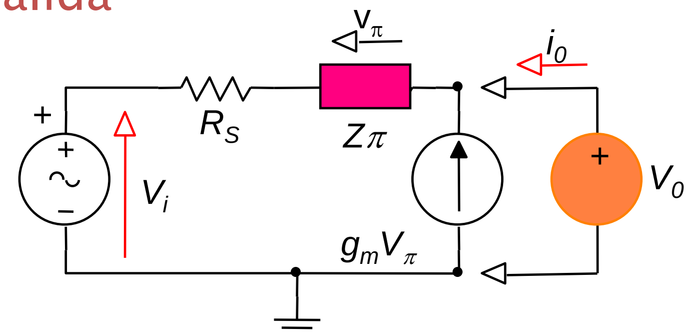
$$f_{H1} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{C_\mu R_S} = 106MHz$$
$$f_{H2} \cong a \cdot f_T = 222MHz$$
$$f_Z \cong f_T = 500MHz$$

$$f_H = f_{-3dB} = 98.7MHz$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL TRANSISTOR EN COLECTOR COMÚN.
Impedancia de Salida



El CC es muy usado como etapa de salida de amplif. discretos e integrados



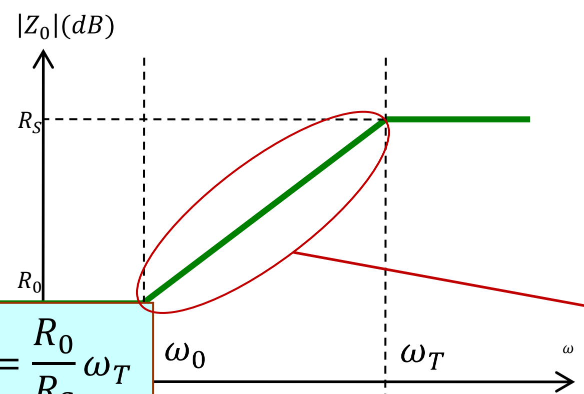
$$\left.\begin{aligned} i_0 &= \frac{v_0}{R_S + Z_\pi} - g_m v_\pi \\ v_\pi &= -\frac{Z_\pi}{R_S + Z_\pi} v_0 \end{aligned}\right\} \frac{i_0}{v_0} = \frac{1}{Z_0} = \frac{1 + g_m Z_\pi}{R_S + Z_\pi}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_0(0) = R_0 = \dfrac{R_S + r_\pi}{1+\beta} \\ Z_0(\infty) = R_S >> R_0 \quad typ. \end{cases}$$

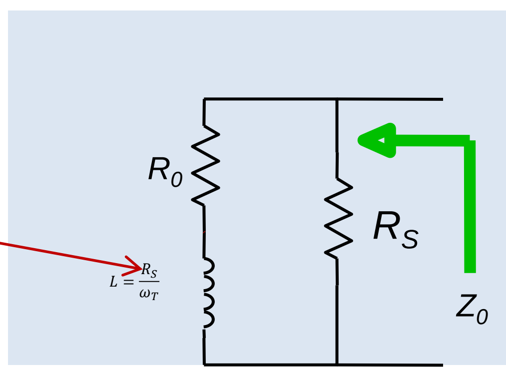
La impedancia tiene un polo en ω_T y un cero en $\omega_0 < \omega_T$

Ej: Ic=1mA, β=100, fT=500MHz Cμ=0.3p, Rs=5K, RE=4K, rπ=2K5

$$R_0 = 75\Omega$$
$$f_0 = 7.5MHz$$



$$\omega_0 = \frac{R_0}{R_S}\omega_T$$



Puede oscilar con cargas capacitivas, cables coaxiales.

RESPUESTA EN FRECUENCIA DE AMPLIFICADORES EN CASCADA SIN EFECTOS DE CARGA

Cuando se desea obtener una ganancia mayor a la que puede aportar una sola etapa, se conectan dos o más etapas en cascada. Estas etapas en general se cargan unas a otras. Veremos primero el caso ideal de etapas no interactuantes

Consideremos amplificadores de tensión de una etapa, que tengan elevada impedancia de entrada y baja impedancia de salida. Si los conectamos en cascada, no habrá efectos de carga.

$$A(s) = \frac{A_m}{1 + s/\omega_H}$$

Conectaremos n etapas idénticas de primer orden y frecuencia de corte ω_H en cascada:

$$A(s) = \frac{A_m}{1 + s/\omega_H} \quad A(s) = \frac{A_m}{1 + s/\omega_H} \quad \cdots \quad A(s) = \frac{A_m}{1 + s/\omega_H}$$

La ganancia resultante será:

$$\boxed{A_n(s) = \frac{A_m^n}{(1 + s/\omega_H)^n}}$$

Consideraremos tres casos diferentes:

a) Am = 1

b) Am = 10

c) Am = 0,2

y trazaremos los diagramas de Bode de amplitud y fase. El de fase es el mismo para los tres casos

RESPUESTA EN FRECUENCIA DE AMPLIFICADORES EN CASCADA SIN EFECTOS DE CARGA

$$A_n(s) = \frac{A_m^n}{(1 + s/\omega_H)^n}$$

ω_H es la frecuencia de corte de cada etapa individual, pero no la de la cascada

La frecuencia de corte de la cascada es aquella para la cual el módulo del denominador se hace igual a $(2)^{1/2}$

$$\left|1 + \frac{j\omega_{3dB}}{\omega_H}\right|^n = \sqrt{2}$$

de donde

$$\omega_{3dB} = \omega_H \sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$$

n=1	$\omega_{3dB} = \omega_H$
n=2	$\omega_{3dB} = 0{,}61\ \omega_H$
n=3	$\omega_{3dB} = 0,\ 51\omega_H$
n=4	$\omega_{3dB} = 0{,}13\omega_H$

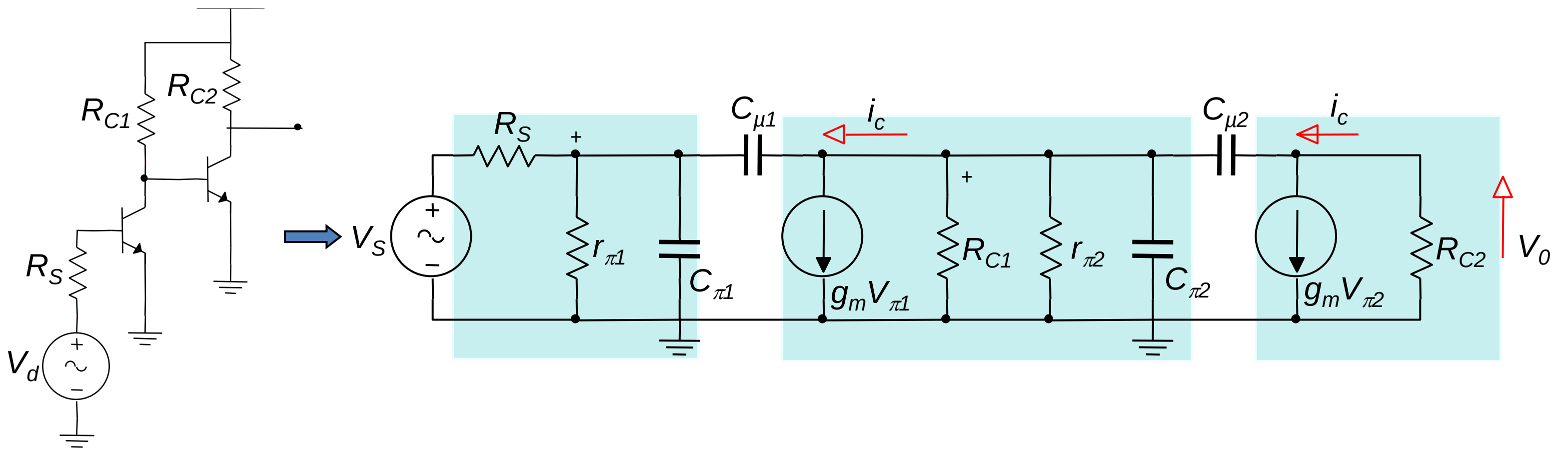
Podemos definir el producto (ganancia a baja frecuencia) * (ancho de banda), como A.BW

$$A.BW = A_m^n.\,\omega_H \sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$$

Tomando Am =10
y $\omega_H = 10^6$ resulta:

n=1	$A_m{}^n.\ \omega_{3dB} = 10.10^6$
n=2	$A_m{}^n.\ \omega_{3dB} = 61.10^6$
n=3	$A_m{}^n.\ \omega_{3dB} = 510.10^6$
n=4	$A_m{}^n.\ \omega_{3dB} = 1300.\ 10^6$

Consideremos el caso de dos etapas en conexión emisor común conectadas en cascada (EC-EC).



Por un lado está el efecto de carga (resistivo) conocido, pero eso no es problema.

El mayor problema para el cálculo es la presencia de los capacitores C_μ que conectan las salidas con las entradas, cuyo efecto ya hemos visto según el enfoque de Miller.

Las aproximaciones realizadas para la etapa EC simple pueden no ser válidas por la carga capacitiva que representa la etapa siguiente

Una manera de abordar el problema de manera más sencilla, es mediante el llamado **Método de las Constantes de Tiempo.**
Es un enfoque sistemático para el cálculo de los polos de amplificadores RC, que utilizaremos para calcular la respuesta a altas frecuencias y en particular el polo dominante.
Recordemos algunos aspectos vinculados al concepto de polo dominante de la respuesta en alta frecuencia de un amplificador multietapa.

Consideremos brevemente algunas propiedades de la transferencia de un amplificador.

Sea por ejemplo el caso de un amplificador con tres polos.

$$A(s) = \frac{A_m}{(1+\frac{s}{p_1})(1+\frac{s}{p_2})(1+\frac{s}{p_3})} = \frac{A_m}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3}$$

donde $a_1 = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3}$ $\quad a_2 = \frac{1}{p_1 p_2} + \frac{1}{p_1 p_3} + \frac{1}{p_2 p_3}$ $\quad a_3 = \frac{1}{p_1 p_2 p_3}$

consideremos el caso en que p_1 sea dominante, y los polos separados: $p_1 << p_2 << p_3$ entonces

$$a_1 \cong \frac{1}{p_1} \Longrightarrow p_1 \cong \frac{1}{a_1}$$

$$a_2 \cong \frac{1}{p_1 p_2} \cong \frac{a_1}{p_2} \Longrightarrow p_2 \cong \frac{a_1}{a_2}$$

$$a_3 = \frac{1}{p_1 p_2 p_3} \cong \frac{a_2}{p_3} \Longrightarrow p_3 \cong \frac{a_2}{a_3}$$

Estas aproximaciones nos indican que los polos pueden calcularse directamente a partir de los ai

Desde el punto de vista práctico, a1 alcanza para obtener la frecuencia de corte (aproximación del polo dominante)

$$\boxed{\omega_H = \omega_{3dB} \cong \frac{1}{a_1}}$$

Consideremos brevemente algunas propiedades de la transferencia de un amplificador.

Sea por ejemplo el caso de un amplificador con tres polos.

$$A(s) = \frac{A_m}{(1+\frac{s}{p_1})(1+\frac{s}{p_2})(1+\frac{s}{p_3})} = \frac{A_m}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3}$$

donde $a_1 = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3}$ $\quad a_2 = \frac{1}{p_1 p_2} + \frac{1}{p_1 p_3} + \frac{1}{p_2 p_3}$ $\quad a_3 = \frac{1}{p_1 p_2 p_3}$

consideremos el caso en los polos no están separados: $p_1 \leq p_2 \leq p_3$ entonces

$$a_1 = \frac{1}{p_1} + \sum_2 \frac{1}{p_i} = \frac{1}{p_1}\left(\sum_1 \frac{p_1}{p_i}\right) \Longrightarrow \widehat{\omega}_{3dB} = \frac{1}{a_1} = \frac{p_1}{\sum \frac{p_1}{p_i}} < p_1$$

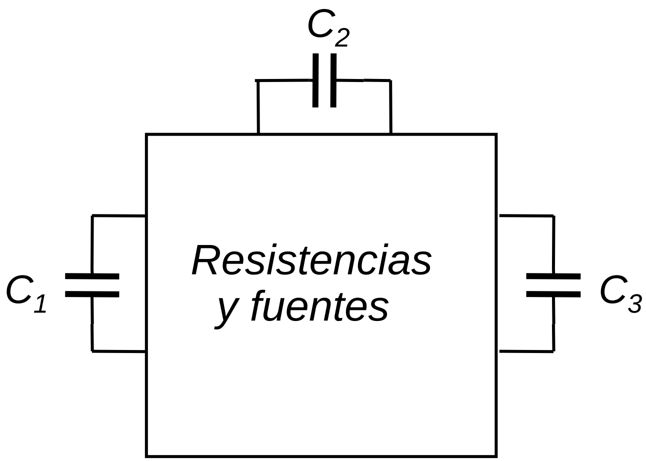
Es decir que $1/a_1$ es una estimación de la frecuencia de corte más conservadora (pesimista) de la frecuencia de corte que el polo dominante p_1

Ej: $p_3 = 10p_2 = 10p_1$, $\quad \omega_{3dB} = 0.99p_1$, $\quad \widehat{\omega}_{3dB} = 0.91p_1$ $\qquad$ Error:+1/-8%

$p_3 = 100p_2 = p_1$, $\quad \omega_{3dB} = 0.64p_1$, $\quad \widehat{\omega}_{3dB} = 0.5p_1$ $\qquad$ Error:+56/-22%

MÉTODO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO

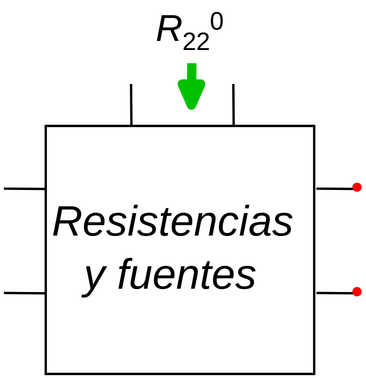
Consideremos un circuito formado por resistencias y fuentes de corriente y de tensión, con N capacitores independientes que han sido sacados afuera según se indica en la figura



El coeficiente a_1 de la transferencia puede calcularse mediante la suma de constantes de tiempo asociadas a cada uno de los capacitores

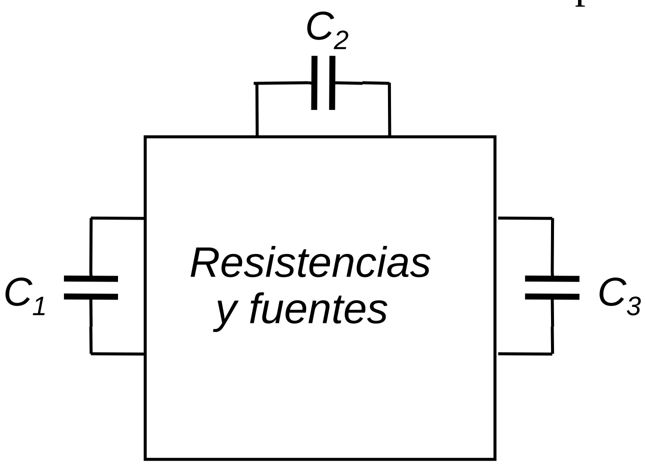
$$a_1 = \sum R_{ii}^0 C_i = R_{11}^0 C_1 + R_{22}^0 C_2 + R_{33}^0 C_3 + \cdots$$

Donde R_{ii}^0 son las resistencias "vistas" por cada C_i con los demás capacitores en circuito abierto.



Esto nos permite calcular todas las constantes de tiempo, llamadas de circuito abierto o de frecuencia cero.

El coeficiente a_2 se puede demostrar que se determina mediante una suma de productos de constantes de tiempo. Por ejemplo, para el caso de 3 capacitores:



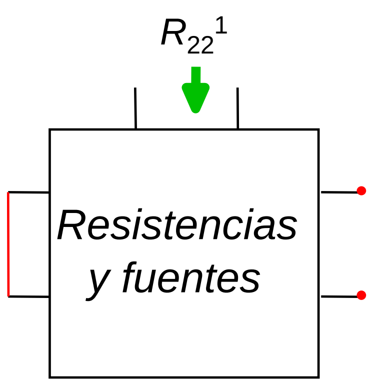
$$a_2 = R_{11}^0 C_1 R_{22}^1 C_2 + R_{11}^0 C_1 R_{33}^1 C_3 + R_{22}^0 C_2 R_{33}^2 C_3$$

en la que la expresión general es: $R_{ii}^0 C_i R_{jj}^i C_j$

que verifica: $R_{ii}^0 C_i R_{jj}^i C_j = R_{jj}^0 C_j R_{ii}^j C_i$

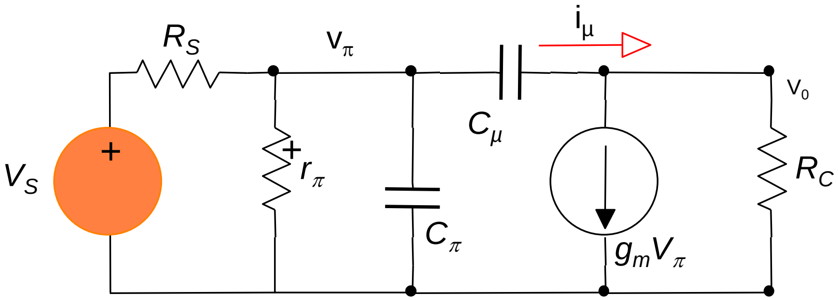
Las resistencias R_{ii}^0 son, como antes, las resistencias de frecuencia cero,

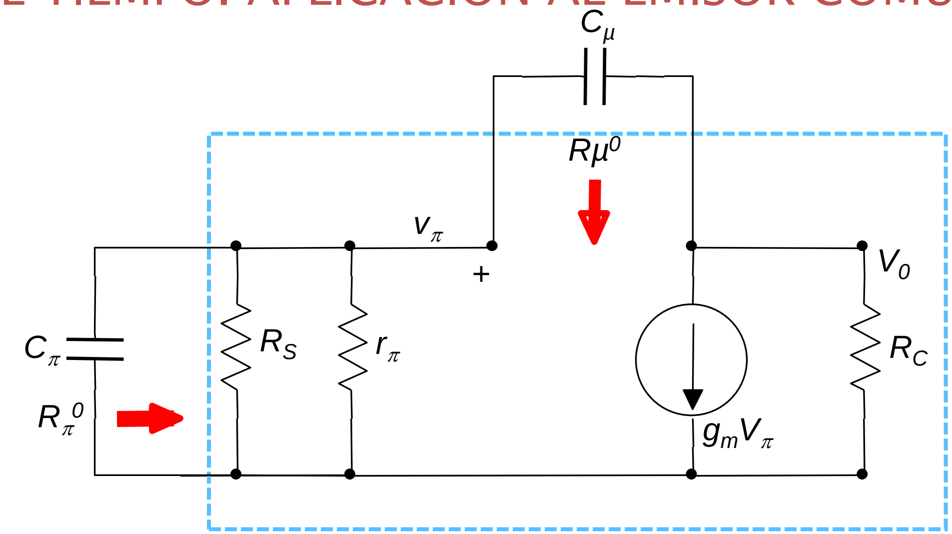
mientras que las resistencias R_{jj}^i se calculan mediante la regla siguiente:
El subíndice (jj) indica los terminales desde donde se calcula la R y el superíndice (i) indica la capacitancia en cc. Todos los capacitores no indicados ni en el subíndice ni en el superíndice van en ca.



Por ejemplo la resistencia R_{22}^1

es la R vista por C2 con C1 en cc y C3 en ca



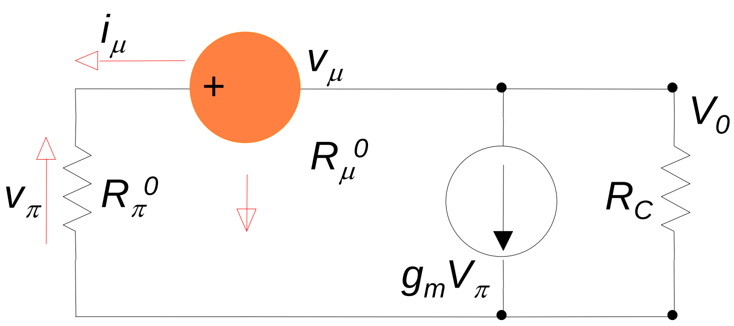


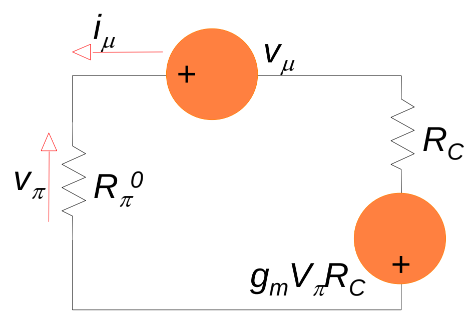
Hemos "sacado los capacitores afuera", quedando adentro sólo las R y fuentes.

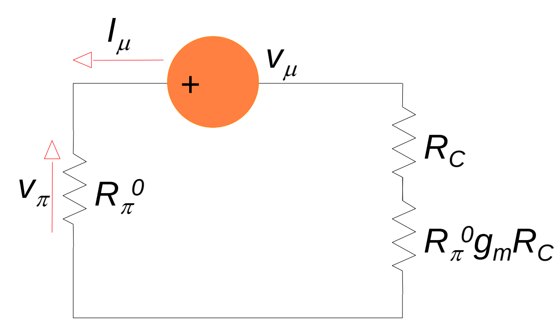
Calculamos las resistencias $R^0_\pi \cdot y \cdot R^0_\mu$ vistas por cada capacitor:

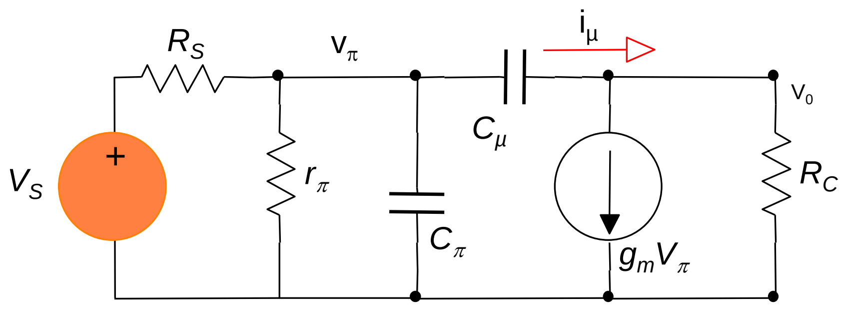
R^0_π es fácil: $\boxed{R^0_\pi = r_\pi || R_s}$

R^0_μ es más difícil. Mediante algunas transformaciones circuitales: $\boxed{R^0_\mu = r_\pi || R_s (1 + g_m R_c) + R_c}$









$$R_\pi^0 = r_\pi || R_s$$

$$R_\mu^0 = r_\pi || R_s(1 + g_m R_c) + R_c$$

$$a_1 = R_\pi^0 C_\pi + R_\mu^0 C_\mu = r_\pi || R_s[C_\pi + (1 + g_m R_c)C_\mu] + C_\mu R_c$$

$$\boxed{\widehat{\omega}_{3dB} = \frac{1}{r_\pi || R_s(C_\pi + C_m) + C_\mu R_c}}$$

donde $C_m = (1 + g_m R_c) C_\mu$

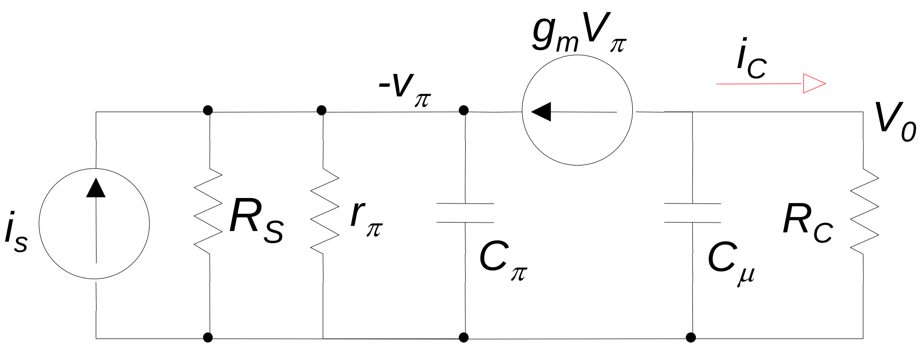
Ejemplo: Ic=1mA, β=100, fT=500MHz, Cμ=0.3p, Rs=5K, Rc=4K

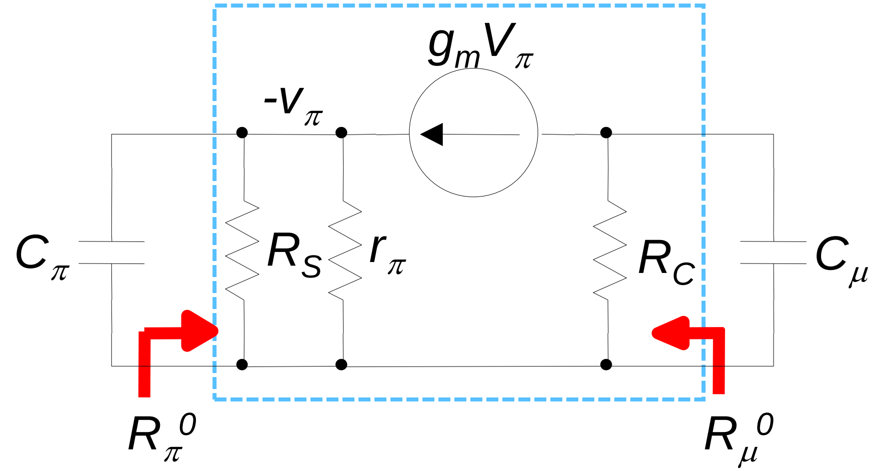
$C_\pi = 12.4p$

$r_\pi = 2K5$

$g_m^{-1} = 25$

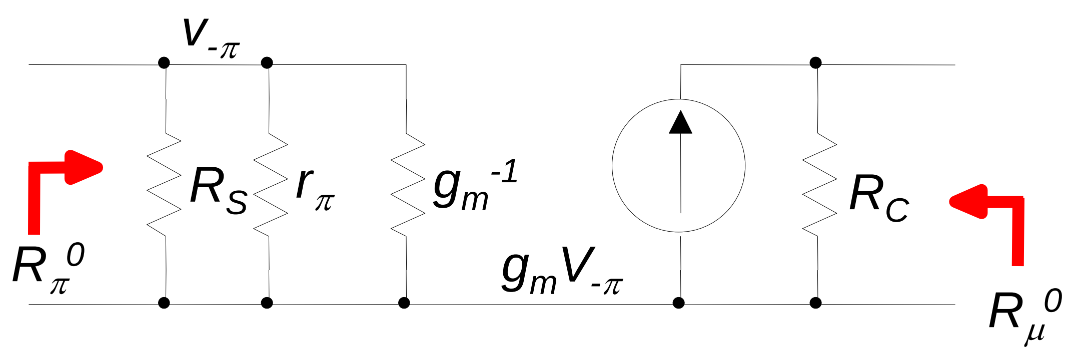
$$\boxed{\hat{f}_{-3dB} \cong f_{-3dB} \cong f_{H1} = 1.56MHz}$$





Hemos “sacado los capacitores afuera”, quedando adentro sólo las R y fuentes.

Calculamos las resistencias $R_\pi^0 \cdot y \cdot R_\mu^0$ vistas por cada capacitor:

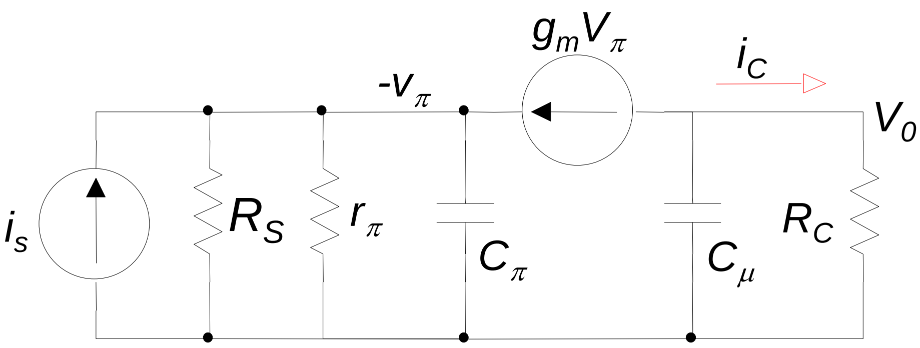


$$\boxed{R_\pi^0 = R_S||r_\pi||g_m^{-1} \cong \frac{R_S}{1+g_mR_S}}$$

$$\boxed{R_\mu^0 = R_C}$$

(véase que Vπ=0 para el cálculo de Rμ)

MÉTODO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO. APLICACIÓN AL BASE COMÚN



$$R_\pi^0 = R_S||r_\pi||g_m^{-1} \cong \frac{R_S}{1+g_mR_S} \qquad \cong g_m^{-1} \quad si\ g_mR_S >> 1$$

$$R_\mu^0 = R_C$$

$$a_1 = R_\pi^0 C_\pi + R_\mu^0 C_\mu = \frac{R_s}{1+g_mR_s} C_\pi + C_\mu R_c \qquad a_1 \simeq \frac{1}{\omega_T} + C_\mu R_c \quad si\ g_mR_S >> 1,\ C_\pi >> C_\mu$$

$$\boxed{\begin{aligned} f_{H1} &\cong \frac{1}{2\pi C_\mu R_c} = 132.2MHz \\ f_{H2} &\cong f_T = 500MHz \end{aligned}}$$

Ejemplo: Ic=1mA, β=100, fT=500MHz, Cμ=0.3p, Rs=5K, Rc=4K

$C_\pi = 12.4p$ $\qquad R_\pi^0 = R_s||r_\pi||g_m^{-1} \cong 25$

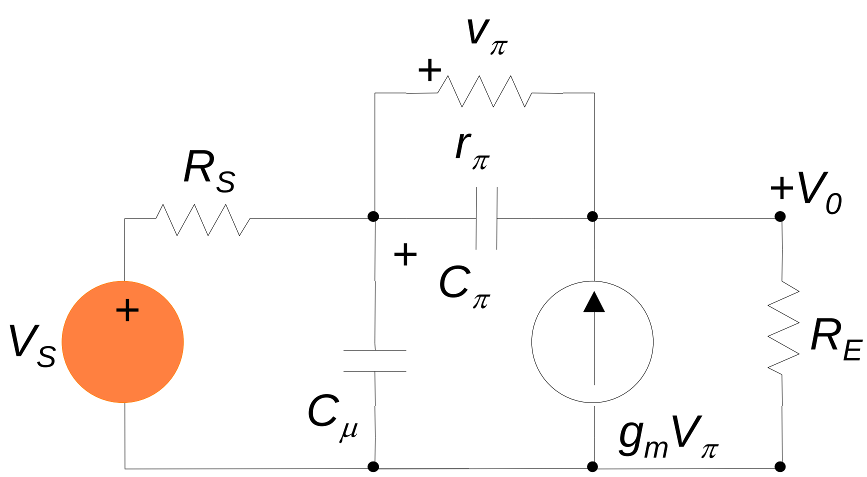
$r_\pi = 2K5$

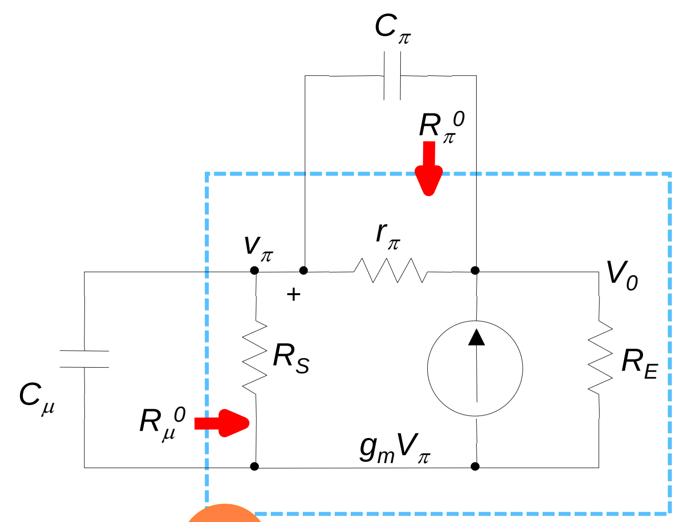
$g_m^{-1} = 25$ $\qquad R_\mu^0 = R_C = 4K$

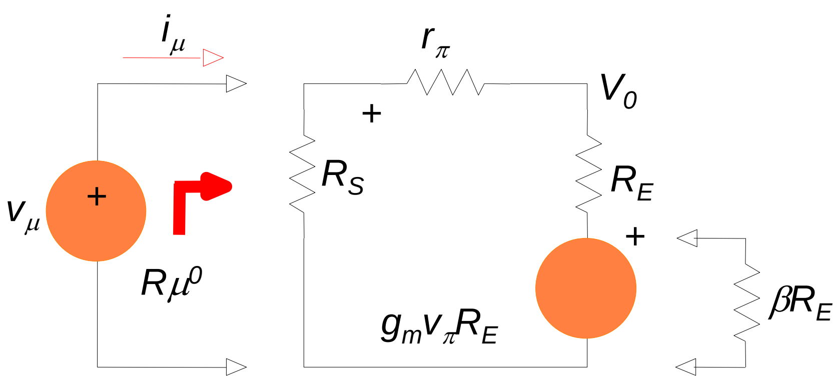
$$\boxed{f_{-3dB} = 124.8MHz}$$

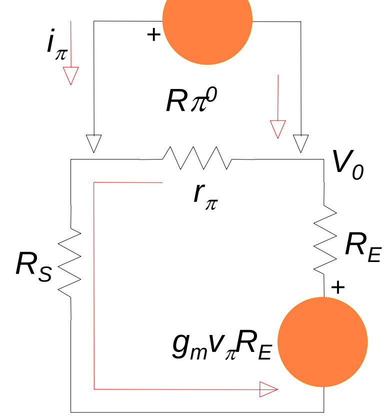
$$\boxed{\hat{f}_{-3dB} = \frac{1}{a_1} \cong \frac{f_T}{1+\omega_T C_\mu R_c} = 104MHz}$$

MÉTODO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO. APLICACIÓN AL COLECTOR COMÚN







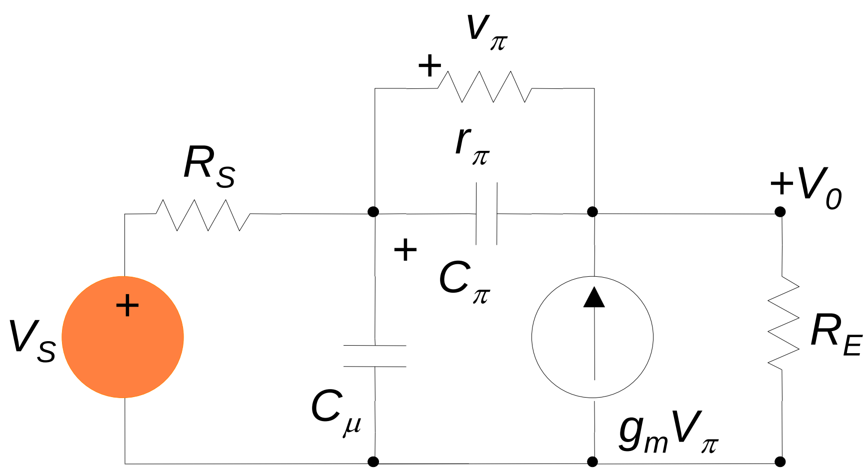


$$v_\pi(1 + g_mR_E) = i_S(R_S + R_E)$$

$$\boxed{R_\mu^0 = R_S||(r_\pi + (1 + \beta)R_E)}$$

$$\boxed{R_\pi^0 = r_\pi||(\frac{R_S + R_E}{1 + g_mR_E})}$$

MÉTODO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO. APLICACIÓN AL COLECTOR COMÚN



$$R_\mu^0 = R_S||(r_\pi + (1+\beta)R_E) \simeq R_S \quad si\ \beta R_E >> R_S$$

$$R_\pi^0 = r_\pi||(\frac{R_S + R_E}{1 + g_m R_E}) \simeq g_m^{-1}\frac{R_S + R_E}{R_E} \quad si\ \beta R_E >> R_S, r_\pi$$

$$a_1 = R_\pi^0 C_\pi + R_\mu^0 C_\mu \simeq \frac{1}{\omega_T}\frac{R_s + R_E}{R_E} + C_\mu R_s$$

Ejemplo: Ic=1mA, β=100, fT=500MHz, Cμ=0.3p, Rs=5K, RE=4K

$C_\pi = 12.4p$ $\qquad R_\mu^0 \cong R_S = 5K$

$r_\pi = 2K5$

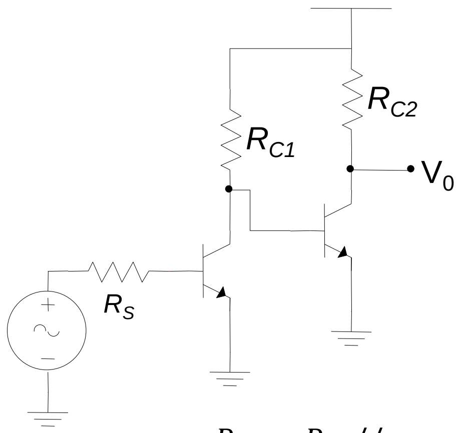
$g_m^{-1} = 25$ $\qquad R_\pi^0 \cong g_m^{-1}\frac{R_S + R_E}{R_E} \cong 56$

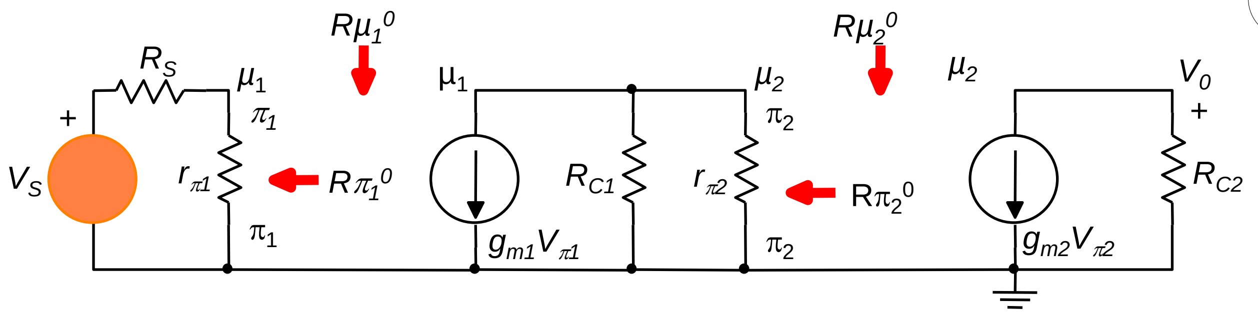
$$f_{H1} = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{C_\mu R_S} = 106MHz$$
$$f_{H2} \cong a \cdot f_T = 222MHz$$
$$f_Z \cong f_T = 500MHz$$

$$f_{-3dB} = 98.7MHz$$

$$\hat{f}_{-3dB} = \frac{1}{a_1} \cong \frac{f_T}{(1 + \frac{R_S}{R_E}) + \omega_T C_\mu R_s} = 72MHz$$

utilizaremos el método de las constantes de tiempo para analizar este caso





$R_{L1} = R_{C1}//r_{\pi 2}$

$R_{L2} = R_{C2}$

calculamos las resistencias vistas por cada capacitor y luego sumamos las constantes de tiempo para obtener a_1

$$R_{\pi 1}^0 = r_{\pi 1}//R_{s1}$$

$$R_{\mu 1}^0 = R_{\pi 1}^0(1 + g_m R_{L1}) + R_{L1}$$

$$R_{\pi 2}^0 = r_{\pi 2}//R_{C1}$$

$$R_{\mu 2}^0 = R_{\pi 2}^0(1 + g_m R_{L2}) + R_{L2}$$

$$a_1 = \sum \Gamma_i = R_{\pi 1}^0 C_{\pi 1} + R_{\mu 1}^0 C_{\mu 1} + R_{\pi 2}^0 C_{\pi 2} + R_{\mu 2}^0 C_{\mu 2}$$

Reemplazando valores y agrupando:

$$a_1 = R_{s1}//r_{\pi 1}(C_{\pi 1} + C_{M1}) + R_{L1}C_{\mu 1} + R_{C1}//r_{\pi 2}(C_{\pi 2} + C_{M2}) + R_{L2}C_{\mu 2}$$

MÉTODO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO. ETAPAS EMISOR COMÚN EN CASCADA

$$a_1 = R_{s1}//r_{\pi1}(C_{\pi1} + C_{M1}) + R_{L1}C_{\mu1} + R_{C1}//r_{\pi2}(C_{\pi2} + C_{M2}) + R_{L2}C_{\mu2}$$

donde $C_{M1} = (1 + g_{m1}R_{L1})C_{\mu1}$ $\quad C_{M2} = (1 + g_{m2}R_{L2})C_{\mu2}$ y definiendo:

$$a_{11} = R_{s1}//r_{\pi1}(C_{\pi1} + C_{M1}) + R_{L1}C_{\mu1} \qquad a_{12} = R_{C1}//r_{\pi2}(C_{\pi2} + C_{M2}) + R_{L2}C_{\mu2}$$

obsérvese que el término a_{11} es el coeficiente a_1 de la primera etapa cargada, mientras que el coeficiente a_{12} es el coeficiente a_1 de la segunda etapa cargada. Por lo tanto sus inversas coinciden con las frecuencias de -3dB de las respectivas etapas.

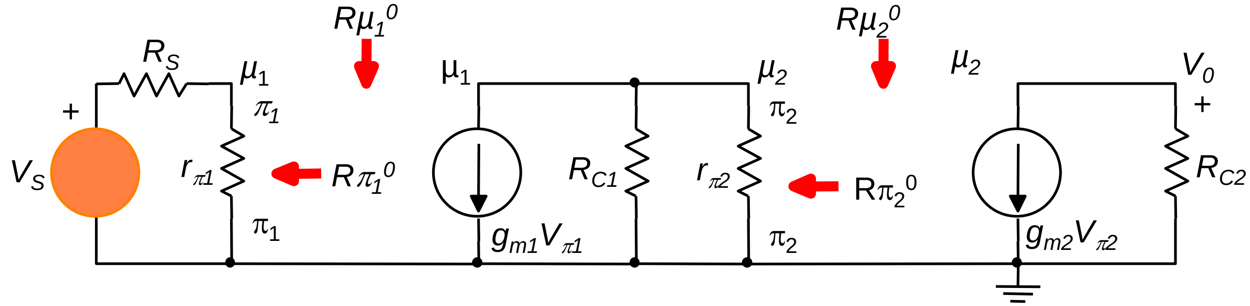
$$a_1 = a_{11} + a_{12} \qquad a_{11} + a_{12} = \frac{1}{\widehat{\omega}_{3dB1}} + \frac{1}{\widehat{\omega}_{3dB2}}$$

$$\boxed{\widehat{\omega}_{3dB} = \frac{1}{a_{11} + a_{12}} = \frac{1}{\dfrac{1}{\widehat{\omega}_{3dB1}} + \dfrac{1}{\widehat{\omega}_{3dB2}}}}$$

Vemos que la constante de tiempo a_1 crece aditivamente con el número de etapas, mientras que la ganancia en cc total crece multiplicativamente con el número de etapas

Ejemplo: β=100, fT=500MHz, Cμ=0.3p, Rs=5K, Rc1= Rc2=4K
Ic1=1mA, Ic2=2mA.

$$g_{m1} = 40m \qquad g_{m2} = 80m$$
$$r_{\pi 1} = 2.5K \qquad r_{\pi 2} = 1.25K$$
$$C_{\pi 1} = 12.4p \qquad C_{\pi 2} = 25.1p$$



$$R_{L1} = R_{C1}//r_{\pi 2}$$
$$R_{L2} = R_{C2}$$

$$R_{\pi 1}^0 = r_{\pi 1}//R_{s1} \quad = 1.54K$$
$$R_{\mu 1}^0 = R_{\pi 1}^0(1 + g_m R_{L1}) + R_{L1} \quad = 61K$$

$$R_{\pi 2}^0 = r_{\pi 2}//R_{C1} \quad = R_{L1} = 950$$
$$R_{\mu 2}^0 = R_{\pi 2}^0(1 + g_m R_{L2}) + R_{L2} \quad = 309K$$

$$\tau_{\pi 1} = C_{\pi 1}R_{\pi 1}^0 \quad = 19ns$$
$$\tau_{\mu 1} = C_{\mu 1}R_{\mu 1}^0 \quad = 18ns$$
$$\tau_{\pi 2} = C_{\pi 2}R_{\pi 2}^0 \quad = 24ns$$
$$\tau_{\mu 2} = C_{\mu 2}R_{\mu 2}^0 \quad = 93ns$$

$$a_{11} = \tau_{\pi 1} + \tau_{\mu 1} = 37ns$$
$$a_{12} = \tau_{\pi 2} + \tau_{\mu 2} = 117ns$$
$$a_1 = a_{11} + a_{12} = 154ns$$

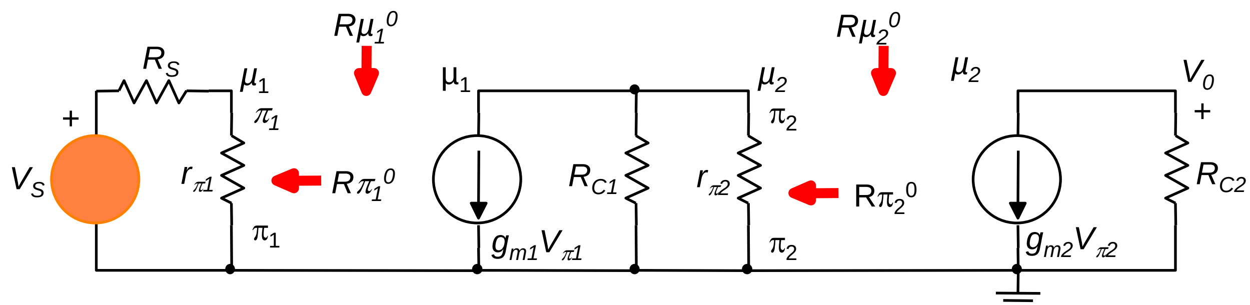
$$\hat{f}_{3dB1} = \frac{1}{2\pi a_{11}} = 4.3MHz$$
$$\hat{f}_{3dB2} = \frac{1}{2\pi a_{12}} = 1.4MHz$$
$$\hat{f}_{3dB} = \frac{1}{2\pi a_1} = 1MHz$$

Ejemplo: β=100, fT=500MHz, Cμ=0.3p, Rs=5K, Rc1= Rc2=4K
Ic1=1mA, Ic2=2mA.

$g_{m1} = 40m \qquad g_{m2} = 80m$

$r_{\pi1} = 2.5K \qquad r_{\pi2} = 1.25K$

$C_{\pi1} = 12.4p \qquad C_{\pi2} = 25.1p$



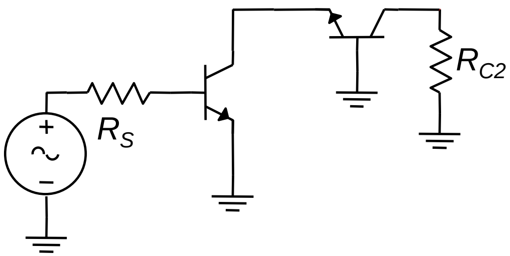
$$A_{V1} = -\frac{r_{\pi1}}{R_S + r_{\pi1}} g_{m1} R_{C1} = -53 \qquad \hat{f}_{3dB1} = \frac{1}{2\pi a_{11}} = 4.3MHz \qquad A_{V1}\hat{f}_{3dB1} = 228MHz$$

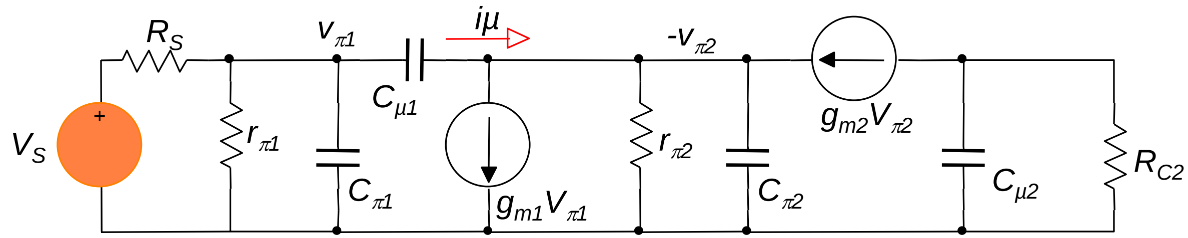
$$A_{V2} = -\frac{r_{\pi2}}{R_{C1} + r_{\pi2}} g_{m2} R_{C2} = -76 \qquad \hat{f}_{3dB2} = \frac{1}{2\pi a_{12}} = 1.4MHz \qquad A_{V2}\hat{f}_{3dB2} = 103MHz$$

$$\boxed{A_V = A_{V1} A_{V2} \cong 4000} \qquad \boxed{A_V \hat{f}_{3dB} \cong 4000MHz}$$

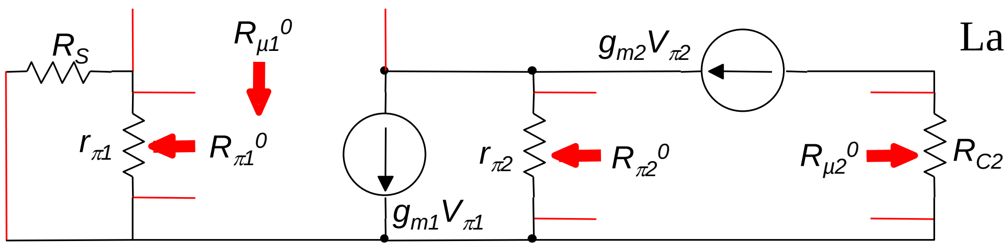
MÉTODO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO. AMPLIFICADOR CASCODE

Montaje Cascode: EC (SC) seguido por un BC (GC)   Sup. $I_{C1}=I_{C2} \rightarrow g_{m1}=g_{m2}$





El EC gana β en corriente y el BC gana 1, como están en cascada la ganancia de corriente total es β



La ganancia de tensión del circuito es igual a la del EC

$$A_v = -\frac{r_{\pi 1}}{r_{\pi 1} + R_s} \cdot g_m R_{C2}$$

Para calcular la frecuencia de corte determinamos a_{11} de la primera etapa cargada y a_{12} de la segunda

$$a_{11} = R_{\pi 1}^{0} C_{\pi 1} + R_{\mu 1}^{0} C_{\mu 1}$$

$$R_{\pi 1}^{0} = r_{\pi 1} // R_s$$

$$R_{\mu 1}^{0} = r_{\pi 1} // R_s (1 + g_{m1} R_{in2}) + R_{in2}$$

$$a_{11} = R_s // r_{\pi 1} (C_{\pi 1} + 2C_{\mu 1}) + \frac{C_{\mu 1}}{g_m}$$

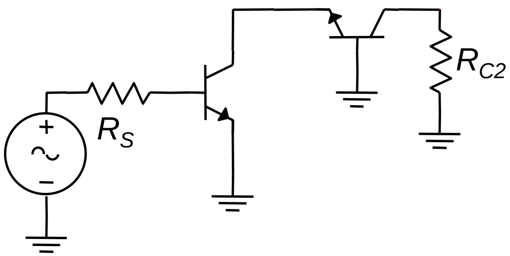
$$R_{in2} = r_{\pi 2} || \frac{1}{g_m} \cong \frac{1}{g_m}$$

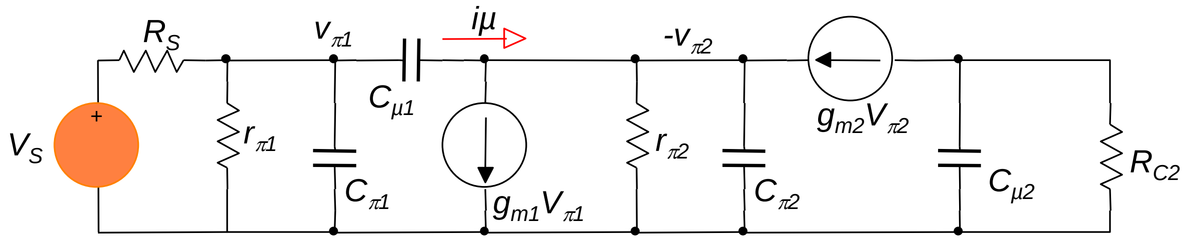
$$\boxed{C_{M1} = (1 + g_m R_{in2}) C_{\mu 1} = 2C_{\mu 1}}$$

MÉTODO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO. AMPLIFICADOR CASCODE

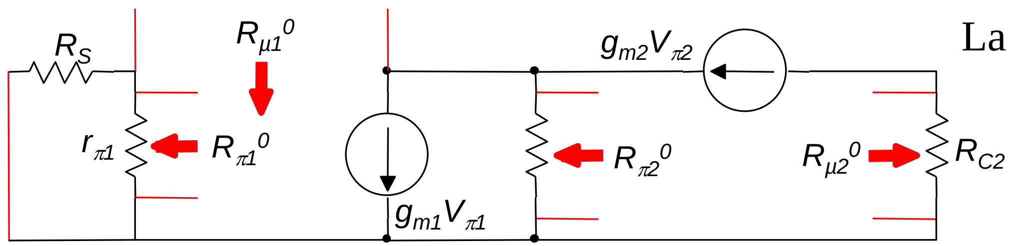
Montaje Cascode: EC (SC) seguido por un BC (GC)

Sup. $I_{C1}=I_{C2} \rightarrow g_{m1}=g_{m2}$





El EC gana β en corriente y el BC gana 1, como están en cascada la ganancia de corriente total es β



La ganancia de tensión del circuito es igual a la del EC

$$A_v = -\frac{r_{\pi 1}}{r_{\pi 1} + R_s} \cdot g_m R_{C2}$$

Para calcular la frecuencia de corte determinamos a_{11} de la primera etapa cargada y a_{12} de la segunda

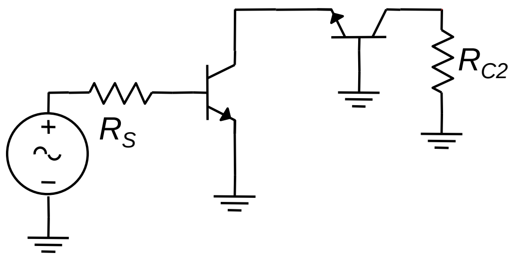
$$a_{12} = R^0_{\pi 2} C_{\pi 2} + R^0_{\mu 2} C_{\mu 2}$$

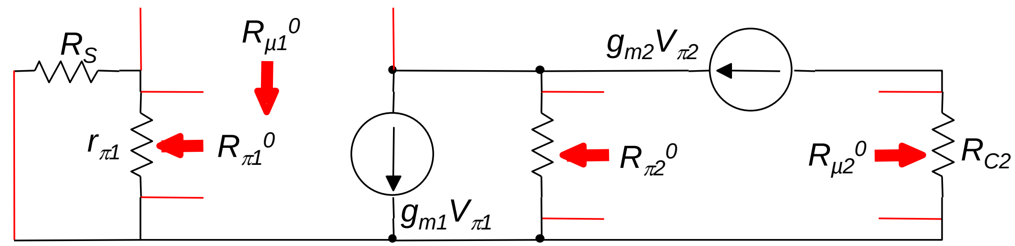
$$R^0_{\pi 2} = R_{in2} \cong \frac{1}{g_m}$$

$$R^0_{\mu 2} = R_{C2}$$

$$a_{12} = \frac{1}{g_m} C_{\pi 2} + R_{C2} C_{\mu 2}$$

MÉTODO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO. AMPLIFICADOR CASCODE





$$a_{11} = R_s//r_{\pi1}(C_{\pi1} + 2C_{\mu1}) + \frac{C_{\mu1}}{g_m} \qquad\qquad a_{12} = \frac{1}{g_m}C_{\pi2} + R_{C2}C_{\mu2}$$

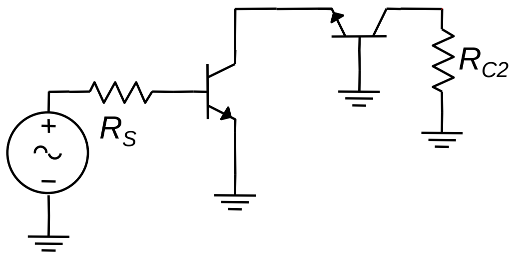
$$a_1 = R_s//r_{\pi1}[C_{\pi1} + 2C_{\mu1}] + \frac{1}{g_m}(C_{\mu1} + C_{\pi2}) + R_{C2}C_{\mu2} \qquad \cong R_s//r_{\pi1}[C_{\pi1} + 2C_{\mu1}] + R_{C2}C_{\mu2}$$

en la que vemos que el efecto Miller, o sea la capacidad equivalente a la entrada debida a $C_{\mu1}$, se ha reducido notablemente respecto del E.C.

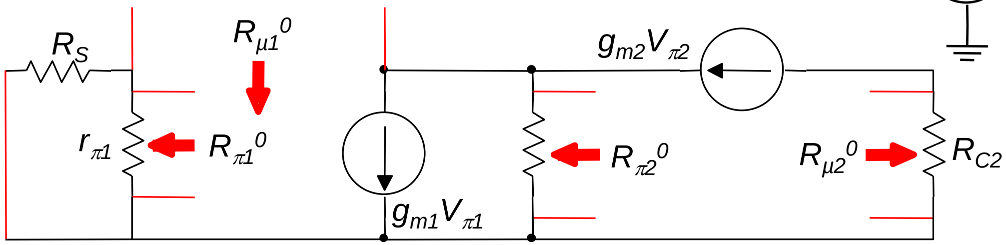
$$\widehat{\omega}_{3dB} = \frac{1}{R_s//r_{\pi1}[C_{\pi1} + 2C_{\mu1}] + R_{C2}C_{\mu2}}$$

MÉTODO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO. AMPLIFICADOR CASCODE.
Ejemplo Numérico

Ejemplo: β=100, fT=500MHz, Cμ=0.3p, Rs=5K,Rc2=4K
Ic1=Ic2=1mA.



$$g_{m1} = g_{m2} = 40m$$
$$r_{\pi 1} = r_{\pi 2} = 2.5K$$
$$C_{\pi 1} = C_{\pi 2} = 12.4p$$



$$\widehat{\omega}_{3dB} = \frac{1}{R_s//r_{\pi 1}[C_{\pi 1} + 2C_{\mu 1}] + R_{C2}C_{\mu 2}} = \frac{1}{5K//2K5(12.4p + 2 \cdot 0.3p) + 4K \cdot 0.3p}$$

$$\hat{f}_{3dB} = 7MHz$$

Montaje EC

$$\widehat{\omega}_{3dB} = \frac{1}{r_\pi || R_s(C_\pi + C_m) + C_\mu R_c}$$

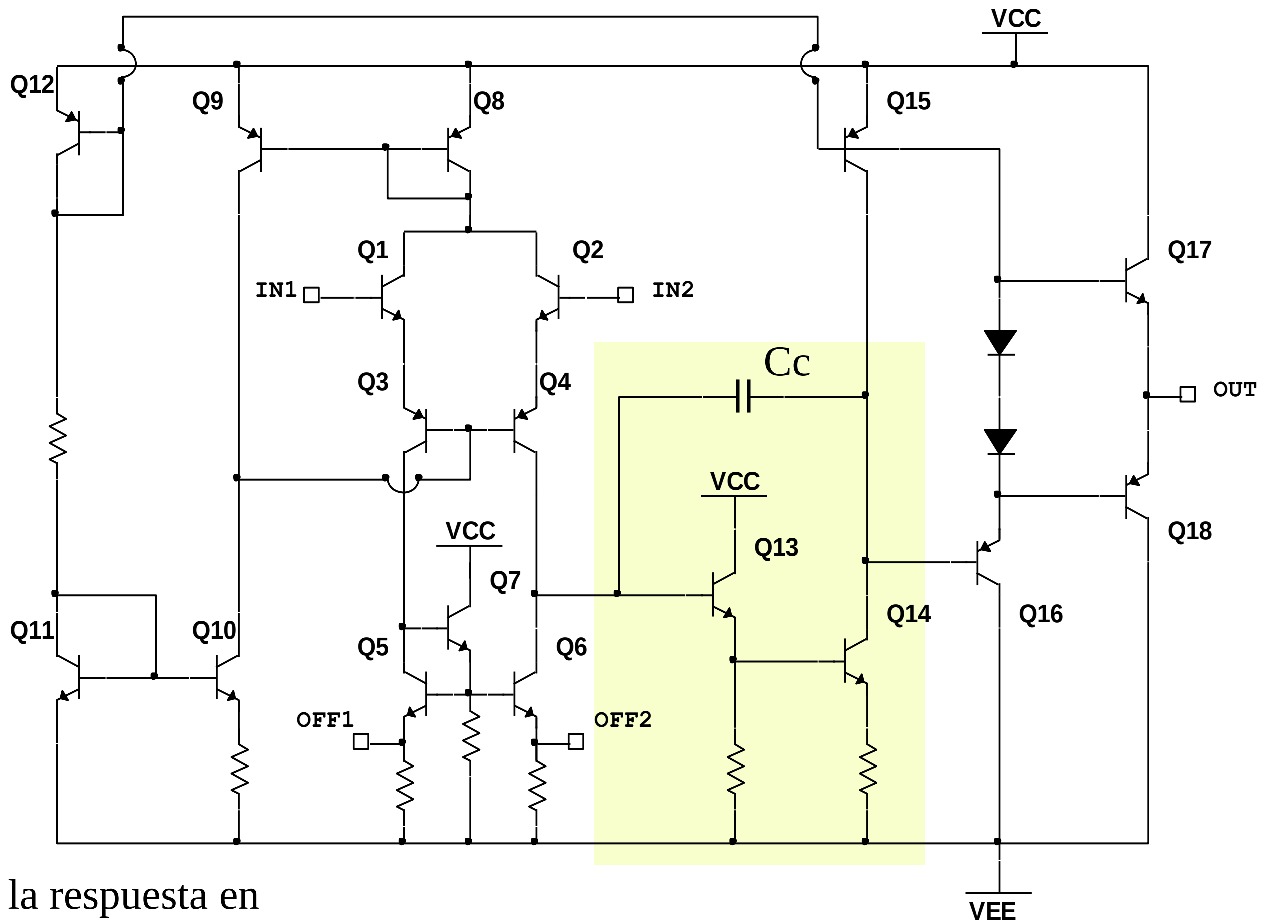
donde $C_m = (1 + g_m R_c) C_\mu$

$$\hat{f}_{3dB} = 1.56MHz$$

DETERMINACIÓN DE LA FRECUENCIA DE CORTE DEL AMPLIFICADOR A.O.741.

Muchos amplificadores integrados vienen compensados. Incluyen alguna capacidad que reduce el ancho de banda del amplificador para evitar problemas de inestabilidad.
El A.O. 741 de la figura incluye la capacidad Cc.

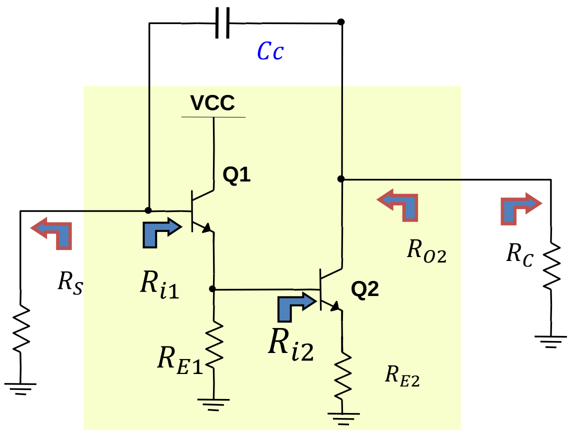
El valor de Cc es tal que tiene un papel preponderante en la determinación del ancho de banda.
Es decir, para la determinación de la frecuencia de corte podemos suponer que todas las capacidades parásitas del circuito son circuitos abiertos.



Entonces, el circuito que impone la respuesta en frecuencia es el indicado en el rectángulo

DETERMINACIÓN DE LA FRECUENCIA DE CORTE DEL AMPLIFICADOR A.O.741.

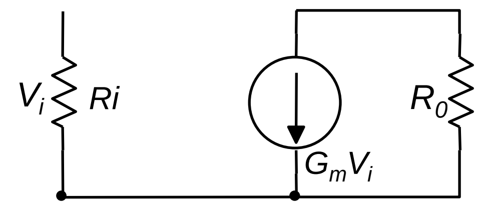
Vamos a aplicar los resultados obtenidos mediante la aproximación de Miller al circuito CC-EC con resistencia de emisor. El problema se reduce a determinar un modelo de transconductancia del amplificador.



$$R_{i1} \cong r_{\pi 1} + \beta R_{E1}||R_{i2}$$

$$R_{i2} \cong r_{\pi 2} + \beta R_{E2}$$

$$R_{O2} \cong r_{O2}(1 + g_{m2}R_{E2})$$



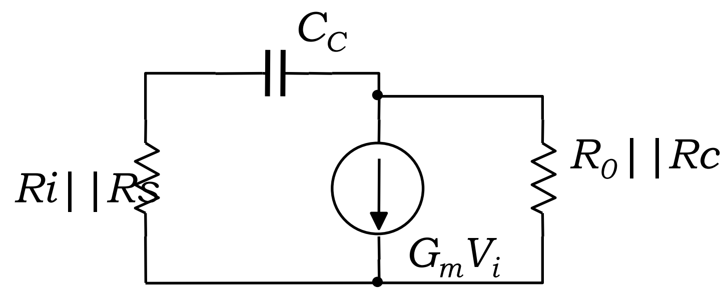
$$G_m = \frac{i_{C2}}{v_{B1}} = \frac{i_{C2}}{v_{B2}}\frac{v_{B2}}{v_{B1}} \cong \frac{g_{m2}}{1 + g_{m2}R_{E2}} \cdot \frac{g_{m1}R_{E1}||R_{i2}}{1 + g_{m1}R_{E1}||R_{i2}}$$

$$R_i = R_{i1} \cong r_{\pi 1} + \beta R_{E1}||R_{i2}$$

$$R_{i2} \cong r_{\pi 2} + \beta R_{E2}$$

$$R_O = R_{O2} \cong r_{O2}(1 + g_{m2}R_{E2})$$

Reemplazando este modelo en el circuito se tiene un circuito análogo al EC:

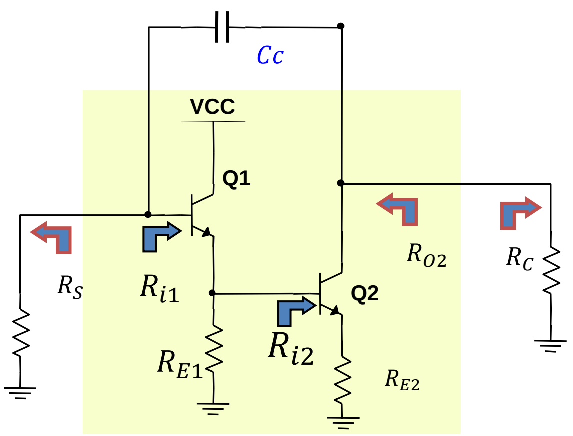


$$\boxed{f_{3dB} = \frac{1}{2\pi R_i||R_S C_M}}$$

$$C_M = (1 + G_m R_o||R_C)C_C$$

DETERMINACIÓN DE LA FRECUENCIA DE CORTE DEL AMPLIFICADOR A.O.741.

$C_C = 30pF$



$\beta = 250$ $\quad R_S = 3M\Omega$ $\quad R_{E1} = 50k\Omega$ $\quad I_{C1} = 16\mu A$

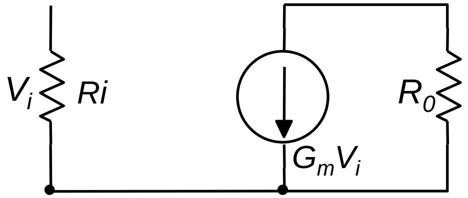
$V_A = 125V$ $\quad R_C = 95K$ $\quad R_{E2} = 100\Omega$ $\quad I_{C2} = 550\mu A$

$$g_{m1} = \frac{16\mu A}{25mV} = 0{,}64mA/V \qquad r_{\pi 1} = \frac{250}{0{,}64mA/V} = 390k\Omega \qquad r_{O1} = \frac{125V}{16\mu A} = 7{,}8M\Omega$$

$$g_{m2} = \frac{550\mu A}{25mV} = 22mA/V \qquad r_{\pi 2} = \frac{250}{22mA/V} = 11{,}4k\Omega \qquad r_{O2} = \frac{125V}{550\mu A} = 227k\Omega$$

$$R_{i2} \cong r_{\pi 2} + \beta R_{E2} = 11{,}7k\Omega + 250 \times 100\Omega = 37k\Omega$$

$$R_i = R_{i1} \cong r_{\pi 1} + \beta R_{E1}||R_{i2} = 390k\Omega + 250 \times 50k\Omega||37k\Omega = 5{,}7M\Omega$$



$$R_O = R_{O2} \cong r_{O2}(1 + g_{m2}R_{E2}) = 227k\Omega \times (1 + 22mA/V \times 100\Omega) = 726k\Omega$$

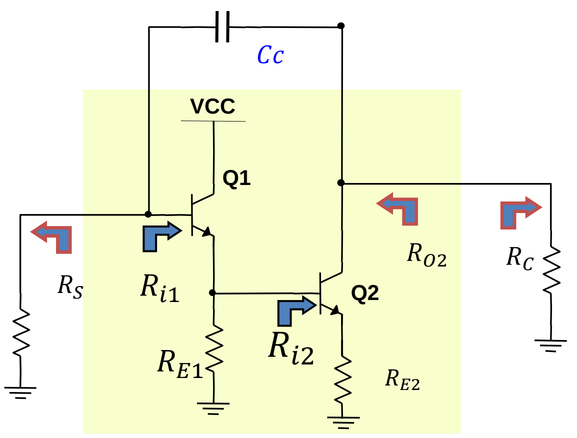
$$G_m \cong \frac{g_{m2}}{1 + g_{m2}R_{E2}} \cdot \frac{g_{m1}R_{E1}||R_{i2}}{1 + g_{m1}R_{E1}||R_{i2}} = \frac{22mA/V}{3{,}2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{13{,}6}} = 6{,}4mA/V$$

DETERMINACIÓN DE LA FRECUENCIA DE CORTE DEL AMPLIFICADOR A.O.741.

$C_C = 30pF$

$\beta = 250$ $\quad R_S = 3M\Omega$ $\quad R_{E1} = 50k\Omega$ $\quad I_{C1} = 16\mu A$

$V_A = 125V$ $\quad R_C = 95K$ $\quad R_{E2} = 100\Omega$ $\quad I_{C2} = 550\mu A$

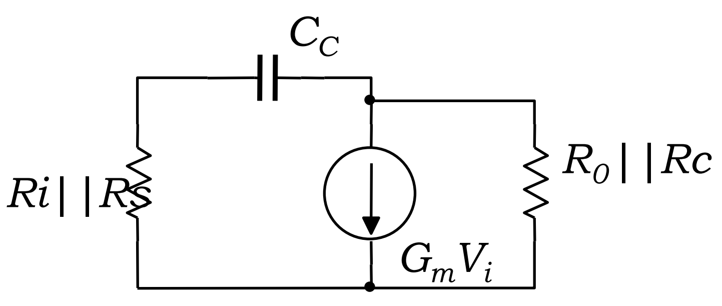


$R_i = 5{,}7M\Omega$ $\quad R_S||R_i = 1{,}95M\Omega$

$R_O = 726k\Omega$ $\quad R_O||R_C = 86K$

$G_m = 6{,}4mA/V$

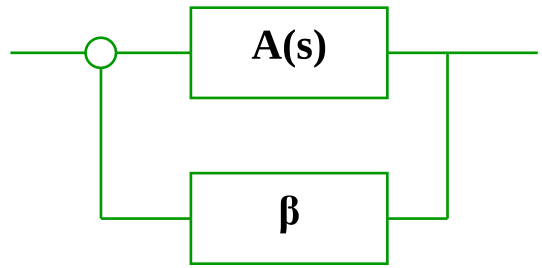
$$C_M = (1 + G_m R_o||R_C)C_C = (1 + 6{,}4m \times 86k)30p = 551 \times 30p = 16{,}5nF$$



$$\boxed{f_{3dB} = \frac{1}{2\pi R_i||R_S C_M} = \frac{1}{2\pi \times 1{,}95M \times 16{,}5n} = 4{,}9Hz}$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA DE AMPLIFICADORES REALIMENTADOS

Consideremos un amplificador A realimentado con una red beta, ambos funciones de la frecuencia



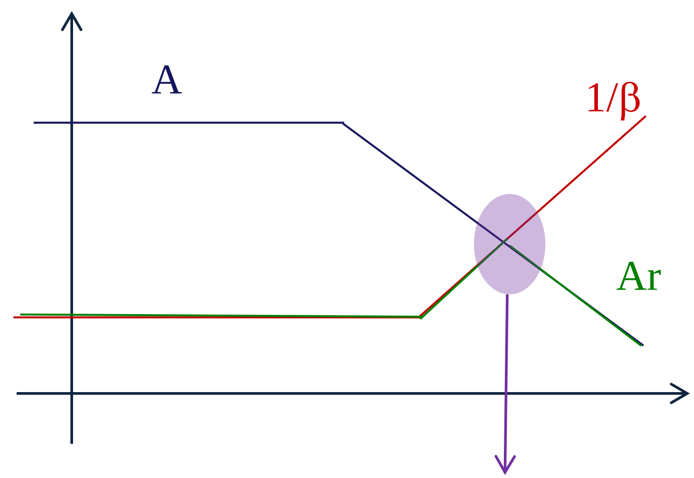
$$A_R(s) = \frac{A(s)}{1+\beta(s)A(s)}$$

Debido a la pérdida de ganancia de A con la frecuencia, la condición $\beta A \gg 1$ que habitualmente se cumple, lo hace sólo en bajas frecuencias

Esto permite hacer la siguiente aproximación asintótica de la ganancia realimentada.

$$si\ |\beta(s)A(s)| \gg 1 \Rightarrow A_R(s) \cong \frac{1}{\beta(s)}$$

$$si\ |\beta(s)A(s)| \ll 1 \Rightarrow A_R(s) \cong A(s)$$



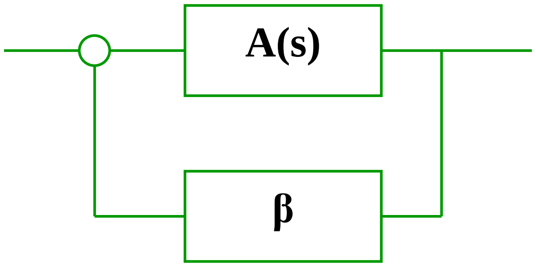
En un diagrama de Bode de amplitudes:

$$|A_R(\omega)| \cong \min\{|\beta(\omega)|^{-1}; |A(\omega)|\}$$

En la región $|\beta(s)A(s)| \approx 1$ la respuesta en frecuencia depende fuertemente del aporte de fase de A y β

RESPUESTA EN FRECUENCIA DE AMPLIFICADORES REALIMENTADOS

Consideremos un amplificador con un polo real realimentado con un β real



$$A_{ro} = \frac{Ao}{1 + \beta Ao}$$

$$A_r(s) = \frac{Ao}{1 + \beta Ao} \cdot \frac{1}{(1 + \frac{s}{(1 + \beta A_o).\omega_H})} = A_{ro} \cdot \frac{1}{(1 + \frac{s}{\omega_{Hr}})}$$

$$A(s) = \frac{Ao}{(1 + \frac{s}{\omega_H})}$$

$$\omega_{Hr} = (1 + \beta A_o).\omega_H$$

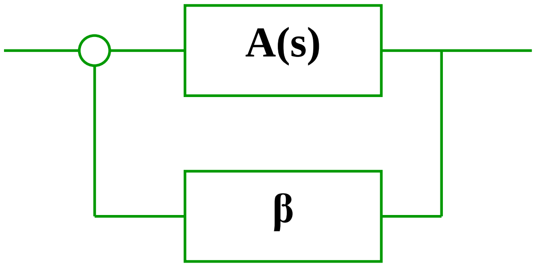
$$A_r(s) = \frac{A(s)}{1 + \beta A(s)}$$

$$A_{ro} \times \omega_{Hr} = \frac{A_o}{1 + \beta A_o} \times (1 + \beta A_o).\omega_H = A_o \times \omega_H$$

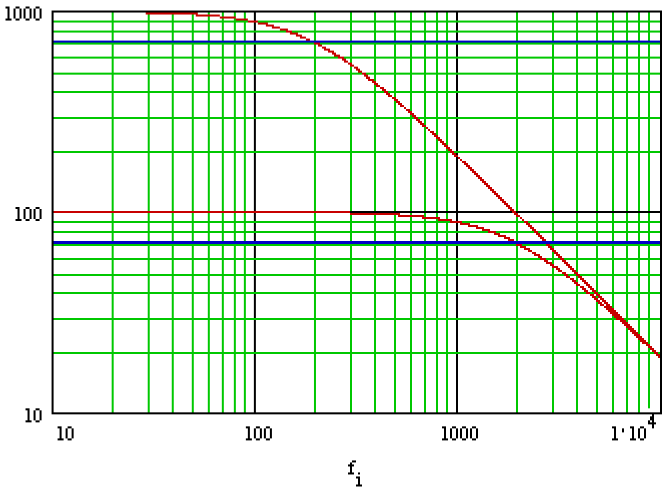
La ganancia de baja frecuencia se reduce (1+βAo) veces.
El ancho de banda aumenta (1+βAo) veces.
El producto ganancia x ancho de banda se mantiene constante.

RESPUESTA EN FRECUENCIA DE AMPLIFICADORES REALIMENTADOS

Consideremos un amplificador con un polo real realimentado con un β real



Ejemplo: Ao = 1000, f_H = 200hz
β = 0,009



$$A(s) = \frac{Ao}{(1 + \frac{s}{\omega_H})}$$

$$A_r(s) = A_{ro} \cdot \frac{1}{(1 + \frac{s}{\omega_{Hr}})}$$

con β = 0,009: 1+βAo=10
Aro = Ao/(1+βAo) = 100
f_{Hr} = (1+βAo).f_H = 2000

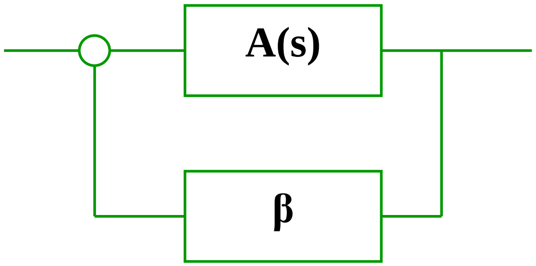
$$A_{ro} = \frac{Ao}{1 + \beta Ao}$$

La ganancia de baja frecuencia se reduce (1+βAo) veces.
El ancho de banda aumenta (1+βAo) veces.
El producto ganancia x ancho de banda se mantiene constante.

$$\omega_{Hr} = (1 + \beta A_o).\omega_H$$

RESPUESTA EN FRECUENCIA DE AMPLIFICADORES REALIMENTADOS

Consideremos un amplificador con dos polos reales realimentado con un β real



$$A(s) = \frac{Ao}{(1+\frac{s}{w_1})(1+\frac{s}{w_2})}$$

$$A_r(s) = \frac{A(s)}{1+\beta A(s)}$$

$$A_{ro} = \frac{Ao}{1+\beta Ao}$$

$$A_r(s) = \frac{A_o.w_1 w_2}{s^2 + (w_1+w_2)s + w_1 w_2(1+\beta A_o)}$$

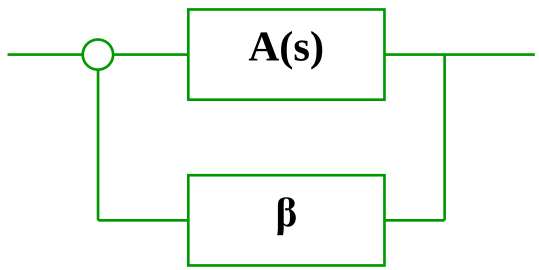
$$A_r(s) = \frac{Ao}{1+\beta Ao} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s(w_1+w_2)}{w_1 w_2(1+\beta A_o)} + \frac{s^2}{w_1 w_2(1+\beta A_o)}}$$

$$\boxed{A_r(s) = A_{ro} \cdot \frac{1}{1 + 2\xi\left(\frac{s}{\omega_0}\right) + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}}$$

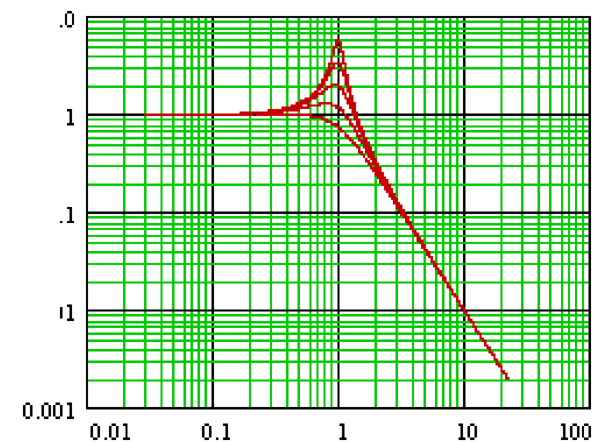
$$\omega_0 = \sqrt{w_1 w_2(1+\beta A_o)}$$ Frecuencia natural

$$\xi = \frac{(w_1+w_2)}{2\omega_0}$$ Factor de amortiguamiento

Consideremos un amplificador con dos polos reales realimentado con un β real



$$A_r(s) = A_{ro} \cdot \frac{1}{1 + 2\xi\left(\frac{s}{\omega_0}\right) + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$



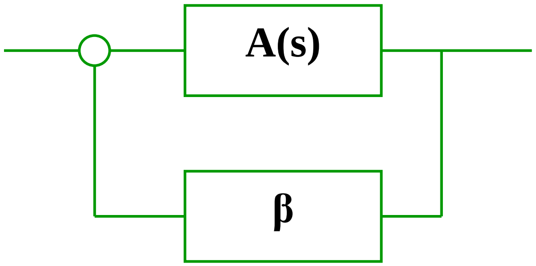
Las raíces del polinomio denominador serán:

Reales y distintas si $\xi > 1$: $w_{r1,2} = \omega_0\left(\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}\right)$

Reales y coincidentes si $\xi = 1$: $w_{r1,2} = \omega_0$

Complejas conjugadas si $\xi < 1$: $w_{r1,2} = \omega_0\left(\xi \pm j\sqrt{1 - \xi^2}\right)$

Consideremos un amplificador con dos polos reales realimentado con un β real



Dependencia de los polos con la ganancia de lazo β.Ao

$$w_{r1,2} = \omega_0\left(\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}\right) = \omega_0\xi\left(1 \pm \sqrt{1 - \xi^{-2}}\right)$$

$$A_r(s) = A_{ro} \cdot \frac{1}{1 + 2\xi\left(\frac{s}{\omega_0}\right) + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

$$w_{r1,2} = \frac{(w_1 + w_2)}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - 4\frac{w_1 w_2}{(w_1 + w_2)^2}(1 + \beta A_0)}\right)$$

$$\omega_0 = \sqrt{w_1 w_2(1 + \beta A_o)} \qquad \xi = \frac{(w_1 + w_2)}{2\omega_0}$$

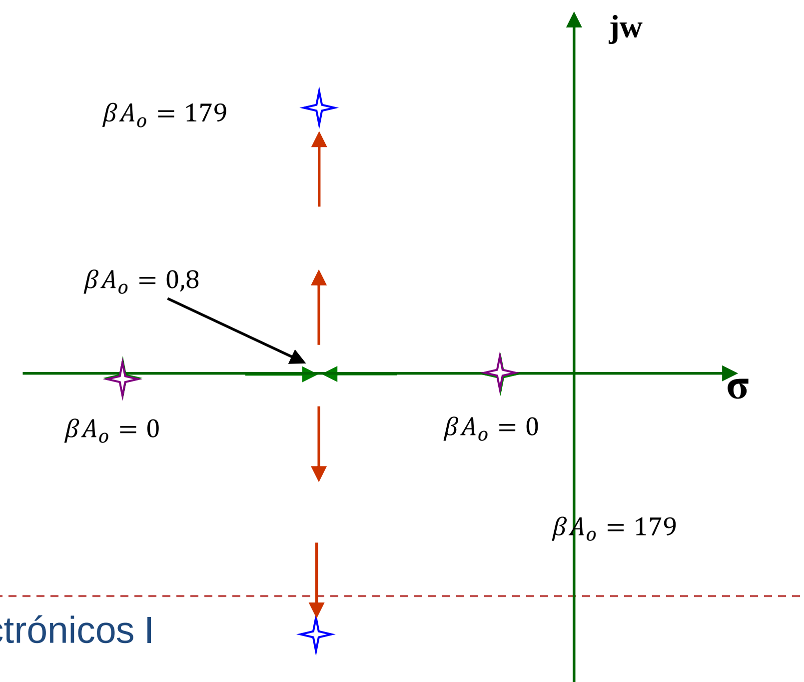
Ejemplo numérico:

$w_1 = 10^4 \quad w_2 = 5.10^4$

para βAo=0, ξ=1,34 $\quad \omega_0 = 2{,}24.10^4$

para βAo=0,8, ξ=1 $\quad \omega_0 = 3.10^4$

para βAo=179 ξ=0,1 $\quad \omega_0 = 30.10^4$



Introducción a los problemas de estabilidad

Consideremos un amplificador con un polo triple a lazo abierto.

$$A(s) = \frac{A_o}{(1+\frac{s}{p_1})^3}$$

a lazo cerrado será:

$$A_r(s) = \frac{\frac{A_o}{(1+\frac{s}{p_1})^3}}{1+\beta\frac{A_o}{(1+\frac{s}{p_1})^3}} = \frac{A_o}{(1+\frac{s}{p_1})^3+\beta A_o}$$

, las raíces las obtenemos de

$$(1+\frac{s}{p_1})^3+\beta A_o = 0$$

$$1+\frac{s}{p_1} = \sqrt[3]{-\beta A_o} = \sqrt[3]{-1}\sqrt[3]{\beta A_o}$$

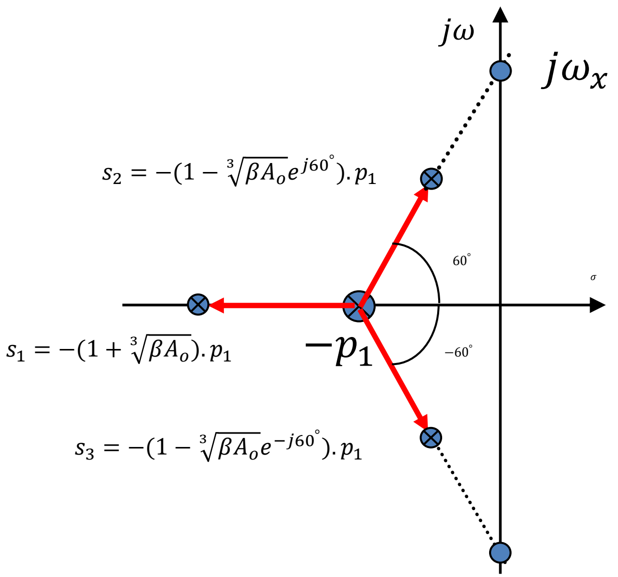
$$\sqrt[3]{-1} = -1, e^{j60°}, e^{-j60°}$$

$$\boxed{s_1 = -(1+\sqrt[3]{\beta A_o}).p_1}$$

$$\boxed{s_2 = -(1-\sqrt[3]{\beta A_o}e^{j60^{\circ}}).p_1}$$

$$\boxed{s_3 = -(1-\sqrt[3]{\beta A_o}e^{-j60^{\circ}}).p_1}$$

Introducción a los problemas de estabilidad



el radio vector $\rho = \sqrt[3]{\beta A_o}).p_1$ depende de Ao,
de modo que para un valor A_{o0}

$$\rho_0 = \sqrt[3]{\beta A_{o0}}).p_1$$

cortará al eje jω

Cuando esto ocurre : $R_e\left[s_{2,3}\right] = 0$

$$R_e[s_2] = R_e\left[-p_1 + \sqrt[3]{\beta A_o}.(\cos 6\,0^\circ + jsen60^\circ)p_1\right] = 0$$

$$R_e[s_2] = [\sqrt[3]{\beta A_{o0}}.\cos 6\,0^\circ - 1].p_1 = 0$$

$\therefore$

$$\boxed{\beta A_{o0} = (\frac{1}{\cos 6\,0^\circ})^3 = 8}$$

Para ganancias de lazo βAo = 8 el amplificador realimentado tendrá dos polos imaginarios

Para ganancias de lazo βAo > 8 el amplificador realimentado se hará inestable