

Control Automático II - Ing. Electrónica

Trabajo práctico 5: Realimentación - Observadores

Preguntas:

- Discuta las diferencias entre la utilización de compensadores (control clásico) y el método de asignación de polos por realimentación de estados.
- ¿Qué factores podrían restringir la asignación de los polos de lazo cerrado?
- Asignando los polos de lazo cerrado, ¿puede asegurar características de la respuesta transitoria como por ejemplo sobrepaso?
- ¿Con qué criterio asignaría los polos de lazo cerrado en el caso de un sistema de orden 3 o superior?
- ¿Cuándo es necesario y cuándo es posible implementar un observador de estados?
- ¿Qué características son deseables del observador? ¿qué comportamientos indeseables pueden aparecer?

Ejercicio 1: Dado el siguiente sistema descrito en el espacio de estados:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 200 \end{bmatrix} u, \\ y &= [1 \quad 0]x, \end{aligned}$$

- a. Analice la estabilidad y controlabilidad del sistema. ¿Qué sucede con la salida si se excita el sistema con una entrada escalón?
- b. Realimente el sistema para obtener una dinámica de lazo cerrado dada por los autovalores $\lambda_{1,2} = -10 \pm 20j$. Simule el sistema realimentado. ¿Existe error de estado estacionario? De ser así, ¿qué posibilidades contemplaría para eliminarlo?
- c. Multiplique la referencia por la inversa de la ganancia en continua del sistema a lazo cerrado y analice el resultado obtenido por simulación.
- d. Expanda el sistema original para que posea error de estado estacionario nulo y asigne los siguientes autovalores a lazo cerrado:

- a. $\lambda_{1,2} = -10 \pm 20j$, $\lambda_3 = -100$
- b. $\lambda_{1,2} = -10 \pm 20j$, $\lambda_3 = -20$

Compare la respuesta con lo obtenido en el punto c. En cada caso compare la dinámica obtenida y el error de estado estacionario. ¿Qué puede concluir?

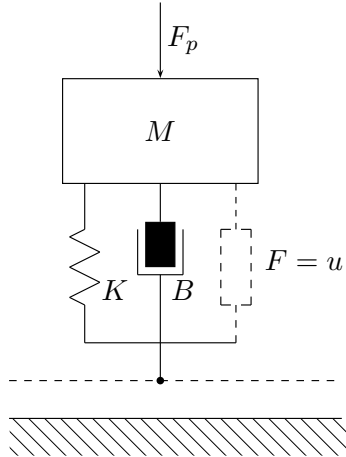
- e. ¿Qué diferencias y similitudes encuentra entre expandir el sistema y multiplicar la referencia por la inversa de la ganancia en continua para eliminar el error de estado estacionario? ¿Qué sucede si hay perturbaciones o si cambia el sistema?
- f. ¿Con lo hecho en el ejercicio, podría decir que efectos o limitaciones involucra asignar dinámicas muy rápidas? Analice las ganancias de realimentación obtenidas y la acción de control del sistema.

Ejercicio 2: Un sistema en forma canónica controlable es realimentado mediante las ganancias $K = [2 \ 1]$ obteniéndose la siguiente matriz de lazo cerrado.

$$A_{lc} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Encuentre el nuevo juego de ganancias de realimentación para que el sistema no presente error de estado estacionario y mantenga la misma dinámica dominante de lazo cerrado. Suponga $C = [1 \ 0]$.

Ejercicio 3: Dado el sistema de suspensión simplificado:



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -B/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} F_p,$$

$$y = [1 \ 0]x,$$

considere $m = 1$, $B = 4$ y $K = 68$.

- Encuentre por simulación la respuesta a una excitación de pulsos de corta duración (para la dinámica del sistema).
- Verifique la controlabilidad y la observabilidad del sistema si se agrega un actuador ($F = u$) indicado en el esquema con líneas punteadas.
- Diseñe una realimentación de estado $u = -Kx$ que consiga que el sistema se comporte con una dinámica correspondiente a un par de polos $p_{1,2} = -1 \pm 1j$. Dibuje el diagrama de bloques del sistema obtenido.
- Simule las respuestas del sistema realimentado a las mismas perturbaciones utilizadas en el inciso a. Experimente variando las componentes del vector de realimentación y coteje lo observado con los resultados analíticos.

Ejercicio 4: Dado el sistema:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad y = [1 \ 0] x$$

- Establecer una estrategia de control, empleando realimentación de estados, que permita que el sistema de lazo cerrado verifique que:
 - sea capaz de rechazar perturbaciones sinusoidales de frecuencia 1 r/s a la salida
 - una dinámica correspondiente a un polo dominante cuya constante de tiempo sea inferior a $0,2 \text{ s}$.

Simule la respuesta a un escalón, observe la acción de control u y la salida y .

- Modifique la realimentación calculada en a para que el sistema de lazo cerrado tenga una dinámica correspondiente a un polo dominante en $0,01 \text{ s}$. Simule la respuesta a un escalón,

observe la acción de control u y la salida y . Realice una nueva simulación restringiendo los valores máximos y mínimos que puede tomar u . Analice que sucede cuando quiere obtener una dinámica rápida a lazo cerrado.

- c. (Opcional) Establecer una estrategia de control, empleando realimentación de estados, que permita que el sistema de lazo cerrado verifique que:
- el error de estado estacionario nulo a referencias constantes,
 - sea capaz de rechazar perturbaciones sinusoidales de frecuencia 1 r/s a la salida
 - una dinámica correspondiente a un polo dominante cuya constante de tiempo sea inferior a $0,2 \text{ s}$.

Simule la respuesta a un escalón, observe la acción de control u y la salida y .

Ejercicio 5: Teniendo en cuenta el sistema presentado en el Ejercicio 1:

- Realice un observador de orden completo para el sistema a lazo abierto que permita realimentar al sistema con la dinámica asignada en el punto 1.b). ¿Sirven las ganancias de realimentación calculadas en el Ejercicio 1?
- Suponga que ahora quiere realimentar el sistema expandido con la dinámica asignada en el punto d.a del Ejercicio 1. ¿Le sirve el observador calculado en el punto anterior?. ¿Cómo resultan las ganancias de realimentación?
- ¿Qué sucede si desea calcular un observador de orden completo para el sistema expandido a lazo abierto? Analice la observabilidad de dicho sistema.
- Teniendo en cuenta todo el desarrollo del ejercicio y que sólo puede medir la salida del sistema y el estado agregado para la expansión. ¿Necesita un observador para poder realimentar el sistema expandido con la dinámica asignada en el punto d.a del Ejercicio 1?. De ser así, ¿qué estados necesitaría observar?
- Diseñe el observador para el punto anterior.
- En todos los casos simule y compare los sistemas realimentados con y sin observador.

Ejercicio 6: Diseñe un observador para el Ejercicio 3 que permita obtener una dinámica de lazo cerrado como la asignada en el punto c), suponiendo que sólo puede medir la salida. Simule.

Ejercicio 7: Se tiene el siguiente modelo de motor de corriente continua:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{i}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 10 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ T_p \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ i_a \end{bmatrix}.$$

siendo V_a la variable de control y T_p una perturbación en el torque.

- Determine la ganancia de realimentación de estados necesaria para que los polos dominantes de lazo cerrado sean $-1 \pm \sqrt{3}j$. Simule la respuesta del sistema a lazo cerrado ante un escalón en V_a y observe el error de estado estacionario. Repita con una perturbación constante T_p .
- Modifique el esquema de control anterior para rechazar perturbaciones constantes T_p y tener los mismos polos dominantes de lazo cerrado. Simule la respuesta a las entradas anteriores.
- Suponiendo que no es posible medir los estados, calcule un observador de orden completo y diseñe la realimentación de estados para cumplir con el punto a. Simule. ¿Es posible hacer un observador de orden completo para el esquema del punto b a partir de la salida y ?
- Diseñe un observador de orden reducido para las siguientes situaciones:
 - se mide solo la posición θ ,
 - se mide solo la velocidad ω .

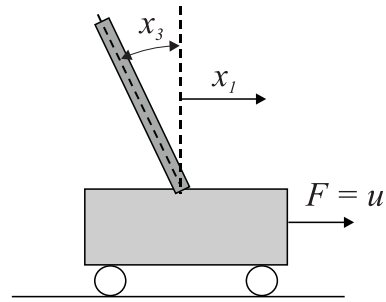
En todos los casos determine la ganancia de realimentación de estados para cumplir con el punto a y simule.

- Diseñe un observador de orden reducido cuando se mide la posición θ y el estado del integrador del sistema aumentado. Determine la ganancia de realimentación de estados para cumplir con el punto b y simule.

Ejercicio 8: El modelo de estados

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7,56 & -1,63 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 20,27 & 30,66 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 8,99 \\ 0 \\ -24,1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 37,57 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$



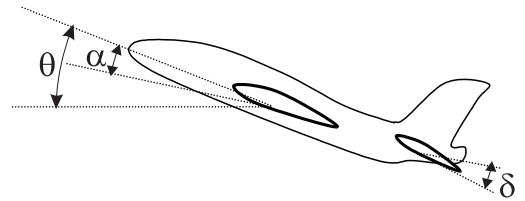
corresponde a un péndulo invertido sobre una base móvil. Los estados $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$ se corresponden con la posición y la velocidad de la plataforma, y la posición y velocidad angular del péndulo. La entrada es la tensión que se aplica a un motor que impulsa las ruedas de la plataforma.

- verifique estabilidad, controlabilidad y observabilidad del sistema. ¿Es el sistema observable desde una única salida?
- Diseñe un control estabilizante por realimentación de estados, que ubique los polos de lazo cerrado en $p_{1,2} = -7 \pm 1,5j$, $p_3 = -2$, $p_4 = -3$.
- Verifique, por simulación, el comportamiento del sistema para diferentes condiciones iniciales del estado x_3 .

Ejercicio 9: (Opcional) Las siguientes ecuaciones

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,313 & 56,7 & 0 \\ -0,014 & -0,43 & 0 \\ 0 & 56,7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,232 \\ 0,0203 \\ 0 \end{bmatrix} \delta$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix}$$



es un modelo de estado linealizado de un sistema de control de pitch de un avión (el ángulo de pitch define la sustentación). Los estados son:

- α el ángulo de ataque,
- ω la velocidad de pitch,
- θ el ángulo de pitch,

mientras que la acción de control es el ángulo de deflexión δ del elevador.

- Verificar la controlabilidad y observabilidad del sistema.
- Diseñar un controlador por realimentación de estados que permita verificar que asigne los polos en $p_{1,2} = -0,6425 \pm 1,0355j$ y $p = -0,1186$.
- Diseñar un observador de orden reducido asumiendo que sólo se mide la variable controlada (el ángulo de pitch).
- Verificar por simulación, el comportamiento del sistema realimentado ante cambios de referencia del orden de $0,2 \text{ r (11)}$