Control Automático II - Ing. Electrónica
Trabajo práctico 2: Modelos de estados-Transformaciones

Ejercicio 1: Obtenga los autovalores y las matrices de transferencia de los siguientes sistemas

a. $$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 5 \\ -3 & -1 & -6 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x.$$

b. $$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}; \qquad y = \begin{bmatrix} 7 & 8 \end{bmatrix} x.$$

c. $$\dot{x} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} -4 & 6 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} x.$$

Ejercicio 2: Utilice el método de las fracciones parciales para encontrar modelos de estados diagonales de los sistemas representados por las siguientes transferencias

a. $$\frac{4}{s^3 + 3s^2 + 2s}$$

b. $$\frac{-5s + 7}{s^2 + 6s + 9}$$

c. $$\frac{s^3 + 21s^2 + 140s + 300}{s^3 + 5s^2 + 4s}$$

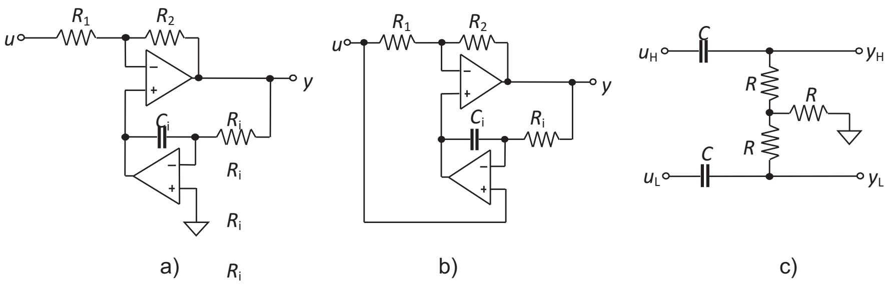
En cada caso ¿qué valor toma la matriz D?, relacione con la respuesta en frecuencia.

Ejercicio 3: Encontrar un modelo de estados en variables controlables fase para cada uno de los siguientes sistemas expresados en transferencias

a. $$\frac{d^4y}{dt^4} + 3\frac{d^3y}{dt^3} + 2\frac{d^2y}{dt^2} + 8\frac{dy}{dt} + y = 7u$$

b. $$T(s) = \frac{2s^2 + 7s + 1}{s^3 + 3s^2 + s + 7}$$

Ejercicio 4: Obtenga las funciones de transferencia de los siguientes circuitos. (Ver Ejercicio 2 de la Práctica 1).



a) b) c)

Ejercicio 5: Determine la matriz de transformación que corresponda a la redefinición de estados indicada y halle el modelo correspondiente a los nuevos estados. Calcule la transferencia y los autovalores del modelo original y del modelo correspondiente a los nuevos estados.

a. $\begin{cases} z_1 = 2x_1 + x_2 \\ z_2 = 4x_1 + 3x_2 \end{cases}$; $\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x.$

b. $\begin{cases} z_1 = x_1 + 2x_2 \\ z_2 = x_1 + 4x_2 \end{cases}$; $\dot{x} = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 12 & 16 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x.$

Ejercicio 6: Obtenga las trasformaciones que expresen los siguientes modelos en forma diagonal y de variables controlables. Represente mediante diagramas de bloques los modelos obtenidos.

a. $\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} x.$

b. $\dot{x} = \begin{bmatrix} -14 & -4 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} x.$

Ejercicio 7: Los siguientes sistemas tienen autovalores múltiples. Exprese los modelos en la forma de Jordan.

a. $\dot{x} = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 2 & -6 \end{bmatrix} x.$

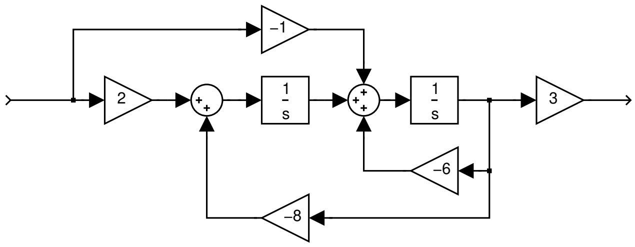
b. $\dot{x} = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 0 \\ -9 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \end{bmatrix} x.$

Ejercicio 8: Sean dos sistemas de una entrada y una salida, cuyos modelos de estados están dados por las matrices A_1,B_1,C_1 y A_2,B_2,C_2 respectivamente.

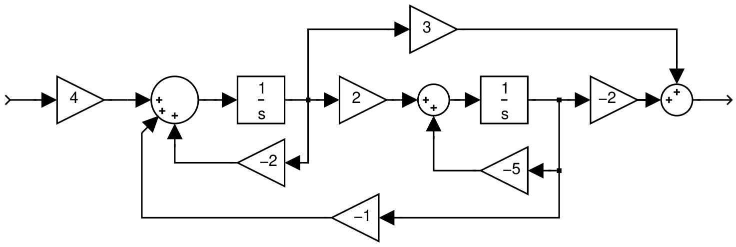
- **a.** Obtenga las matrices del sistema resultante de conectarlos en cascada ($u_2 = y_1$).
- **b.** Obtenga las matrices del sistema resultante de conectarlos en paralelo ($y = y_1 + y_2$).
- **c.** Determine qué relación existe entre los autovalores de los sistemas originales y los del resultante.

Ejercicio 9: Los siguientes diagramas de simulación representan modelos de estados de sistemas lineales. Para cada caso, determine un juego de ecuaciones de estados alternativo al presentado y dibuje el nuevo diagrama de flujo de señal. Compare por simulación los modelos originales y alternativos.

a)



b)



Ejercicio 10: Considere un sistema con la siguiente función de transferencia

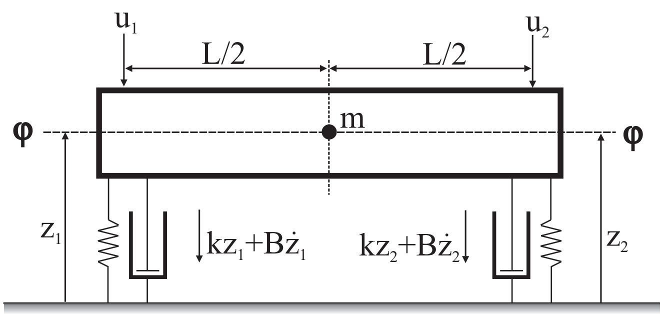
$$\frac{s^2+31s+30}{(s+1)(s+10)(s+20)}.$$

Halle un modelo de estados en forma diagonal y realice el correspondiente diagrama en bloques. Tome como matriz B una columna de unos.

¿Cuántos estados son necesarios para describir el comportamiento dinámico del sistema?

Simule la respuesta del sistema a un escalón unitario cuando los valores iniciales de los estados son cero. Luego, simule la respuesta del sistema cuando la entrada es cero y los valores iniciales de los estados son uno. Basado en el concepto de polos dominantes, interprete las diferencias entre ambas respuestas.

Ejercicio 11: (*Opcional*) Obtenga la función de transferencia del sistema presentado en el ejercicio 10 de la práctica 1.



Funciones de Matlab útiles para <u>verificar</u> los resultados de esta práctica:	
`ss`	Definición de un modelo en variables de estados o conversión a modelo de estados
`tf`	Definición de un modelo en transferencia o conversión a transferencia
`eig`	Cálculo de autovalores y autovectores
`jordan`	Forma de Jordan de una matriz
`canon`	Expresa un modelo de estados en forma canónica diagonal
`ss2ss`	Aplica una transformación de estados
`residue`	Calcula los residuos de una descomposición en fracciones parciales