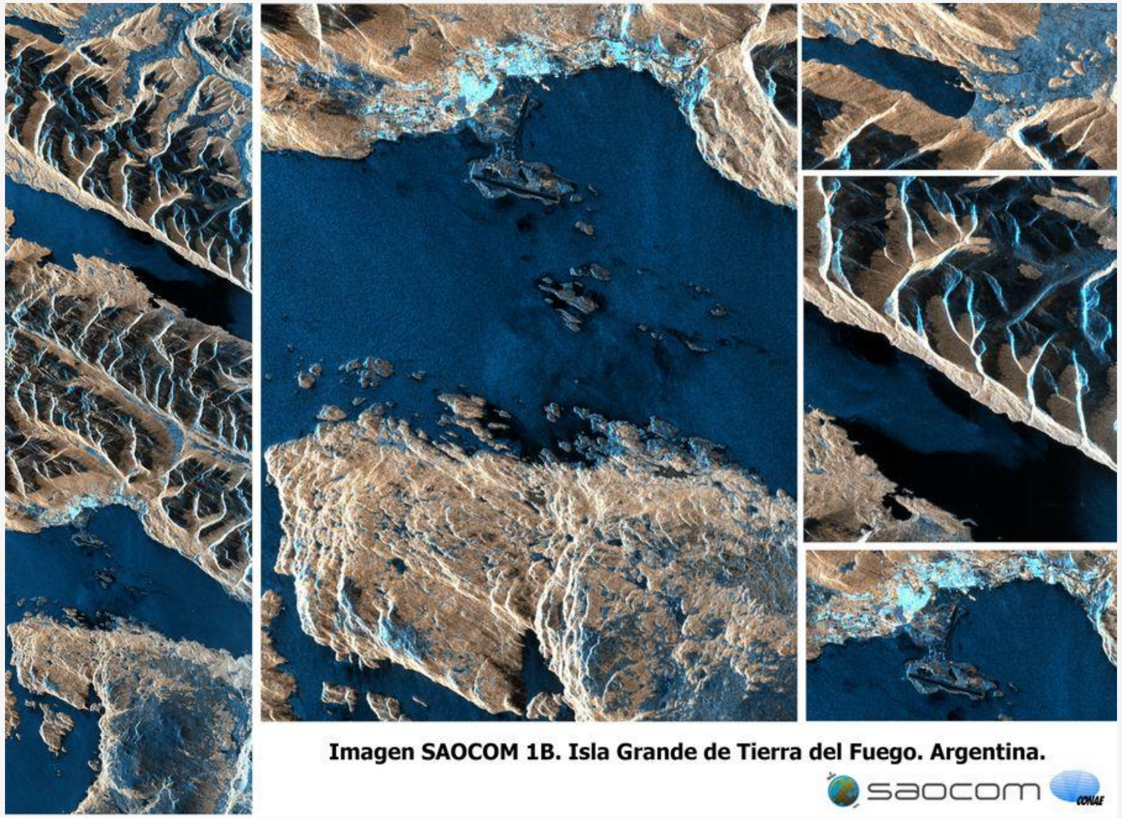
E1214 Fundamentos de las Comunicaciones
E0214 Comunicaciones
E0311/E1311 Comunicaciones

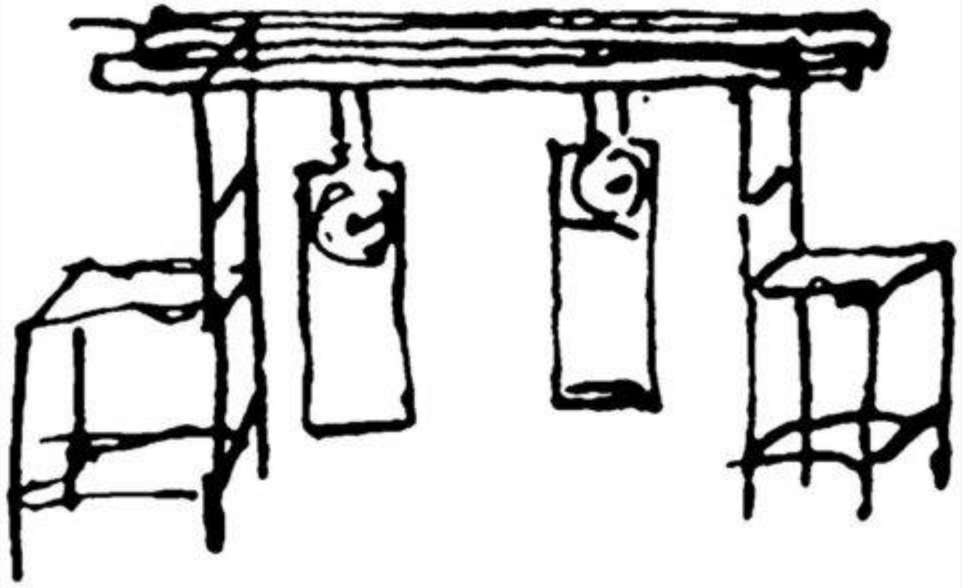
Curso 2024

Temas a tratar

- Lazo de Enganche de Fase (PLL)
- Bloques que lo componen
- Modelo lineal
- Algunos usos

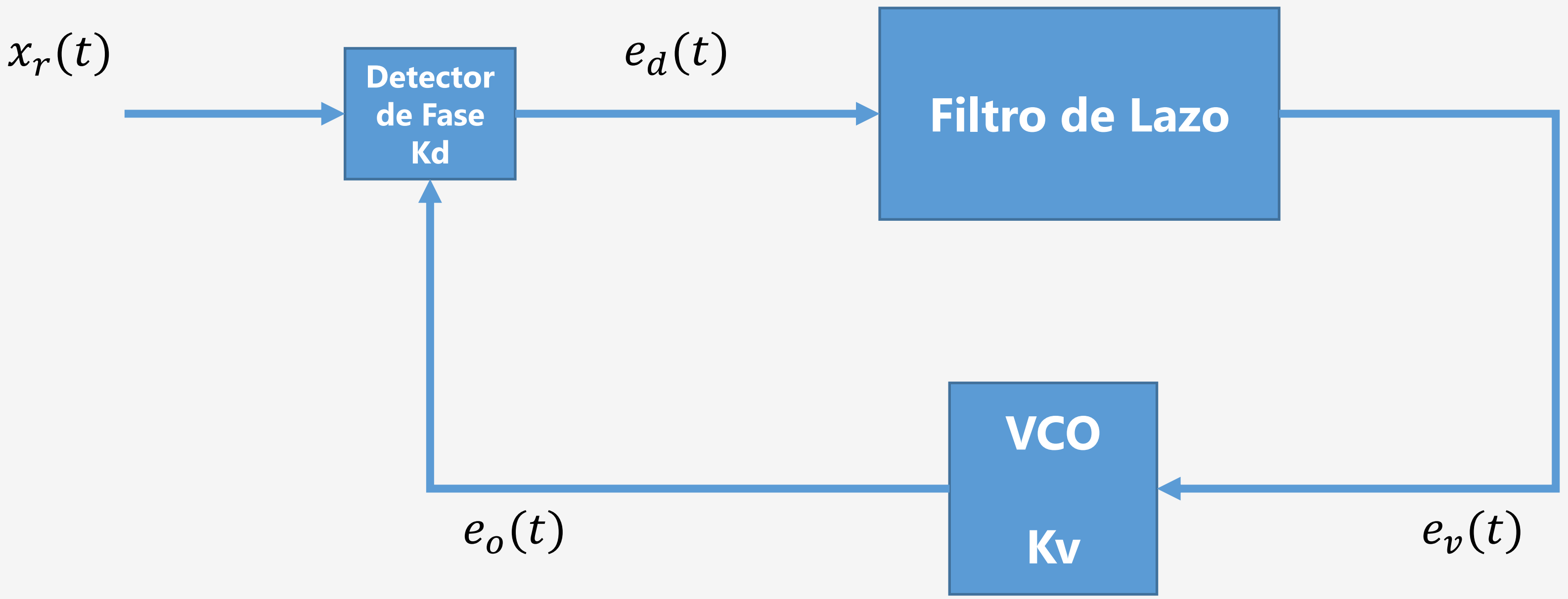
Primeras imágenes del satélite argentino SAOCOM 1B (CONAE)





Christiaan Huygens (1665)

Lazo de Enganche de Fase (PLL)



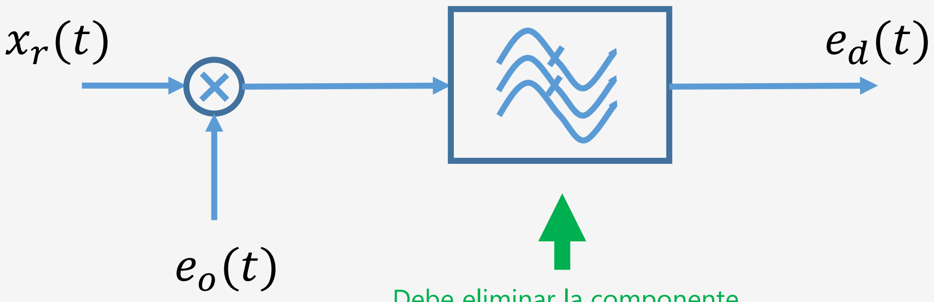
$$x_r(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \phi(t))$$

$$e_o(t) = -B\,\mathrm{sen}\big(2\pi f_0 t + \theta(t)\big)$$

$$\psi(t) = \phi(t) - \theta(t)$$

Detectores de Fase

Multiplicador



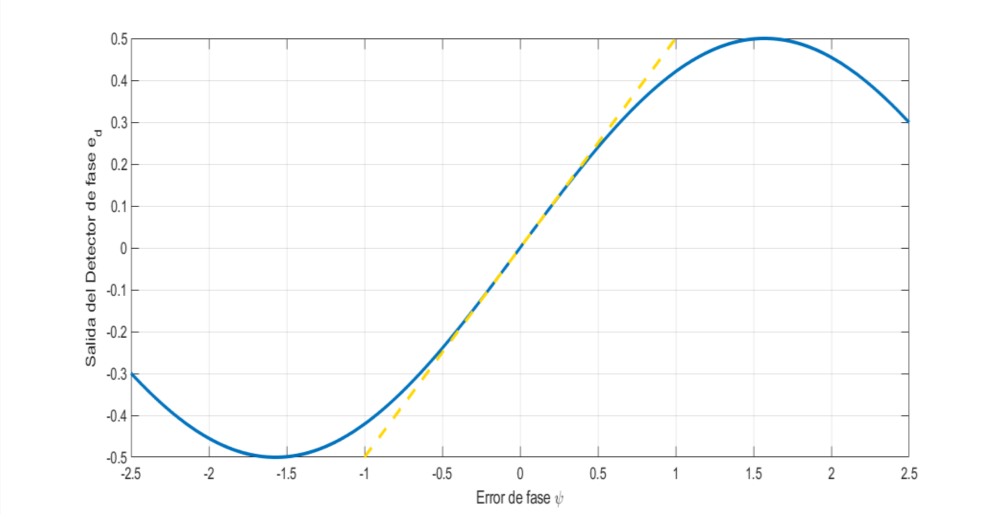
Debe eliminar la componente de doble frecuencia

$$e_d(t) = \{-AB\cos(2\pi f_0 t + \phi(t))\,\mathrm{sen}(2\pi f_0 t + \theta(t))\}_{LPF}$$

$$e_d(t) = \frac{AB}{2}\,\mathrm{sen}(\phi(t) - \theta(t))$$

$$e_d(t) = f(\psi(t))$$

NO LINEAL



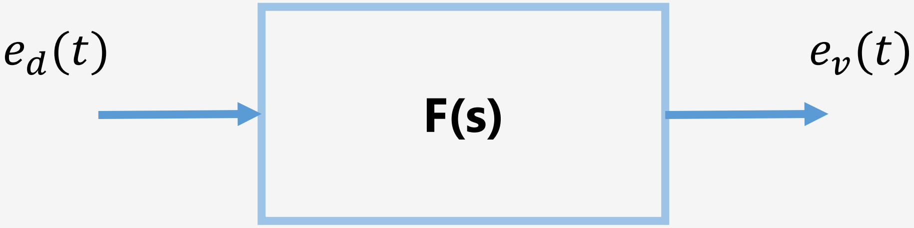
En condiciones cercanas al enganche

→ MODELO LINEAL PARA EL DETECTOR MULTIPLICATIVO

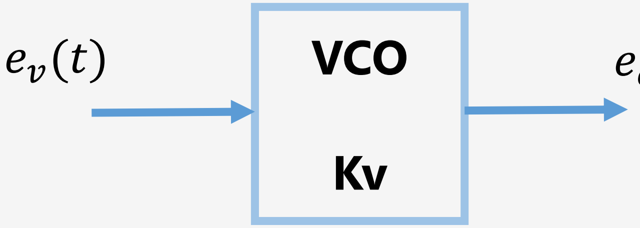
$$e_d(t) \cong \frac{AB}{2}(\phi(t) - \theta(t)) = k_D\,\psi(t) \quad \longleftrightarrow \quad E_d(s) = k_D\,\psi(s)$$

Otro tipos: Orex, IQ

Filtro de Lazo. VCO.



$$E_v(s) = E_d(s)\, F(s)$$



$$e_o(t) = -B\,\mathrm{sen}\big(2\pi f_0 t + \theta(t)\big)$$

MODELO LINEAL PARA EL VCO

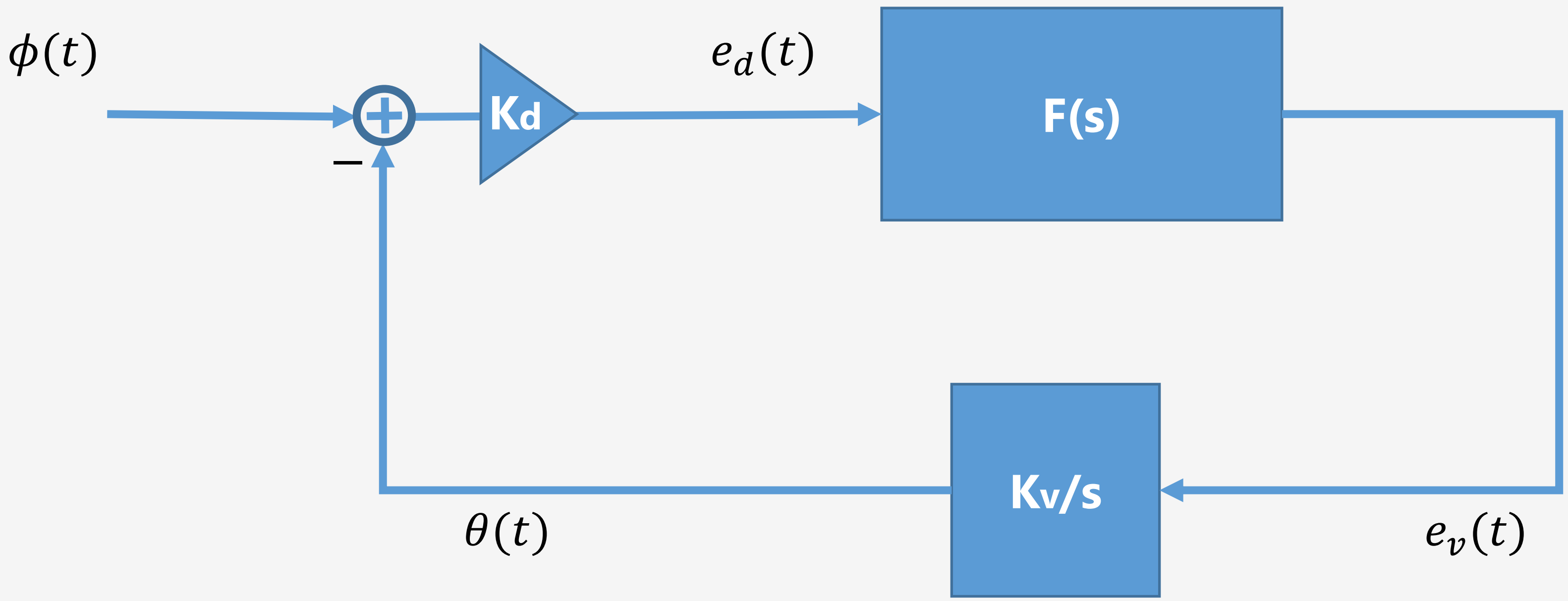
$$\frac{d\theta}{dt} = k_v\, e_v(t)$$

$$\theta(t) = k_v \int_{-\infty}^{t} e_v(\lambda)\, d\lambda$$

$$\theta(s) = \frac{k_v}{s}\, E_v(s)$$

Modelo lineal en fase para el PLL

En condiciones de enganche o cercana a ella:



$$k_d\,[\phi(s)-\theta(s)]\,F(s)\,\frac{k_v}{s}=\theta(s)$$

$$H(s)=\frac{\theta(s)}{\phi(s)}=\frac{k_d k_v F(s)}{s+k_d k_v F(s)}$$

Función de transferencia en fase a lazo cerrado (modelo lineal)

Análisis no lineal del PLL de orden 1

ORDEN DEL PLL: orden de la ecuación diferencial que lo representa.
TIPO DEL PLL: en el modelo lineal, número de polos en el origen de la función de transferencia a lazo abierto.

Supongamos un PLL de primer orden (con $F(s) = 1$). La ecuación diferencial que lo representa:

$$\frac{d\theta}{dt} = k_v\, e_v(t) = k_d k_v\, sen[\phi(t) - \theta(t)]$$

Cuando conectemos la señal sinusoidal de entrada $x_r(t)$, la frecuencia no coincidirá con la de la señal de salida del VCO $\longrightarrow$ tendremos un escalón de frecuencia a la entrada de amplitud $\Delta\omega$ (rampa de fase)

$$\frac{d\phi}{dt} = \Delta\omega \qquad \mathrm{t} > 0$$

$$\phi(t) = \Delta\omega\, \mathrm{t} \qquad \mathrm{t} > 0 \qquad\qquad \dot{\theta} = k_d k_v\, \mathrm{sen}(\psi) = \dot{\phi} - \dot{\psi}$$

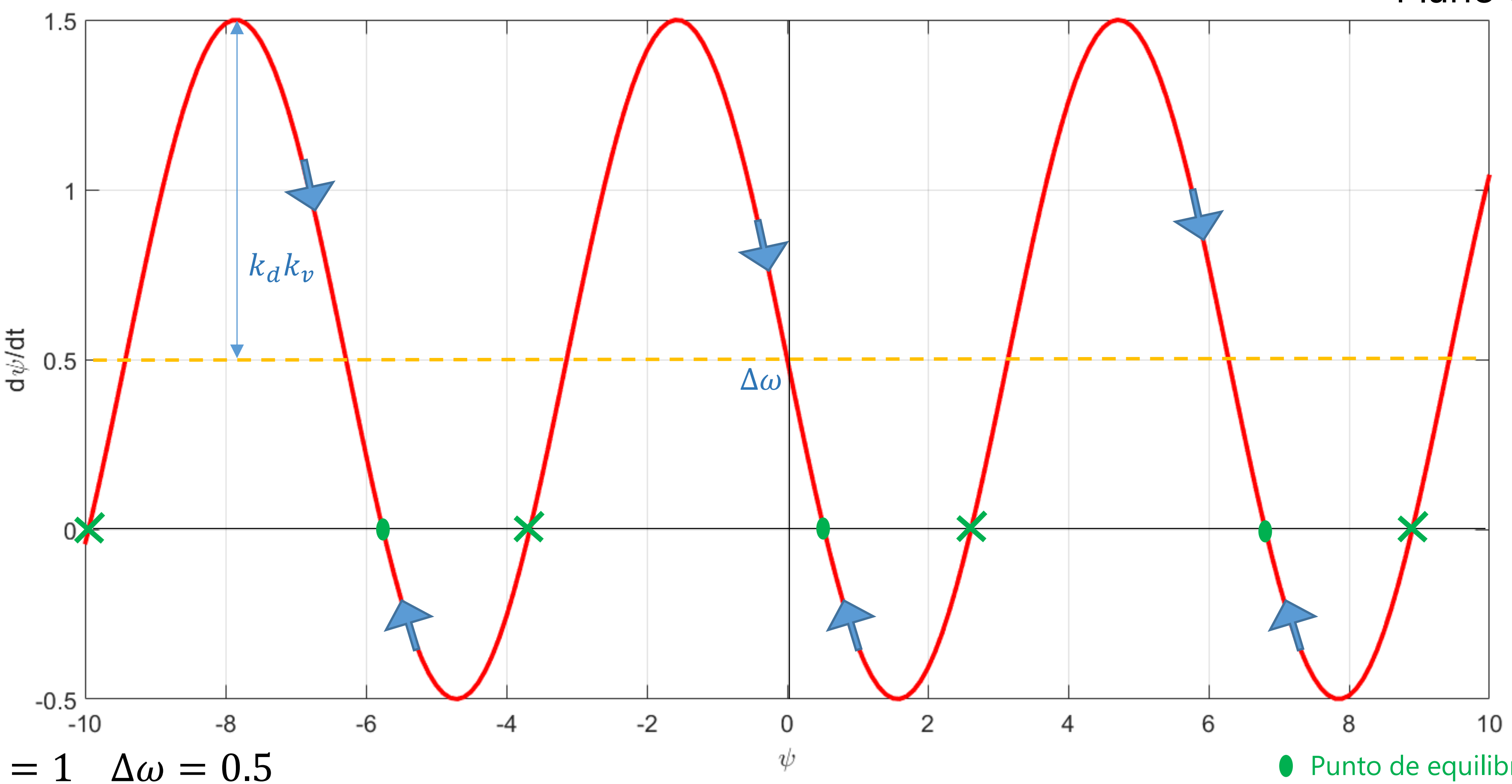
$$\longrightarrow \quad \dot{\psi} + k_d k_v\, \mathrm{sen}(\psi) = \Delta\omega$$

Análisis no lineal del PLL de orden 1

$$\dot{\psi} + k_d k_v \,\mathrm{sen}(\psi) = \Delta\omega$$

$$\boxed{|\Delta\omega| < k_d k_v = K}$$

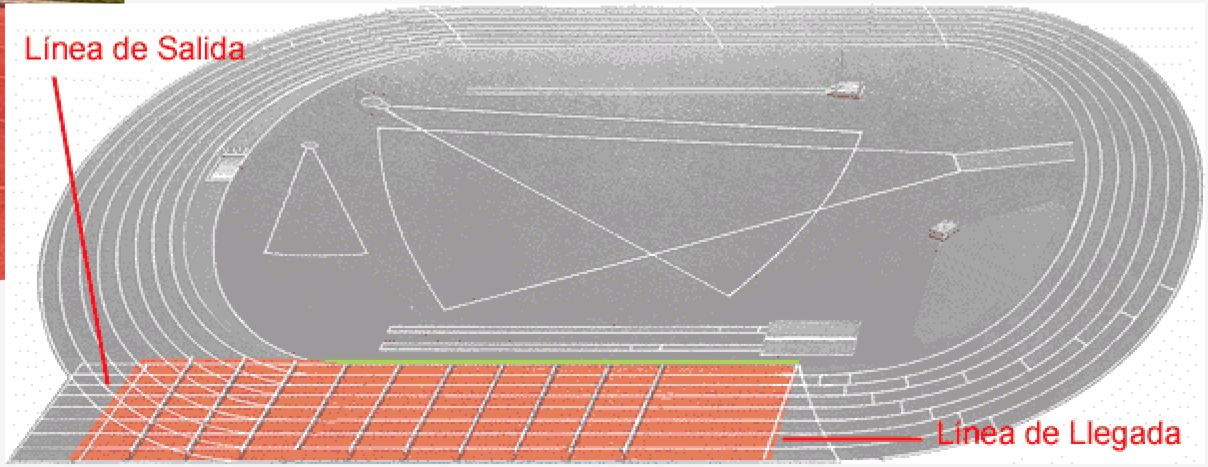
Plano de Fase



$k_d = k_v = 1 \quad \Delta\omega = 0.5$

Punto de equilibrio estable

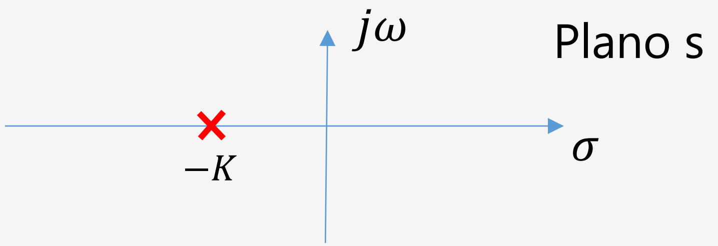
Punto de equilibrio inestable



Nonlinear Dynamics And Chaos: With Applications To Physics, Biology, Chemistry And Engineering (Studies in Nonlinearity)
por Steven H. Strogatz

Modelo lineal

$$H(s) = \frac{\theta(s)}{\phi(s)} = \frac{k_d k_v F(s)}{s + k_d k_v F(s)} \xrightarrow{F(s)=1} H(s) = \frac{K}{s+K}$$

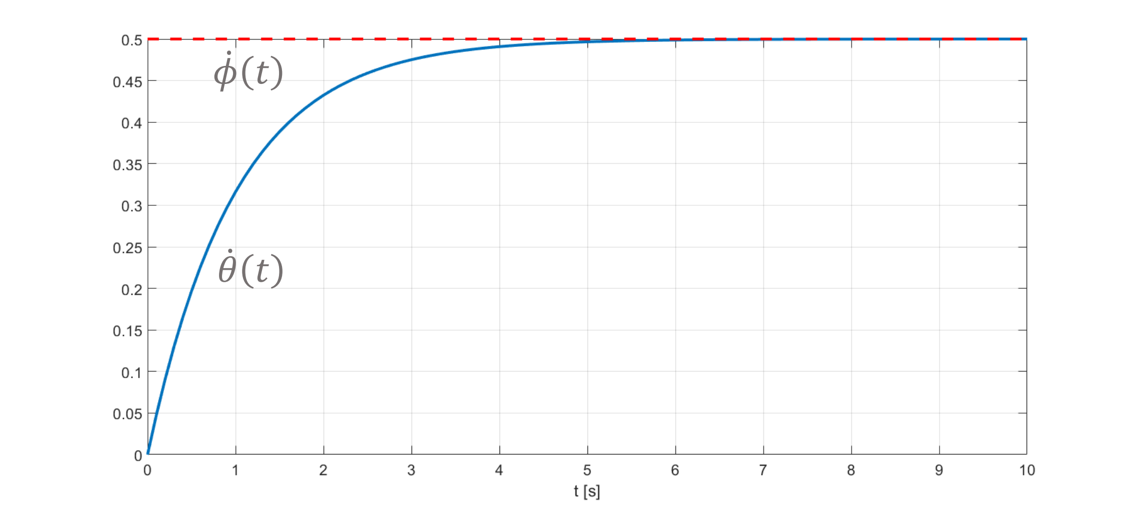


Si $\dot{\phi}(t) = \Delta\omega \quad t > 0 \longrightarrow \phi(t) = \Delta\omega\, t \quad t > 0$

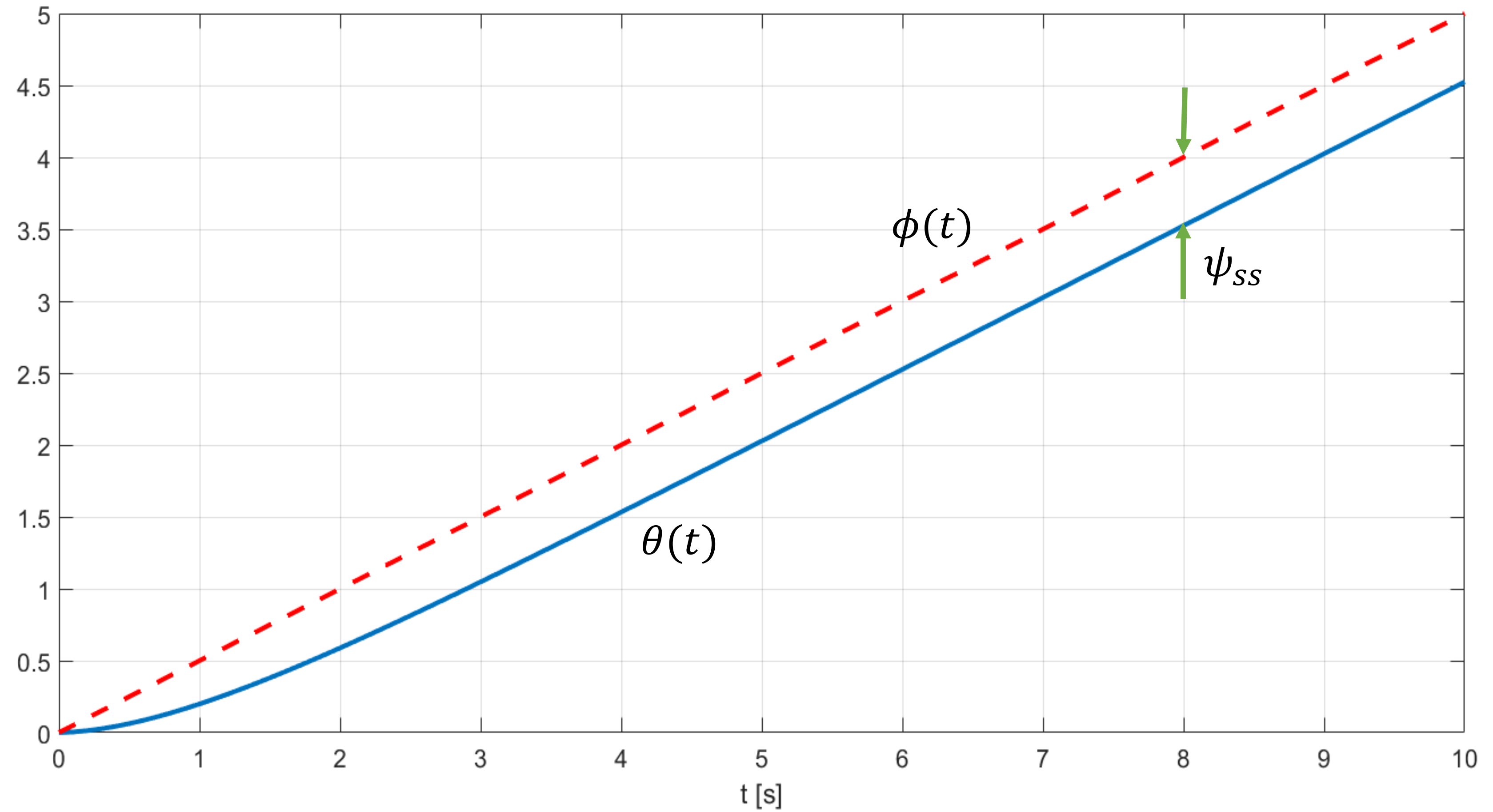
$$\theta(s) = \frac{\Delta\omega}{s^2} \frac{K}{s+K} \qquad\qquad s\,\theta(s) = \frac{\Delta\omega}{s} \frac{K}{s+K}$$

$$s\,\theta(s) = \frac{\Delta\omega}{s} - \frac{\Delta\omega}{s+K}$$

$$\dot{\theta}(t) = \Delta\omega\,(1 - e^{-Kt})u(t)$$



Modelo lineal

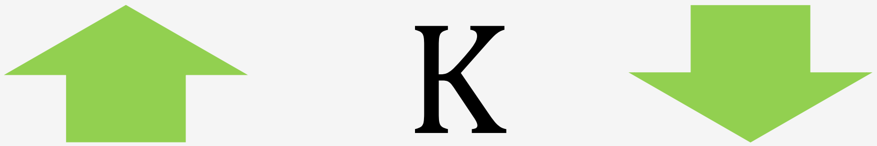


Ancho de banda de ruido

El rango de captura para el PLL de primer orden: $|\Delta\omega| < K$ es decir que necesito aumentar el valor de K para que el PLL se enganche para escalones de frecuencia más grandes.

Por otro lado, el Ancho de Banda equivalente de ruido para un sistema de primer orden:

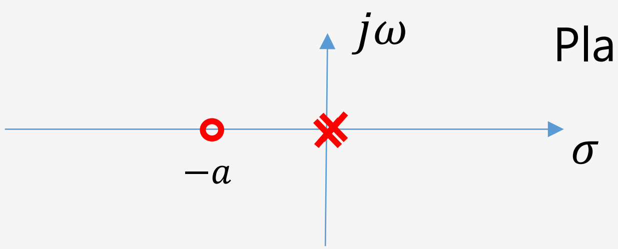
$$B_N = \frac{\pi}{2}\, f_{-3dB} = \frac{\pi}{2}\, \frac{K}{2\pi} = \frac{K}{4}$$



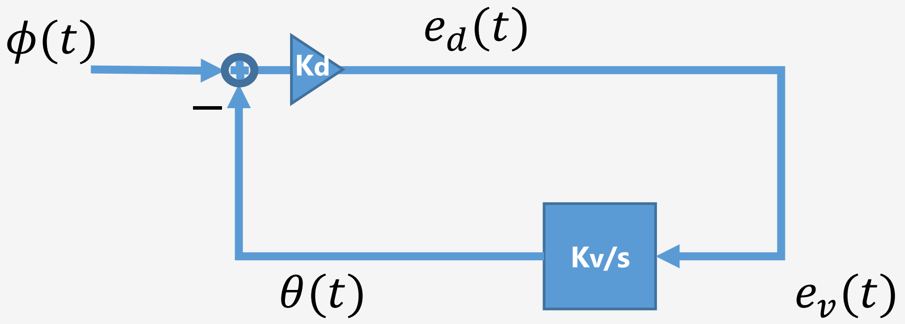
PLL 2do. Orden Tipo II (modelo lineal)

Necesito otro integrador

$$F(s) = \frac{s+a}{s}$$



Plano s



PLL de primer orden

La transferencia de lazo cerrado:

$$H(s) = \frac{\theta(s)}{\phi(s)} = \frac{K(s+a)}{s^2 + Ks + Ka}$$

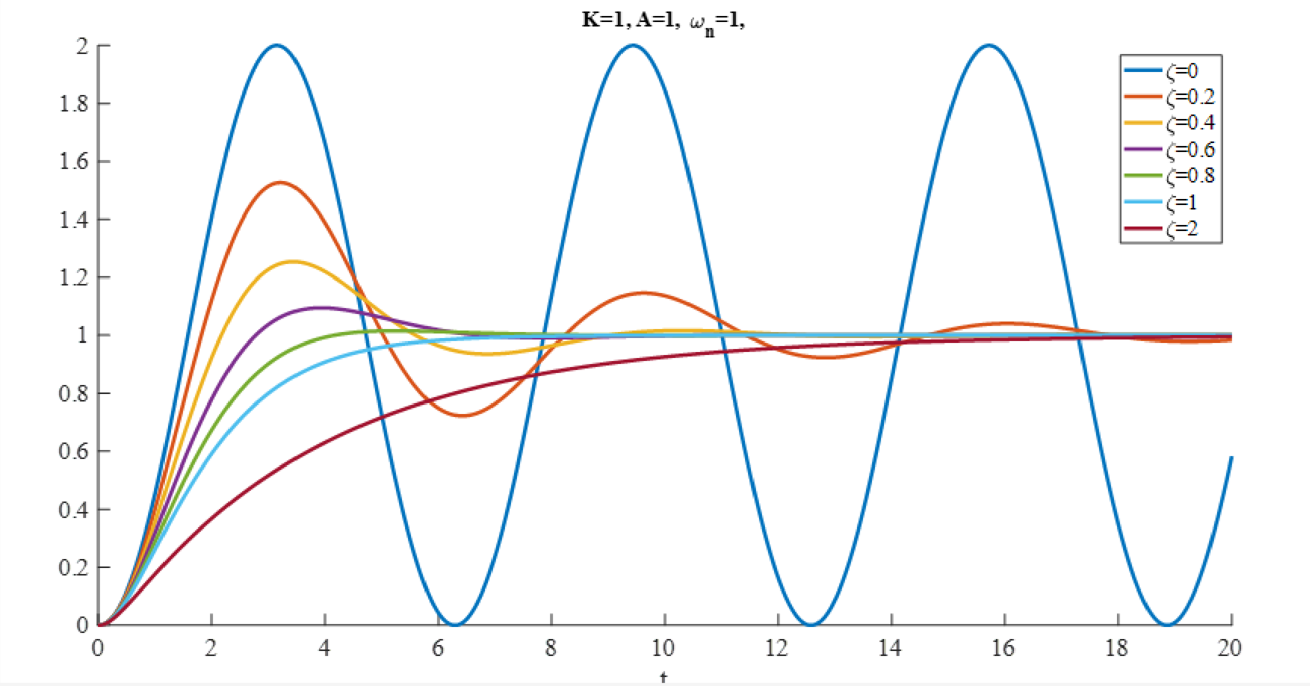
La transferencia para el error:

$$\frac{\psi(s)}{\phi(s)} = 1 - H(s) = \frac{s^2}{s^2 + Ks + Ka} = \frac{s^2}{s^2 + 2\,\xi\,\omega_N\, s + \omega_N^2}$$

$$\omega_N = \sqrt{Ka}$$

$$\xi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{K}{a}}$$

PLL 2do. Orden Tipo II (modelo lineal)



$$H(s) = \frac{\theta(s)}{\phi(s)} = \frac{K(s+a)}{s^2 + Ks + Ka}$$

$$\omega_N = \sqrt{Ka}$$

La transferencia para el error:

$$\xi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{K}{a}}$$

$$\frac{\psi(s)}{\phi(s)} = 1 - H(s) = \frac{s^2}{s^2 + Ks + Ka} = \frac{s^2}{s^2 + 2\,\xi\,\omega_N\,s + \omega_N^2}$$

PLL 2do. Orden Tipo II (modelo no lineal)

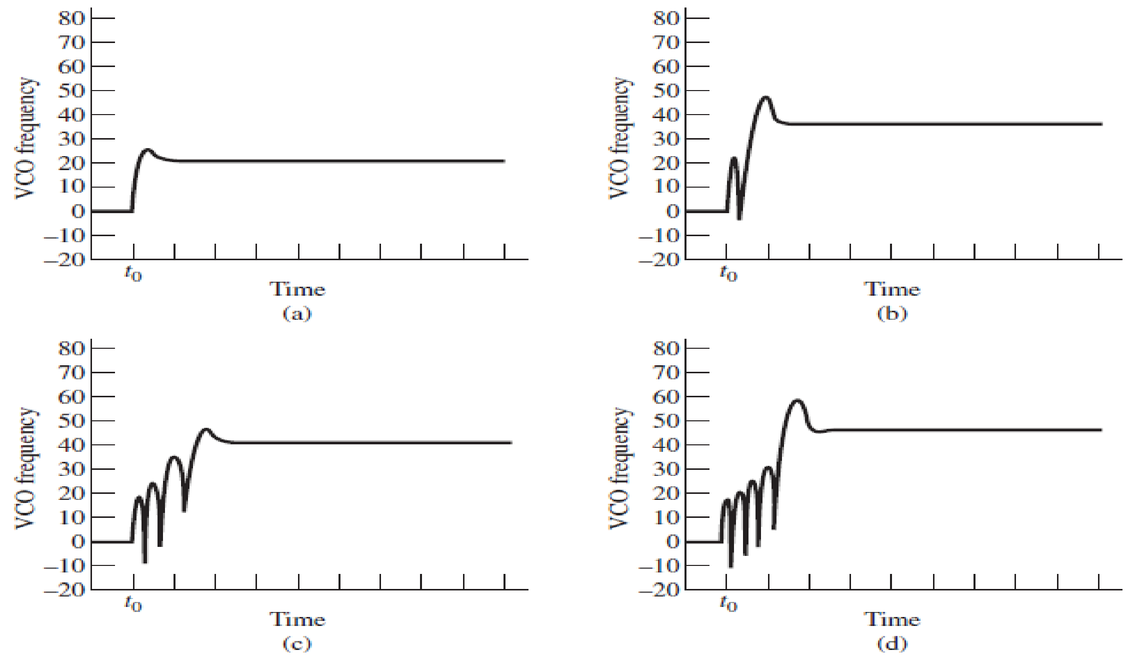
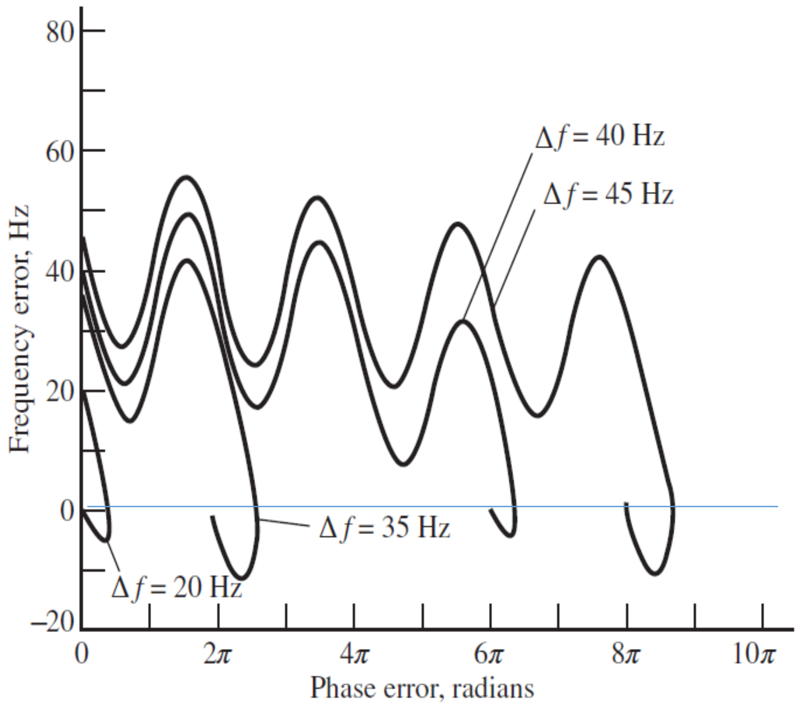
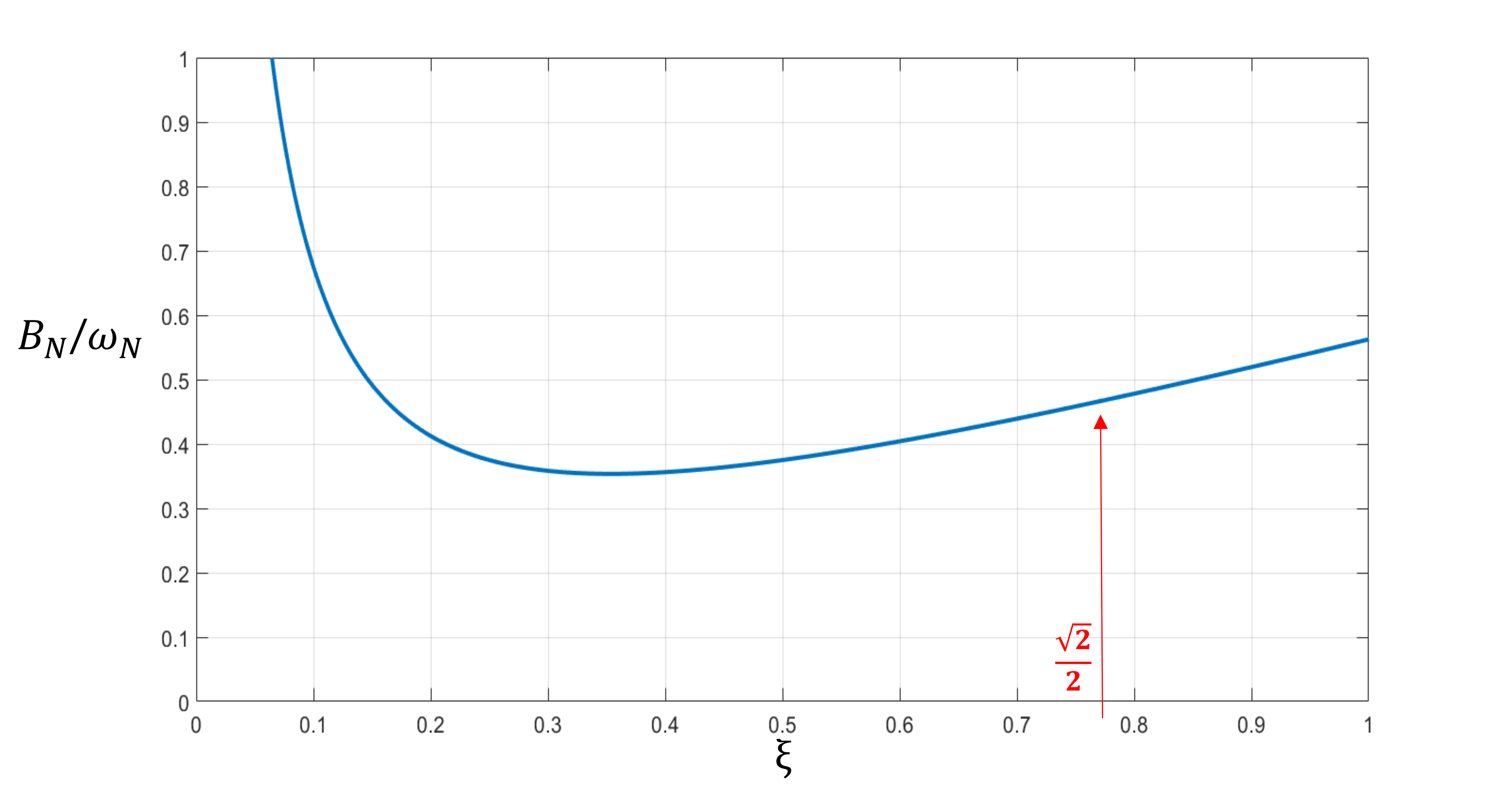


Figure 4.25
Voltage-controlled frequency for four values of the input frequency step. (a) VCO frequency for $\Delta f = 20$ Hz. (b) VCO frequency for $\Delta f = 35$ Hz. (c) VCO frequency for $\Delta f = 40$ Hz. (d) VCO frequency for $\Delta f = 45$ Hz.



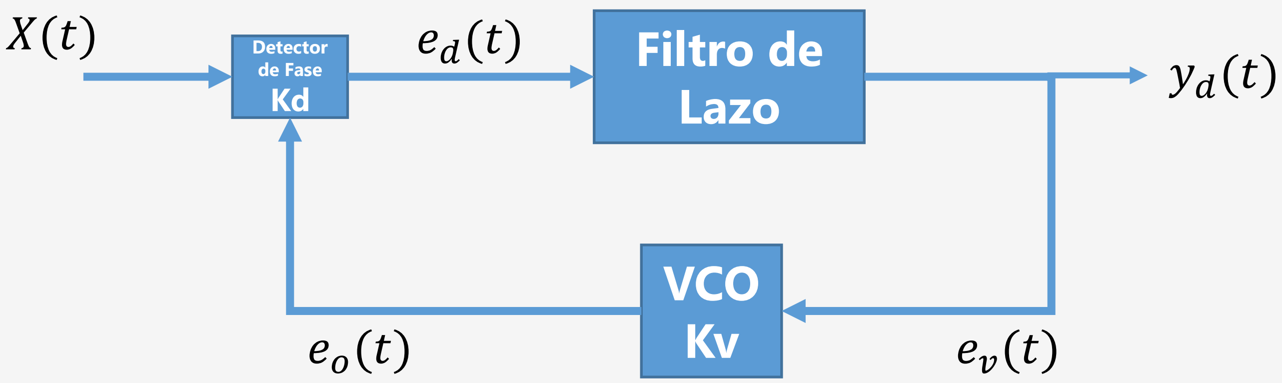
PLL 2do. Orden Tipo II

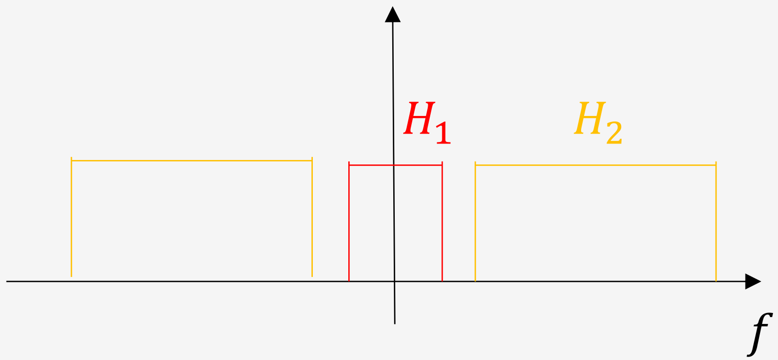
$$B_N = \frac{\omega_N}{2}\left(\xi + \frac{1}{8\xi}\right)$$

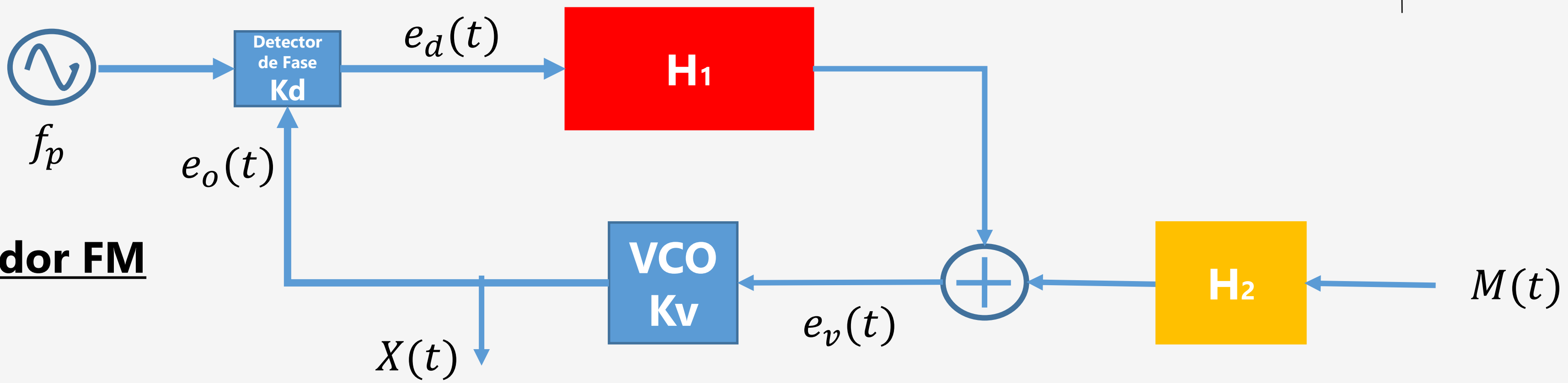


PLL usos

Demodulador FM



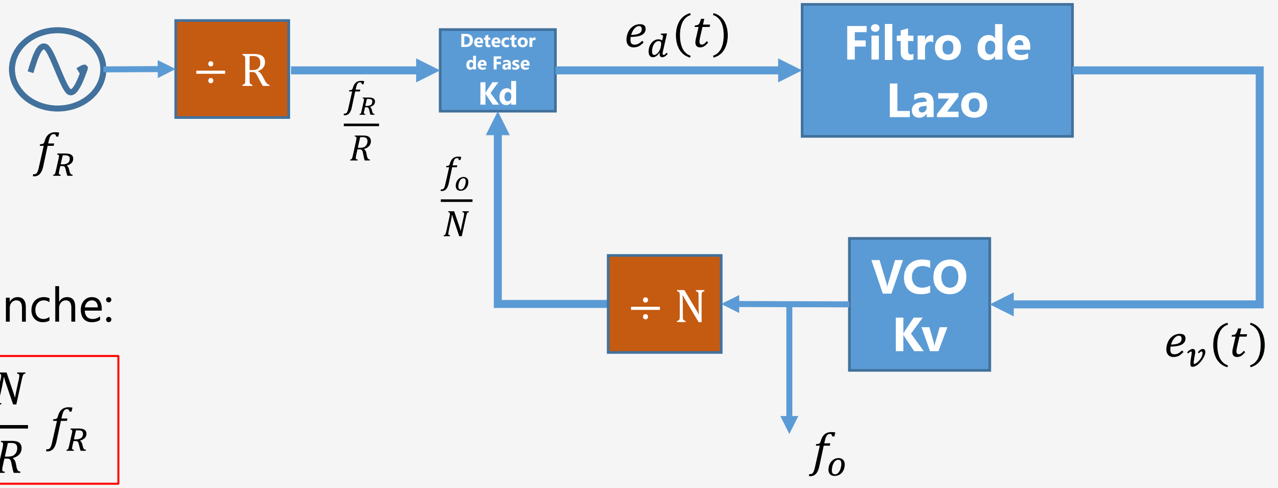




Modulador FM

PLL usos: Síntesis de Frecuencia

Integer-N PLL



En condiciones de enganche:

$$\frac{f_o}{N} = \frac{f_R}{R} \rightarrow \boxed{f_o = \frac{N}{R} f_R}$$

$$N, R \in \mathbb{Z}$$

Fractional-N PLL

$$\boxed{f_o = (N + \frac{K}{F})\, f_R} \qquad N, K, F \in \mathbb{Z}$$

Fuentes:

- Principles of Communications, 5/E by Rodger Ziemer and William Tranter, John Wiley & Sons. Inc.
- Sitio de Analog Devices, Texas Instruments.
- CONAE

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

POR LA CIENCIA Y POR LA PATRIA

U.N.L.P.

Fi