Control Automático III - Ing. Electrónica
Trabajo Práctico 6: Introducción al control predictivo por modelo

Ejercicio 1: Sistema aumentado

Considere el siguiente modelo de estados en tiempo discreto:

$$\begin{aligned} x_m(k+1) &= A_m x_m(k) + B_m u(k) \\ y(k) &= C_m x_m(k), \end{aligned}$$

para el cuál las matrices de estado son:

$$A_m = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad B_m = \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad C_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Encontrar las matrices (A, B, C) del modelo aumentado tal como se vió en clase (incremental), calcular los autovalores de la matriz del sistema, A, del modelo aumentado.

Ejercicio 2: Sistema aumentado desde modelo continuo Considere el modelo en tiempo continuo:

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x_m(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x_m(t). \end{aligned}$$

a. Discretizar el modelo para un intervalo de muestreo $\Delta t = 1s$. Puede ser de utilidad el comando `c2d()`.

b. Armar el sistema de estados expandido. Usar como guía:

```
[m1,n1] = size(Cd);  % Define las dimensiones de la salida (m1) y
% de la cantidad de estados (n1)
[n1,n_in] = size(Bd);  % Dimensiones para la entrada de control (n_in)

A_e = eye(n1+n_in,n1+n_in);  % Se inicializa la matriz del sistema expandido
A_e(1:n1,1:n1) =
A_e(n1+1:n1+n_in,1:n1) =

B_e = zeros(n1+n_in,n_in);  % Se inicializa la matriz de entrada extendida
B_e(1:n1,:) =
B_e(n1+1:n1+1,:)=

C_e = zeros(m1,n1+m1);  % Se inicializa la matriz de salida
C_e(:,n1+1:n1+m1) =
```

Ejercicio 3: MPC en una ventana

Suponga el sistema de primer orden descripto por la ecuación de estados:

$$x_m(k+1) = a x_m(k) + b u(k)$$
$$y(k) = x_m(k),$$

donde $a = 0{,}8$ y $b = 0{,}1$ son escalares. Implementando todos los ejercicios en Matlab:

a. Encuentre el modelo expandido del sistema.

b. Asumiendo un horizonte de predicción $N_p = 10$ y un horizonte de control $N_c = 4$,

   I. Calcular las componentes que forman la predicción de la salida futura Y. Es decir, F y Phi.

   Pista: Para F puede implementarse un bucle `for` y para Phi dos bucles `for` anidados.

   II. Calcular las cantidades $\Phi^T\Phi$, $\Phi^T F$ y $\Phi^T\ \overline{R}_s$

c. Asumiendo que $k_i = 10$ y que $r(10) = 1$ y $x(10) = [0{,}1\ 0{,}2]^T$. Encontrar la solución óptima ΔU para los casos en que $r_w = 0$ y $r_w = 10$.

d. Graficar la salida del sistema para ambos casos del inciso anterior.

Ejercicio 4: MPC en una ventana - YALMILP

Realizar el inciso *c.* del ejercicio anterior utilizando YALMIP.

Ejercicio 5: Horizonte deslizante

Utilizando la misma configuración del Ejercicio 3, para el caso en el que $r_w = 0$, implementar el MPC con ventana deslizante en un script de Matlab. Considerar que la acción de control en $k = 9$ es $u(9) = 1{,}2$. Graficar la salida del sistema y la evolución de la acción de control.

Ejercicio 6: Horizonte Deslizante - YALMIP

Implementar en un script el Ejercicio 5 utilizando YALMIP. Hacer una simulación para el modelo incremental y otra simulación para el modelo x_m.

Ejercicio 7: Lazo cerrado

Plantear las ecuaciones de lazo cerrado para el Ejercicio 5, dibujar el esquema en bloques del sistema y simularlo en Matlab.

Ejercicio 8: Simulink + YALMIP

Considerando una planta con la función de transferencia discreta:

$$G(z) = \frac{0{,}1}{z^3(z^2 - 1{,}4z + 0{,}48)}$$

a. Calcular la representación en modelo de estados para este sistema.

b. Diseñar un control predictivo que siga una referencia de tipo escalón unitario. Utilizar un horizonte de predicción de $N_p = 16$, un horizonte de control de $N_c = 4$ y un peso para la acción de control de $r_w = 0{,}01$. Diseñar el control utilizando YALMIP.

c. Implementar el lazo de control en Simulink utilizando YALMIP.

Ejercicio 9: MPC con restricciones

Considerando el sistema en tiempo discreto de un motor de continua:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}9048 & 0 \\ 0{,}0952 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0{,}0952 \\ 0{,}0048 \end{bmatrix} u(k).$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

Diseñar un sistema de control predictivo que siga un set-point unitario si:

a. La acción de control debe cumplir con $0 \leq u(k) \leq 0{,}6$.

b. En vez de la restricción anterior, calcular la acción de control para cumplir con $-0{,}2 \leq \Delta u(k) \leq 0{,}2$.

c. Ahora la acción de control debe cumplir al mismo tiempo con las dos restricciones anteriores.

Utilizar para el diseño un horizonte de predicción de $N_p = 60$, y un horizonte de control de $N_c = 5$; $r_w = 1$ y las condiciones iniciales del sistema en el instante cero son iguales a cero.

- Resolver el ejercicio utilizando YALMIP en un script.
- Luego implementar el ejercicio en Simulimk.