



# Predictor de Smith

Tema 03



# CA3: Predictor de Smith

## Nota

---

El material de estas diapositivas está basado en los libros:

- J.E. Normey-Rico and E.F. Camacho. “Control of Dead-time Processes”. Springer, 2007,



# Predictor de Smith

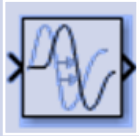
### Índice

- **Introducción**
- Ventajas y Desventajas del PS
- PS de dos grados de libertad

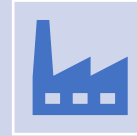


# CA3: Predictor de Smith

## Introducción - Generalidades



Está orientado a la compensación del retardo.



De aplicación industrial.



Se la puede considerar como un caso particular del Control por Modelo Interno.



Ha recibido numerosas modificaciones y mejoras desde su aparición.



Requiere de una buena estimación del retardo.



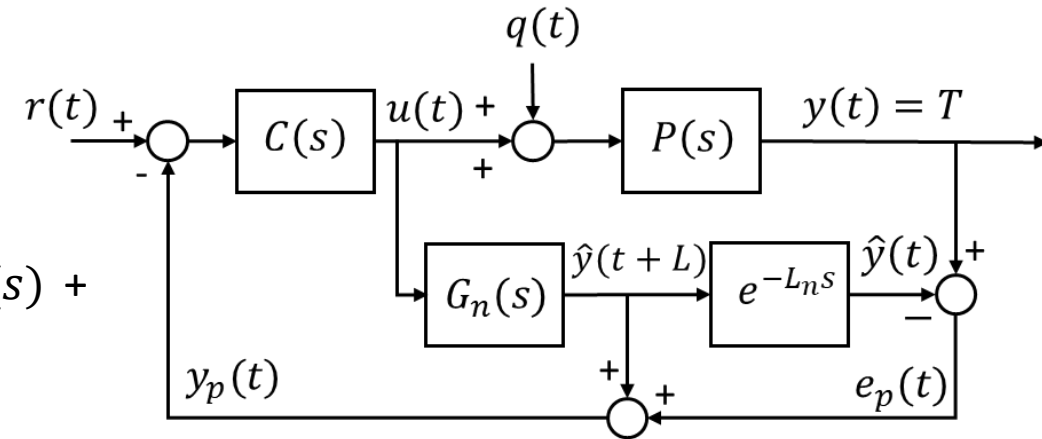
Fue propuesta por Smith en la década del 50.



# CA3: Predictor de Smith

## Introducción - Estructura

- La estructura del SP se puede dividir en dos partes:
  - el controlador primario  $C(s)$ : típicamente un PID, puede ser otro
  - la estructura del predictor: modelo de la planta sin retardo  $G_n(s)$  + modelo del retardo  $e^{-L_n s}$
- El modelo sin retardo ( $G_n(s)$ ) se utiliza para calcular una predicción de lazo abierto. Modelo completo del proceso:  $P_n(s) = G_n(s)e^{-L_n s}$ .
- La diferencia entre la salida del proceso y el modelo se agrega a la predicción de lazo abierto para considerar los errores de modelado.
- Para modelado perfecto y sin perturbaciones,  $e_p(t) = 0$  e  $y_p(t) = \hat{y}(t + L_n) \Rightarrow C(s)$  se puede ajustar como si la planta no tuviera retardo (al menos en el caso nominal).



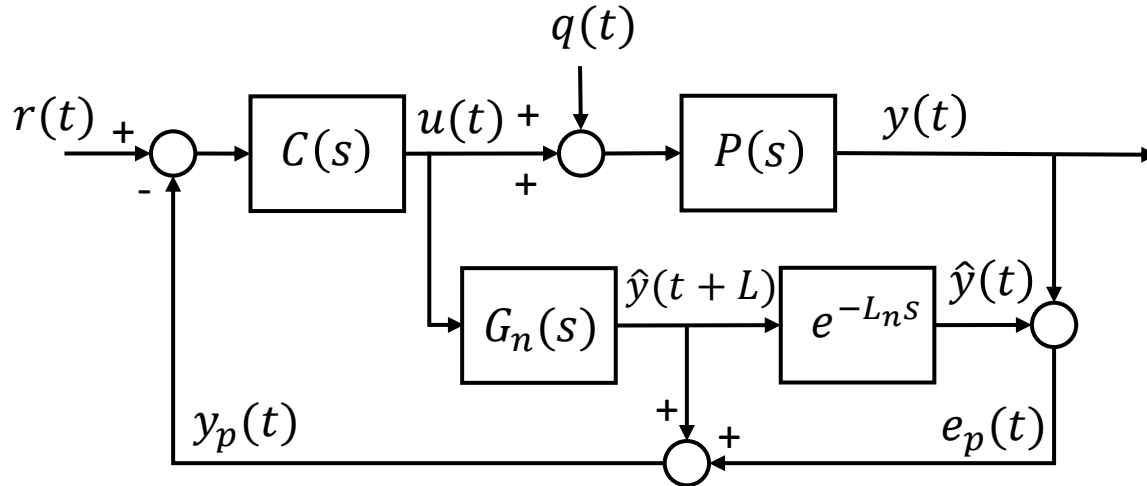
Este controlador puede dar mejoras significativas en la respuesta a cambios en la referencia, pero puede ser también muy sensible a incertidumbres de modelado.



# CA3: Predictor de Smith

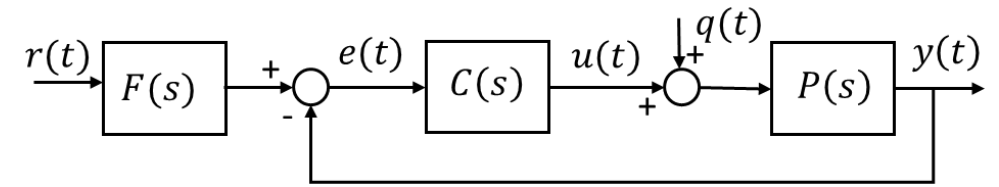
## Propiedades del SP ante modelado perfecto (caso nominal)

- $P(s) = P_n(s)$ ,  $G(s) = G_n(s)$ ,  $L = L_n$



- Propiedad 1: compensación del retardo
  - Si  $q(t) = 0 \rightarrow e_p(t) = 0 \rightarrow y_p(t) = \hat{y}(t + L_n)$
  - La ecuación característica resulta  $1 + C(s)G_n(s) = 0$

- Para una estructura clásica de control:



$$1 + C(s)P_n(s) = 0$$

$$1 + C(s)G_n(s)e^{-L_n s} = 0$$

El retardo se elimina de la ecuación característica.



# CA3: Predictor de Smith

## Propiedades del SP ante modelado perfecto (caso nominal)

- Propiedad 2: predicción

- La señal  $y_p(t)$  producida por el predictor anticipa la salida del sistema para cambios en la referencia pero no para las perturbaciones.

- Si  $q = 0$

$$Y_p(s) = G_n(s)U(s) = e^{L_n s} P_n(s)U(s) = e^{L_n s} Y(s)$$

$$y_p(t) = \hat{y}(t + L_n)$$

- Si  $q \neq 0$

$$Y_p(s) = P(s)U(s) + P(s)Q(s) + G_n(s)U(s) - P_n(s)U(s)$$

$$Y_p(s) = G_n(s)U(s) + P_n(s)Q(s)$$

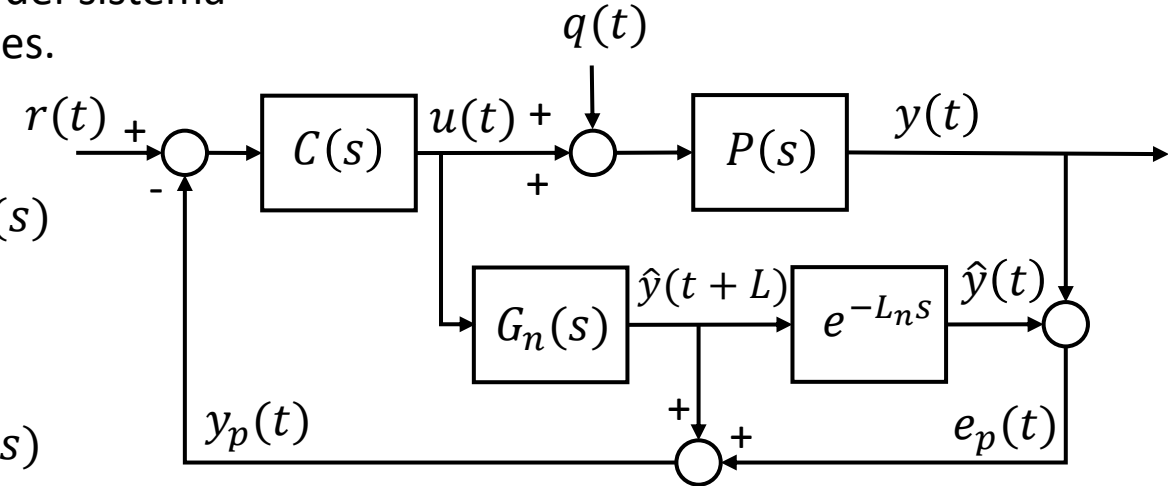
Sumando y restando  $G_n(s)Q(s)$

$$Y_p(s) = G_n(s)(U(s) + Q(s)) - G_n(s)Q(s) + P_n(s)Q(s)$$

$$Y_p(s) = e^{L_n s} Y(s) - P_n(s)e^{L_n s} Q(s) + P_n(s)Q(s)$$

$$Y_p(s) = e^{L_n s} Y(s) + P_n(s)(-e^{L_n s} Q(s) + Q(s))$$

$$y_p(t) = \hat{y}(t + L_n) + P_n(s)(q(t) - q(t + L_n))$$



Para cambios lentos en la perturbación  $q(t) \approx q(t + L_n) \Rightarrow y_p(t)$  buena predicción de  $\hat{y}(t + L_n)$ .

Si  $q(t)$  cambia rápidamente, la perturbación no se puede eliminar de la señal de realimentación  $y_p(t)$ .



# CA3: Predictor de Smith

## Propiedades del SP ante modelado perfecto (caso nominal)

- Propiedad 3: Compensación dinámica ideal

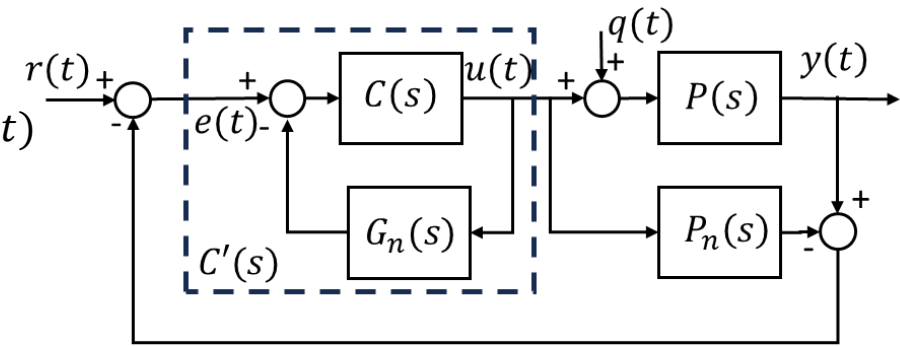
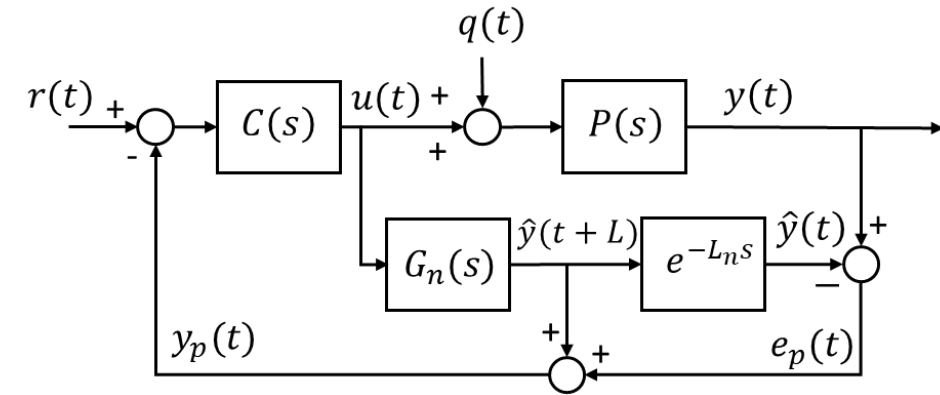
- La estructura del SP factoriza implícitamente la planta en dos partes:
  - $G_n(s)$ , puede ser invertible
  - $e^{-L_n s}$ , no invertible
- Aplicando un controlador con ganancia infinita (ideal)

$$C'(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)G_n(s)} = (G_n(s))^{-1}$$

$$y(t) = r(t - L_n) + P_n(s)(q(t) - q(t - L_n)) = \boxed{r(t - L_n)} + (P_n(s) - \boxed{e^{-L_n s} P_n(s)})q(t)$$

- La función de transferencia "ideal" entre la referencia y la salida es un retardo simple.
- Si se aplica una perturbación en  $t = 0$ , es necesario esperar hasta  $t = 2L_n$  para notar el efecto del controlador en la salida.
- De  $t = 0$  a  $t = 2L_n$ , la respuesta obtenida es un comportamiento de lazo abierto.

Aunque este controlador ideal no se puede utilizar en la práctica, proporciona un límite superior de rendimiento para el LC.



Permiten obtener un mejor rendimiento que con un PID. La diferencia es más evidente cuando domina el retardo y se nota más en el seguimiento de la referencia que en el rechazo de perturbaciones.





# CA3: Predictor de Smith

## Ejemplo – Comparación con PID

$$P(s) = \frac{e^{-Ls}}{1 + 1,5s} \quad L = 2$$

- Se diseña un controlador PID y un SP

- PID  $\alpha = 0,3$

$$T_0 = [(\alpha^2 + \alpha)^{1/2} + \alpha] \frac{L}{2} \quad k_x = \frac{2T}{(L + 4T_0)K_p}$$

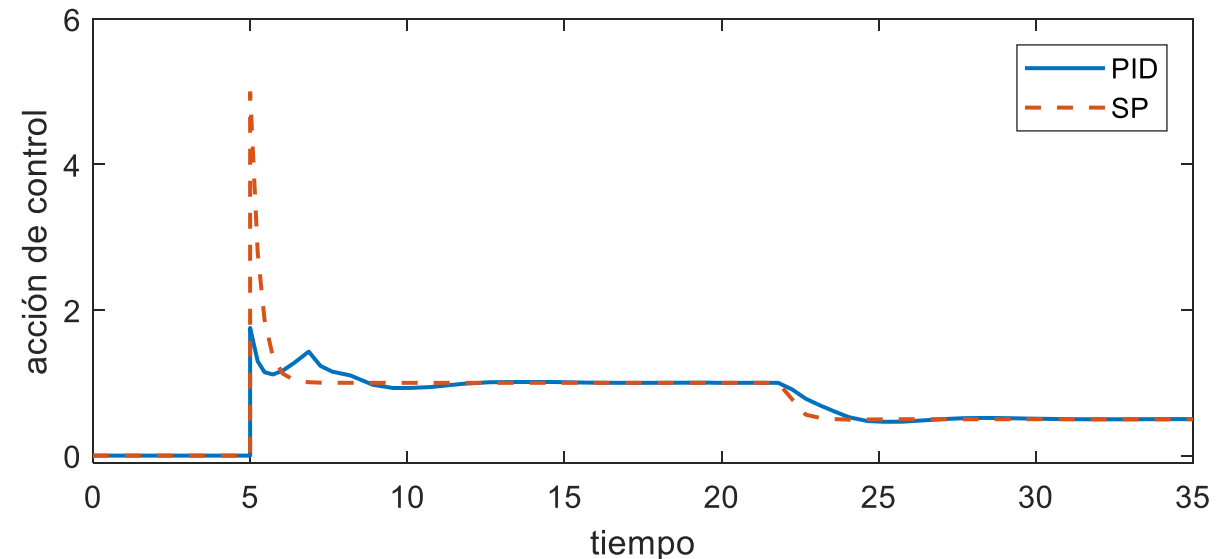
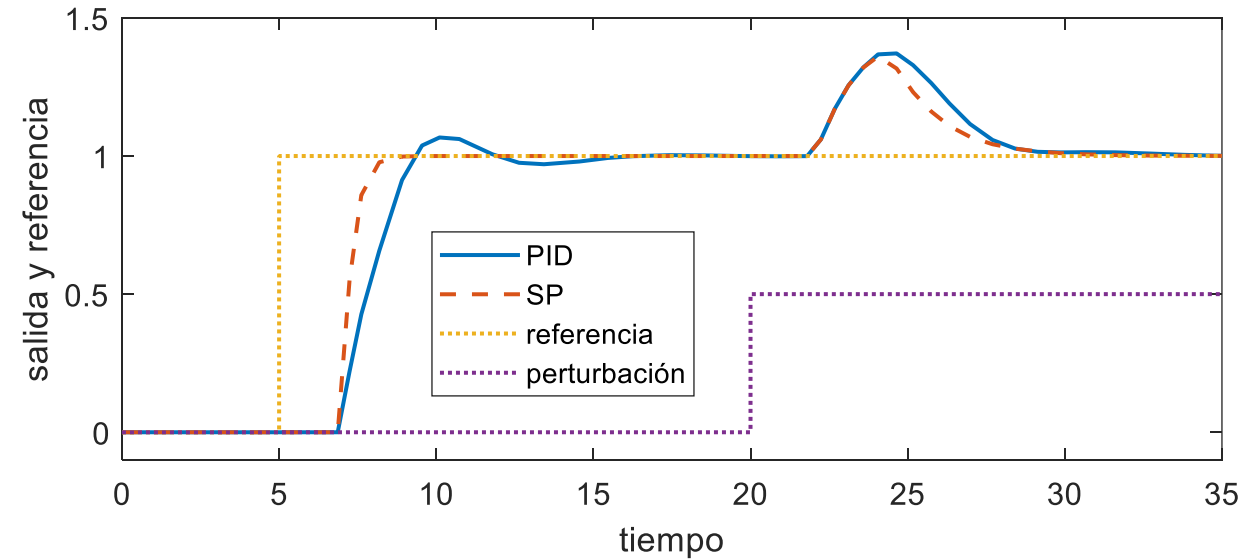
$$C_x(s) = \frac{k_x(1 + Ts)(1 + 0,5Ls)}{Ts(1 + 0,5\alpha Ls)}$$

- SP

$$C(s) = K_c \frac{1 + T_i s}{T_i s}$$

$T_i = T$ ,  $K_c$  se elige para obtener una constante de tiempo de lazo cerrado dominante en  $T_0 = 0,3$ :

$$1 + C(s)G(s) = \left[ 1 + \frac{K_c}{1,5s} \right]_{s=-1/0,3} = 0 \quad \Rightarrow K_c = 5$$





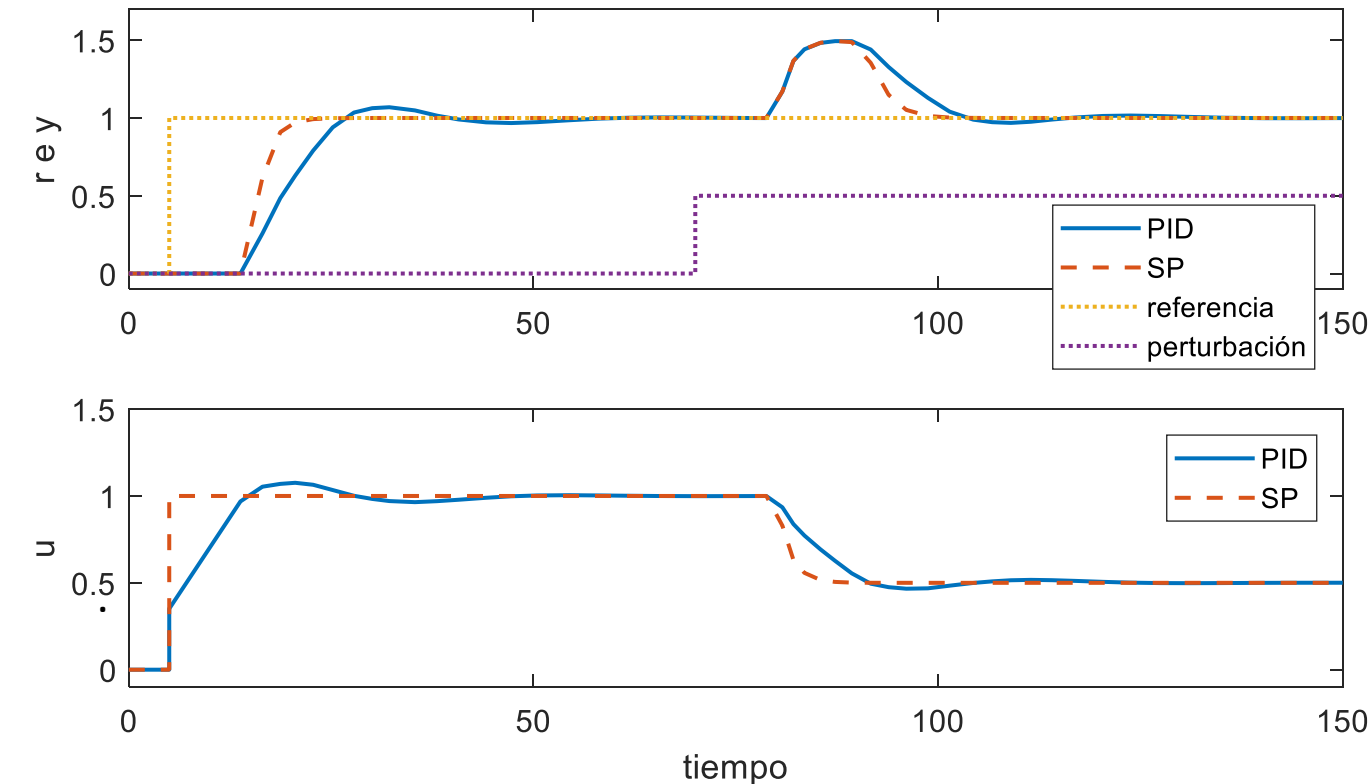
# CA3: Predictor de Smith

## Ejemplo - Continuación

$$P(s) = \frac{e^{-Ls}}{1 + 1,5s} \quad L = 10$$

- PID: misma sintonización actualizando L
- SP:  $T_i = 1,5, k_c = 1$

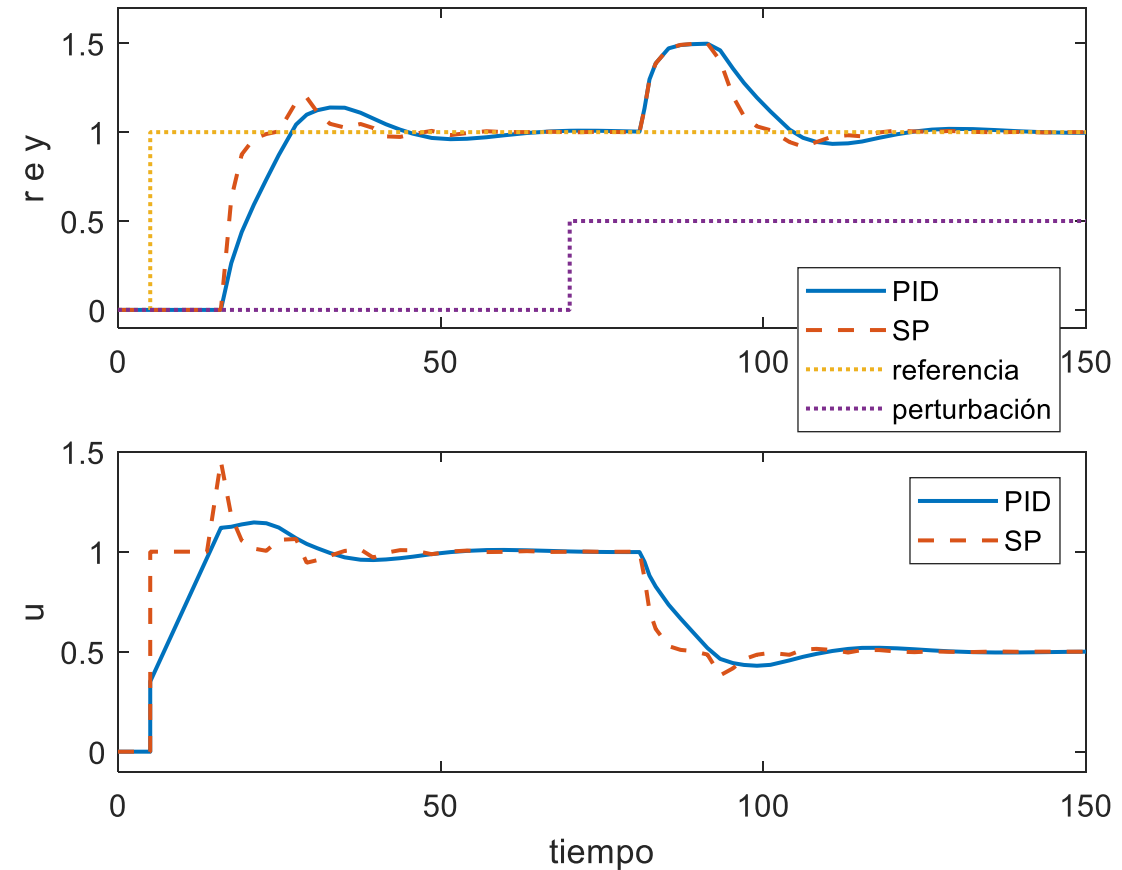
L real 10



- Considerando un error en el retardo del 10%

$$L = 10; L \text{ "real" } = 11$$

L real 11



SP muestra un mejor rendimiento aún.

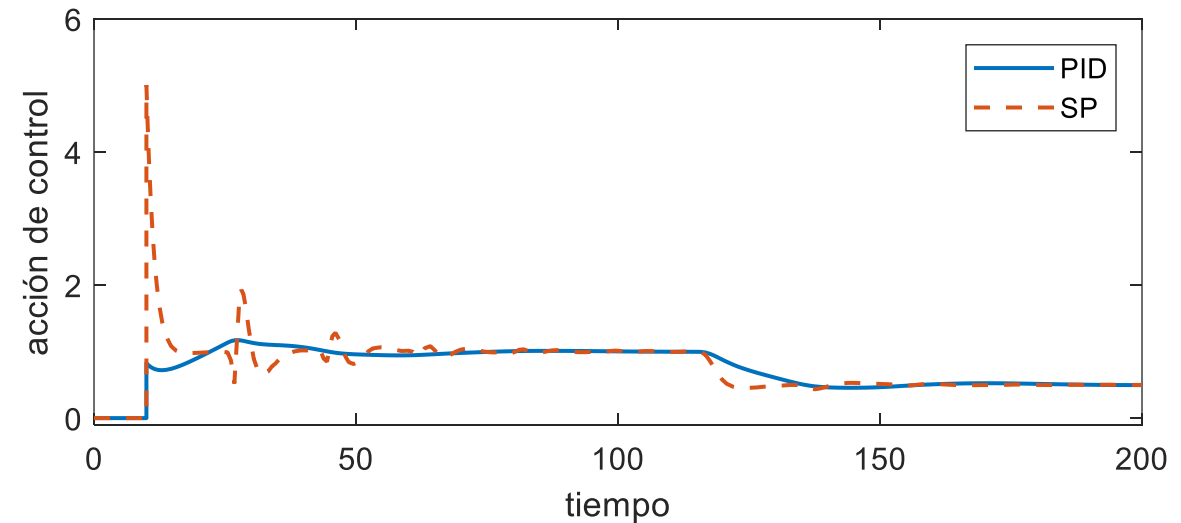
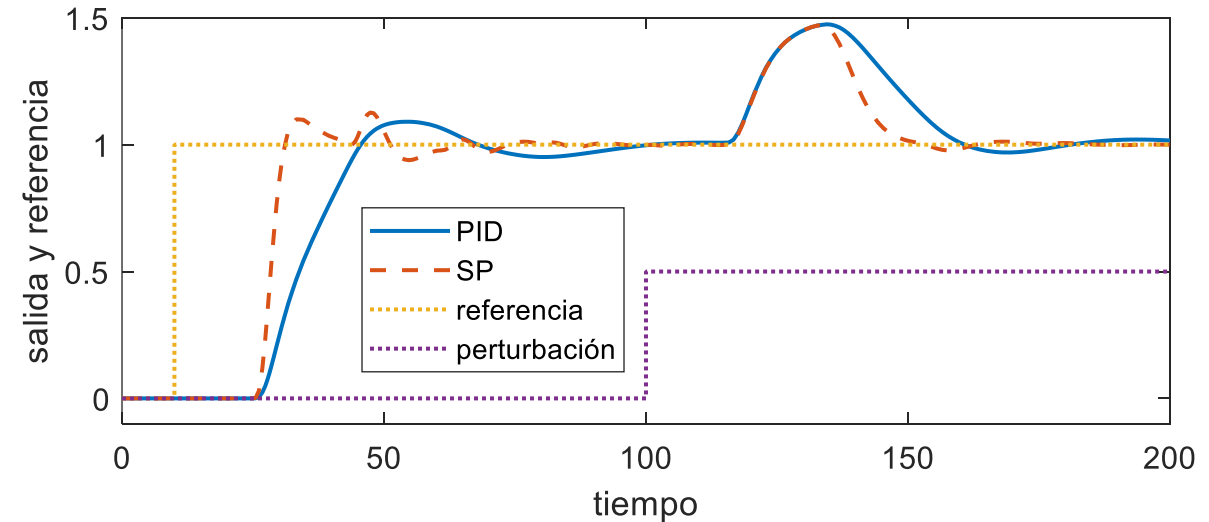


# CA3: Predictor de Smith

## Ejemplo – Aproximación de sistemas de alto orden

$$P(s) = \frac{e^{-15s}}{(1+s)^3(5s+1)} \quad P_n(s) = \frac{e^{-17s}}{1+6s} \quad G_n(s) = \frac{1}{1+6s}$$

- PID con  $\alpha = 0,3$
- El PI para el SP se sintoniza para un polo doble en  $-0,5$  del sistema sin retardo:  $T_i = 10/3$  y  $K_c = 5$ .
- El SP ofrece un mejor rendimiento a costa de una mayor acción de control en los transitorios de la referencia.
- Parecería que es posible sintonizar el controlador primario  $C(s)$  como si la planta no tuviera retardo y acelerar la respuesta de forma arbitraria.
  - El sistema a lazo cerrado se volvería inestable para pequeñas diferencias entre el modelo y el proceso real.
  - Las propiedades de rechazo de perturbaciones no se pueden definir arbitrariamente.
  - El controlador no se puede utilizar con procesos inestables.



Filtrar referencia y comparar



# Predictor de Smith

### Índice

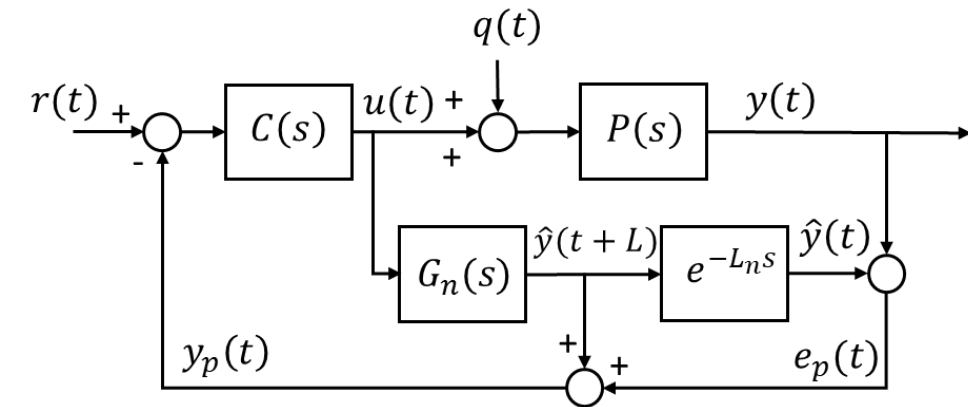
- Introducción
- **Ventajas y Desventajas del PS**
- PS de dos grados de libertad



# CA3: Predictor de Smith

## Ventajas y desventajas del PS – Respuesta a la referencia y a las perturbaciones

- Caso nominal ( $P(s) = P_n(s)$ )



- Si  $C(s)$  se ajusta para definir la dinámica de rechazo de perturbaciones, entonces no es posible alcanzar la respuesta deseada a la referencia (problema común de todas las estructuras de un grado de libertad).
- Los polos de  $P(s)$  no se pueden eliminar de la función de transferencia de rechazo de perturbaciones, excepto para un polo en  $s = 0$ .

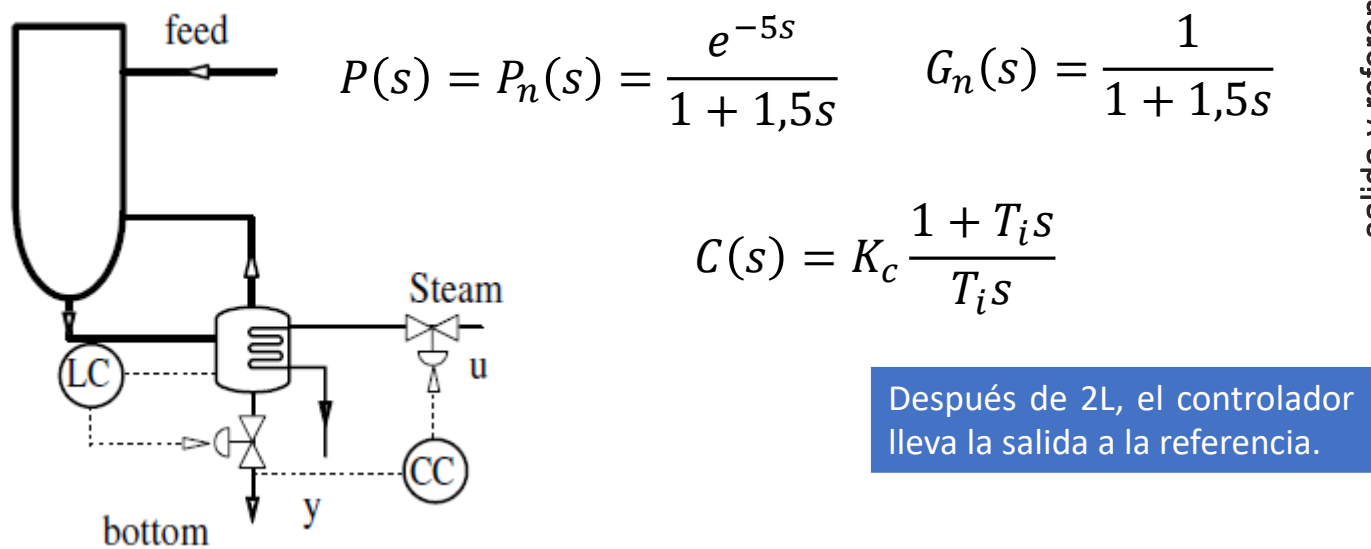
$$y(t) = r(t - L_n) + P_n(s)(1 - e^{-L_n s})q(t)$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)}$$

- El denominador de  $P_n(s)$  aparece en el denominador de  $Y(s)/Q(s)$  incluso cuando  $C(s)$  cancela los polos de la planta.
  - Si los polos de  $P(s)$  son más lentos que los polos de LC de  $Y(s)/R(s)$ , dominarán la respuesta de rechazo de perturbación y no será posible acelerar estos transitorios (problema cuando el retardo es pequeño).

$$\frac{Y(s)}{Q(s)} = P_n(s) \left[ \frac{1 + C(s)(G_n(s) - P_n(s))}{1 + C(s)G_n(s)} \right]$$

- Concentración en una columna de destilación



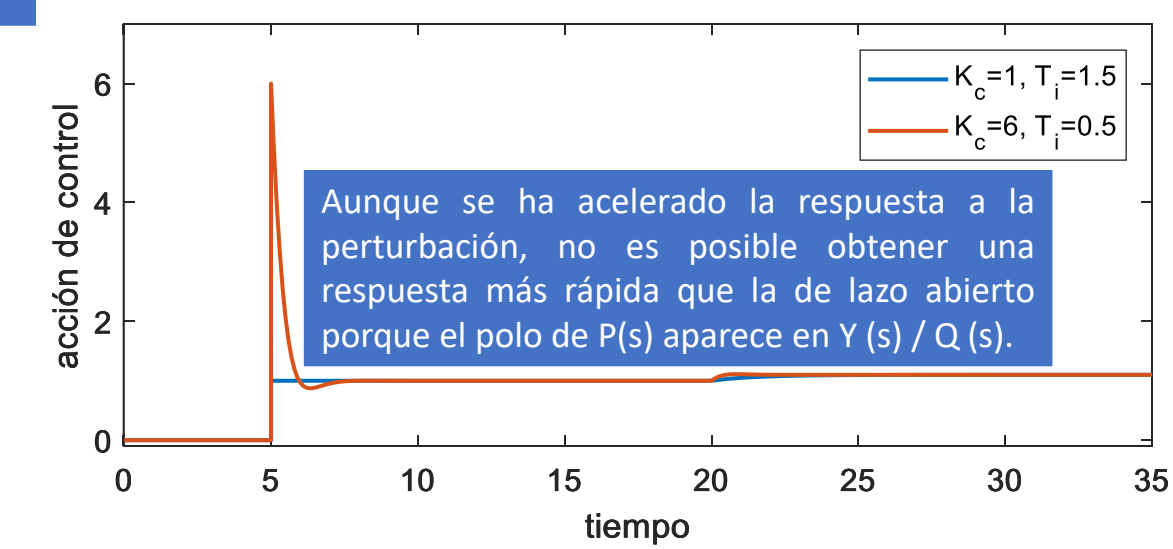
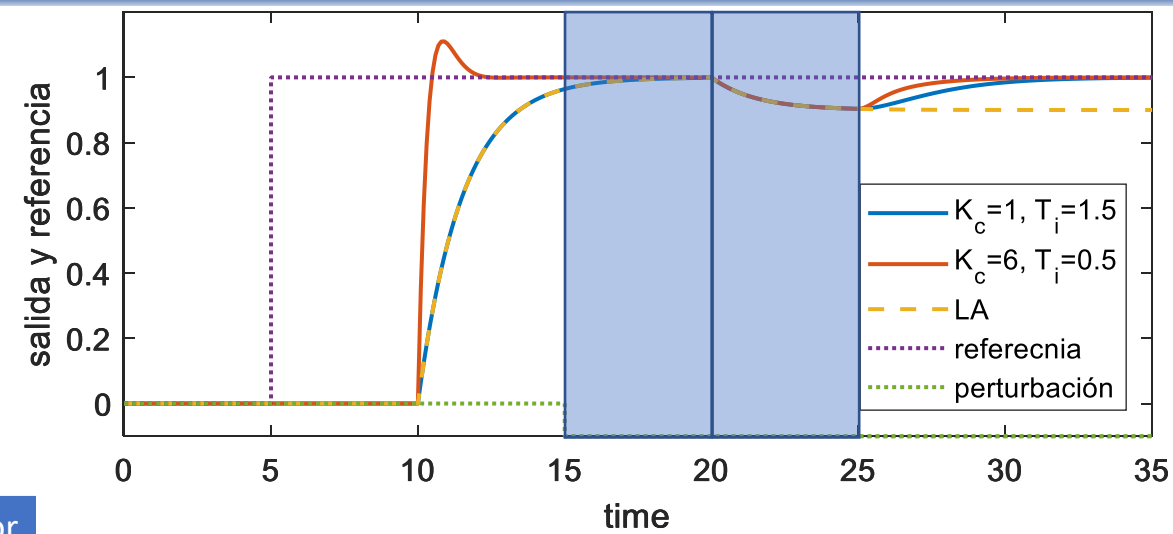
- $K_c = 1, T_i = 1,5$ 

$$1 + C(s)G_n(s) = 1 + \frac{1}{1.5s} = 0$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+1.5s} e^{-5s}$$
- $K_c = 6, T_i = 0,5$ 

$$1 + C(s)G_n(s) = 1 + \frac{6(1 + 0.5s)}{0.5s(1 + 1.5s)} = 0$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{0.5s + 1}{1 + 0.5s + 0.125s^2} e^{-5s}$$



Aunque se ha acelerado la respuesta a la perturbación, no es posible obtener una respuesta más rápida que la de lazo abierto porque el polo de  $P(s)$  aparece en  $Y(s) / Q(s)$ .

Filtrar referencia y comparar



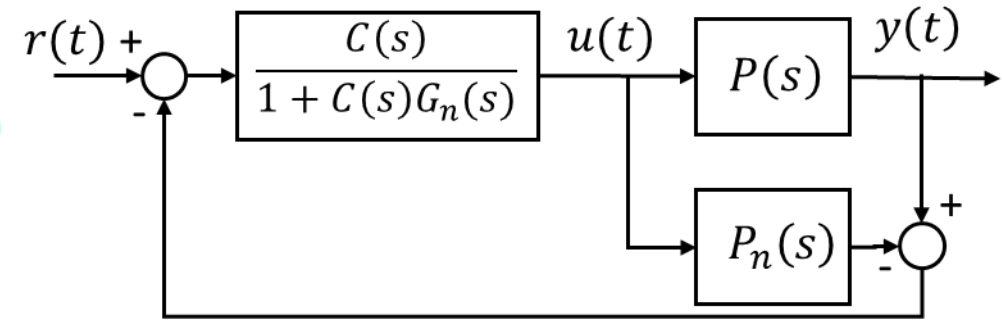
# CA3: Predictor de Smith

## Ventajas y desventajas del PS – Robustez

- Los errores de modelado deben tenerse en cuenta para definir los polos de lazo cerrado ( $P_n(s) \neq P(s)$ ).

$$P(s) = P_n(s)[1 + \delta P(s)] = P_n(s) + \Delta P(s) \quad |\delta P(j\omega)| \leq \overline{\delta P}(\omega) \quad \omega > 0$$

$$1 + C(s)[G_n(s) + P(s) - P_n(s)] = 1 + C(s)[G_n(s) + \Delta P(s)] \quad (\text{ec. carac})$$



- Condición para robustez  $|1 + C(j\omega)G_n(j\omega)| > |C(j\omega)\Delta P(j\omega)|$

$$\overline{\delta P}(\omega) < dP(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)G_n(j\omega)|}{|C(j\omega)G_n(j\omega)|} \quad \forall \omega > 0$$

Límite superior del error de modelado multiplicativo para garantizar la estabilidad (medida de la robustez).

Los polos de lazo cerrado de  $Y(s)/R(s)$  se deben definir teniendo en cuenta la condición de robustez para imponer un límite superior a la performance en lazo cerrado.

$$|\delta P(j\omega)| < dP(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)P_n(j\omega)|}{|C(j\omega)P_n(j\omega)|} \quad \forall \omega \geq 0 \quad (\text{para lazo clásico})$$

Comparando con el índice de robustez de un lazo clásico, en general, permite lograr un mejor compromiso entre robustez y rendimiento.



# CA3: Predictor de Smith

## Ventajas y desventajas del PS – Robustez – Dinámica no modelada

- Planta

$$P(s) = \frac{e^{-10s}}{(s+1)(0.5s+1)(0.25s+1)(0.125s+1)}$$

- Modelo del predictor

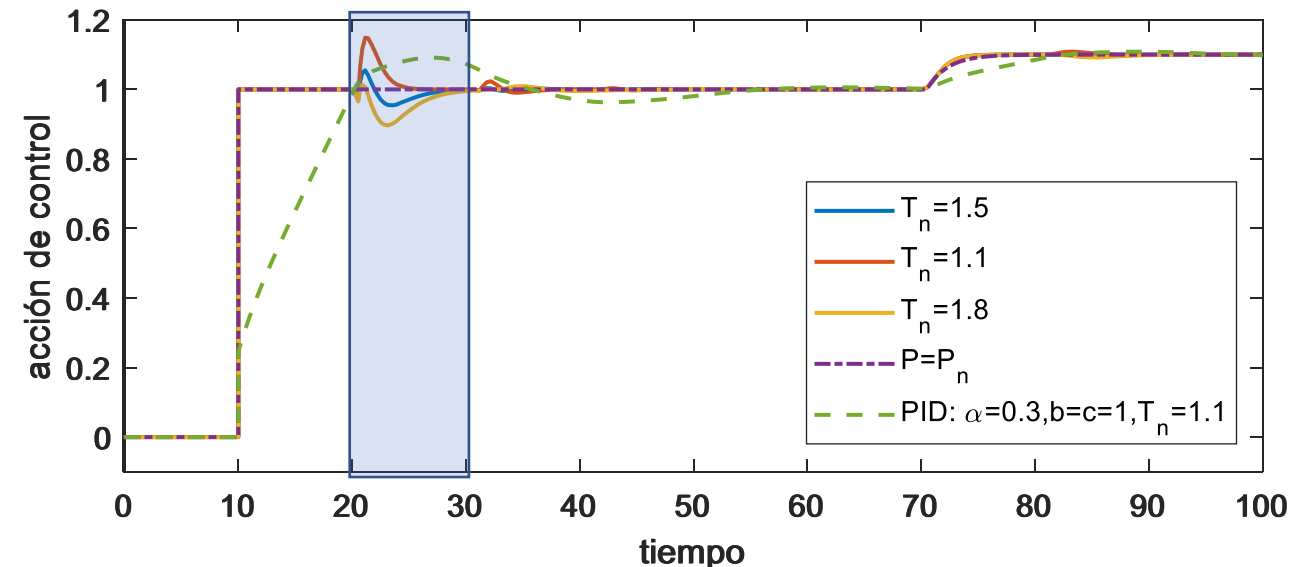
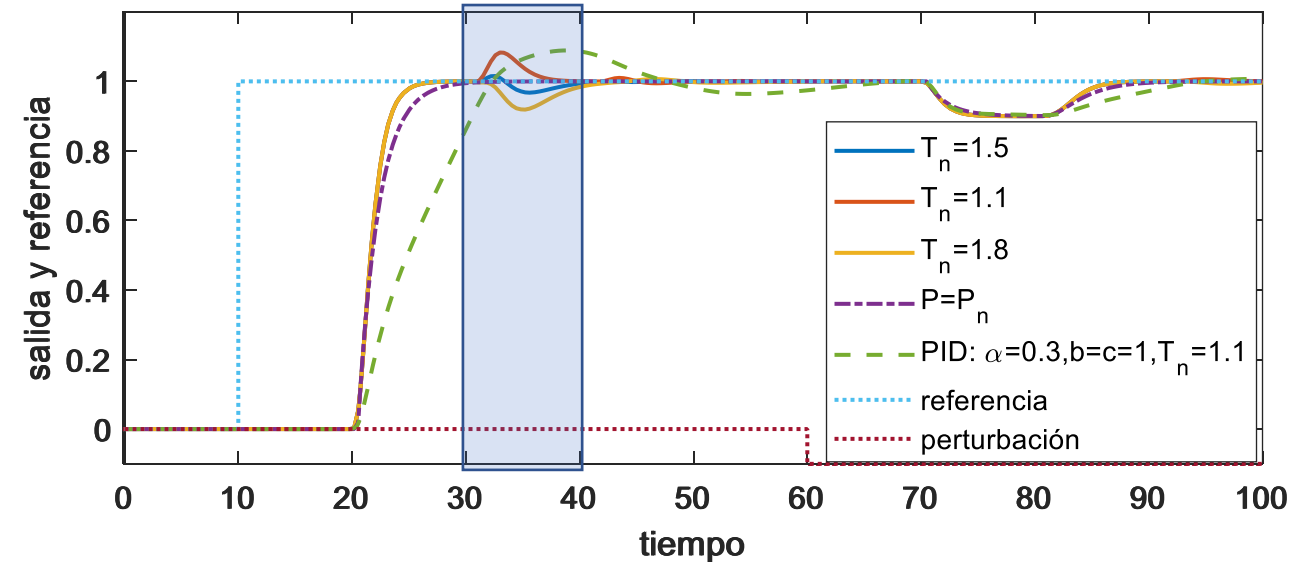
$$P_n(s) = \frac{K_n e^{-L_n s}}{(1 + T_n s)} \quad G_n(s) = \frac{K_n}{(1 + T_n s)}$$

$$L_n = 10.5; K_n = 1$$

$$T_n = \{1.1; 1.5; 1.8\} \quad \text{Error de modelado en la dinámica dominante}$$

- El PI se sintoniza para que el polo de LC esté en la misma posición del de lazo abierto  $K_c = 1, T_i = T_n$

¿Cómo queda el controlador equivalente?







# CA3: Predictor de Smith

## Ventajas y desventajas del PS – Robustez – Error de estimación en la ganancia

- Planta

$$P(s) = \frac{K e^{-10s}}{(1+s)(1+.5s)(1+.25s)(1+.125s)}$$

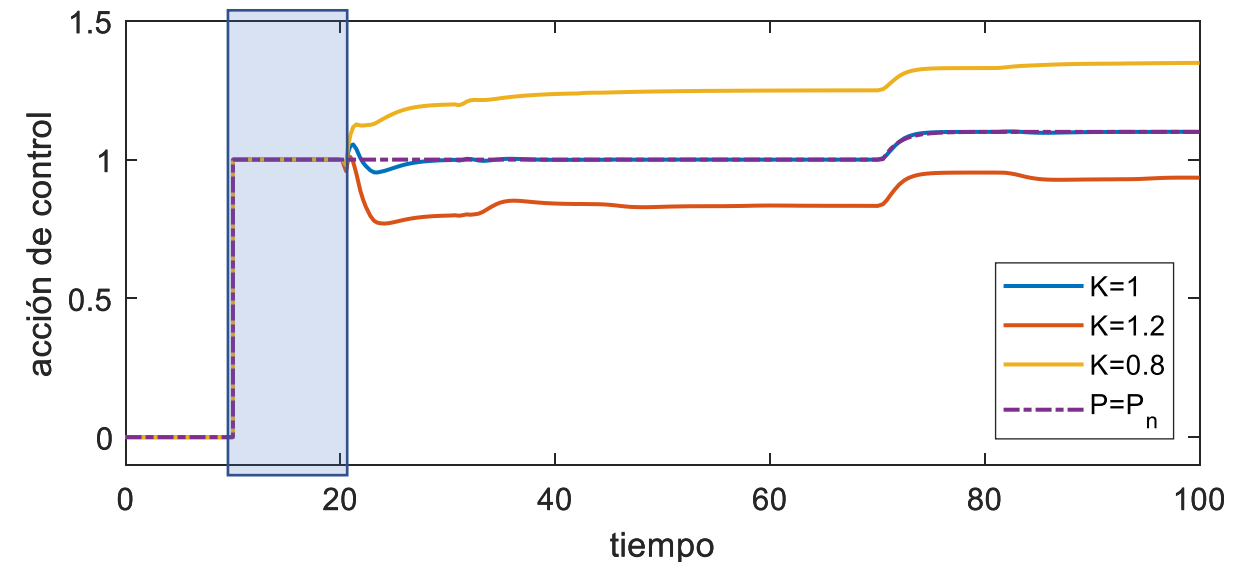
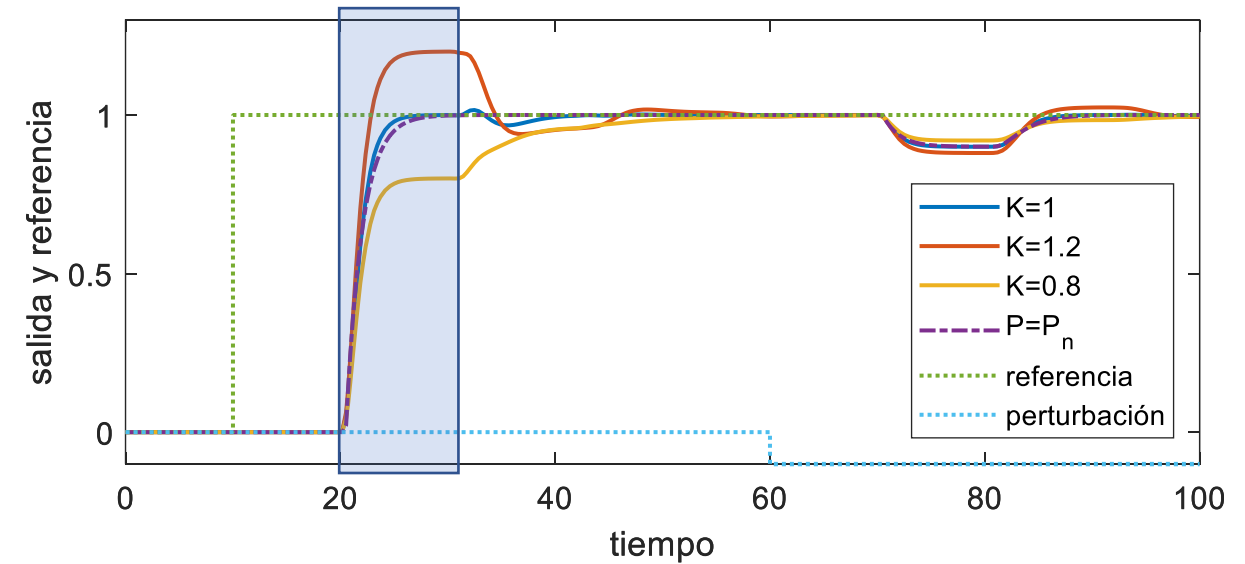
- Modelo del predictor

$$P_n(s) = \frac{K_n e^{-L_n s}}{(1 + T_n s)} \quad G_n(s) = \frac{K_n}{(1 + T_n s)}$$

$$L_n = 10,5; T_n = 1,5; K_n = 1$$

$$K = \{0,8; 1; 1,2\} \quad \text{Error de modelado en la ganancia}$$

- PI se sintoniza con  $K_c = 1, T_i = T_n$





# CA3: Predictor de Smith

## Ventajas y desventajas del PS – Robustez – Error de estimación en el retardo

- Planta

$$P(s) = \frac{e^{-Ls}}{(1+s)(1+.5s)(1+.25s)(1+.125s)}$$

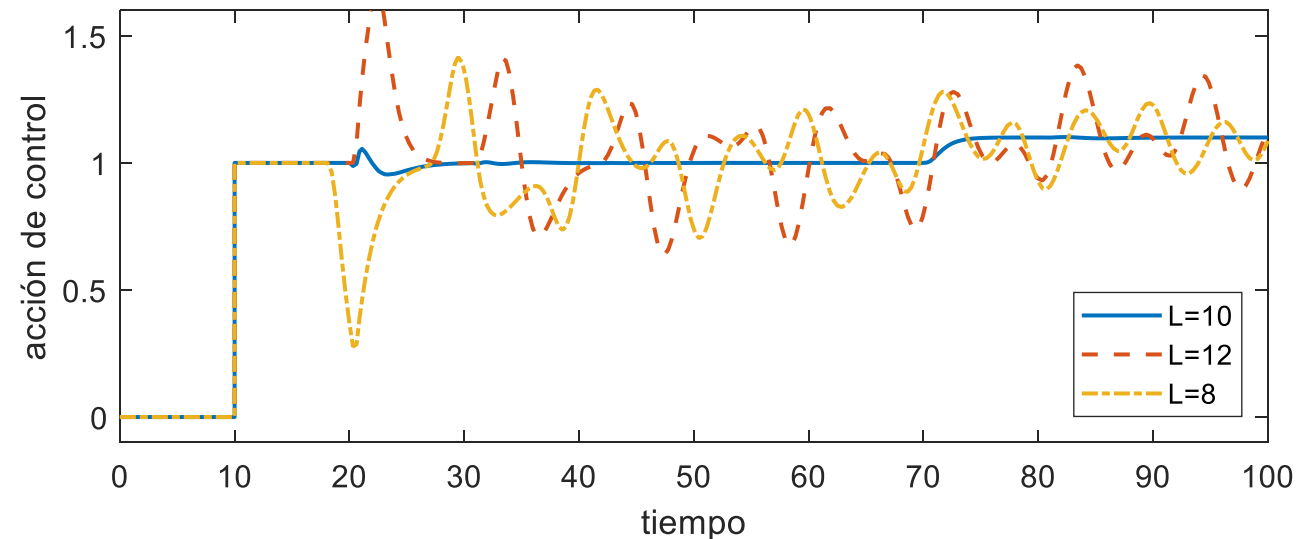
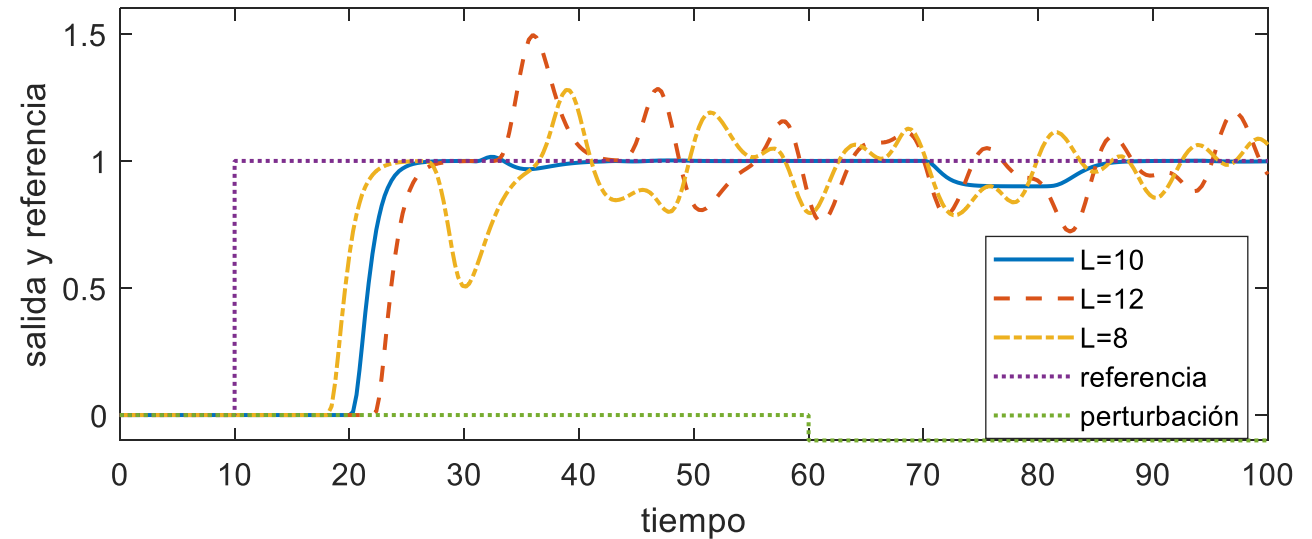
- Modelo del predictor

$$P_n(s) = \frac{K_n e^{-L_n s}}{(1 + T_n s)} \quad G_n(s) = \frac{K_n}{(1 + T_n s)}$$

$$L_n = 10,5; T_n = 1,5; K_n = 1$$

$$L = \{8, 10, 12\} \quad \text{Error de modelado en la estimación del retardo}$$

- PI se sintoniza con  $K_c = 1, T_i = T_n$





# CA3: Predictor de Smith

## Ventajas y desventajas del PS – Robustez – Error de estimación en el retardo

- Modelo nominal

$$P_n(s) = \frac{e^{-10,5s}}{(1,5s + 1)}$$

- Proceso con error en dinámica y ganancia

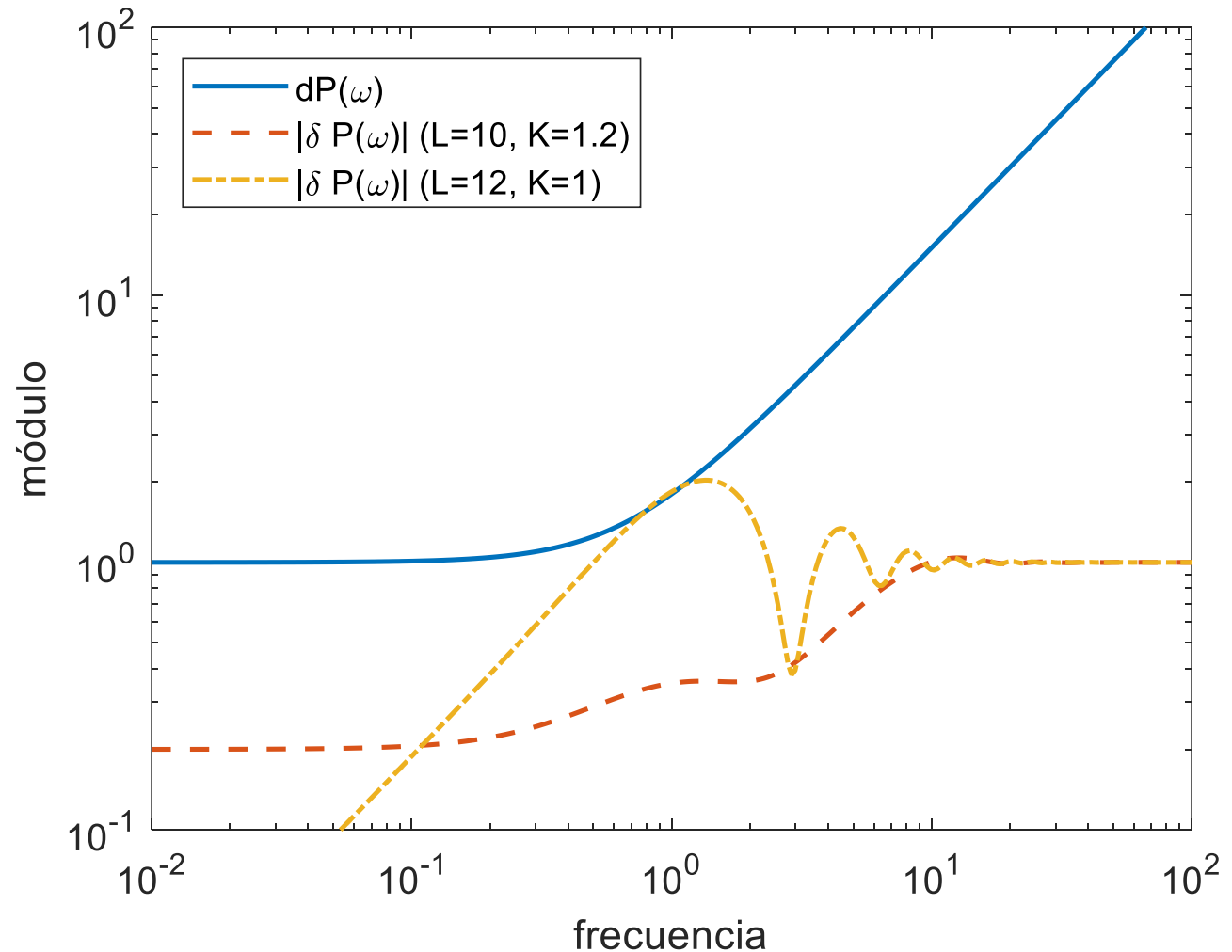
$$P_1(s) = \frac{1,2 e^{-10s}}{(0,125s + 1)(0,25s + 1)(0,5s + 1)(s + 1)}$$

- Proceso con error en retardo y dinámica

$$P_2(s) = \frac{e^{-12s}}{(0,125s + 1)(0,25s + 1)(0,5s + 1)(s + 1)}$$

$$\overline{\delta P}(\omega) < dP(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)G_n(j\omega)|}{|C(j\omega)G_n(j\omega)|}$$

$$\overline{\delta P}(\omega) < dP(\omega)$$



No se debería sintonizar el controlador principal del SP sin considerar la incerteza en el retardo.



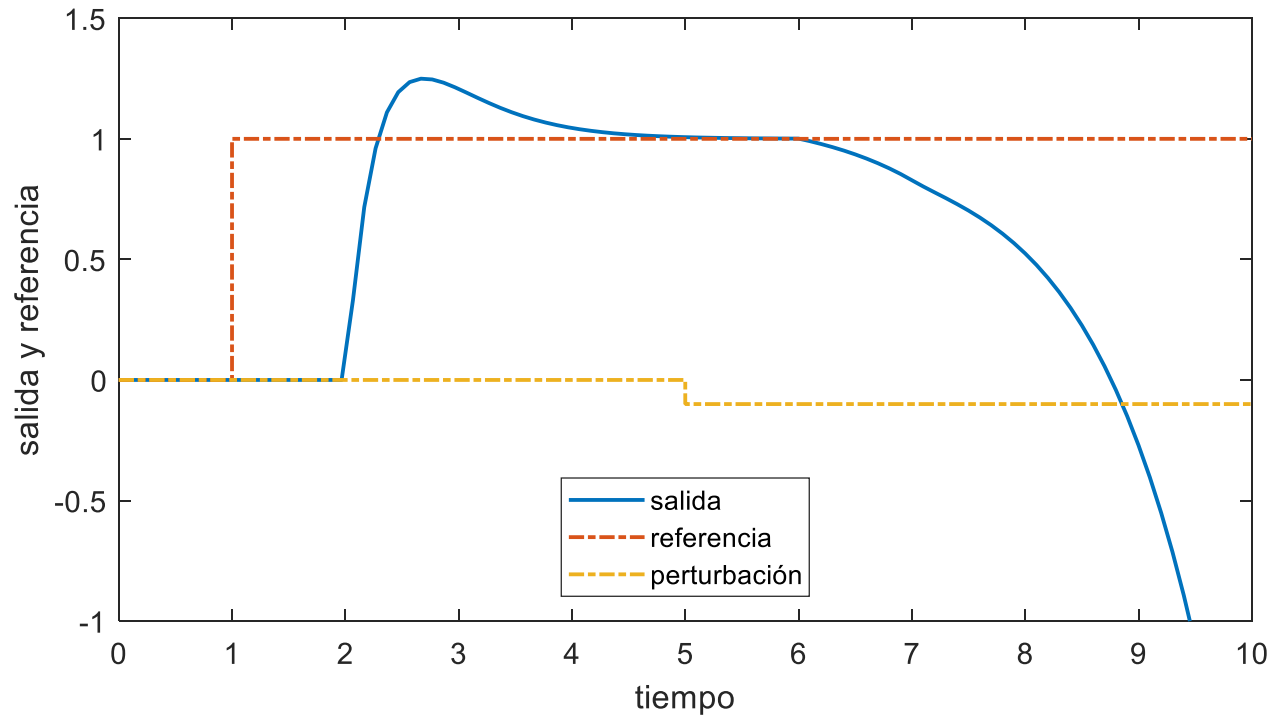
# CA3: Predictor de Smith

## SP para plantas inestables

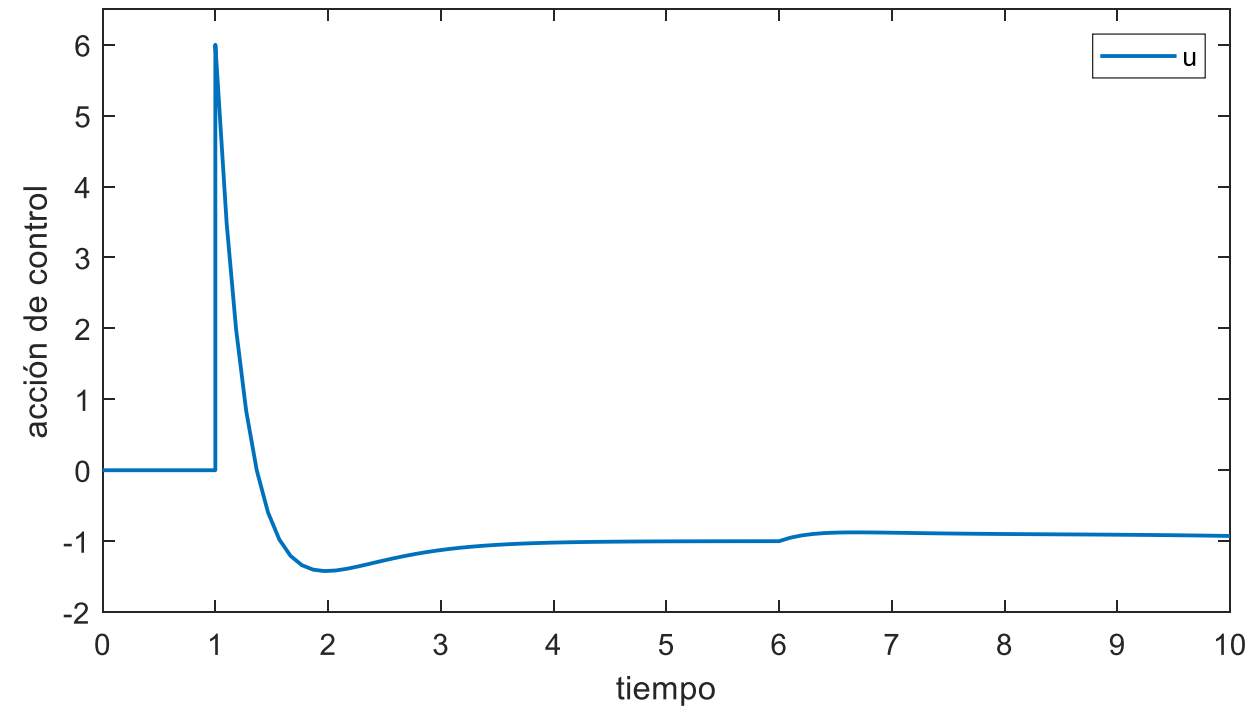
- ¿Qué pasa con las plantas inestables?

$$P(s) = \frac{e^{-s}}{s-1}$$

$$P_n(s) = \frac{e^{-s}}{s-1}$$



PI ( $K_c = 6, T_i = 1$ ) que ubica los polos en  $s = -2$  y  $s = -3$  para  $\frac{Y(s)}{R(s)}$ .



$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \quad \frac{Y(s)}{Q(s)} = P_n(s) \left[ \frac{1 + C(s)(G_n(s) - P_n(s))}{1 + C(s)G_n(s)} \right]$$

Vimos que los polos de  $P(s)$  no se pueden eliminar de  $Y(s)/Q(s)$  excepto para un polo en  $s = 0 \Rightarrow$  el SP no se puede utilizar con plantas con polos con  $Re(s) > 0$ .



# CA3: Predictor de Smith

## SP para plantas integradoras

- Se puede ver como un caso particular de planta inestable.
- Diseñando adecuadamente el controlador, el SP puede dar un LC estable.
- La transferencia de la perturbación a la salida es:

$$\frac{Y(s)}{Q(s)} = P_n(s) \left[ 1 - \frac{N_e(s)}{D_e(s)} e^{-L_n s} \right]$$

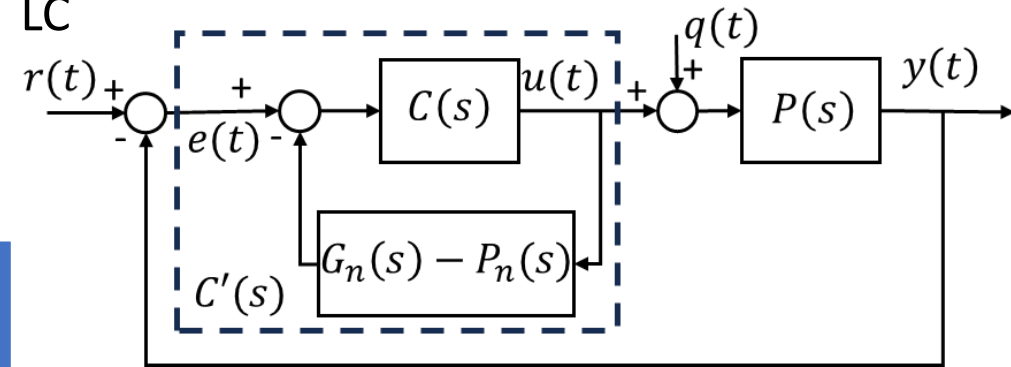
Tiene una raíz en 0 en el numerador y en el denominador.

- Considerando que  $C(s)$  estabiliza  $G_n(s)$  y da un LC con ganancia unitaria, se puede escribir:

$$\frac{C(s)G_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)} = \frac{N_e(s)}{D_e(s)} \longrightarrow D_e(s) \text{ tiene todas sus raíces con } Re(s) < 0 \text{ y } N_e(0) = D_e(0)$$

- Esto puede eliminar el polo en  $s = 0$ , evitando la inestabilidad de lazo cerrado.

- Recordar



$$\frac{Y(s)}{Q(s)} = P_n(s) \left[ \frac{1 + C(s)(G_n(s) - P_n(s))}{1 + C(s)G_n(s)} \right]$$

¿Qué sucede con la respuesta a las perturbaciones?



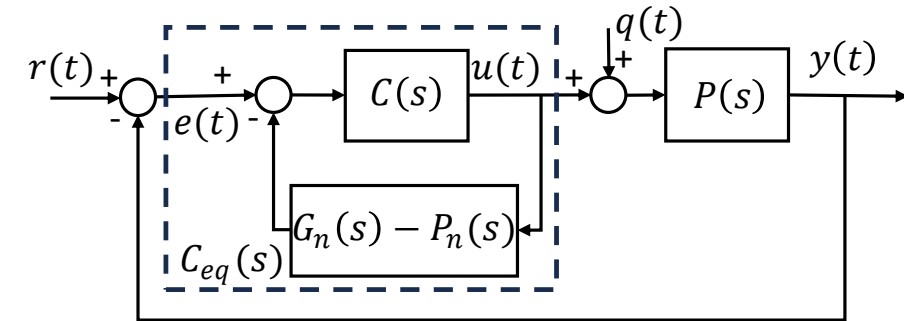
# CA3: Predictor de Smith

## SP para plantas integradoras – Rechazo a perturbaciones

$$P_n(s) = \frac{P_e(s)}{s} = G_e(s) \frac{e^{-L_n s}}{s} \quad P_e(s) \text{ estable}$$

- Para rechazar la perturbación, la ganancia de  $Y(s)/Q(s)$  debe ser 0.
- Dado que la cancelación produce una indeterminación, se realiza el análisis a través de la estructura equivalente.
- Del principio del modelo interno  $C_{eq}(s)$  debe tener acción integral y estabilizar el LC para rechazar una perturbación escalón

- Estructura equivalente



$$C_{eq}(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s) \underbrace{(G_n(s) - P_n(s))}_{H(s)}}$$

- En estado estacionario,  $C_{eq}(s)$  actúa como un controlador proporcional, y el valor de esta ganancia depende de  $L_n$ .
- Por lo tanto, el valor de estado estacionario depende del retardo.

$$\lim_{s \rightarrow 0} H(s) = \lim_{s \rightarrow 0} G_e(s) \left( \frac{1 - e^{-L_n s}}{s} \right) = L_n G_e(0) \neq 0$$



# CA3: Predictor de Smith

## SP para plantas integradoras – Rechazo a perturbaciones - Ejemplo

$$P(s) = \frac{2 e^{-5s}}{s(1 + 0,1s)}$$

$$P_n(s) = \frac{2 e^{-5,1s}}{s}$$

- Controlador PI  $K_c = 0,25, T_i = 8$  (polo doble en -0,25)

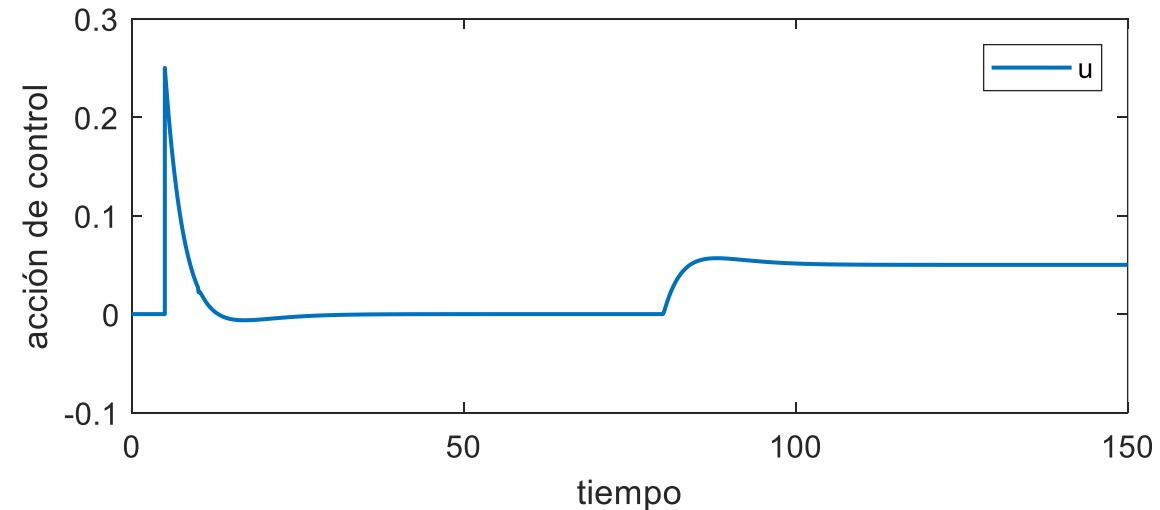
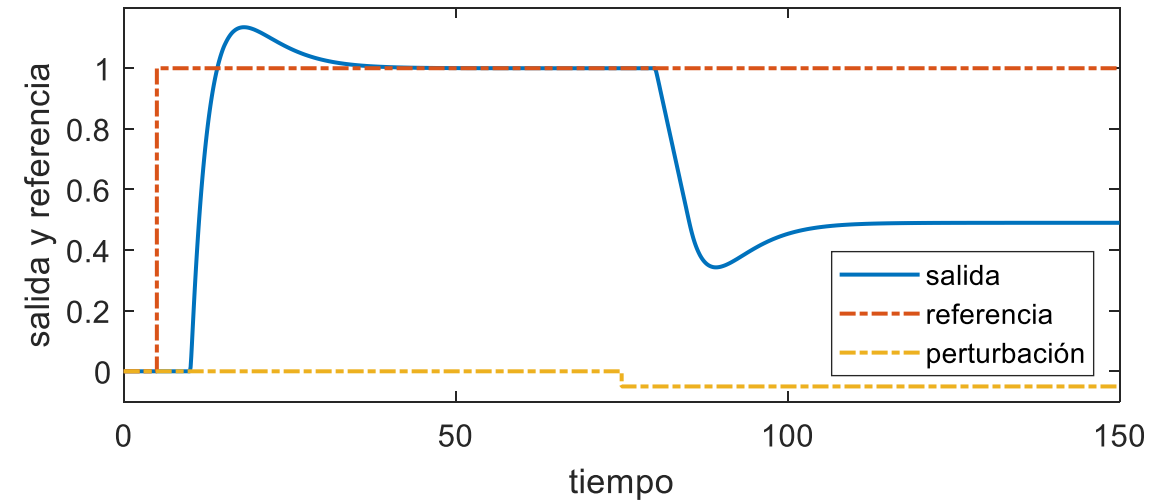
$$C(s) = 0.25 \frac{8s + 1}{8s} = \frac{8s + 1}{32s}$$

- Debido a las incertidumbres del modelo y la posición del cero del PI, aparece un sobrepaso.
- El controlador no puede rechazar la perturbación escalón.

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{Y(s)}{Q(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{P_n(s)}{1 + P_n(s)C_{eq}(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{P_e(s)}{s + P_e(s)C_{eq}(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{C_{eq}(s)}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} C_{eq}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{\frac{32s}{8s+1} + \frac{2}{s}(1 - e^{-5,1s})} = \frac{1}{2(5,1)} = \frac{1}{10,2}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} C_{eq}(s) = \frac{1}{H(0)} = \frac{1}{L_n G_e(0)}$$



El SP (al menos en su forma original) no puede ser utilizado con plantas integradoras.



# Predictor de Smith

### Índice

- Introducción
- Ventajas y Desventajas del PS
- **PS de dos grados de libertad**

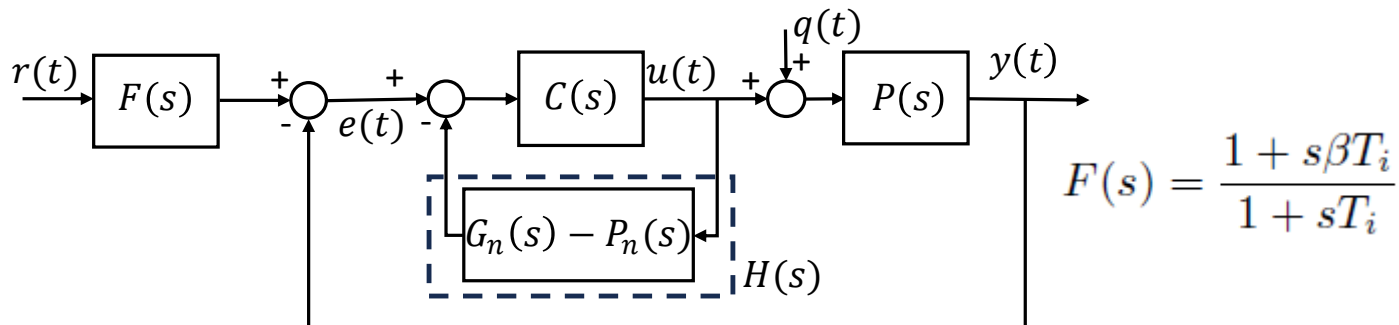




# CA3: Predictor de Smith

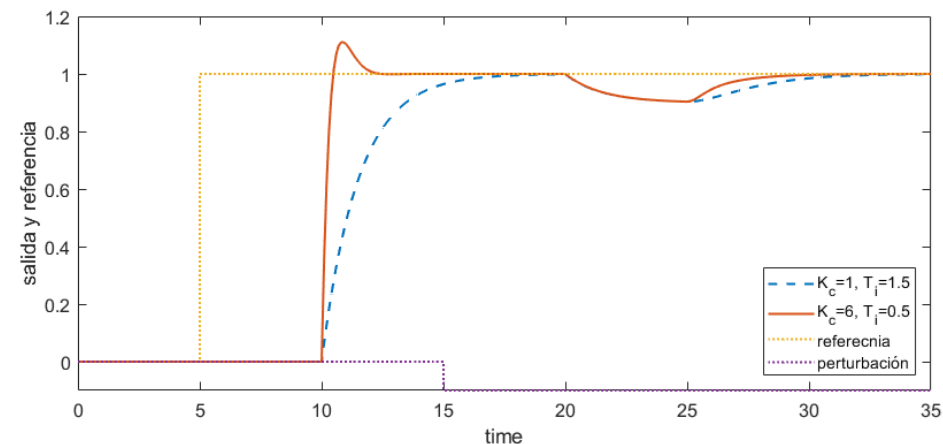
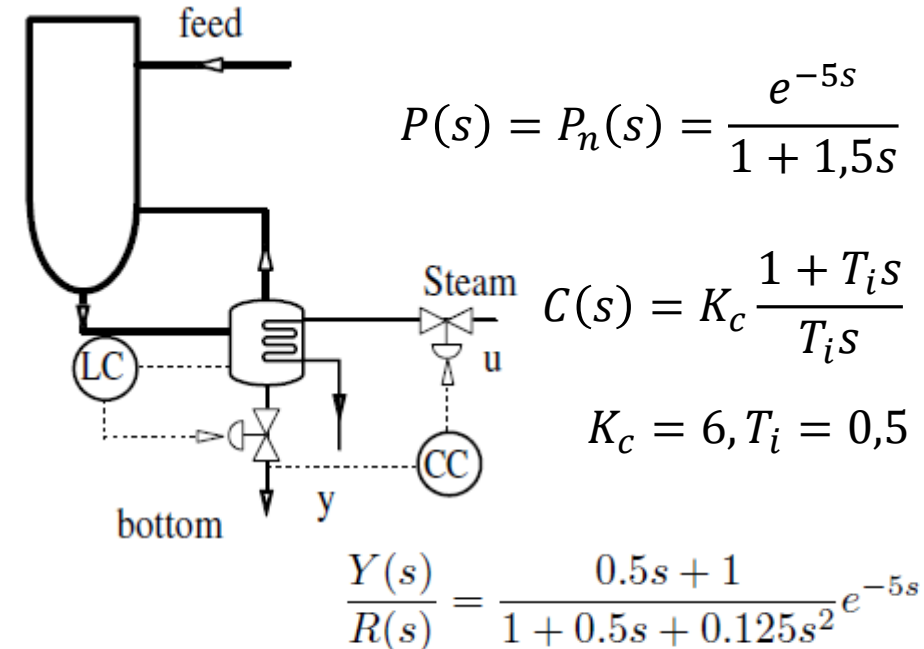
## SP de dos grados de libertad

- Cuando el controlador primario se sintoniza para acelerar la respuesta a rechazo de perturbación de LC, la respuesta a la referencia se deteriora.
- Este efecto es causado por los ceros en  $Y(s)/R(s)$ , que son introducidos por el controlador primario.
- Este efecto se puede atenuar utilizando un filtro de referencia.



- $\beta$  se elige para asignar el cero con un módulo mayor que el módulo de los polos dominantes en lazo cerrado.

- Ejemplo (Previo)





# CA3: Predictor de Smith

## SP de dos grados de libertad - Ejemplo

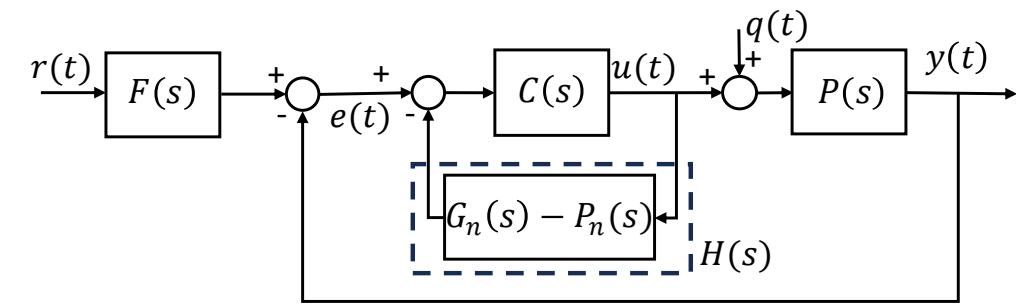
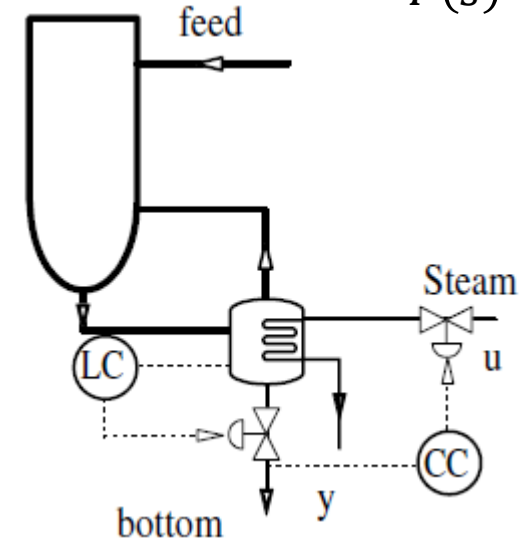
- Ejemplo

$$P(s) = P_n(s) = \frac{e^{-5s}}{1 + 1,5s}$$

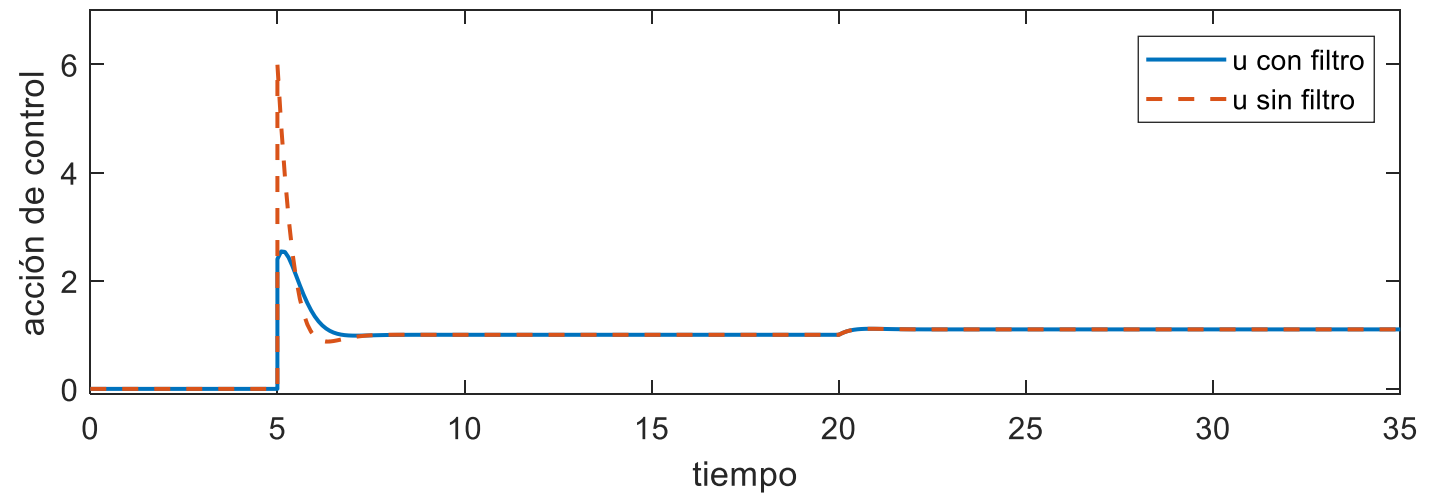
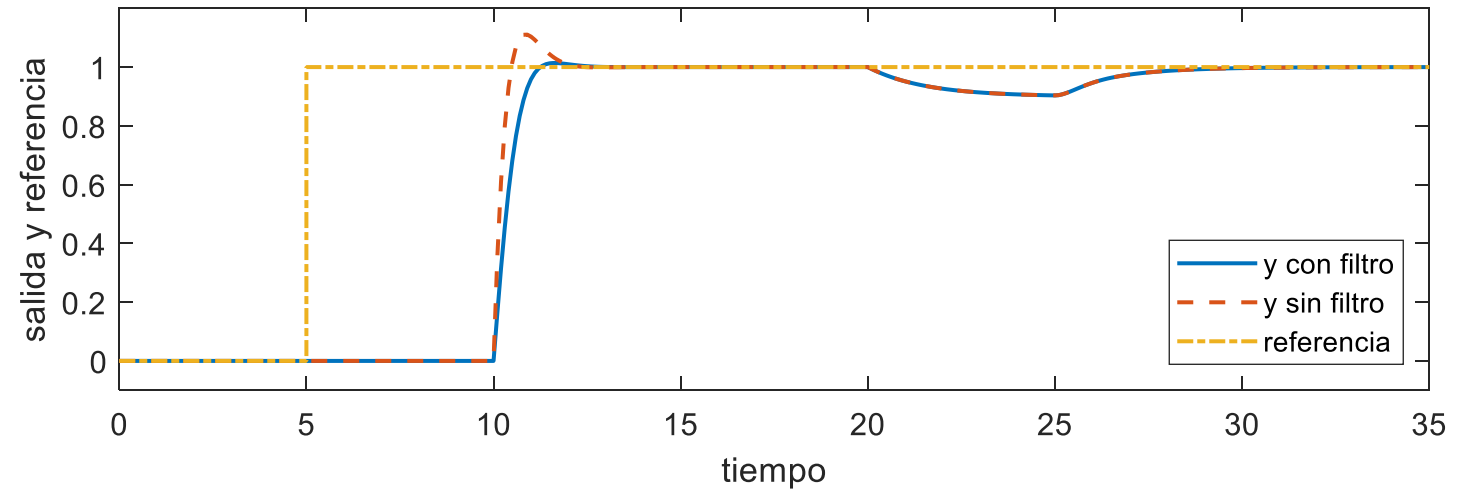
$$C(s) = K_c \frac{1 + T_i s}{T_i s}$$

$$K_c = 6, T_i = 0,5$$

$$s = -2 \pm j2$$



$$F(s) = \frac{1 + s\beta T_i}{1 + sT_i} \quad \beta = 0,4$$





# CA3: Predictor de Smith

SP de dos grados de libertad

- Con lo visto en el ejemplo anterior se desprende que las siguientes relaciones siguen siendo válidas:

$$\frac{Y(s)}{Q(s)} = P_n(s) \left[ 1 - \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \right] = P_n(s) \left[ \frac{1 + C(s)(G_n(s) - P_n(s))}{1 + C(s)G_n(s)} \right]$$

$$\overline{\delta P}(\omega) < dP(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)G_n(j\omega)|}{|C(j\omega)G_n(j\omega)|}$$

- Y que con la adición del filtro la relación entrada salida resulta:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{F(s)C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)}$$

A esta estructura de la conoce como 2DOF-DTC (two-degree-of-freedom dead-time-compensator).



## CA3: Predictor de Smith

### SP de dos grados de libertad (2DOF-DTC) – Diseño para planta estable (general)

- Primero se ajusta el controlador primario  $C(s)$  para lograr el mayor ancho de banda para la respuesta a la perturbación nominal manteniendo la condición de robustez

*Se necesita un modelo nominal  $P_n(s)$  y una estimación de los errores de modelado  $\delta P(s)$ .*

$$\frac{Y(s)}{Q(s)} = P_n(s) \left[ 1 - \frac{C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)} \right] = P_n(s) \left[ \frac{1 + C(s)(G_n(s) - P_n(s))}{1 + C(s)G_n(s)} \right]$$

$$\overline{\delta P}(\omega) < dP(\omega) = \frac{|1 + C(j\omega)G_n(j\omega)|}{|C(j\omega)G_n(j\omega)|}$$

$C(s)$  suele incluir un integrador (o dos) para hacer frente a las perturbaciones de tipo escalón (rampa). No existe el mejor procedimiento para el diseño del controlador.

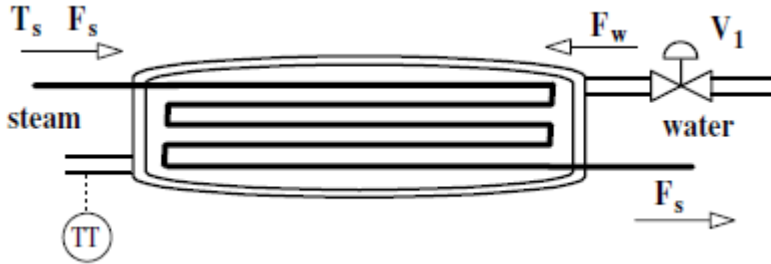
- Luego se define  $F(s)$  para mejorar la respuesta a la referencia.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{F(s)C(s)P_n(s)}{1 + C(s)G_n(s)}$$



# CA3: Predictor de Smith

## SP de dos grados de libertad (2DOF-DTC) – Diseño para planta estable - Ejemplo



- Objetivo: controlar la temperatura de salida del agua
- $V_1$  manipula el caudal de entrada ( $F_w$ ).
- La temperatura ( $T_s$ ) y el flujo ( $F_s$ ) del vapor se mantienen en un punto de funcionamiento definido por un controlador independiente.

- $T$ : variable de proceso
- $V_1$ : Variable manipulada
- $T_s$  y  $F_s$ : perturbaciones

- Próximo a un punto de operación:

$$\frac{T(s)}{V_1(s)} = P(s) = \frac{K_p}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} e^{-Ls}$$

$$T [^{\circ}C] \quad V_1 [\%]$$

$$T_1 = 30s$$

$$T_2 = 60s$$

$$K_p = -12^{\circ}C/\%,$$

$$L \in (5,6) \text{ min}$$

$$L_n = 5,5 \text{ min} = 330s$$

$$\left\{ \begin{array}{l} G_n(s) = \frac{-12}{(1 + 30s)(1 + 60s)} \\ \delta P(j\omega) = e^{-j\Delta L\omega} - 1 \quad \Delta L \in (-30,30) \end{array} \right.$$

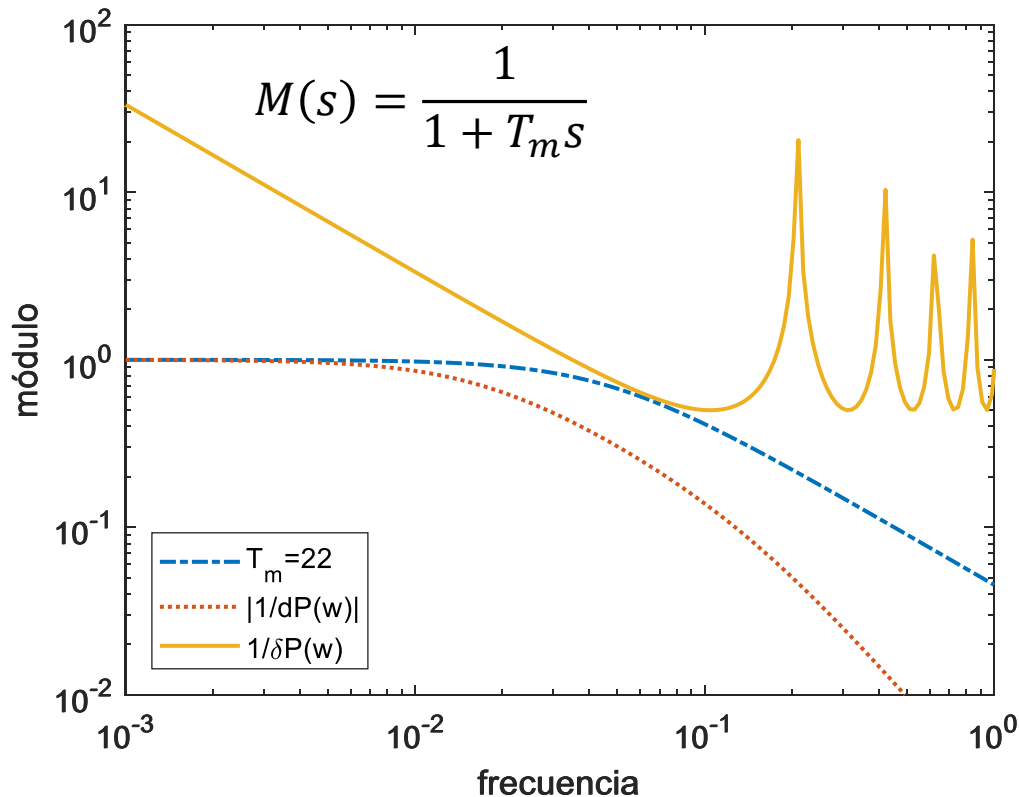


# CA3: Predictor de Smith

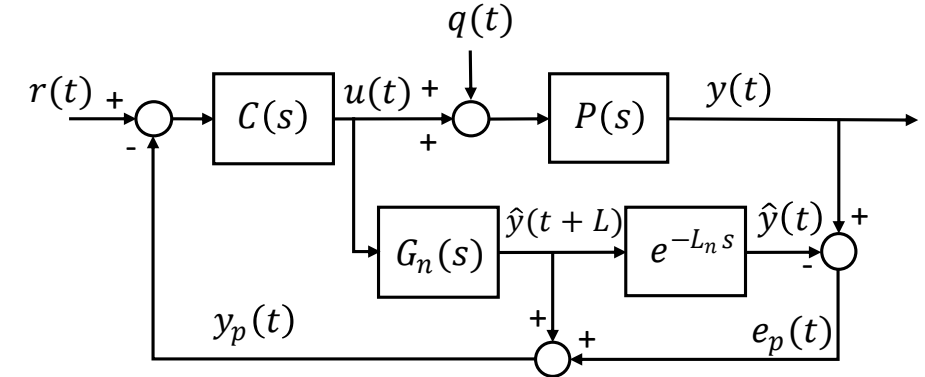
## SP de dos grados de libertad (2DOF-DTC) – Diseño para planta estable – Ejemplo (2)

- Modelo nominal, descripción de incerteza y condición de estabilidad robusta

$$\left\{ \begin{array}{l} G_n(s) = \frac{-12}{(1 + 30s)(1 + 60s)} \\ \delta P(j\omega) = e^{-j\Delta L\omega} - 1 \quad \Delta L \in (-30, 30) \end{array} \right.$$



$$|\delta P(j\omega)| < \left| \frac{1 + C(j\omega)G_n(j\omega)}{C(j\omega)G_n(j\omega)} \right|$$



- PID S-IMC

$$T(s) = \frac{e^{-Ls}}{1 + sL}$$

$$T_I = \min(T, 8L)$$

$$k_c = \frac{T}{2LK_p}$$

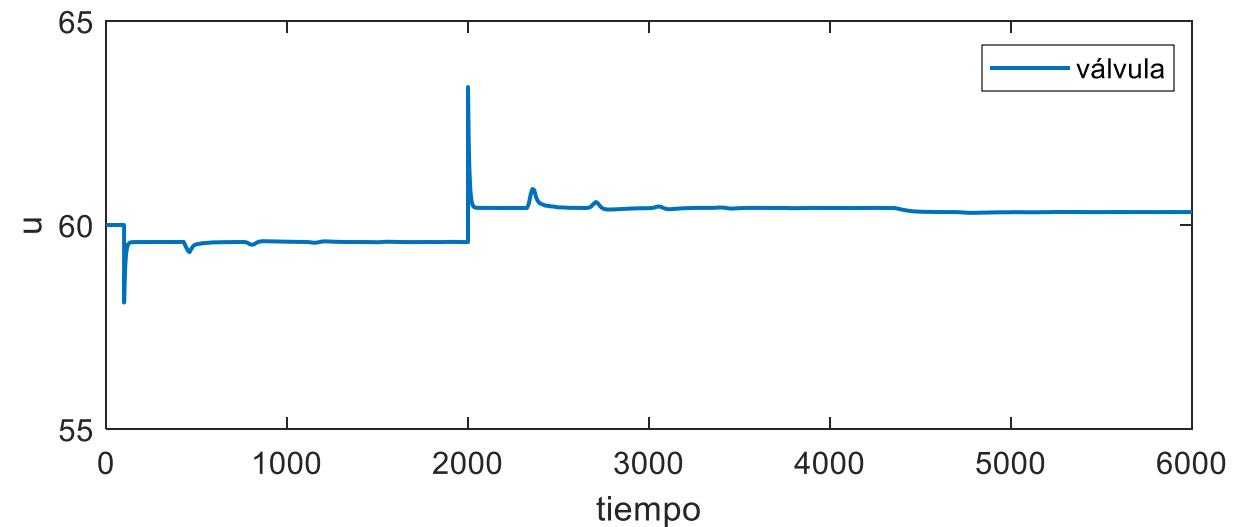
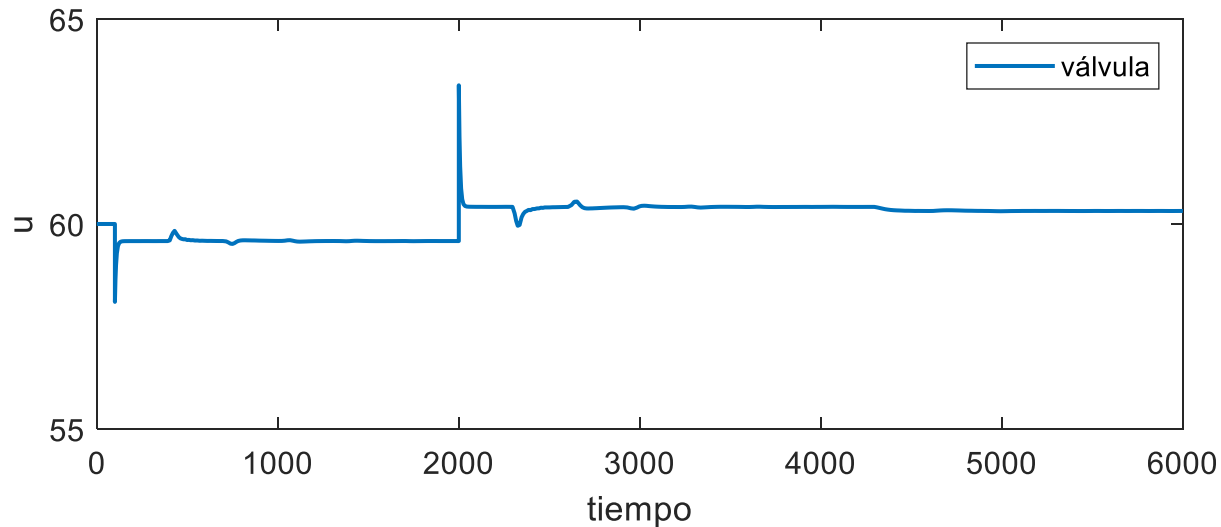
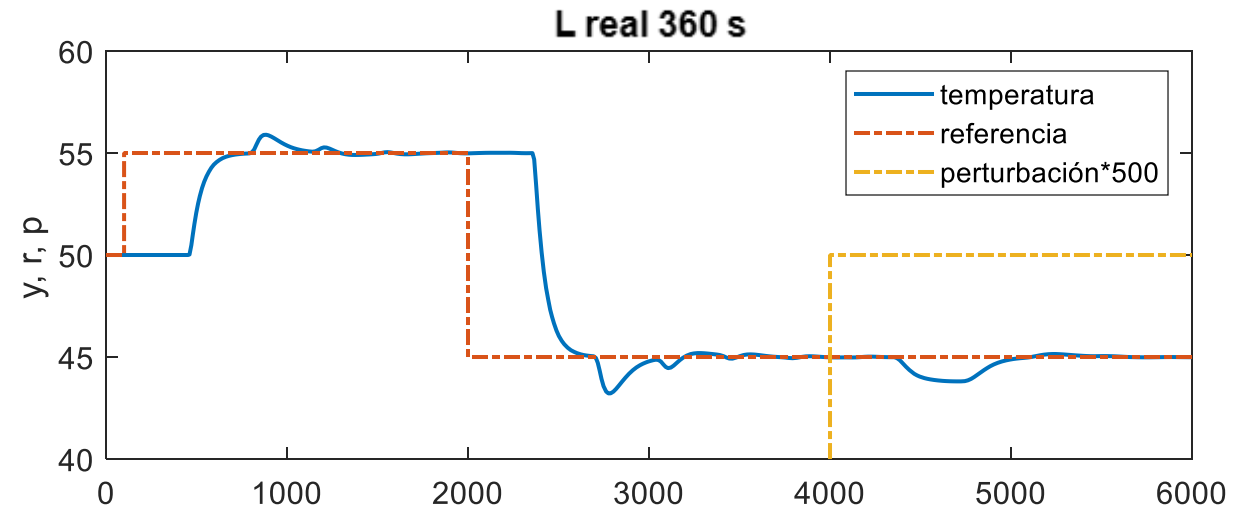
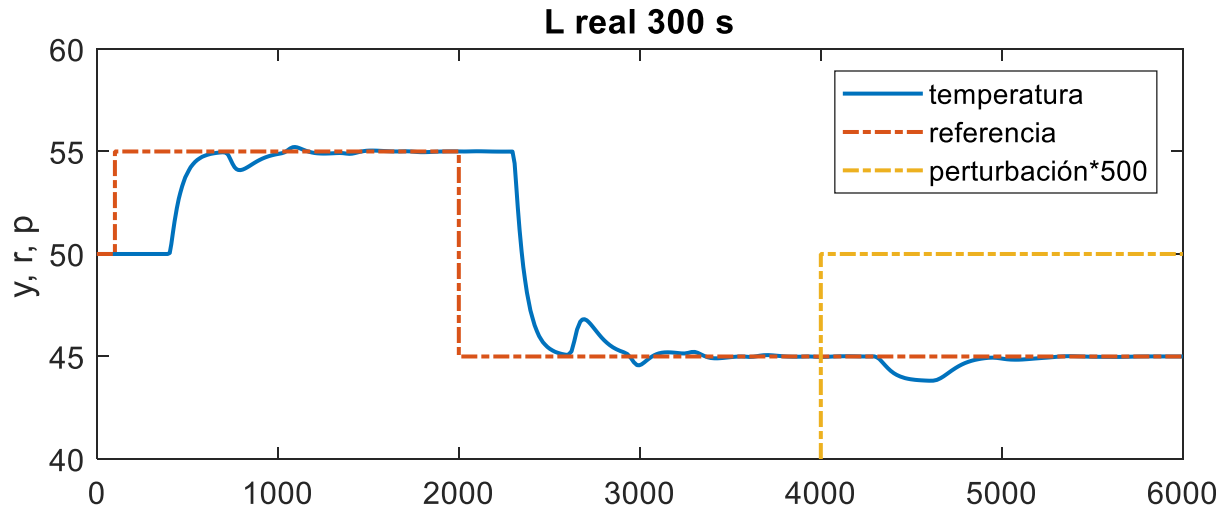
$$C_{S-IMC} = \frac{k_c(1 + sT_I)(1 + sT_u)}{T_I s (1 + 0,1T_u s)}$$

$$C_{S-IMC} = \frac{-0,038(1 + s30)(1 + s60)}{30s (1 + 6s)}$$



# CA3: Predictor de Smith

## SP de dos grados de libertad (2DOF-DTC) – Diseño para planta estable – Ejemplo (3)





# CA3: Predictor de Smith

## SP de dos grados de libertad (2DOF-DTC) – Regla de diseño para modelo FOPDT

- Muchos procesos de la industria se pueden aproximar por

$$P_n(s) = \frac{K_p e^{-Ls}}{1 + Ts} \longrightarrow G_n(s) = \frac{K_p}{1 + Ts} \quad \text{Importancia práctica.}$$

- Elegir  $C(s) = k_c \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right)$  con  $T_i = T \longrightarrow 1 + C(s)G_n(s) = 1 + \frac{k_c K_p}{sT_i}$

- Definir la constante de tiempo de LC  $T_0$  y calcular  $k_c = T_i / (K_p T_0)$

- Elegir  $F(s) = \frac{1 + sT_0}{1 + sT_1}$

- Resulta  $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{e^{-Ls}}{1 + T_1 s} \quad \frac{Y(s)}{Q(s)} = \frac{K_p e^{-Ls}}{1 + Ts} \left[1 - \frac{e^{-Ls}}{1 + T_0 s}\right]$

Se desacopla la respuesta nominal a la referencia (definida por  $T_1$ ) de la respuesta a perturbaciones (definida por  $T_0$ ).

- Robustez

$$dP(\omega) = |1 + j\omega T_0|$$

- $T_0$  también define la estabilidad robusta y puede elegirse para lograr un buen compromiso entre robustez y rechazo de perturbaciones.

- Para procesos con retardo dominante, la respuesta a LC estará dominada por el retardo, se puede usar

$$T_0 = T_1 = T \rightarrow K_c = 1/K_p$$

$$T_i = T$$

Controlador PI predictivo (PPI)





# CA3: Predictor de Smith

## SP de dos grados de libertad (2DOF-DTC) – Ejemplo PPI vs 2DOF-PID

- Planta

$$P(s) = \frac{5e^{-10s}}{(1+s)^8}$$

- Modelo

$$P_n(s) = \frac{5e^{-15s}}{3s+1}$$

- 2DOF-PID con  $\alpha = 0,3$

$$k_c = \frac{0,35(L+2T)}{k_p L} \quad T_d = \frac{LT}{L+2T}$$

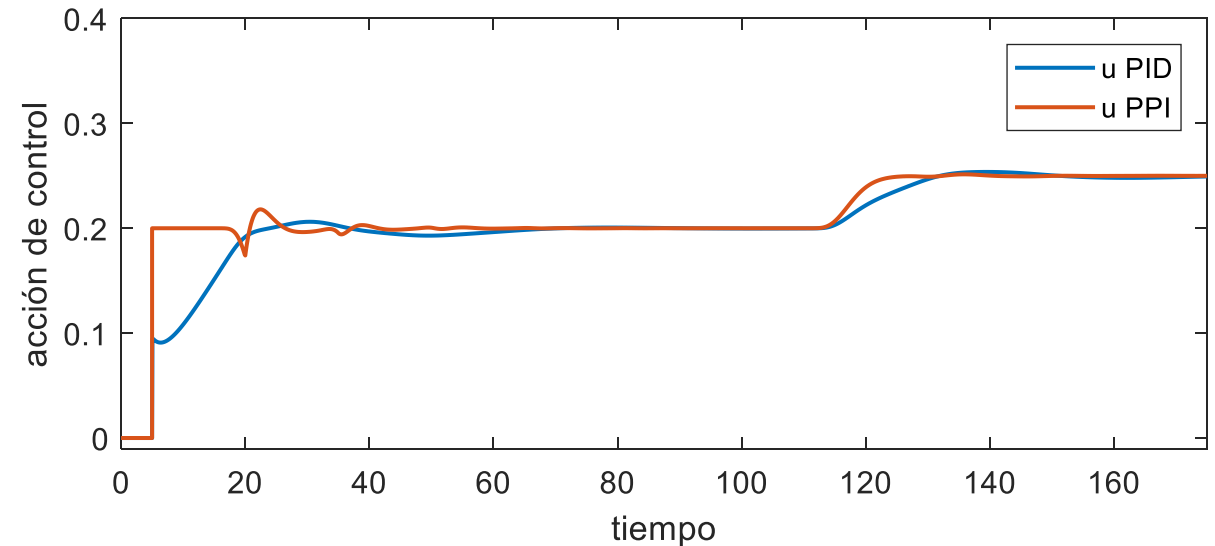
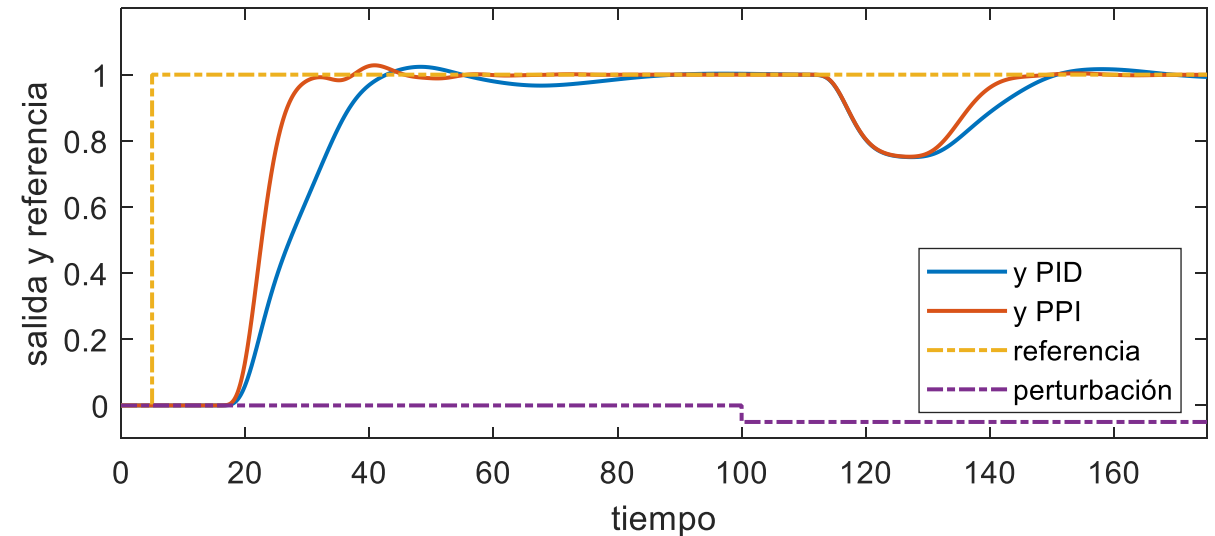
$$T_f = 0,15L \quad T_i = T + 0,5L$$

$$c = 1 \quad b = 0,8$$

- PPI

$$T_0 = T_1 = T \rightarrow K_c = 1/K_p$$

$$T_i = T$$





# CA3: Predictor de Smith

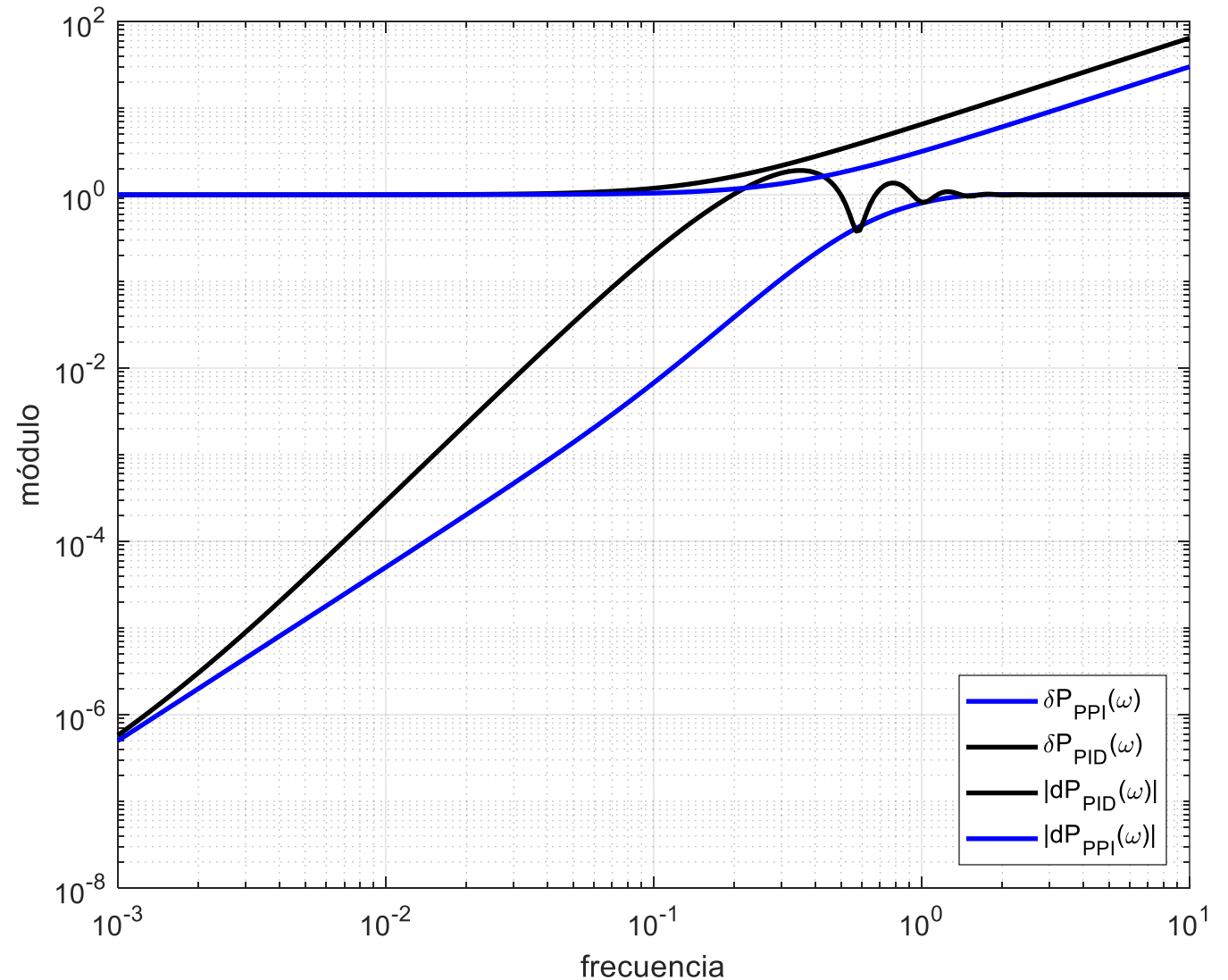
## SP de dos grados de libertad (2DOF-DTC) – Ejemplo PPI vs 2DOF-PID - Robustez

$$|\delta P(j\omega)| = \left| \frac{P(j\omega)}{P_n(j\omega)} - 1 \right|$$

$$dP(j\omega) = |T_0 s + 1|$$

- Condición de estabilidad robusta

$$|\delta P(j\omega)| < dP(j\omega)$$





# CA3: Predictor de Smith

## SP de dos grados de libertad (2DOF-DTC) – Sintonía robusta

- Si se pueden estimar los errores de modelado, el ajuste robusto es la solución más apropiada.
- Cuando domina el retardo, se puede ajustar el 2DOF-DTC de forma robusta teniendo en cuenta solo los errores de estimación del retardo (domina las otras fuentes de errores).
- La robustez del controlador está definida por:

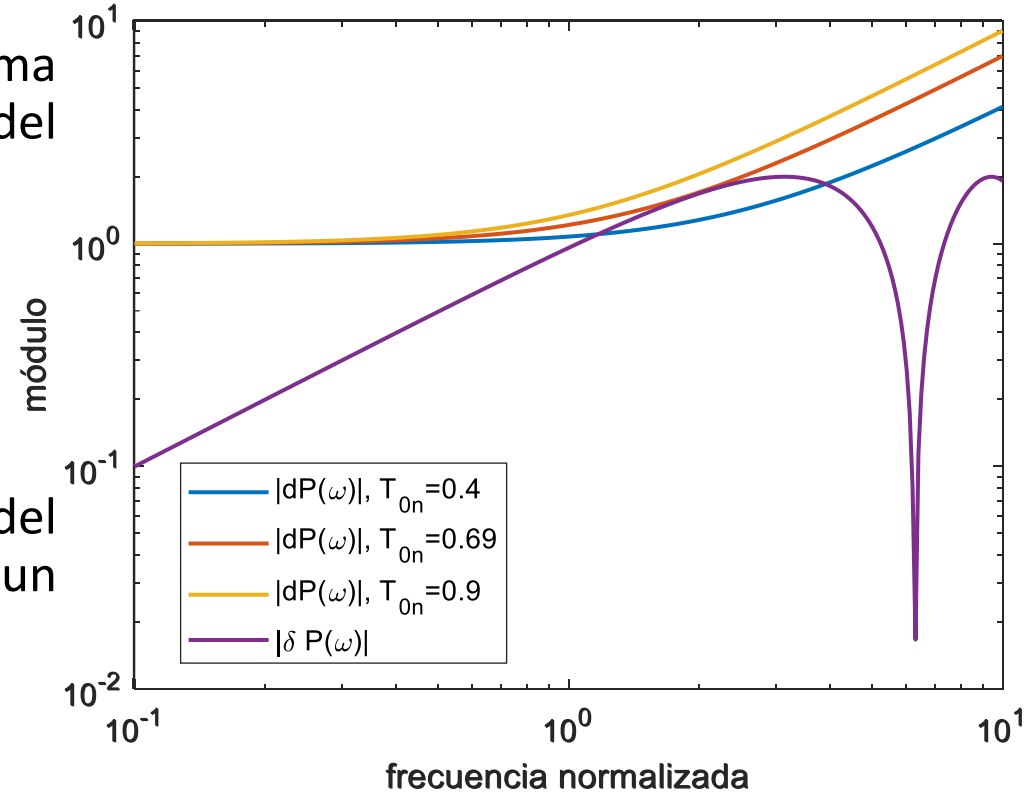
$$dP(\omega) > |1 - e^{-j\Delta L\omega}| \quad dP(\omega) = |1 + j\omega T_0|$$

- Cuando se conoce el valor máximo del error de estimación del retardo ( $\Delta L_{max}$ ) se puede definir una regla de ajuste simple para un controlador estable robusto eligiendo  $T_0$  como:

$$|1 - e^{-j\Delta L_{max}\omega}| = |1 + j\omega T_0| \quad \longrightarrow \quad T_0 = 0,69\Delta L_{max}$$

$$\omega_n = \Delta L_{max}\omega$$

$$|1 - e^{-j\omega_n}| = \left| 1 + j \frac{\omega_n}{\Delta L_{max}} T_0 \right| = |1 + j\omega_n T_{0n}|$$



Dado  $T_0$ , se puede calcular el error máximo admisible en la estimación del retardo ( $\Delta L_{max}$ ).



# CA3: Predictor de Smith

## SP de dos grados de libertad (2DOF-DTC) – Performance robusta

- Para performance robusta se debe utilizar un valor mayor de  $T_0$ 
  - Respuesta con menor oscilación cuando el modelo difiere del proceso

- Se puede utilizar una regla simple aplicando un factor de 0,5 a la condición de estabilidad robusta.

$$dP(\omega) > 2 |1 - e^{-\Delta L j\omega}| \rightarrow \frac{|1 - e^{-\Delta L j\omega}|}{dP(\omega)} < 0.5 \rightarrow T_0 = 1.7 \Delta L_{\max}$$

- Una regla general para ajustar el filtro de referencia es elegir  $T_1 \in [T, T_0]$ .

Modelo	Controlador	Filtro	$K_c$	$T_i$	$T_1$
$\frac{K_p e^{-Ls}}{1 + sT}$	$K_c \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right)$	$\frac{1 + sT_0}{1 + sT_1}$	$\frac{T_i}{K_p T_0}$	$T$	$T_1 \in [T, T_0]$

$$T_0 = 1.7 \Delta L_{\max}$$

- Ejemplo

$$P(s) = \frac{1.02e^{-8.2s}}{(1 + 1.7s)} \quad \Delta L_{\max} \rightarrow 30\%$$

$$T_0 = 1.7 \Delta L_{\max} = 4.18s$$

$$T_1 = T = 1.7s$$

$$K_c = \frac{T_i}{K_p T_0} = 0.4$$

$$C(s) = \frac{0.4(1 + 1.7s)}{1.7s}$$

$$F(s) = \frac{1 + 4.18s}{1 + 1.7s}$$



# CA3: Predictor de Smith

## DTC vs PID

- Existe una tendencia a pensar que el DTC debe usarse cuando el retardo del proceso es dominante. La mejora obtenida con un DTC tiene más que ver con el error en la estimación del retardo que con su valor absoluto.

- Planta real

$$P(s) = \frac{K_n e^{-Ls}}{T_n s + 1}$$

- Modelos nominales

$$P_{n1}(s) = \frac{K_n(1 - 0.5L_n s)}{(T_n s + 1)(1 + 0.5L_n s)} \quad \text{PID}$$

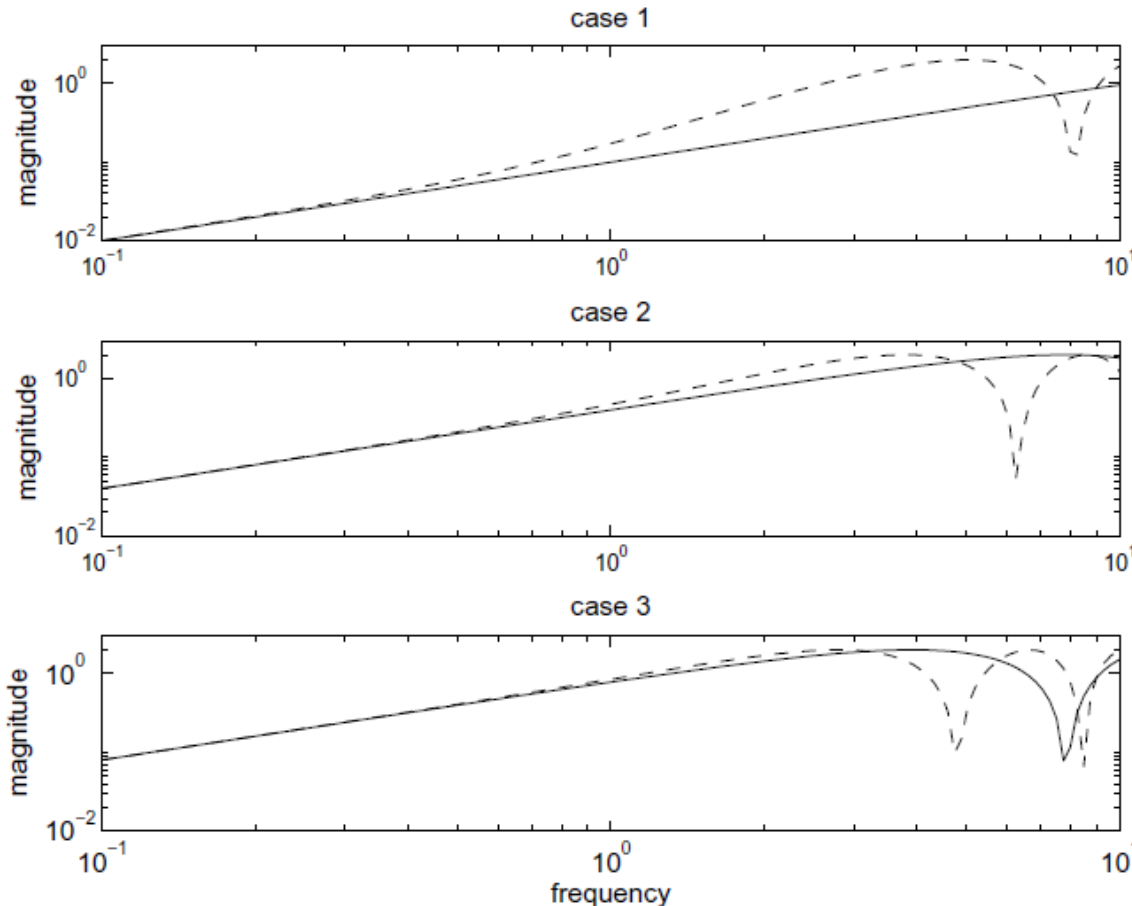
$$P_{n2}(s) = \frac{K_n e^{-L_n s}}{T_n s + 1} \quad \text{SP}$$

$$| \Delta P(j\omega) |_{PID} = | P(j\omega) - P_{n1}(j\omega) |$$

$$| \Delta P(j\omega) |_{SP} = | P(j\omega) - P_{n2}(j\omega) |$$

PID: Línea de trazos

SP: línea llena



$$L = 1,1L_n$$

$$L = 1,4L_n$$

$$L = 1,8L_n$$



# CA3: Predictor de Smith

## DTC vs PID

- Usando  $T_0 = 1,7\Delta L_{max}$

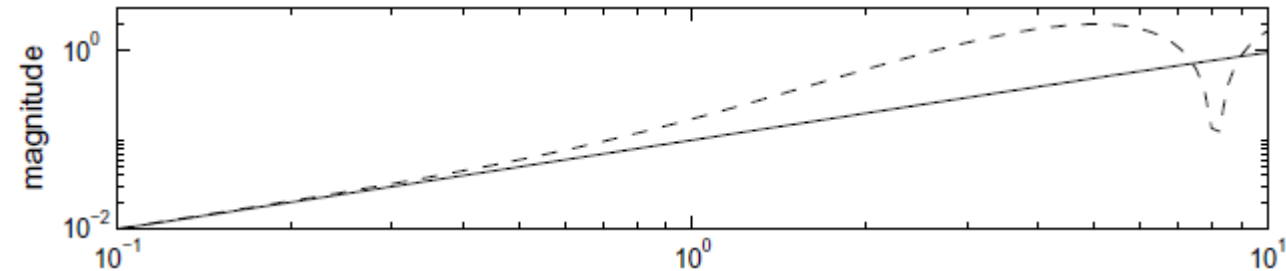
$$\omega_c = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{1,7\Delta L_{max}}$$

- Usando la frecuencia normalizada

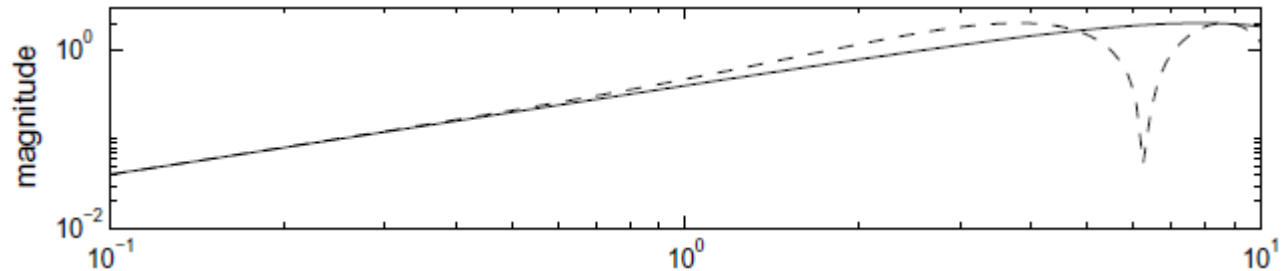
$$\omega_{cn} = \frac{L_n}{1,7\Delta L_{max}} = \frac{1}{1,7\delta L_{max}}$$

- La mejora en el rendimiento obtenida con un DTC está asociada con el error de estimación del retardo y no con su valor absoluto.
- Para pequeños errores de modelado, las ventajas del DTC son más apreciables cuando predomina el retardo.

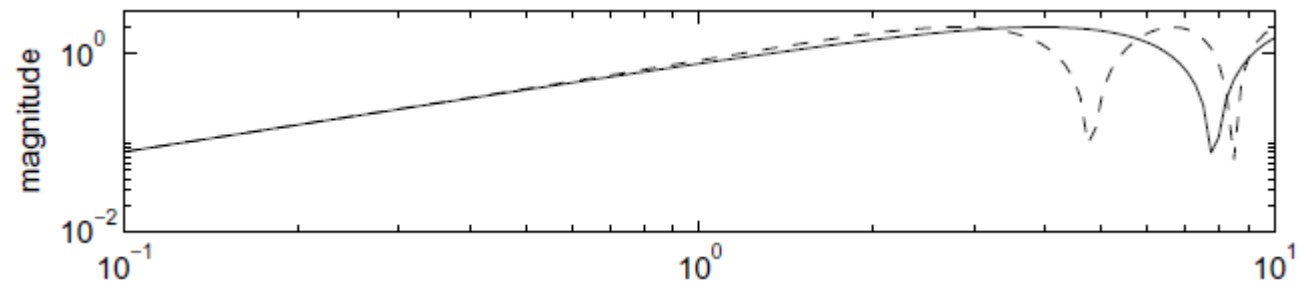
Caso 1:  $L = 1,1L_n$   $\delta L_{max} = 0,1$   $\omega_{cn1} = 5,88$



Caso 2:  $L = 1,4L_n$   $\delta L_{max} = 0,4$   $\omega_{cn2} = 1,47$



Caso 3:  $L = 1,8L_n$   $\delta L_{max} = 0,8$   $\omega_{cn3} = 0,73$



PID: Línea de trazos

SP: línea llena



# CA3: Predictor de Smith

## Bibliografía

---

- J.E. Normey-Rico and E.F. Camacho. “Control of Dead-time Processes”. Springer, 2007,