

## E-1214 FUNDAMENTOS DE LAS COMUNICACIONES - AÑO 2024

### TP N°4: Lazo de Enganche de Fase. Recepción Heterodina. Distorsión Lineal.

#### 1. El ABC del PLL.

- a) Considere un PLL de primer orden con detector sinusoidal y filtro de lazo  $F(s) = 1$ . El VCO posee frecuencia de oscilación libre  $f_0$  y ganancia  $K_0$ .
- Obtenga la ganancia del detector de fase  $K_d$ . Haga un esquema del modelo lineal del PLL.
  - Obtenga la transferencia de lazo cerrado del PLL. Usando el teorema del valor final muestre que si la frecuencia de entrada es  $f_0$  entonces se logra el enganche de fase, pero si la frecuencia de entrada es distinta se logra enganche de frecuencia, pero con error de fase.
  - Grafique la característica no lineal del detector. Teniendo en cuenta los resultados de II. halle los valores de frecuencia de entrada que el PLL puede seguir (rango de enganche del lazo).
  - Muestre que el ancho de banda equivalente de ruido del PLL es  $B_N = K_0 K_d / 4$ .
- b) Se reemplaza el filtro de lazo en el PLL por  $F(s) = k_P + k_I/s$ , con  $k_I > K_0 K_d k_p^2 / 4$ .
- ¿Cuál es el orden del PLL? ¿Y el Tipo? Haga un esquema del modelo lineal del nuevo PLL.
  - Obtenga la transferencia de lazo cerrado del PLL. Usando el teorema del valor final muestre que incluso cuando la frecuencia de entrada es distinta a  $f_0$  se logra el enganche de fase. ¿Cuál es el rango de enganche teórico del PLL? ¿Qué cuestión práctica limitará el rango en un PLL real?
  - Halle el error de estado estacionario (de fase) cuando la frecuencia de entrada está variando uniformemente, con velocidad  $df/dt = \dot{f}$ . Teniendo en cuenta la característica no lineal del detector halle el rango de valores de cambio de frecuencia de entrada que el PLL puede seguir.
  - ★ Muestre que el ancho de banda equivalente de ruido del PLL es  $B_N = \omega_n (\xi + 1/(4\xi))/2$ , con  $\omega_n^2 = K_0 K_d k_I$  y  $\xi^2 = K_0 K_d k_p^2 / (4k_I)$ . Halle el valor de  $\xi$  que logra el menor ancho de banda de ruido, para un  $\omega_n$  dado.
- c) ¿Cuántos puntos de equilibrio tiene este PLL? ¿Y el modelo lineal? Relacione esta característica no lineal con la periodicidad de la fase. ¿Qué son los saltos de ciclo?

#### 2. Transmisor de FM con PLL.

Se desea construir un PLL para utilizarlo como sintetizador de frecuencia en un transmisor de FM de radiodifusión. La portadora debe tener valores entre 87.5MHz y 108MHz con saltos de 500kHz. Para ello se cuenta con:

- Un VCO con rango de frecuencias de 80MHz a 120MHz y rango de tensiones de entrada 0 a 5V.
- Un oscilador de referencia a cristal de 100kHz.
- Divisores de frecuencia fijos que operan hasta 200MHz.
- Divisores programables que operan hasta 25MHz.
- Un detector de fase de compuerta X-OR con niveles 0 a 5V.
- Un filtro activo.

- Dibuje un diagrama en bloques del sintetizador y los valores requeridos para los divisores.
- Indique como puede modificarse el esquema anterior para utilizarlo como modulador directo de FM para una señal en banda base  $m(t)$ , con ancho de banda de 100Hz a 15kHz. Considere que la desviación máxima de frecuencia es de 75kHz.
- Calcule qué índice de desviación posee la señal de salida, y la señal que ingresa al detector de fase. Indique cuál de estas señales puede considerarse una señal de FM de banda angosta. ¿Qué ancho de banda deberá tener la transferencia de lazo cerrado para que la estabilidad de la portadora no sea afectada por la modulación?

- d) ¿Por qué es necesario que el filtro empleado en el PLL sea activo? Considerando el ancho de banda indicado en c) ¿qué problema puede tener este esquema al realizar un cambio en la frecuencia de portadora?

### 3. Los Simuladores

Se tiene un lazo de enganche de fase (PLL) conformado por un detector de fase sinusoidal con constante  $K_d = 2V/\text{rad}$ , un filtro de lazo descrito por  $F(s) = k_p + k_i/s$  y un VCO con constante  $K_v = 1\text{Hz}/V$ .

- a) Analice la función `p11.m` (disponible para descargar en la página de la cátedra), en particular la implementación del lazo de seguimiento:

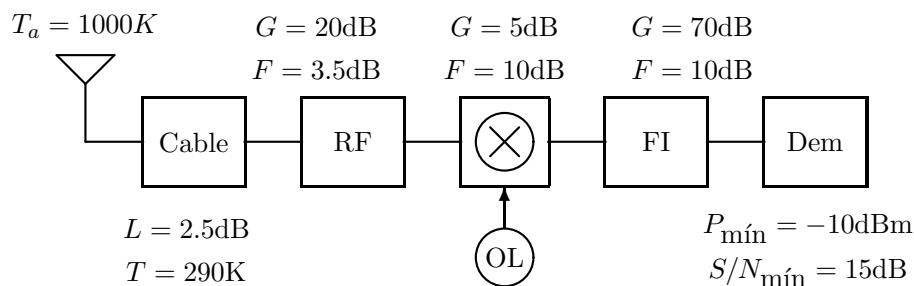
```
% Lazo de seguimiento de fase.
for tt = 2:length(t)
    psi(tt) = phi(tt-1) - theta(tt-1);
    ed(tt) = Kd*sin(psi(tt));
    e0(tt) = kp*ed(tt) + ki*sum(ed)*dt;
    theta(tt) = Kv*sum(e0)*dt;
end
```

Identifique claramente qué bloque del diagrama de un PLL implementa cada línea del código mostrado arriba.

- b)
- I. Determine los valores de las constantes del filtro de lazo para que el PLL sea de orden 1 y pueda seguir saltos de frecuencia  $\Delta f = 2\text{Hz}$ . Además, elija las constantes del filtro de lazo de forma que el error de estado estacionario sea de  $\psi_{ss} = 0,5$  rads.
  - II. Utilice el script provisto para simular la salida del PLL de orden 1 cuando a la entrada se tiene un escalón de frecuencia con amplitud  $\Delta f = 2\text{Hz}$ .
  - III. Grafique la fase de entrada  $\phi(t)$ , la de salida  $\theta(t)$  y el error de fase  $\psi(t)$ . Utilice una resolución temporal de 1ms y una duración de simulación de 1s.
  - IV. ¿Obtuvo exactamente el valor de  $\psi_{ss}$  que pretendía? ¿Por qué? Observe la línea de código que implementa el detector de fase, ¿Se hace uso de algún modelo? Tenga en cuenta el modelo que utilizó usted a la hora de calcular el  $\psi_{ss} = 0,5$  deseado. ¿Qué modificación haría al código provisto para que el resultado de su simulación coincida con el resultado buscado? Pruébalo.
- c)
- I. Modifique las constantes del filtro de lazo para que el PLL pueda seguir una rampa de frecuencia  $f(t) = \dot{f}t$ , con un error de estado estacionario  $\psi_{ss} = 0,5$  rads, si  $\dot{f} = 50\text{Hz}/\text{s}$ . ¿De qué orden es el PLL ahora? ¿Y qué tipo?
  - II. Utilice la función `p11.m` con este nuevo filtro para simular la salida  $\theta(t)$  cuando a la entrada se tiene la rampa de frecuencia del inciso anterior y haga los mismos gráficos que en el inciso (b). Si le quedó alguna constante libre en el filtro de lazo, pruebe darle distintos valores y analice cómo se modifica la respuesta.
  - III. ¿Qué error de estado estacionario se obtendrá con este nuevo filtro si a la entrada tenemos un escalón de frecuencia? Verifíquelo con la función y grafique.

### 4. Receptor sensible.

Para recibir señales moduladas en AM con portadoras en la banda de 95 a 105 MHz y 90kHz de ancho de banda (en banda base) se utiliza el siguiente receptor. Considere adaptación entre todos los bloques.



- Especifique las frecuencias centrales y anchos de banda de los filtros, y las frecuencias de oscilador local, teniendo en cuenta el rechazo de las frecuencias imágenes y el ancho de banda de la señal. La FI debe elegirse entre 455kHz; 1,75MHz; 10,7MHz; 38,9MHz; 70MHz, y usar filtros con  $Q < 100$ .
- Teniendo en cuenta la potencia que requiere el demodulador, obtenga la mínima potencia de señal que es necesario recibir en la antena.
- Calcule la figura de ruido total y la temperatura de ruido equivalente del receptor.
- Calcule la potencia de ruido total equivalente a la entrada. Obtenga la mínima potencia de señal necesaria en la antena para tener la mínima relación señal a ruido que necesita el demodulador.
- Considerando los resultados de b) y d) determine la mínima potencia necesaria en antena para cumplir los dos requisitos (este valor es la *sensibilidad* del receptor).
- Obtenga un valor de la constante de tiempo del detector de envolvente empleado en el demodulador.

## 5. Receptores con Conversiones

En cada uno de los dos casos siguientes diseñe un receptor sin utilizar filtros variables, indicando cuantas conversiones son necesarias de acuerdo a la selectividad necesaria y al rechazo de frecuencias imágenes. Utilice valores de frecuencias intermedias normalizados (455kHz; 1,75MHz; 10,7MHz; 38,9MHz; 70MHz), filtros pasa-banda, filtros pasa-bajos, osciladores fijos y variables (con una variación  $f_{\max}/f_{\min} < 2$ ). Recuerde que no es conveniente utilizar frecuencias intermedias que caigan en la banda que se desea recibir, ni en las cercanías de la frecuencia del oscilador local.

- El receptor es para canales modulados en DBL-PS con portadoras en la banda de 5 a 25 MHz y 40kHz de ancho de banda. Se deben utilizar filtros pasa-banda con  $Q < 100$ . Dibuje los espectros en cada punto del esquema del receptor si se supone que la señal recibida en banda base tiene una DEP triangular y la frecuencia de portadora es 15 MHz.
- El receptor es para señales de 10KHz de ancho de banda (en banda base) moduladas en BLU-I con frecuencia de portadora en 10MHz. Se deben utilizar filtros pasa-banda con  $Q < 10$  y puede elegir las frecuencias intermedias sin ninguna restricción. ¿Qué debería modificar en el esquema del receptor para recibir la misma señal pero modulada en DBL-PS?

## 6. Comunicaciones en el Aeropuerto

Se desea diseñar de un receptor para los canales de voz de la banda aeronáutica en VHF (118-136MHz). Dichos canales se utilizan en la comunicación entre el piloto y el operador de la torre de control en la aproximación al aeropuerto. Cada canal está modulado en AM y ocupa un ancho de banda de 25kHz. Los sistemas disponibles para el diseño son los siguientes:

- 1 Amplificador de Bajo ruido (LNA) con BW configurable en la banda de 10-500MHz,  $G=50dB$ ,  $F=2dB$ .
- 1 filtro pasa-banda con BW configurable y  $f_c = 70MHz$ ,  $G = 5dB$  y  $F = 10dB$ .
- 1 filtro pasa-banda con BW configurable y  $f_c = 38,9MHz$ ,  $G = 5dB$  y  $F = 10dB$ .
- 1 Filtro pasa-banda con BW configurable y  $f_c = 10,7MHz$ ,  $G = 20dB$  y  $F = 5dB$ .
- 1 Filtro pasa-banda con BW configurable y  $f_c = 1,6MHz$ ,  $G = 20dB$  y  $F = 5dB$ .
- 1 Filtro pasa-banda con BW configurable y  $f_c = 455kHz$ ,  $G = 20dB$  y  $F = 10dB$ .
- Osciladores variables con una relación  $f_{\max}/f_{\min}$  menor a 2 y hasta 1GHz.
- Multiplicadores doble balanceados con  $G = -5dB$  y  $F = 0dB$ .

- Antenas para la banda de VHF con  $G_A = 0\text{dB}$ .
  - Demoduladores de la señal que requieren a la entrada una potencia de señal mínima  $P_{d_{min}} = 0\text{dBm}$ .
- El factor  $Q$  que pueden tener todos los filtros, es menor a 70. Considere que todas las etapas cumplen con la condición de adaptación.

- Teniendo en cuenta la potencia mínima de señal  $P_{d_{min}}$  necesaria para que funcione correctamente el demodulador, las pérdidas producidas por la propagación de la señal en el espacio libre  $P_{el}$  y sabiendo que la potencia de señal transmitida es  $P_T = 43\text{dBm}$  calcule la ganancia de potencia disponible mínima  $G_{eRF}$  que debe tener el Rx (desde la antena a la entrada del demodulador) para cumplir con ese requerimiento (para cualquiera de los canales en la banda). Considere que se debe poder comunicar con todas las aeronaves localizadas en un radio de 300km del aeropuerto. Las pérdidas por propagación en el espacio libre se pueden calcular con  $P_{el} = (4\pi d f_p / c)^2$  donde  $d$  es la distancia en m entre Tx y Rx,  $f_p$  la frecuencia de portadora de la transmisión y  $c = 3 \cdot 10^8\text{m/s}$ , la velocidad de la luz en el vacío.
- Realice el diseño del receptor, justificando su elección en cada caso. Recuerde asegurar el rechazo a la frecuencia imagen, no utilizar etapas de FI en la frecuencia de RF ni del OL y cumplir con todos los requerimientos que le fueron dados. Considere que la antena se conecta directamente a la entrada del primer filtro del Rx.
- En el aeropuerto que transmite a  $f_p = 118,05\text{MHz}$ , el receptor diseñado se conecta a la antena mediante un cable coaxial cuya atenuación  $L = 1,5\text{dB}$  y su temperatura física se controla a  $T_0$ . Considerando una  $T_A = 2T_0/3$ , calcule la figura de ruido del receptor y la figura de ruido total del sistema. Calcule la SNR a la entrada del demodulador. Verifique que se cumple con los requerimientos de potencia mínima ( $P_{d_{min}}$  para este aeropuerto en particular).

## 7. Teléfono inalámbrico.

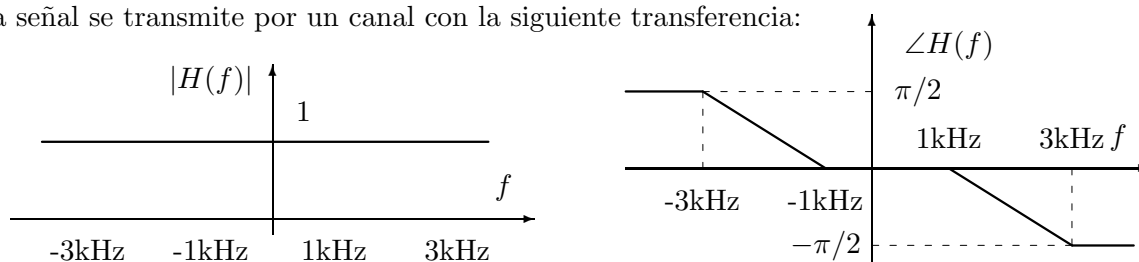
Se desea construir un receptor para un teléfono inalámbrico que opere en cualquiera de los 10 canales posibles, ubicados en la banda de 46.5MHz a 47MHz. La señal de voz, con espectro limitado a 5KHz, modula a la portadora en FM con una desviación máxima de frecuencia de  $\pm 15\text{kHz}$ . Se deben utilizar filtros fijos con  $Q < 50$ , osciladores fijos y/o variables (con una variación  $f_{\text{máx}}/f_{\text{mín}} < 2$ ). Recuerde que no es conveniente utilizar frecuencias intermedias que caigan en la banda que se desea recibir ni en la frecuencia del oscilador, y en lo posible es conveniente utilizar valores normalizados (455kHz; 1,75MHz; 10,7MHz; 38,9MHz; 70MHz).

- Calcule el ancho de banda de la señal.
- Realice un esquema del receptor. Especifique los anchos de banda de los filtros y las frecuencias de los osciladores, teniendo en cuenta el rechazo de las frec. imágenes.
- ¿Qué ventaja práctica hay en la demodulación por usar FM y no DBL o BLU? Proponga un esquema para la demodulación del mensaje.

## 8. Distorsión Lineal con Tonos

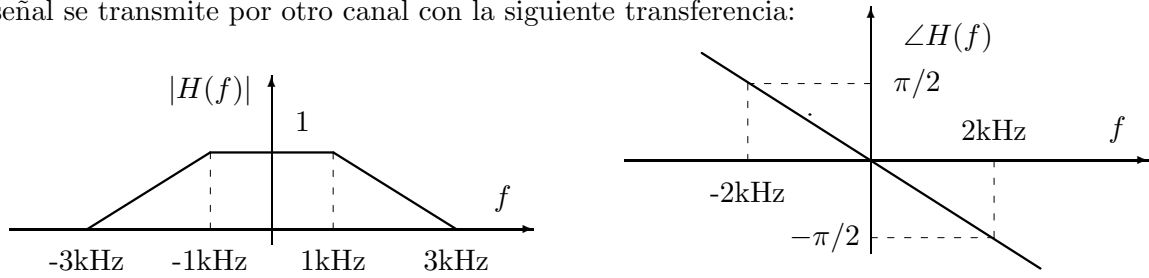
Considere una onda cuadrada con amplitud 1V, período 2ms, valor medio nulo y ciclo de trabajo 50%.

- Calcule su desarrollo en serie de Fourier y aproxime la señal tomando sus primeras cuatro componentes no nulas. Grafique la señal.
- Esta señal se transmite por un canal con la siguiente transferencia:



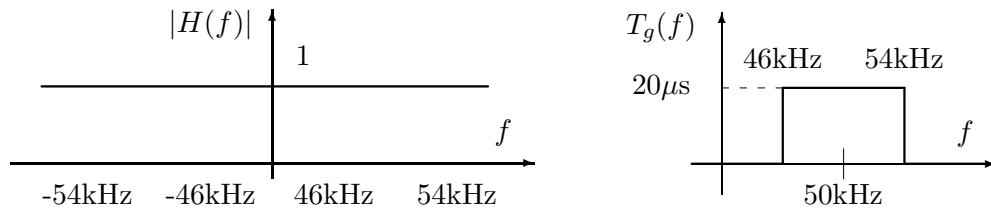
Obtenga la salida del canal usando la aproximación de a). ¿Hay distorsión lineal? ¿De qué tipo?

c) La señal se transmite por otro canal con la siguiente transferencia:



Obtenga la salida del canal usando la aproximación de a). ¿Hay distorsión lineal? ¿De qué tipo?

d) Se modula la señal en AM utilizando como frecuencia de portadora  $f_p = 50\text{kHz}$  e índice de modulación  $a = 0,8$ . La señal de AM se transmite por un canal que posee las siguientes características:



Obtenga la señal a la entrada y a la salida del canal usando la aproximación de a). ¿Se distorsiona la señal? ¿Se distorsiona la envolvente?

## 9. Canales LIT

Las siguientes transferencias corresponden a los modelos en banda base de dos canales de comunicaciones.

$$\tilde{H}_1(s) = \frac{s_1}{(s + s_1)}, \text{ con } s_1 = 2\pi 1\text{kHz}.$$

$$\tilde{H}_2(s) = \frac{-s_2(s - s_1)}{(s + s_1)(s + s_2)}, \text{ con } s_1 = 2\pi 1\text{kHz y } s_2 = 2\pi 20\text{kHz}.$$

Esto significa que si  $f_c$  es la frecuencia central del canal y  $\phi_c$  su fase a esta frecuencia, entonces su respuesta en frecuencia es  $H(f) = \frac{1}{2}\tilde{H}_1(f - f_c)e^{j\phi_c}$ , para  $f > 0$ . Para cada canal responda lo siguiente:

- ¿En qué ancho de banda puede usarse el canal sin tener distorsión de amplitud mayor a  $3\text{dB}$ ?
- Calcule el retardo de fase y el retardo de grupo del canal.
- Se transmite por el canal una señal modulada linealmente (DBL, AM o BLU) de banda suficientemente angosta como para considerar que no hay distorsión lineal. ¿Cuánto se retrasará en el canal la envolvente de la señal transmitida? ¿Cuál es aproximadamente el ancho de banda útil en este caso?
- En las condiciones del inciso anterior ¿importa el valor de la fase del canal en la frecuencia de portadora  $\phi_c$ ? ¿Qué sucede en la demodulación? Analice los casos: AM, DBL y BLU.

## Algunos resultados

1. a) II.  $\frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} = \frac{K_d K_0}{s + K_d K_0}$  III.  $|\Delta\omega| < K_d K_0$   
 b) II.  $\frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} = \frac{K_d K_0 k_P s + K_d K_0 k_I}{s^2 + K_d K_0 k_P s + K_d K_0 k_I}$ .  
 El rango de enganche teórico es infinito. En la práctica está limitado por el VCO.  
 III.  $\theta_e(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \frac{2\pi \dot{f}}{K_d K_0 k_I}$ ;  $|\Delta\dot{\omega}| < K_d K_0 k_I$
3. b) I.  $k_p = 4\pi$ ,  $k_i = 0$ .  
 c) I. Orden II y Tipo II.  $k_i = 100\pi$  [1/seg] y  $k_p$  es proporcional al factor de amortiguamiento.
4. a) Filtro RF:  $f_{RF} = 100\text{MHz}$  y  $\Delta f_{RF} = 10\text{MHz}$ .  $FI = 10,7\text{MHz}$ .  $105,7 \leq f_{OL} \leq 115,7\text{MHz}$ .  
 b)  $P_{A1} = -102,5\text{dBm}$ .  
 c)  $F = 6,2\text{dB}$  y  $T_e = 915,36\text{K}$   
 d)  $T_T = 1915,36\text{K}$  y  $P_{A2} = -98,2\text{dBm}$   
 e)  $P_A = 151\text{pW}$  o  $P_A = -98,2\text{dBm}$   
 f)  $\tau = RC = 1\mu\text{s}$  ( $0,1\mu\text{s} \ll \tau \ll 10\mu\text{s}$ ).

5. a) Doble Conversión.  
 Filtro RF:  $f_{RF} = 15\text{MHz}$  y  $\Delta f_{RF} = 20$  a  $30\text{MHz}$ .  $43,9 \leq f_{OL1} \leq 63,9\text{MHz}$ .  
 Filtro FI<sub>1</sub>:  $f_{FI1} = 38,9\text{MHz}$  y  $\Delta f_{FI1} = 3,4\text{MHz}$ .  $f_{OL2} = 37,15\text{MHz}$ .  
 Filtro FI<sub>2</sub>:  $f_{FI2} = 1,75\text{MHz}$  y  $\Delta f_{FI2} = 40\text{kHz}$ .  
 b) Doble Conversión.  
 Filtro RF:  $f_{RF} = 10\text{MHz}$  y  $\Delta f_{RF} = 2\text{MHz}$ .  $f_{OL1} = 9\text{MHz}$ .  
 Filtro FI<sub>1</sub>:  $f_{FI1} = 1\text{MHz}$  y  $\Delta f_{RF} = 200\text{kHz}$ .  $f_{OL2} = 900\text{kHz}$ .  
 Filtro FI<sub>2</sub>:  $f_{FI2} = 100\text{kHz}$  y  $\Delta f_{RF} = 10\text{kHz}$ .  
 Para DBL-PS sólo sería necesario modificar el último filtro pasa-banda.

9. a)  $H_1$ :  $B_W = 2\text{kHz}$ .  $H_2$ :  $B_W = 20\text{kHz}$ .  
 b) Para  $H_1$ :

$$T_p(f) = \frac{\arctan\left(\frac{f-f_c}{f_1}\right) - \phi_c}{2\pi f} \quad T_g(f) = \frac{1}{2\pi} \frac{f_1}{(f-f_c)^2 + f_1^2}$$

Para  $H_2$ :

$$T_p(f) = \frac{2 \arctan\left(\frac{f-f_c}{f_1}\right) + \arctan\left(\frac{f-f_c}{f_2}\right) - \phi_c}{2\pi f} \quad T_g(f) = \frac{1}{\pi} \frac{f_1}{(f-f_c)^2 + f_1^2} + \frac{1}{2\pi} \frac{f_2}{(f-f_c)^2 + f_2^2}$$

- c)  $H_1$ :  $T_g(0) = 159\mu\text{s}$ .  $H_2$ :  $T_g(0) = 326\mu\text{s}$ .  
 Ancho de banda útil:  $B_W \approx 200\text{Hz}$  en ambos casos.