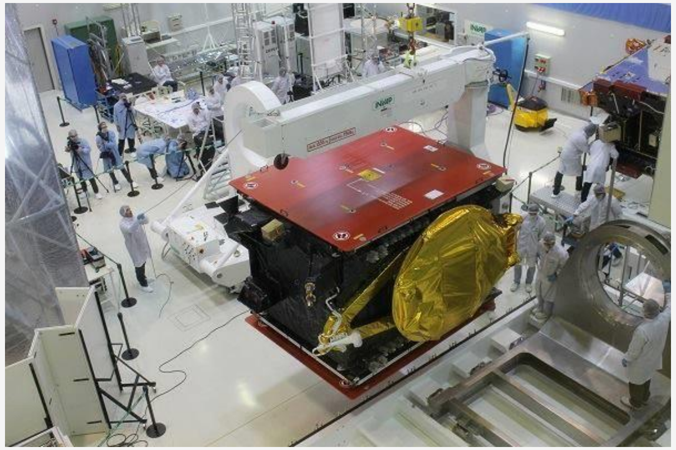
E1214 Fundamentos de las Comunicaciones
E0214 Comunicaciones
E0311/E1311 Comunicaciones

Curso 2024

Temas a tratar

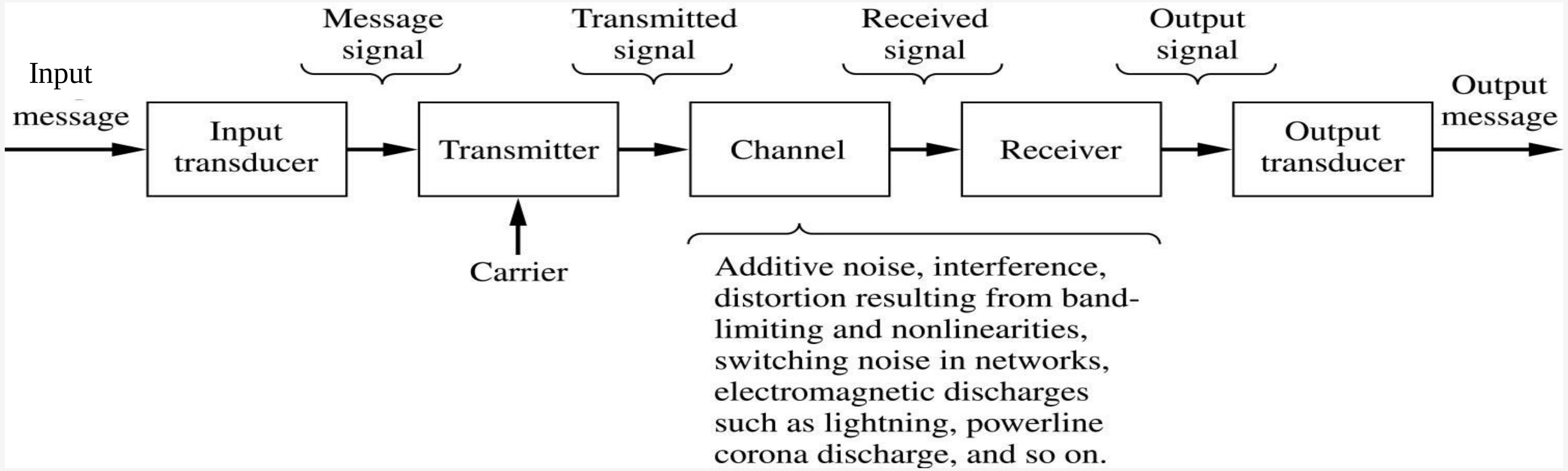
- Fuentes de ruido
- Modelo ruido térmico
- Modelo ruido de disparo
- Temperatura equivalente
- Potencia disponible

ARSAT 1 en INVAP



ARSAT 2

Fuentes de ruido



Fuentes de ruido

Externas al Sistema: Debidas a condiciones atmosféricas, condiciones del sol, radiación cósmica, actividad humana, etc.

Internas del Sistema: Originadas en los subsistemas que componen el sistema de comunicaciones, debido al movimiento aleatorio de cargas dentro de los dispositivos.

Ruido Térmico (Johnson-Nyquist)

El número de electrones libres en la barra es:

$$n\,L\,A$$

donde n es el número de electrones libre por unidad de volumen, L la longitud del cilindro y A su área.

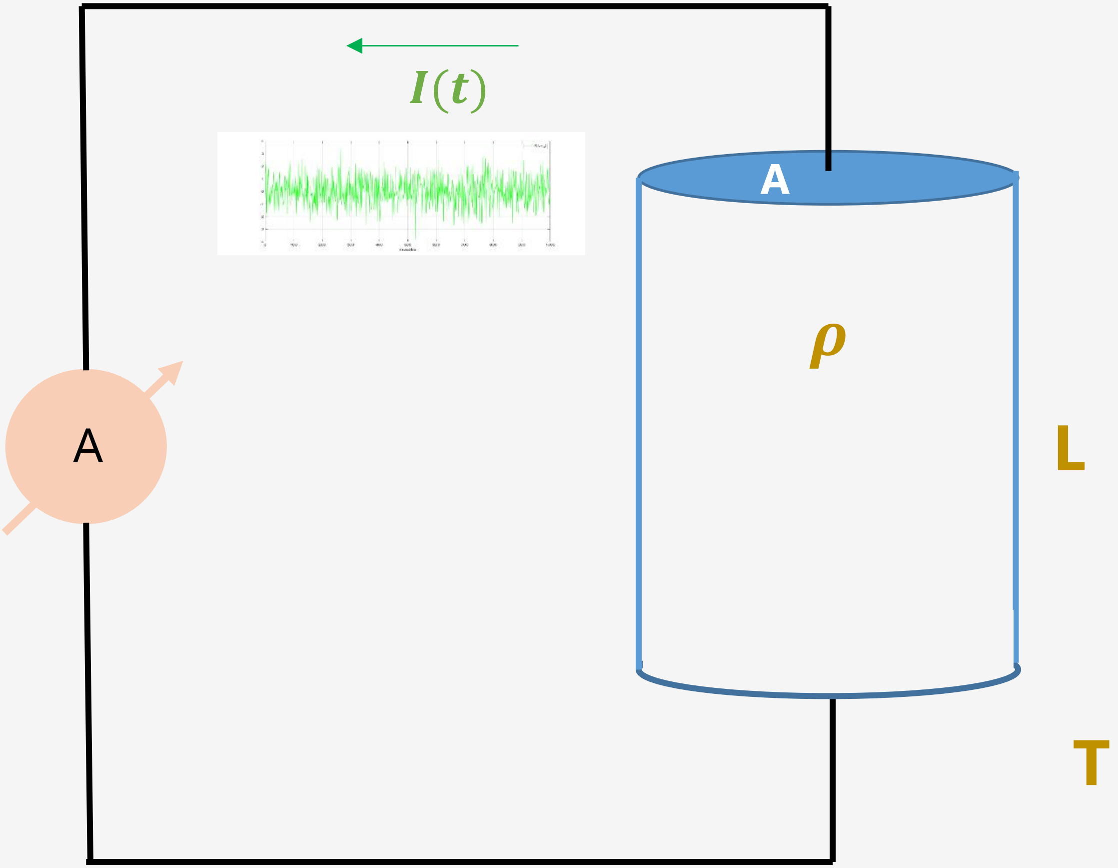
La resistencia del cilindro es: $R = \rho \dfrac{L}{A}$

donde ρ es el coeficiente de resistividad del material y puede calcularse como: $\rho = \dfrac{m\,\alpha}{n\,q^2}$

donde m : Masa del electrón ($9{,}11\ 10^{-31}$ kg)

α : Nro. Promedio de choques por segundo de un electrón con partículas pesadas ($\sim 10^{14}$ en el Cu)

q : carga del electrón ($1{,}6\ 10^{-19}$ C)



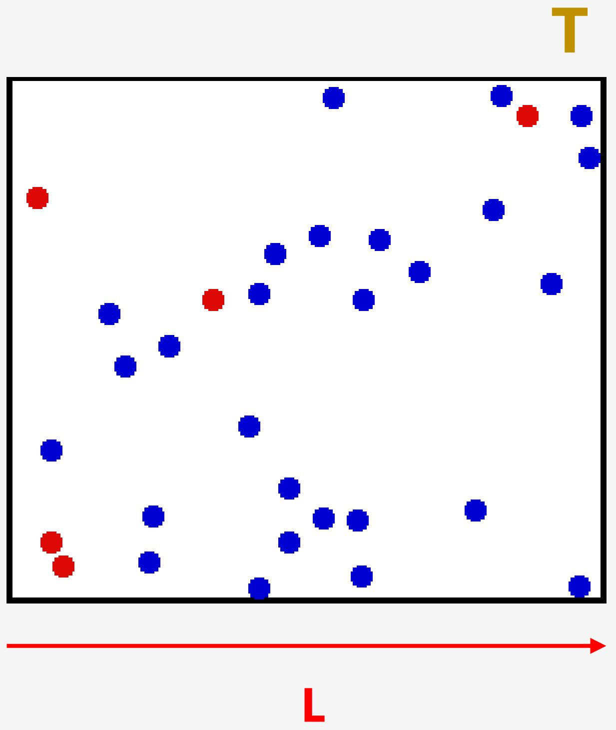
Objetivo: Obtener la DEP de los procesos de corriente y/o de tensión que representan al Ruido Térmico

Ruido Térmico (Johnson-Nyquist)

$$I_k(t) = \frac{q}{L/V_k(t)}$$

$V_k(t)$ es la magnitud de la velocidad del k-ésimo electrón en la dirección de L

$$I(t) = \sum_{k=1}^{nLA} I_k(t) = \frac{q}{L} \sum_{k=1}^{nLA} V_k(t)$$



Suposiciones:

- Puedo modelar a las $V_k(t)$ como un PAESA de media nula, iid.
- Sólo los choques con partículas pesadas modifican la velocidad; es decir que $V_k(t_1)$ y $V_k(t_2)$ serán independientes si se produjeron uno o más choques entre el electrón k-ésimo y una partícula pesada en el intervalo (t_1, t_2).

- La probabilidad de que se produzcan dos colisiones simultáneas es nula.
- El número de colisiones producidas en cada uno de dos intervalos de tiempo disjuntos son independientes entre sí.
- Para intervalos de tiempo pequeños Δt, la probabilidad de colisión es proporcional a Δt.

Ruido Térmico (Johnson-Nyquist)

Distribución Poisson: P{k colisiones en D segundos}= $\dfrac{(\alpha D)^k}{k!}e^{-\alpha D}$

$R_{V_kV_k}(\tau) = E\{V_k(t+\tau)\,V_k^*(t)\}$ la pregunta es si hubo o no colisión en $(t, t+\tau)$

Si llamamos $N_{|\tau|}$ al número de colisiones producidas en el intervalo $|\tau|$

$$R_{V_kV_k}(\tau) = E\{V_k(t+\tau)\,V_k^*(t)/N_{|\tau|}{=}0\}\;P\{N_{|\tau|}{=}0\}+E\{V_k(t+\tau)\,V_k^*(t)/N_{|\tau|}\neq 0\}\;P\{N_{|\tau|}\neq 0\}$$

$$R_{V_kV_k}(\tau) = \mathrm{E}\{|\mathrm{V_k(t)}|^2\}\,\mathrm{e}^{-\alpha|\tau|} = \frac{k\,T}{m}\,\mathrm{e}^{-\alpha|\tau|}$$

k: constante de Boltzmann (1,38 10^{-23}J/K)

$$R_{II}(\tau) = E\{I(t+\tau)\,I^*(t)\} = \left(\frac{q}{L}\right)^2\sum_{k=1}^{nLA}R_{V_kV_k}(\tau) = \frac{n\,A\,q^2}{L}R_{V_kV_k}(\tau)$$

$$\boxed{R_{II}(\tau) = \frac{A}{L}\,\frac{n\,q^2}{m\,\alpha}\,k\,T\,\alpha\,e^{-\alpha|\tau|}}$$

Ruido Térmico (Johnson-Nyquist)

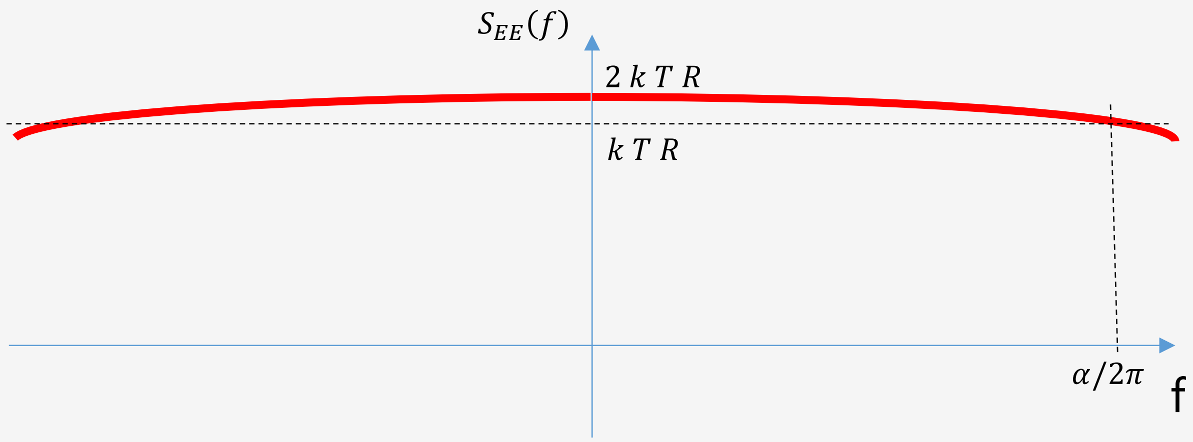
$$R_{II}(\tau) = \frac{1}{R}\, k\, T\, \alpha\, e^{-\alpha|\tau|}$$

$$E(t) = I(t)\, R \quad \longrightarrow \quad R_{EE}(\tau) = R^2\, R_{II}(\tau)$$

$$R_{EE}(\tau) = k\, T\, R\, \alpha\, e^{-\alpha|\tau|}$$

$$S_{EE}(f) = \mathcal{F}\{R_{EE}(\tau)\} \qquad S_{EE}(f) = \frac{2\, k\, T\, R}{1 + \left(\frac{2\, \pi\, f}{\alpha}\right)^2}$$

Los procesos $I(t)$ y $E(t)$ son gaussianos, de media nula.
Además, son ergódicos en media y correlación.



$\frac{\alpha}{2\pi} \sim 10^{13}$Hz para el Cu

Modelo Ruido Blanco (para frecuencias por debajo del THz)

$$R_{EE}(\tau) = 2\, k\, T\, R\, \delta(\tau)$$

$$S_{EE}(f) = 2\, k\, T\, R \qquad [\mathrm{V}^2/\mathrm{Hz}]$$

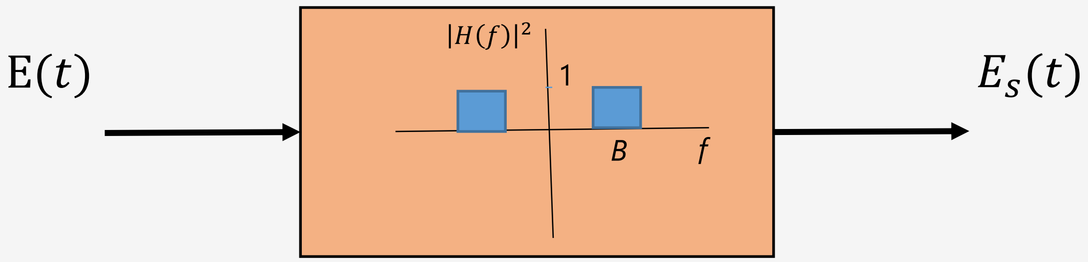
Ruido Térmico (Johnson-Nyquist)

$$R_{EE}(\tau) = 2\,k\,T\,R\,\delta(\tau)$$

$$S_{EE}(f) = 2\,k\,T\,R \qquad [\mathrm{V}^2/\mathrm{Hz}]$$

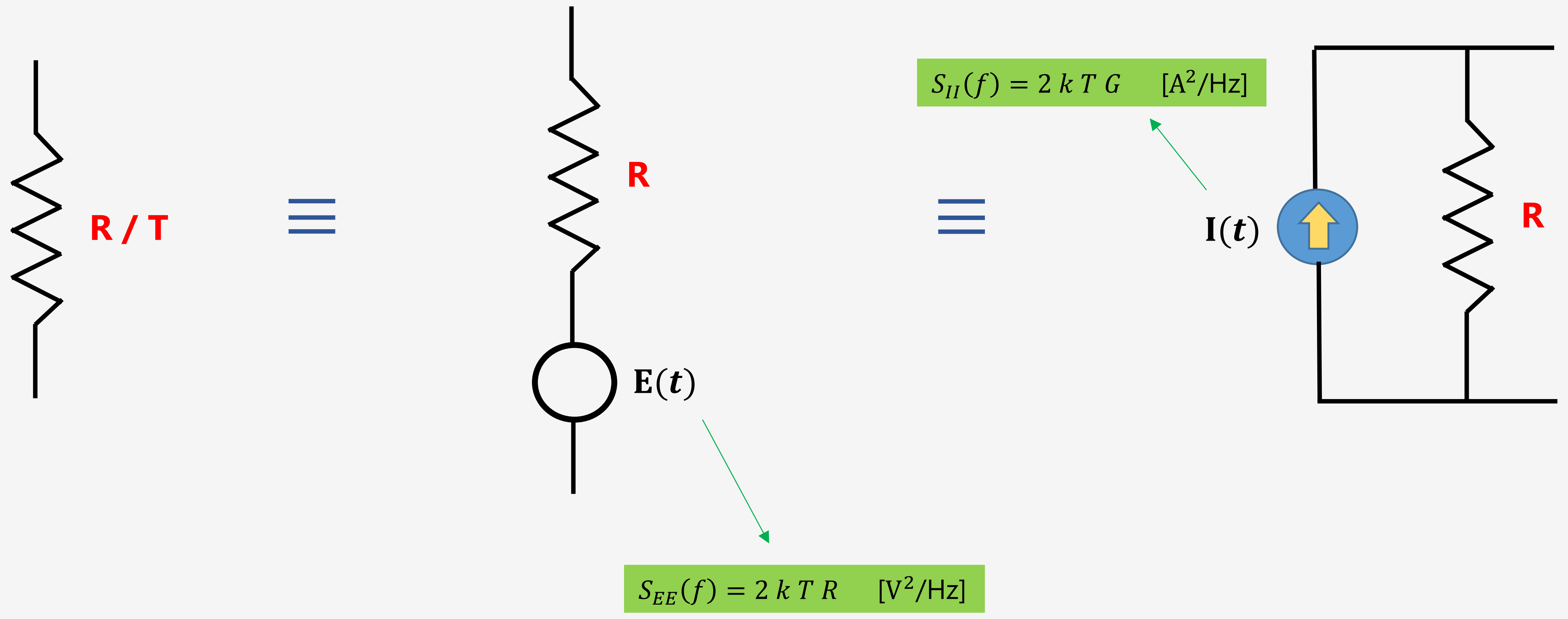
Modelo de ruido blanco solo tiene sentido físico a la salida de un sistema que lo limite en banda.

En un ancho de banda $BW = B$, la potencia media normalizada de este proceso es:



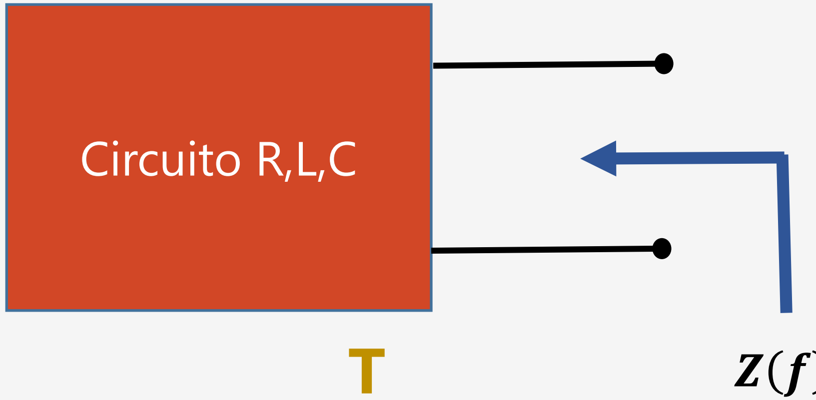
$$P_{E_s} = R_{E_S E_S}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{E_S E_S}(f)\,df = E\{|E_s(t)|^2\} = var\{E_s(t)\} = \overline{E_s^2(t)} = 4\,k\,T\,R\,B \qquad [\mathrm{V}^2]$$

Ruido Térmico (Johnson-Nyquist)

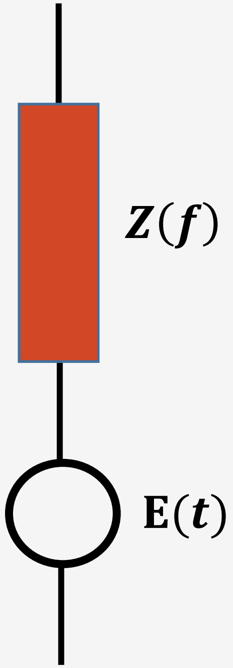


Fórmula de Nyquist

Puede demostrarse que para cualquier circuito pasivo, lineal y bilateral que se encuentra a una temperatura T:



$$\equiv$$

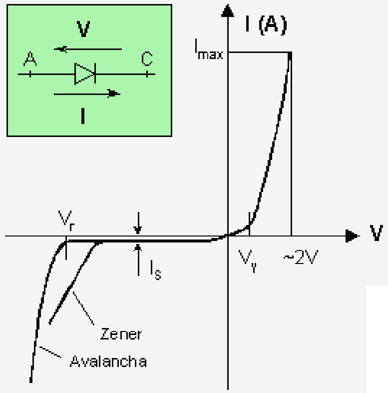


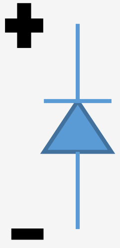
$$Z(f) = R(f) + j\,X(f)$$

$$S_{EE}(f) = 2\,k\,T\,R(f) \quad [\mathrm{V}^2/\mathrm{Hz}]$$

$$R(f) = Re\{Z(f)\}$$

Ruido Shot, de Disparo o Granalla

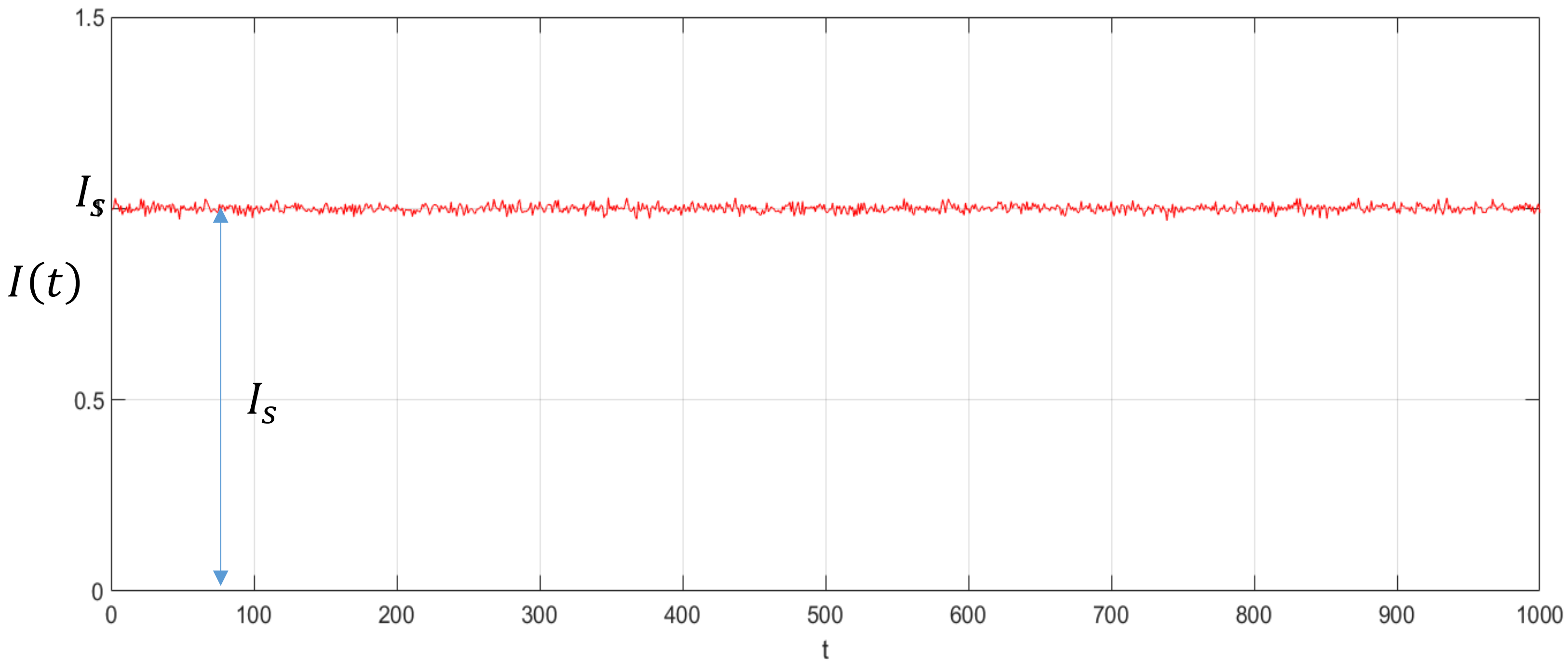




$$I(t) = I_s + I_n(t)$$

Diodo en Inversa

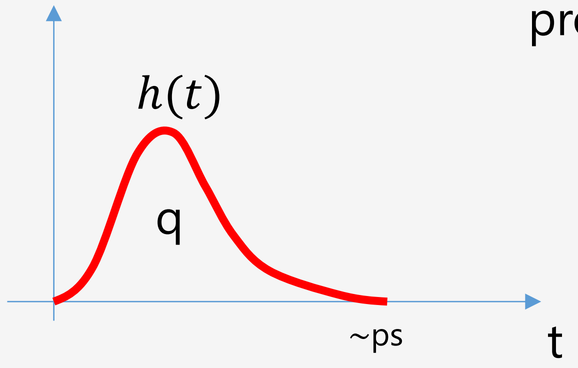
Objetivo: Obtener DEP de $I_n(t)$



Ruido Shot, de Disparo o Granalla

$$I(t) = I_s + I_n(t)$$

- La probabilidad de que se produzcan dos pasajes de carga simultáneos es nula.
- El número de pasajes producidos en cada uno de dos intervalos de tiempo disjuntos son independientes entre sí.
- Para intervalos de tiempo pequeños Δt, la probabilidad de que ocurra un pasaje es proporcional a Δt.



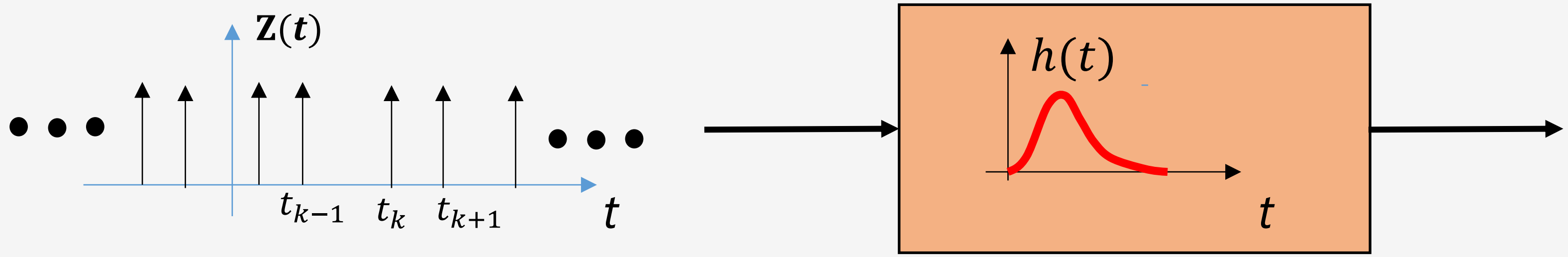
$$I(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(t - t_k)$$

aleatorios

$$\alpha = \frac{I_s}{q}$$

Distribución Poisson:

P{pasaje de *k* portadores en *D* segundos}= $\frac{(\alpha D)^k}{k!} e^{-\alpha D}$



$$I(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(t - t_k)$$

Ruido Shot, de Disparo o Granalla

$$I(t) = \{Z * h\}(t)$$

$$R_{II}(\tau) = \{R_{ZZ} * r_{hh}\}(\tau)$$

$$S_{II}(f) = S_{ZZ}(f)\, s_{hh}(f) = S_{ZZ}(f)\, |H(f)|^2$$

$$E\{I(t)\} = E\{Z(t)\}\, H(0)$$

$$I_s = \alpha \quad q$$

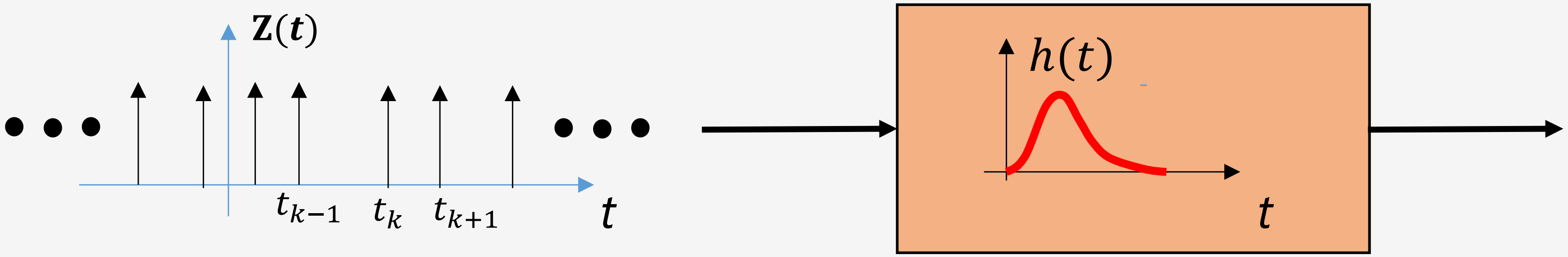
Puede demostrarse (ver libro Papoulis)

$$R_{ZZ}(\tau) = \alpha^2 + \alpha\, \delta(\tau)$$

$$S_{ZZ}(f) = \alpha^2\, \delta(f) + \alpha$$

$$S_{II}(f) = \alpha^2\, H(0)^2\, \delta(f) + \alpha\, |H(f)|^2$$

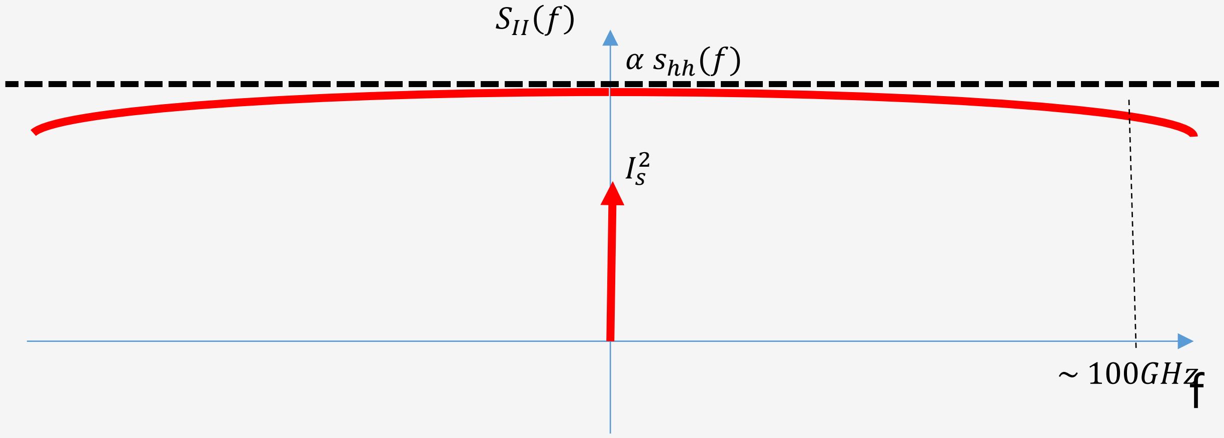
$$\boxed{S_{II}(f) = I_s^2\, \delta(f) + \alpha\, |H(f)|^2}$$



$$I(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(t - t_k)$$

Ruido Shot, de Disparo o Granalla

$$S_{II}(f) = I_s^2\,\delta(f) + \alpha\,|H(f)|^2$$

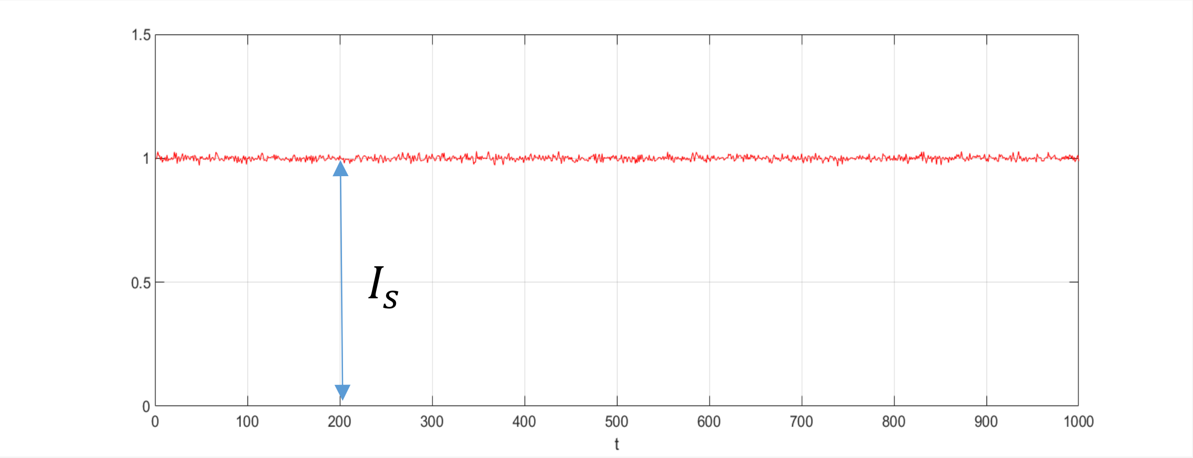


$$h(t) \cong q\,\delta(t)$$

$$S_{II}(f) = I_s^2\,\delta(f) + \alpha\,q^2$$

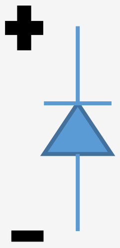
$$S_{II}(f) = I_s^2\,\delta(f) + q\,I_s$$

$$\boxed{S_{I_nI_n}(f) = q\,I_s}$$ Modelo de ruido blanco



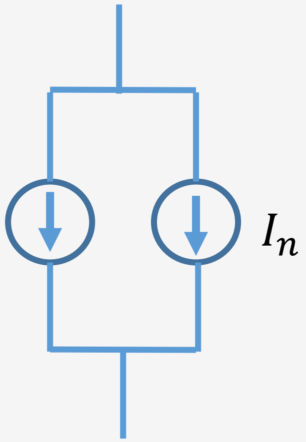
En ancho de banda B: $P_{I_n} = \overline{I_n^2} = 2\,q\,I_s\,B$ $[\mathrm{A}^2]$

Ruido Shot, de Disparo o Granalla



Diodo en Inversa

$\equiv$



$$\boxed{S_{I_nI_n}(f) = q\, I_s \qquad [\mathrm{A}^2/\mathrm{Hz}]}$$

$$\boxed{P_{I_n} = \overline{I_n^2} = 2\, q\, I_s\, B \qquad [\mathrm{A}^2]}$$

En el caso del diodo <u>polarizado en directa</u>:

$$I = I_s\,(e^{\frac{V}{V_T}} - 1) \;\text{ donde } V_T = \frac{kT}{q} \cong 25\mathrm{mV} \;@\; 20°\mathrm{C}$$

Podríamos pensar que los dos términos de corriente (difusión y arrastre) son independientes y poseen sus propios procesos de ruido por pasaje aleatorio de cargas. Por lo tanto, en un ancho de banda B:

$$P_{I_n} = \overline{I_n^2} = 2\, q\, I_s\, e^{\frac{V}{V_T}}\, B + 2\, q\, I_s\, B = 2\, q\, (I + 2I_s)B \cong 2\, q\, I\, B \qquad [\mathrm{A}^2]$$

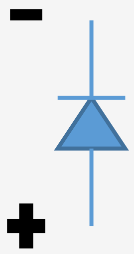
Ruido Shot, de Disparo o Granalla

Dado que: $$g = \frac{1}{r_d} = \frac{dI}{dV} = I_s\, e^{\frac{V}{V_T}} \frac{1}{V_T} \cong \frac{I\,q}{k\,T}$$

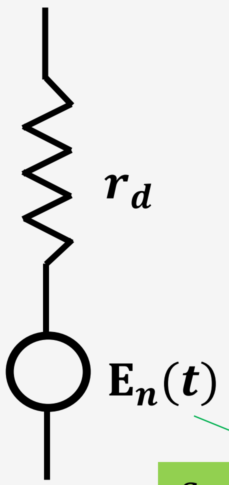
En directa

$$P_{I_n} = \overline{I_n^2} \cong 2\,q\,I\,B = 2\,k\,T\,g\,B \quad [\mathrm{A}^2]$$

$$\overline{E_n^2} = \overline{I_n^2}\;r_d^2 = 2\,k\,T\,r_d\,B \quad [\mathrm{V}^2]$$

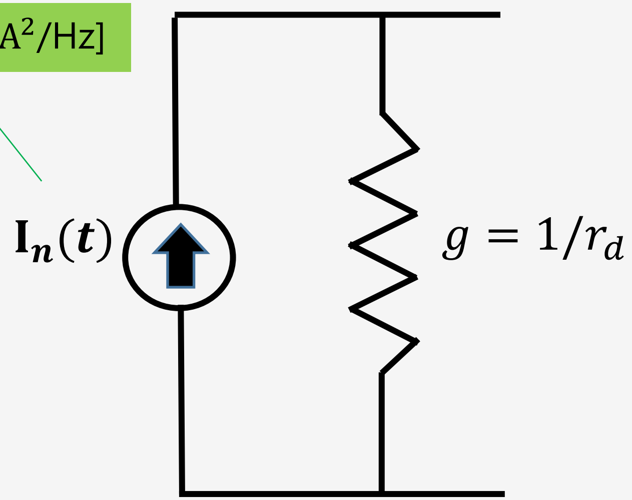


RUIDO $\longrightarrow$



$S_{E_nE_n}(f) = k\,T\,r_d \quad [\mathrm{V}^2/\mathrm{Hz}]$

$S_{I_nI_n}(f) = k\,T\,g \quad [\mathrm{A}^2/\mathrm{Hz}]$



En el caso del diodo sin polarizar: Como la corriente neta es cero, podemos pensarlo como I_s de difusión y $-I_s$ de arrastre:

$$\overline{I_n^2} \cong 2\,q\,2I_s\,B = 4\,k\,T\,g\,B \quad [\mathrm{A}^2] \qquad \overline{E_n^2} = \overline{I_n^2}\;r_d^2 = 4\,k\,T\,r_d\,B \quad [\mathrm{V}^2]$$

Potencias y DEPs

Para desnormalizar los valores de Potencia:

$$P\ [\mathrm{W}] = \frac{P\quad [\mathrm{V}^2]}{R\quad [\Omega]}$$

$$P\ [\mathrm{W}] = P\ [\mathrm{A}^2]\ R\ [\Omega]$$

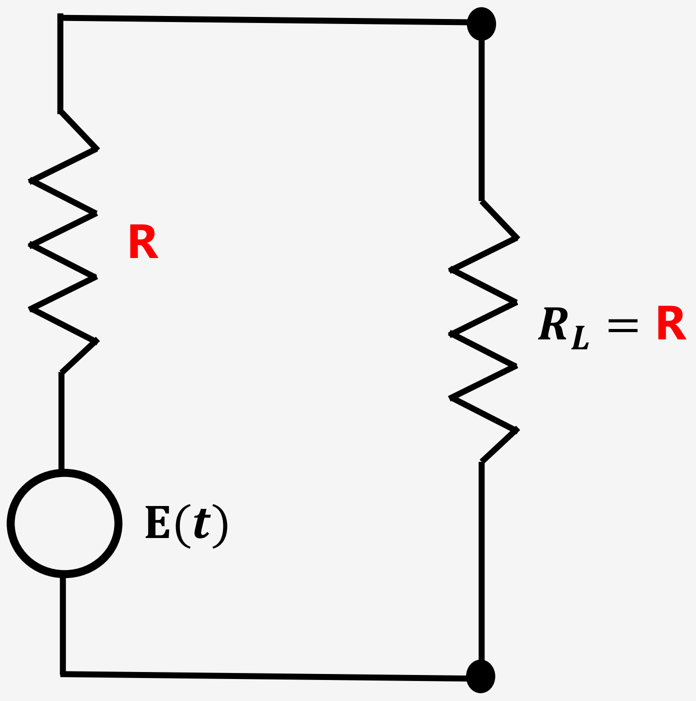
Para desnormalizar los valores de DEP:

$$S_{EE}(f) = 2\ k\ T\ R \qquad [\mathrm{V}^2/\mathrm{Hz}]$$
$$S_{EE}(f) = 2\ k\ T \qquad [\mathrm{W}/\mathrm{Hz}]$$

$$S_{II}(f) = 2\ k\ T\ G \qquad [\mathrm{A}^2/\mathrm{Hz}]$$
$$S_{II}(f) = 2\ k\ T \qquad [\mathrm{W}/\mathrm{Hz}]$$

Potencia disponible

La máxima potencia que podemos "extraer" de una fuente dada se conoce con el nombre de Potencia Disponible P_a y es la potencia que entrega una fuente real a la carga, en condiciones de adaptación.



Recordando el teorema de máxima transferencia de potencia.

$$P_{R_L} = \overline{E^2(t)} \frac{R_L}{(R + R_L)^2}$$

$$\frac{d\, P_{R_L}}{d\, R_L} = 0$$

P_{R_L} es máxima si $R_L = R$ (adaptación)

$$P_a = \frac{\overline{E^2(t)}}{4R}$$

$$P_a = \frac{4kTRB}{4R} = kTB \quad \text{[W]}$$

@ BW=B

DEP disponible

$$S_a(f) = \frac{S_{EE}(f)}{4R} = \frac{2kTR}{4R} = \frac{kT}{2}$$ [W/Hz] ← DEP disponible (bilateral)

$$S_a(f) = kT$$ ← DEP disponible (unilateral)

La DEP disponible (unilateral) para una resistencia a temperatura T=To=290K (17ºC)

$$S_a(f) \cong 4\ 10^{-21}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{Hz}} \cong -204\,\frac{\mathrm{dBW}}{\mathrm{Hz}} = -174\,\frac{\mathrm{dBm}}{\mathrm{Hz}}$$

Para un circuito RLC pasivo bilateral, la condición de adaptación de impedancia se cumple cuando $Z_L = Z^*$

$$Z^* = R(f) - jX(f)$$

$$S_a(f) = \frac{2\,k\,T\,R(f)}{4\,R(f)} = \frac{kT}{2}$$

Temperatura equivalente de ruido de un dipolo

Para cualquier fuente con DEP constante definimos a la temperatura equivalente de ruido como:

$$T_e = \frac{P_a}{k\ B}\ \ [\mathrm{K}]$$

Si la DEP no es constante y es función de f:

$$T_e = \frac{2\ S_a(f)}{k} \qquad [\mathrm{K}]$$

Por lo tanto, en un circuito RLC, si todos sus componentes se encuentran a la misma temperatura física T, entonces la temperatura equivalente de ruido del dipolo es $T_e = T$

Fuentes:

- Principles of Communications, 5/E by Rodger Ziemer and William Tranter, John Wiley & Sons. Inc.
- A. Greg (Greg L de Wikipedia en inglés) - Animación mostrando la agitación térmica de un gas.
- Apuntes de cátedra de Dr. Agustín Roncagliolo y Dr. J. P. Pascual.
- Probability, Random Variables, and Stochastic Processes; Athanasios Papoulis, Unnikrishna Pillai, 2002.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
POR LA CIENCIA Y POR LA PATRIA

U.N.L.P.
Fi