

Trabajo Práctico N° 1 Ejercicio 3

Tomás Vidal

Control de sistemas biológicos

Facultad de Ingeniería, UNLP, La Plata, Argentina.

17 de Septiembre, 2024.



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE LA PLATA

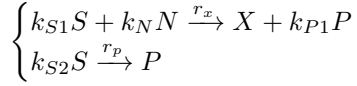
I. INTRODUCCIÓN

A continuación se muestran los resultados de simular la **producción de polihidroxibutirato (PHB)¹**, y el **crecimiento** de la bacteria que lo produce para 3 casos diferentes alimentaciones de sustrato: **sin alimentación, alimentación constante y alimentación exponencial**.

Las etapas de producción y crecimiento difieren en que la última requiere de nitrógeno, en cambio la etapa de producción de plástico requiere ausencia del mismo.

II. MODELO

El modelo a simular es el siguiente:



Que se puede llevar al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \dot{x} = r_x \\ \dot{s} = -K_{s1}r_x + D_s(s_{in} - s) \\ \dot{s} = -K_{s2}r_p + D_s(s_{in} - s) \\ \dot{n} = -K_N r_x + D_n(n_{in} - n) \\ \dot{p} = K_{p1}r_p \end{cases}$$

Y representándolo en su forma vectorial se tiene:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{s} \\ \dot{n} \\ \dot{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -K_{s1} & -K_{s2} \\ -K_N & 0 \\ K_{P1} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_x \\ r_p \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ S_{in} & 0 \\ 0 & n_{in} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ s \\ n \\ p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D_s \\ D_n \end{bmatrix}$$

Los modelos cinéticos empleados son:

$$\mu(s, n) = \mu_{\max} \frac{s}{K_S + s + \frac{s^2}{K_{is}}} \cdot \frac{n}{K_n + n}$$

$$q_p(s, n) = q_{p\max} \frac{s}{K_{ps} + s + \frac{s^2}{K_{ips}}} \cdot \frac{K_{ipn}}{K_{ipn} + n}$$

Para realizar la simulación se hizo uso de simulink, a continuación se muestran los dos casos para cuando no se alimenta o se alimenta constantemente con sustrato, y el caso para cuando se alimenta exponencialmente con sustrato.

¹El polihidroxibutirato (PHB) es un biopolímero perteneciente a la familia de los poliésteres, producido por diversas bacterias como reserva de carbono y energía. Es biodegradable y biocompatible, lo que lo hace una alternativa ecológica a los plásticos convencionales en aplicaciones médicas y envasado sostenible.

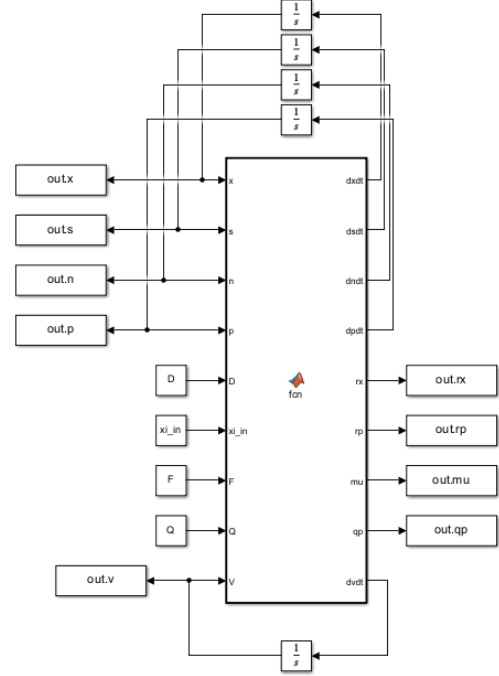


Fig. 1. Simulación para el caso de alimentación constante

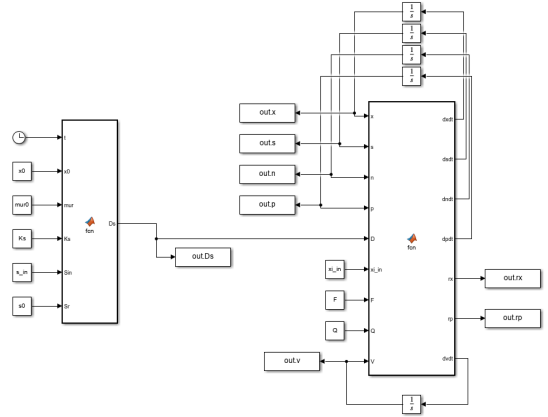


Fig. 2. Simulación para el caso de alimentación exponencial

III. SIN ALIMENTACIÓN DE SUSTRATO

A continuación se muestran las simulaciones del caso donde no hay alimentación de sustrato, es decir $D_s = D_n = 0$, que es el caso donde se hace un **batch**, se comienzan las etapas con ciertos valores de sustrato y nitrógeno, y se deja que el sistema evolucione sin cambiar la masa neta.

III-A. Etapa de crecimiento

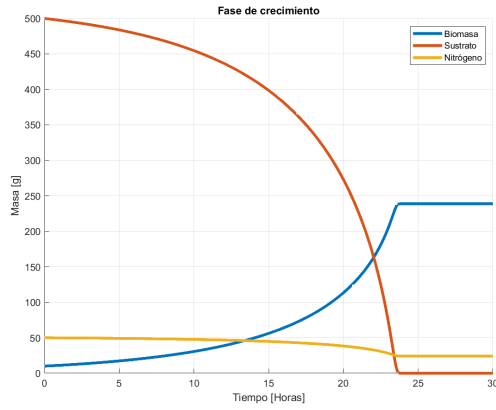


Fig. 3. Etapa de crecimiento sin alimentación de sustrato

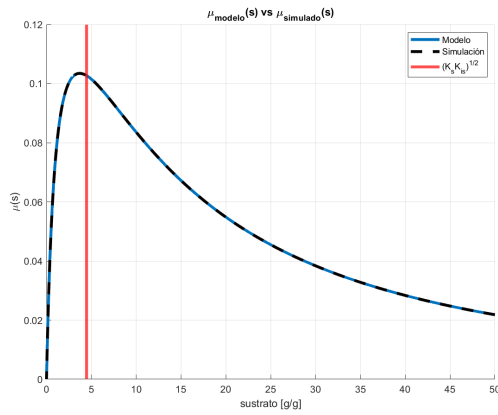


Fig. 4. Modelo cinético $\mu(s)$ en etapa de crecimiento

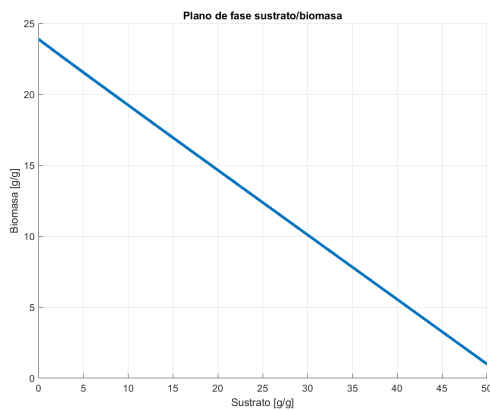


Fig. 5. Plano de fase Sustrato/Biomasa en la etapa de crecimiento

Como era de esperar se tiene un crecimiento exponencial de biomasa y, un decrecimiento exponencial de sustrato. Además se tiene que los modelos cinéticos son correctos durante la simulación, se llega al máximo en *aproximadamente*

$\sqrt{K_s K_{is}}$. También se tiene la recta esperada en el plano de fase.

III-B. Fase de producción de plástico

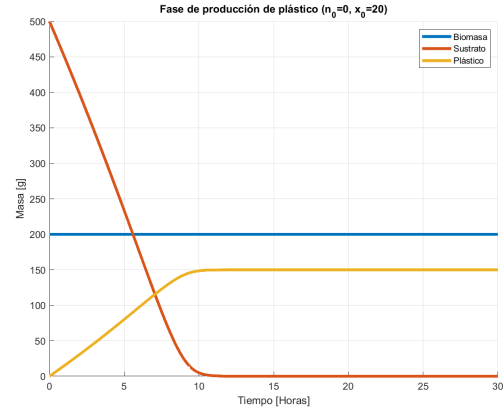


Fig. 6. Etapa de producción de plástico con "suficiente" biomasa

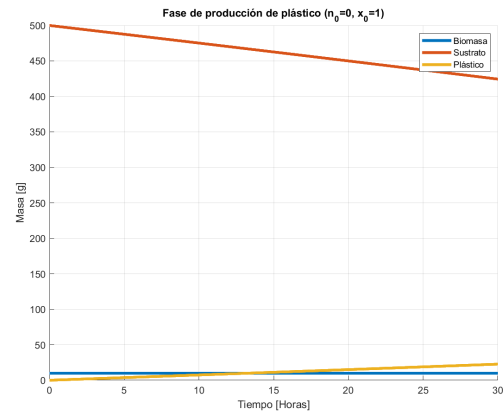


Fig. 7. Etapa de producción de plástico con "poca" biomasa

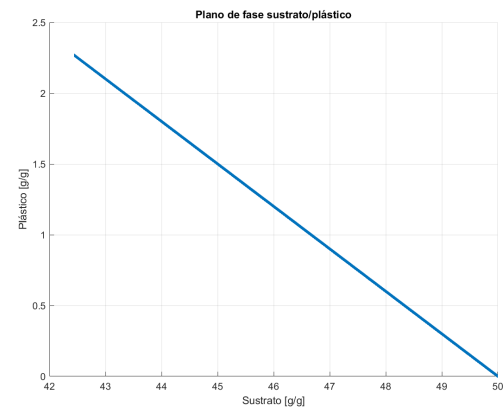


Fig. 8. Plano de fase Sustrato/Plástico en la etapa de producción

En la figura 6 se puede observar que después de 10 horas, con 200 gramos de biomasa, **se obtuvieron 150 gramos**

de plástico, a partir de los 500 gramos de sustrato que se consumieron. También se simuló un caso donde la biomasa es poca, en comparación a la cantidad de sustrato y los tiempos de producción, y no se alcanza a consumir el sustrato en las 30 horas de simulación.

IV. CON ALIMENTACIÓN DE SUSTRATO CONSTANTE

IV-A. Fase de crecimiento

En esta fase se simula cuando se alimenta constantemente para diferentes valores de dilución

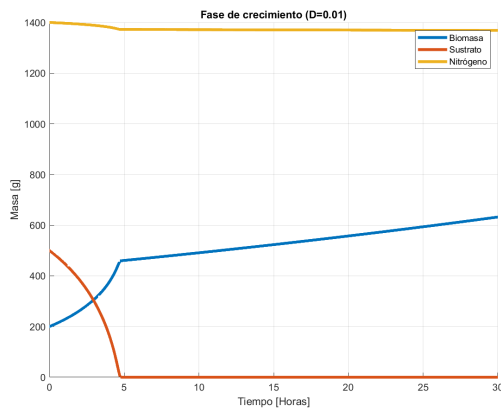


Fig. 9. Fase de crecimiento con alimentación constante

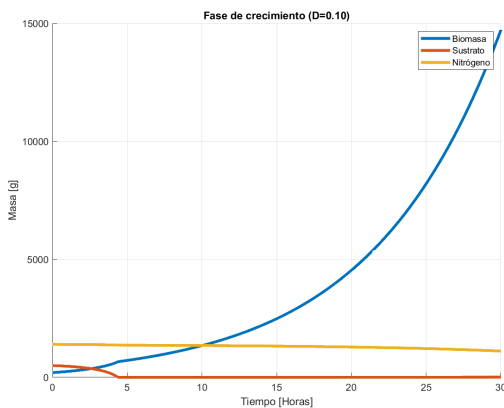


Fig. 10. Fase de crecimiento con alimentación constante

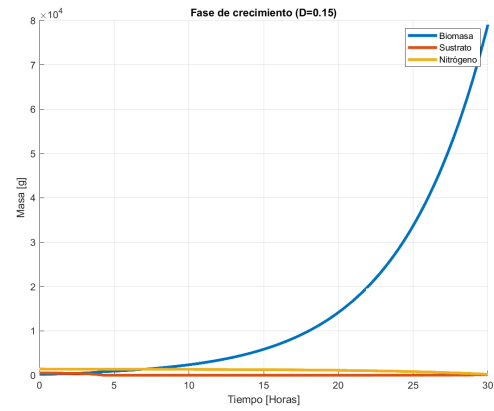


Fig. 11. Fase de crecimiento con alimentación constante

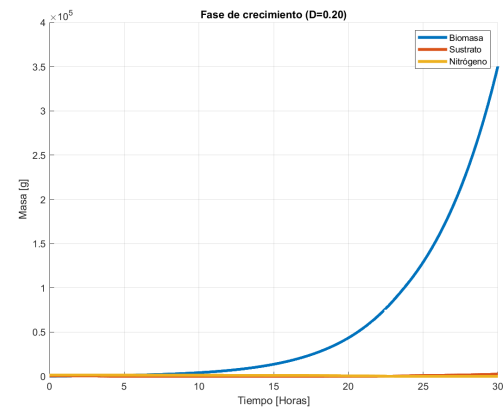


Fig. 12. Fase de crecimiento con alimentación constante

Como se puede observar en los gráficos, si se alimenta con poco no se llega a alimentar la biomasa, pero si se alimenta con demasiado sustrato entonces el mismo comienza a acumularse. En las siguientes simulaciones se toma un valor de dilución $D = 0,1$, ya que es equilibrado con respecto a lo mencionado anteriormente.

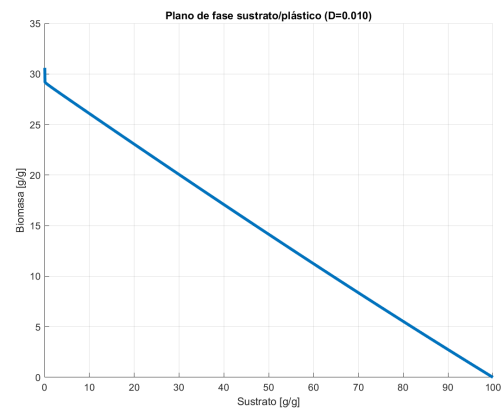


Fig. 13. Plano de fase en la fase de crecimiento de biomasa

V. CON ALIMENTACIÓN DE SUSTRATO EXPONENCIAL

Se emplea el siguiente modelo para la alimentación exponencial:

$$D = \frac{K_s \mu_r x_0 e^{t^* \mu_r}}{S_{in} - S_r}$$