Medidas Eléctricas

Unidad Temática N° 1

Métodos elementales de medida. Método de oposición. Medición de R con V y A. Cálculo de errores e incertidumbre.

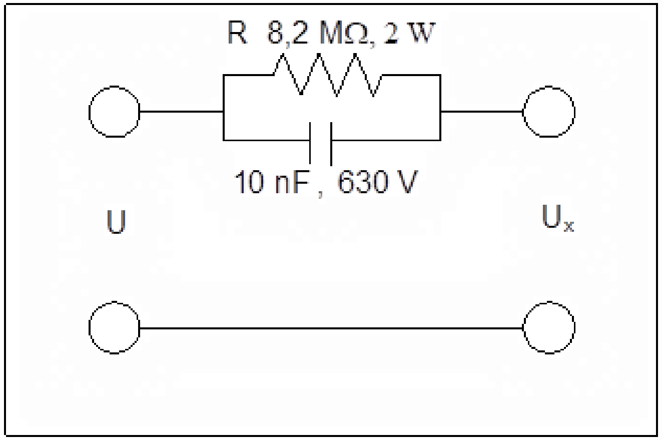
Gabinete del Trabajo Práctico N° 1

Parte 1.

Mediciones de corriente y tensión por métodos directos e indirectos.

Solución de un problema de inserción

Circuito en estudio:

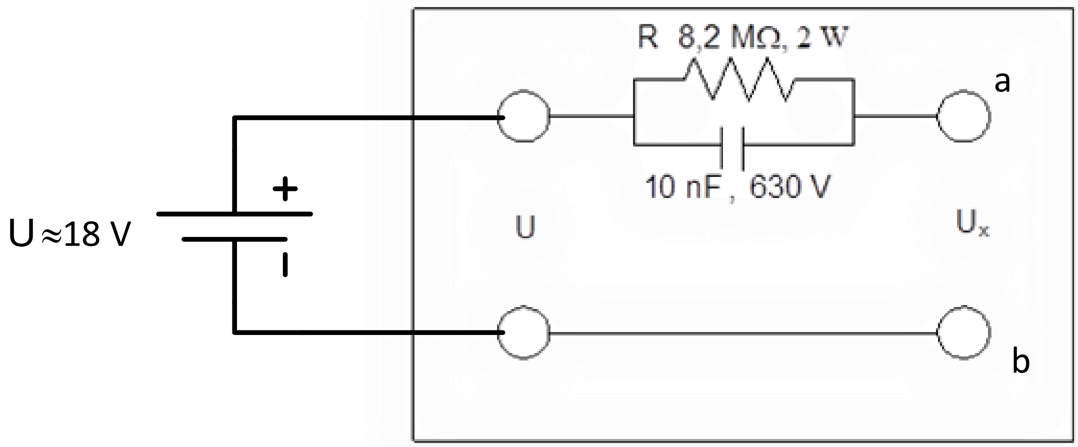


Alimentamos con un fuente de tensión continua de aprox. 18 V

El conjunto puede representar el equivalente Thévenin de un circuito lineal más complejo.

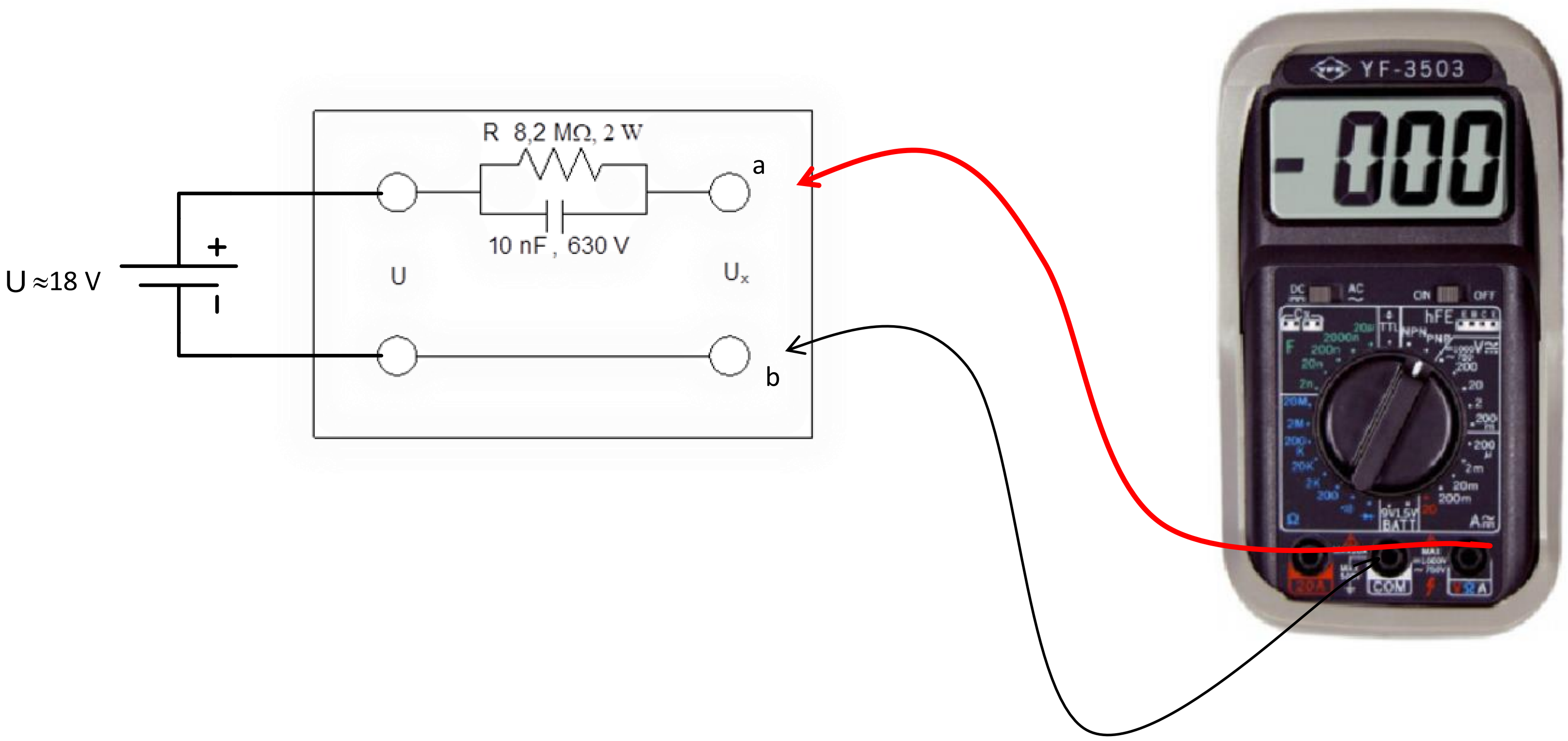
La idea es obtener U a partir de la medición de Ux desde los bornes accesibles (a y b), con un error ≈ ± 1%

Dicho de otra manera, se pretende medir la tensión de salida en vacío Ux, cuando se lo alimenta por el otro extremo con una tensión de continua U.

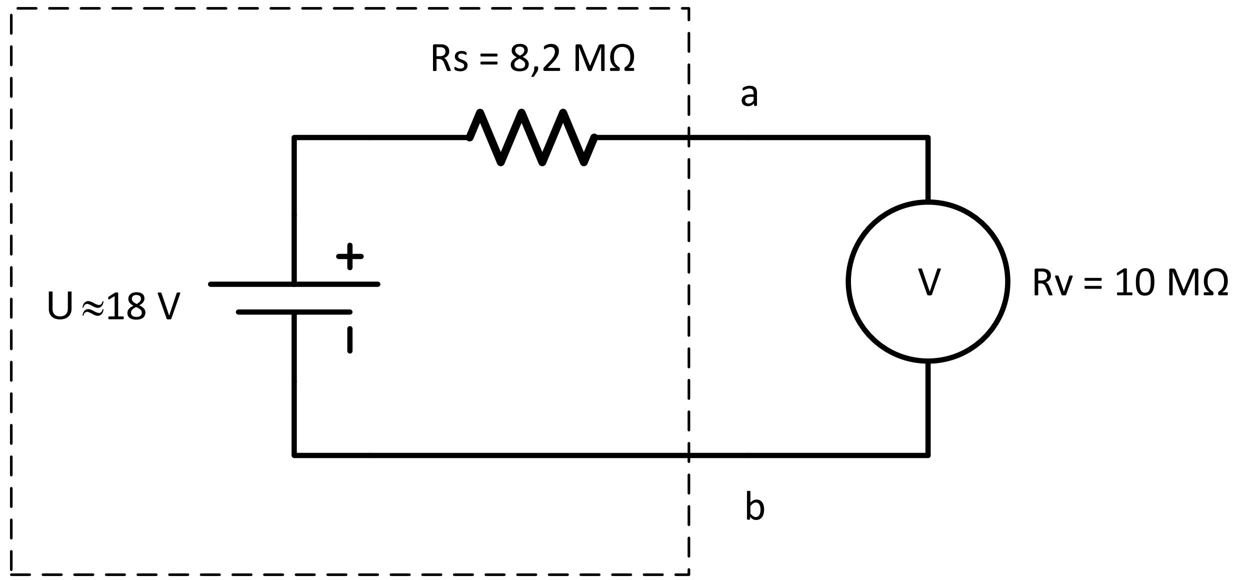


Medición directa. Se trata de conectar un instrumento (voltímetro) entre los bornes a y b.

Utilizamos un multímetro $3^{1/2}$ dígitos, en función voltímetro, alcance 20 V



Medición directa. Circuito en CC



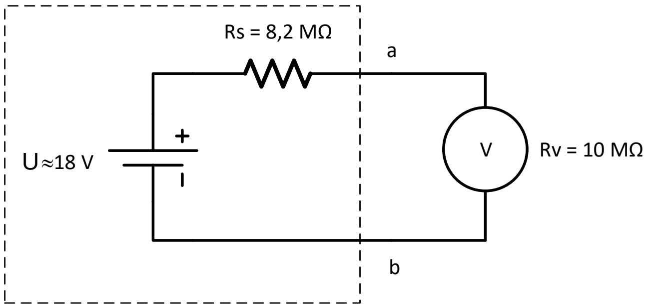
El valor del mensurando U, lo estimamos con el valor U_m indicado por el instrumento

Errores en la medición directa:
- Error fortuito
- Error sistemático de inserción

Error fortuito: El **error límite** se obtiene de la información que da el fabricante del instrumento

Multímetro: Yu Fong – YF-3503

DC V-				
Range	Resolution	Accuracy	Input Impedance	Overload protection
200 mV	0.1 mV	0.5 % + 1	10M Ω	DC 500V AC 350V rms
2 V	1 mV	0.8% + 1		DC 1100V AC 800V rms
20 V	10 mV			
200 V	100 mV			
1000 V	1 V			



Estimación de lo que pretendemos medir: ≈18 V

Alcance usado: 20,00 V

Indicación: “$3^{1/2}$ dígitos”

Estimación de lo que pretendemos medir: ≈18 V

Alcance usado: 20,00 V

Indicación: "$3^{1/2}$ dígitos"

1999 → Máxima presentación: un dígito que solo marca "1" (medio) y tres dígitos con indicación desde 0 a 9 ("completos")

19.99 → El cambio de alcance se logra variando la posición del punto decimal.

Ejemplo alcance "20"

0,01

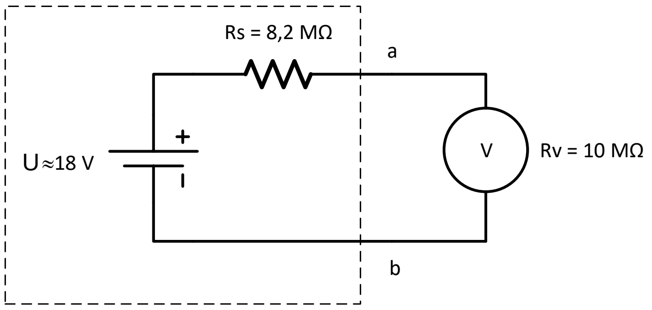
→ Dígito "menos significativo" (para el alcance 20). Es la menor indicación posible en cada alcance

Expresión normalizada del error límite:

$$E = \pm[p\%\ \text{valor medido} + n\ \text{dig. menos sig}]$$

Estimación de lo que pretendemos medir:	≈18 V
Alcance usado:	20,00 V
Indicación:	"3$^{1/2}$ dígitos"

DC V-				
Range	Resolution	Accuracy	Input Impedance	Overload protection
200 mV	0.1 mV	0.5 % + 1	10M Ω	DC 500V AC 350V rms
2 V	1 mV	0.8% + 1		DC 1100V AC 800V rms
20 V	10 mV			
200 V	100 mV			
1000 V	1 V			



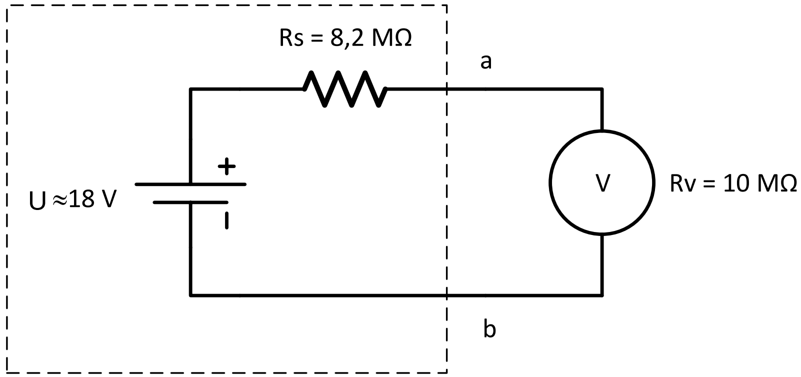
19.99 → Dígito menos significativo 0,01 V

Error fortuito

$$E = \pm[0{,}8\ \%\ valor\ medido + 1\ .\ 0{,}01\ V]$$

$$E = \pm[0{,}8\ \%\ 18\ V + 0{,}01\ V]$$

$$E = \pm 0{,}154\ V$$ Error absoluto límite



Medición directa, error fortuito:

Absoluto: $E = \pm 0{,}154\ V$

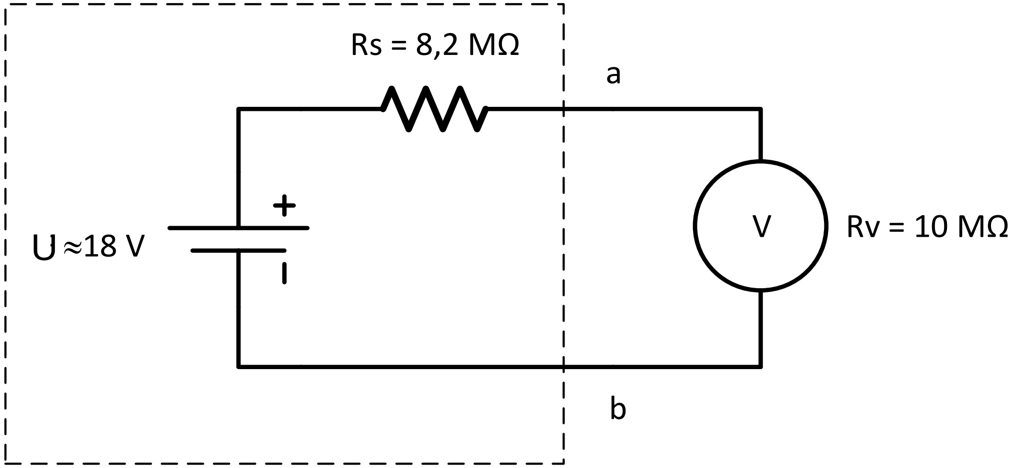
Relativo $$e = \frac{E}{Um}100 = \frac{\pm 0{,}154V}{18\ V}100 = \pm 0{,}86\%$$

± 0,86 % es la mejor medición que podemos hacer con este voltímetro, suponiendo una indicación de 18 V.

Notar que “*e*” es siempre mayor al “*p*” de la formula del error

2 V	1 mV	0.8% + 1
20 V	10 mV	
200 V	100 mV	
1000 V	1 V	

Error de inserción (sistemático):



Error absoluto:

$$E_s = Um - Uv = \frac{U\ R_v}{R_s + R_v} - U = -U\left(\frac{R_s}{R_s + R_v}\right) = -8{,}11\ V$$

Error relativo:

$$e_s = \frac{E_s}{U} 100 = -\left(\frac{R_s}{R_s + R_v}\right) 100 = -45\%$$

Es evidente que la medición directa es inviable

¿Cómo tratamos al error de inserción?

1.- Su naturaleza es distinta al error fortuito (límite): No se combinan.

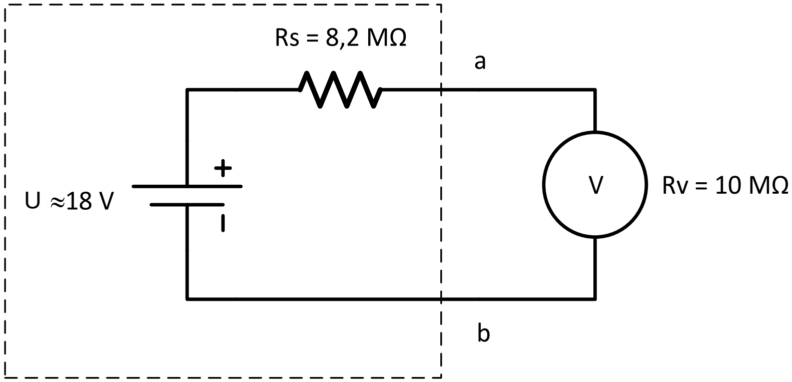
2.- Si $|E_s| < |E/10|$ no pesa y se desprecia (**error sistemático despreciable**)

3.- Si $|E_s| > |E/10|$ el error pesa y debe **desafectarse** (si se puede calcular) o buscar **otro método o instrumento**.

En nuestro caso:

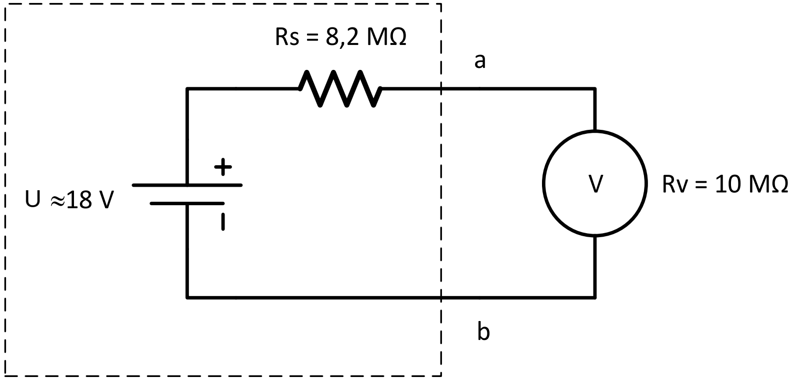
$$|E_s| = 8{,}11\ \text{V} \ > \ |E| = 0{,}154\ \text{V}$$

No se puede despreciar



$$U_m = \frac{U\ R_v}{R_s + R_v} = 9{,}89\ V$$

¿Cómo desafectamos (corregimos)?



$$U_m = \frac{U\ R_v}{R_s + R_v} = 9{,}89\ V$$

El valor del mensurando U, lo estimo como:

$$\boxed{U = U_m \frac{R_s + R_v}{R_v} = U_m\left(1 + \frac{R_s}{R_v}\right)}$$

Cuando aplico la expresión, combino elementos que se conocen con una cierta tolerancia

Debo propagar: $U = f\,(U_m, R_s, R_v)$

$$\Delta U = \pm\left[\frac{\partial U}{\partial Um}\Delta Um + \frac{\partial U}{\partial R_s}\Delta R_s + \frac{\partial U}{\partial R_v}\Delta R_v\right]$$

$$\Delta U = \pm [\frac{\partial U}{\partial Um} \Delta Um + \frac{\partial U}{\partial R_s} \Delta R_s + \frac{\partial U}{\partial R_v} \Delta R_v$$

Si suponemos R_v sin error: $U = f\,(U_m, R_s\,)$

$$E_U = \pm \left[\left(1 + \frac{R_s}{R_v}\right) E_{U_m} + \frac{U_m}{R_v} E_{R_s} \right]$$

$$e_U = \pm \left[e_{U_m} + \frac{R_s}{R_s + R_v} e_{R_s} \right]$$

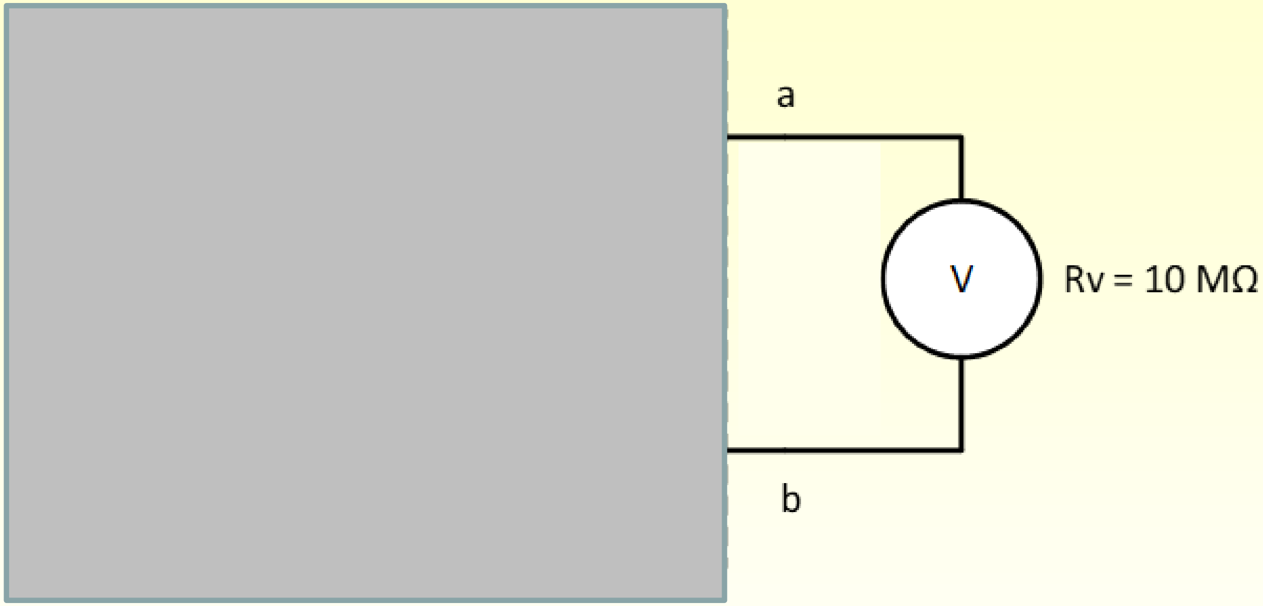
Algunos comentarios:

1.- Hay que conocer la tolerancia de Rs

2.- En nuestro caso, $Rs/(Rs+Rv) \approx 0{,}5$, lo que hace que e_{Rs} intervenga mucho en el error total y la medición empeora notablemente.

En este caso, la opción de desafectar el error sistemático es inviable

¿Cómo manejamos el error de inserción en un caso más general?



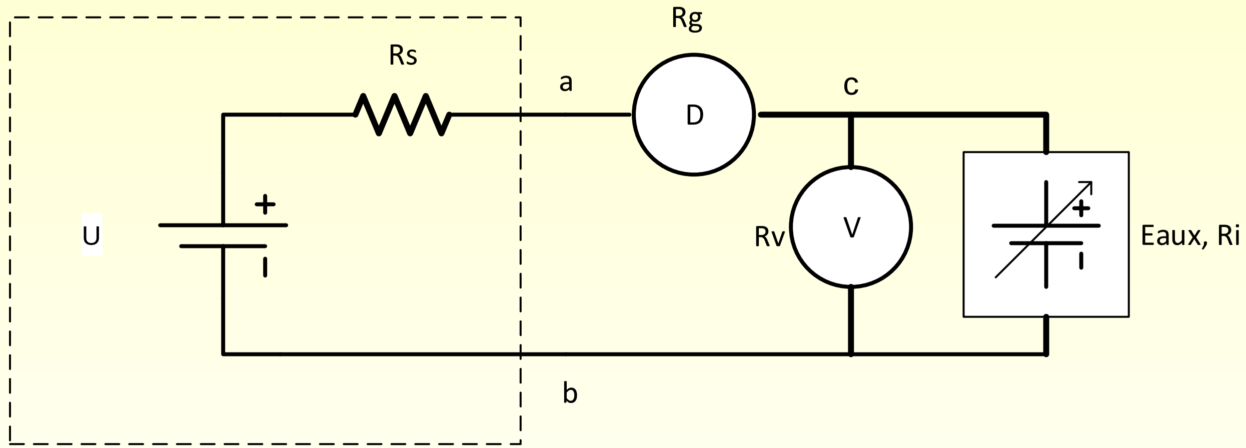
Suponer una medición directa de tensión sobre un circuito del que no conocemos detalles de sus componentes,

¿Cómo evaluamos el peso del error de inserción?

Proponer alternativas.

Método de oposición. Medición indirecta

Método de oposición. Medición indirecta



D: Detector (tensión o corriente), Rg

V: Voltímetro, Rv

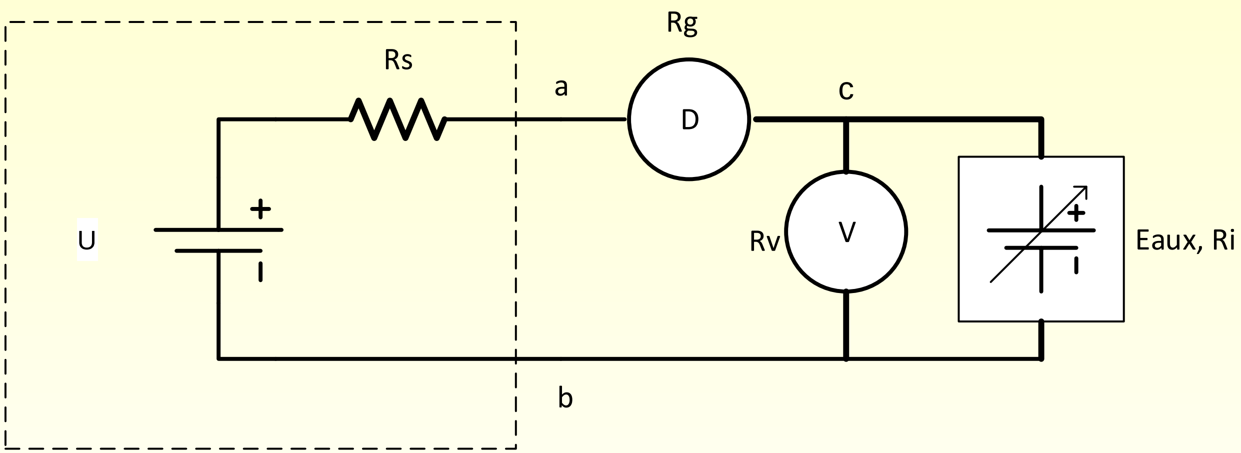
E_{aux}: fuente auxiliar variable:

Rango: $E_{aux} > U$

Finura adecuada

Ri << Rv

Método de oposición. Medición indirecta



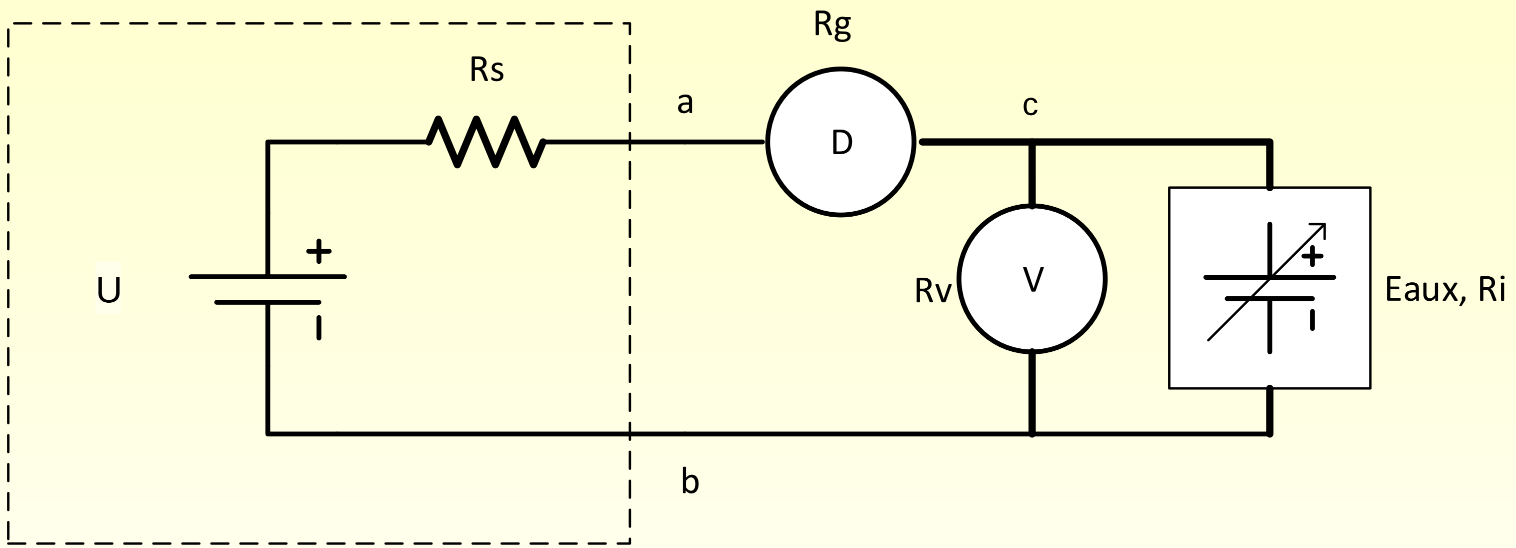
Pasos:

1.- Se ajusta E_{aux} hasta lograr indicación “0” en el detector:

$$U_{ac} = 0 \text{ V}$$

2.- En este momento, la indicación del voltímetro es la tensión buscada:

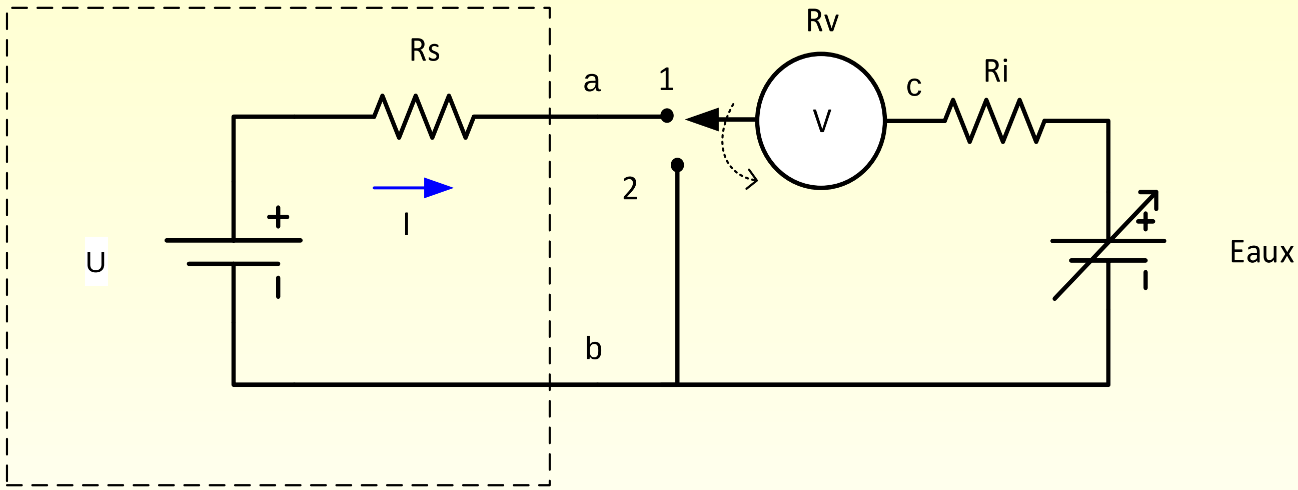
$$U = Um$$



Notar que:

Como $U_{ac} = 0$ V → I = 0 A → U se mide en vacío

Circuito a usar (un solo instrumento)



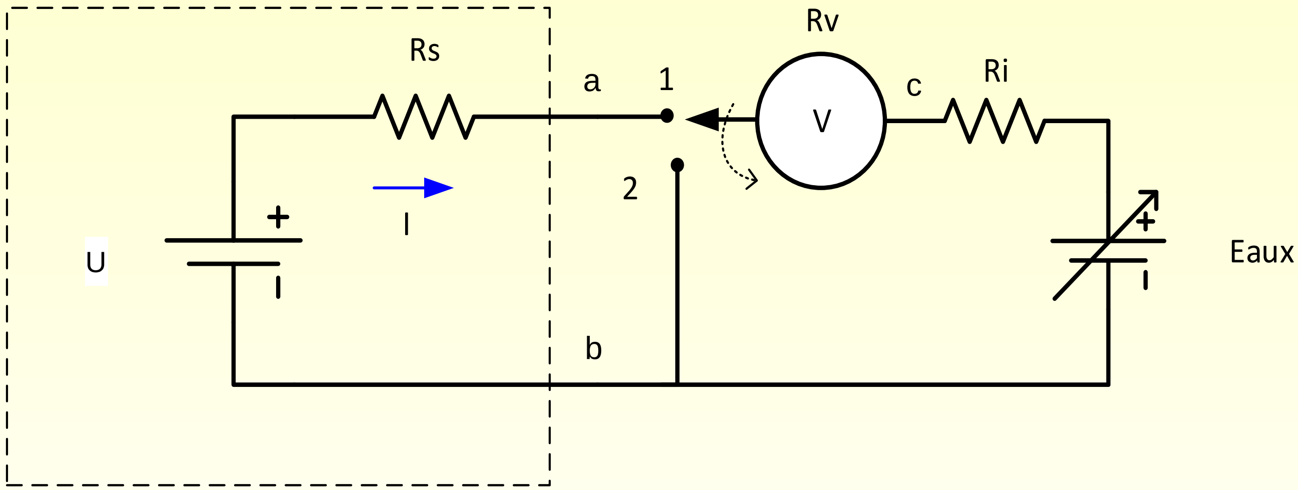
Pasos:

Llave en 1: Se ajusta E_{aux} hasta lograr indicación “0” en el detector. $I \approx 0$ A y $U \approx E_{aux}$

Llave en 2: Medimos “U” con el voltímetro pero sobre Eaux.

Existirá también en esta instancia un error de inserción, pero con una buena elección de fuente auxiliar podemos hacerlo despreciable (R_i<<R_v)

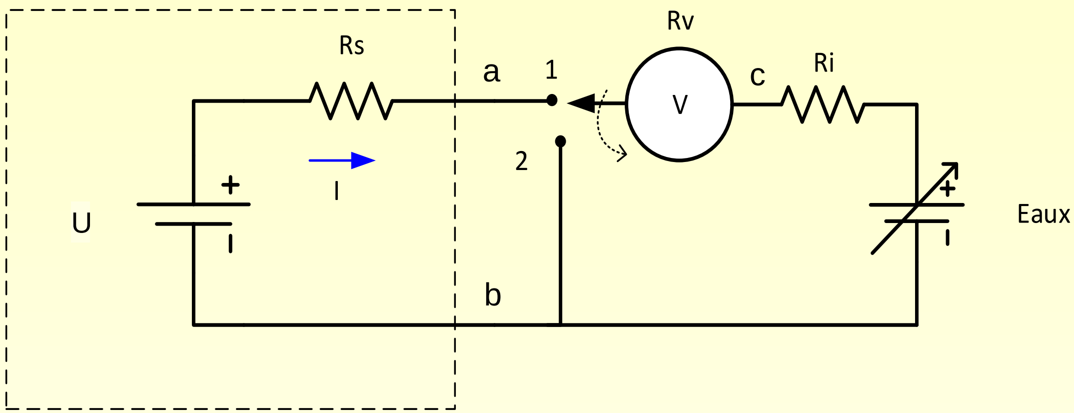
Circuito a usar (un solo instrumento)



En nuestro caso, el error final debería ser el fortuito del voltímetro midiendo U ≈ 18 V (ya calculado anteriormente)

$$E_U = \pm 0{,}154 \text{ V} \quad e_U = \pm 0{,}86\ \%$$

Errores presentes



1.- **Error fortuito** del instrumento, voltímetro midiendo U ≈ 18 V. Es el error mínimo que podríamos lograr con este circuito.

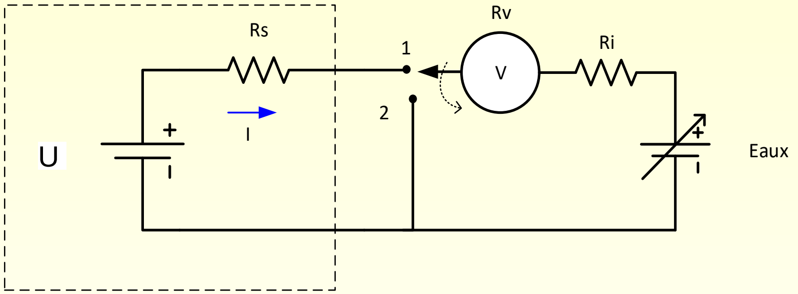
2.- **Error de insensibilidad**: si bien el detector indicará “0”, siempre queda una tensión, por debajo del mínimo que mide el instrumento, que aparece como diferencia entre sus bornes, su incidencia en la obtención de U es el error de insensibilidad.

3.- **Error de inserción,** cuando el voltímetro mide el valor de tensión ajustado.

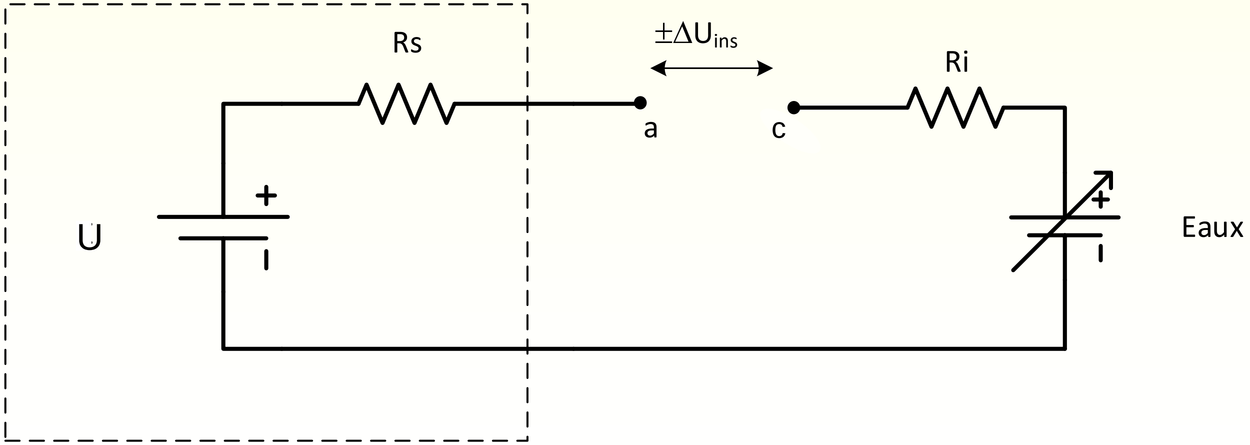
Tanto 2 como 3 deberían poder hacerse despreciables frente al 1 y lograr que el error total sea solo el instrumental.

Error de insensibilidad

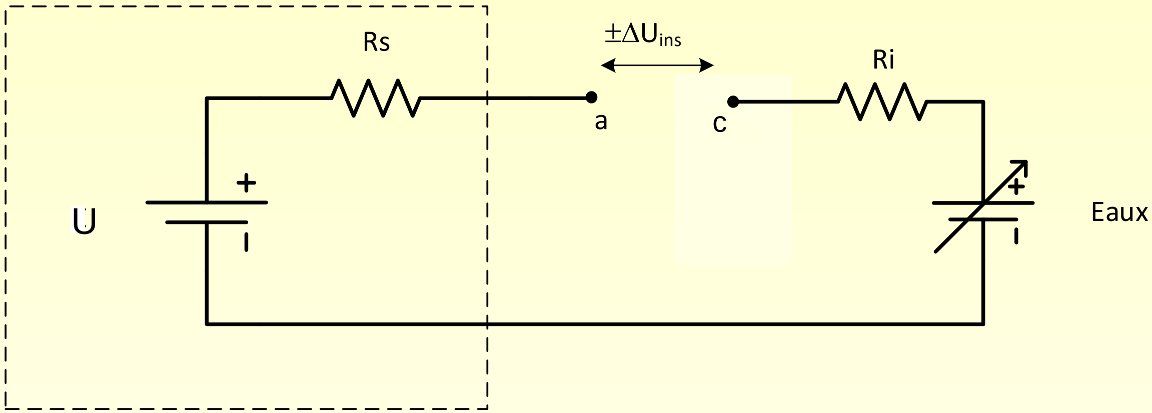
En la etapa 1, con el voltímetro midiendo “0”, nos queda siempre entre sus bornes una diferencia de potencial que no podemos detectar. Esta diferencia se traduce en un error en nuestra medición (error de insensibilidad).



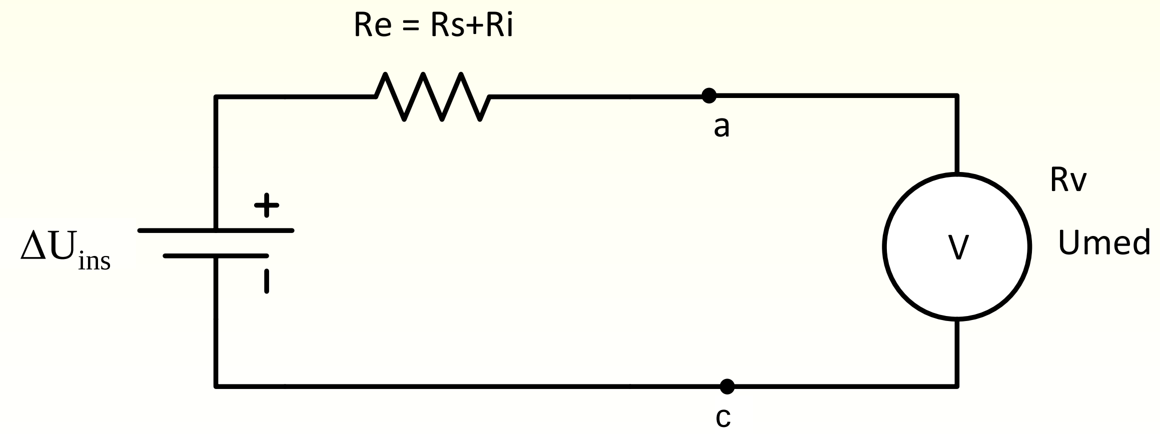
Tenemos que evaluar la diferencia ΔU_{ac} que será nuestro error de insensibilidad



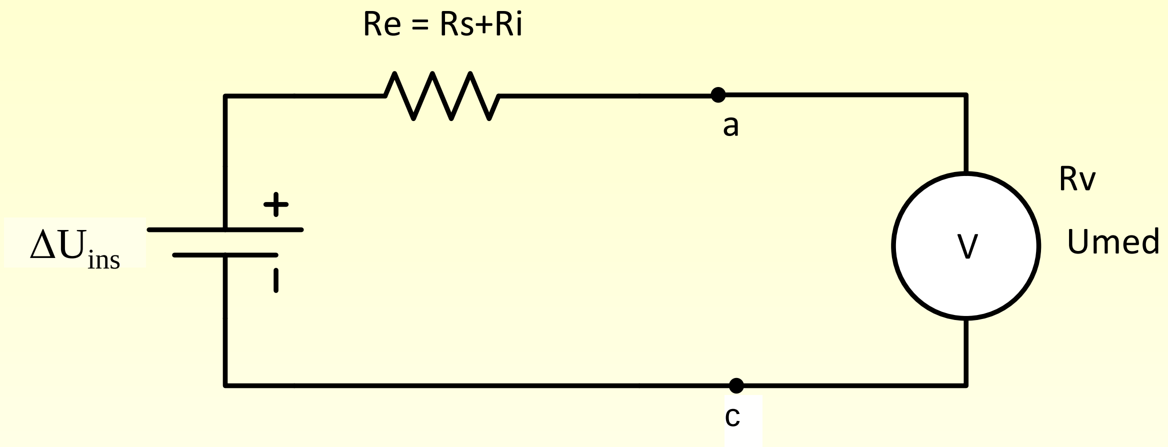
Error de insensibilidad



Quitamos el voltímetro (detector) y pasamos a un esquema Thévenin desde ac



Error de insensibilidad

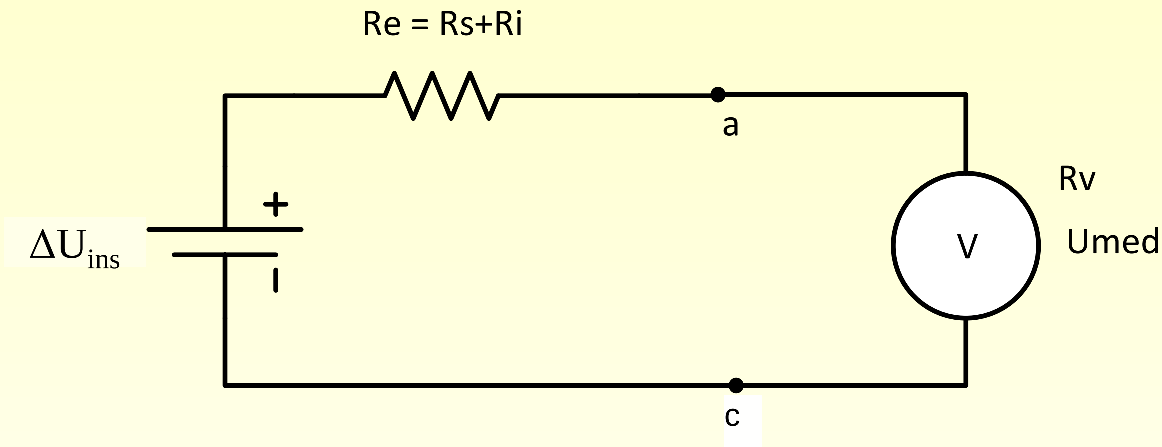


Cuando Umed es lo mínimo que puede resolver el voltímetro, ΔU_{ins} es la diferencia que nos queda, que llamamos error de insensibilidad E_{insen}.

$$Umed = \frac{Rv}{Rs + Rv}\,\Delta U_{ins} \longrightarrow E_{insen} = \frac{Rs + Rv}{Rv}\,\Delta U_{res}$$

ΔU_{res} es lo mínimo que logramos observar con el detector: su resolución

Error de insensibilidad



$$E_{insen} = \frac{Rs + Rv}{Rv} \quad \Delta U_{res}$$

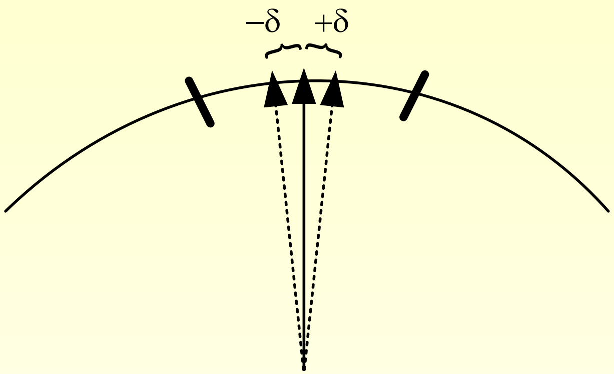
$$E_{insen} = \frac{8{,}2\ \mathrm{M\Omega} + 10\ \mathrm{M\Omega}}{10\ \mathrm{M\Omega}} \quad \Delta U_{res}$$

$$E_{insen} < \frac{\mathrm{E}}{10} \quad = \frac{0{,}154\ \mathrm{V}}{10}$$

Para ser despreciable frente al error del voltímetro

Resolución de un instrumento

a.- Instrumento analógico



La aguja puede apartarse δ de división hacia la derecha o δ hacia la izquierda y el operador no lo nota. Se dice que la resolución es ±δ, por ejemplo ±1/10 de división.

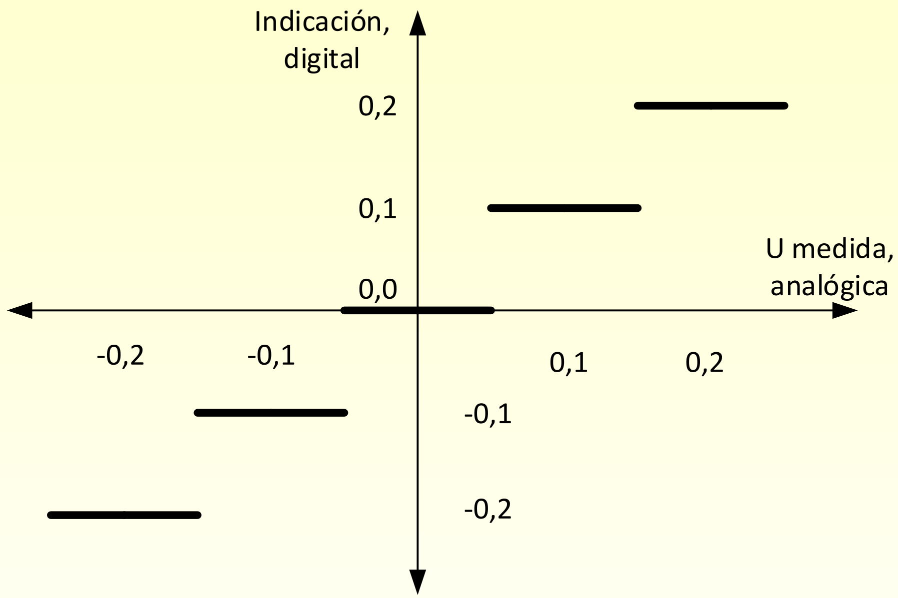
La resolución en este caso no es un valor fijo, dependerá de cómo está trazada la escala, de la sensibilidad del instrumento y también de la pericia del operador.

Por ejemplo, un amperímetro, alcance 300 mA, 100 div. y con un escala que permita leer 1/10 de división, tendrá una resolución absoluta de:

$$\Delta I_{res} = \pm \frac{300\ \text{mA}}{100\ \text{div}}\ 0{,}1\text{div} = \pm\ 0{,}3\ \text{mA}$$

Resolución de un instrumento

b.- Instrumento digital



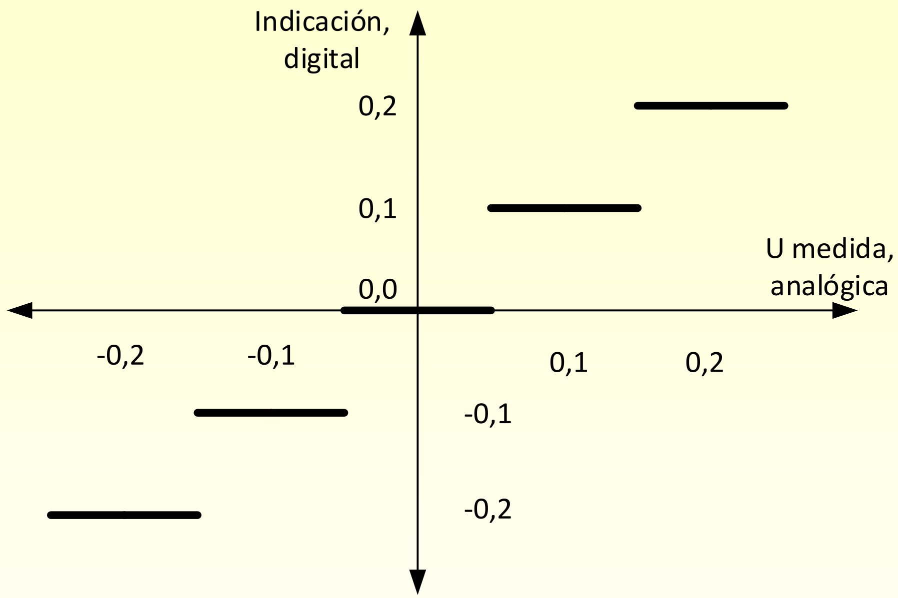
Ejemplo para un instrumento $3^{1/2}$ dig, alcance 200

Indicación máxima 199,9

Si el valor medido aumenta desde 0, la indicación digitalizada será 0,0 hasta que la entrada supere 0,05. Luego pasará a 0,1. Este valor se mantiene hasta que la entrada supera 0,15. Pasado este valor, la salida será 0,2. Esta lógica continúa para valores mayores y es idéntica para medidas negativas.

Resolución de un instrumento

b.- Instrumento digital



Ejemplo para un instrumento $3^{1/2}$ dig, alcance 200

Indicación máxima 199,9

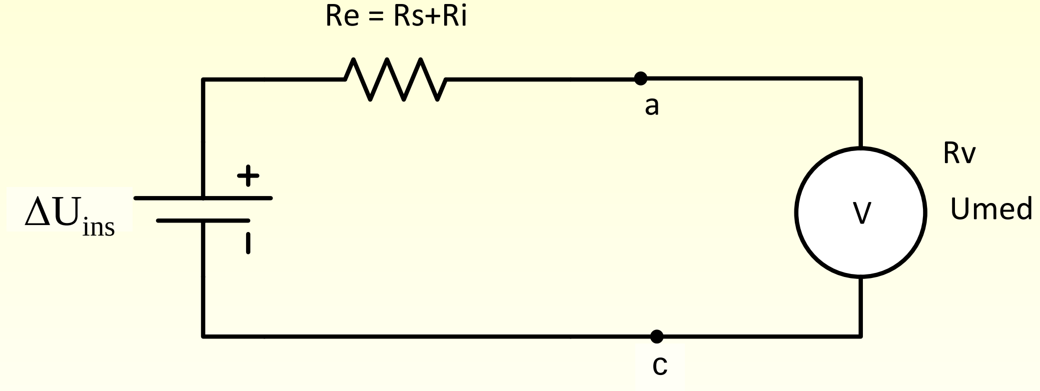
La menor medida posible será la comprendida entre ±0,05, que es la resolución para este alcance.

Generalizando para cualquier alcance, vemos que la resolución será:

$$\text{Res} = \pm \frac{\text{díg. menos significativo}}{2}$$

Alcance del detector para lograr un error de insensibilidad despreciable

Como nuestro detector es el mismo voltímetro, tenemos varias opciones de resolución (según el alcance elegido).

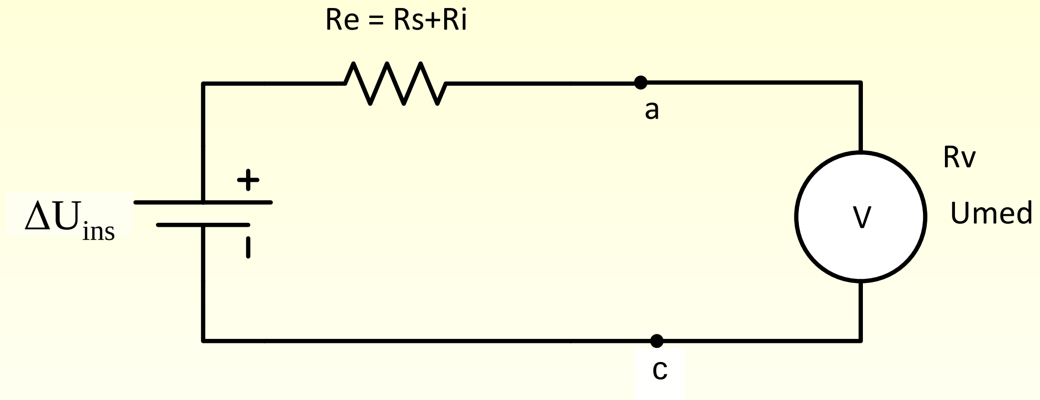


$$E_{insen} = \frac{8{,}2\ M\Omega + 10\ M\Omega}{10\ M\Omega} \qquad \Delta U_{res} < \frac{E}{10} = \frac{0{,}154\ V}{10}$$

$$\Delta U_{res} < 0{,}0154\ V\ \frac{10\ M\Omega}{8{,}2\ M\Omega + 10\ M\Omega} = 0{,}008\ V$$

Alcance del detector para lograr un error de insensibilidad despreciable

Como nuestro detector es el mismo voltímetro, tenemos varias opciones de resolución (según el alcance elegido).



$\Delta U_{res} < 0{,}008$ V

Si usamos el alcance 20 V, la indicación será 19,99:

$\Delta U_{res} = \pm 0{,}01 / 2$ V $= \pm 0{,}005 < \pm\ 0{,}008$ V, es suficiente

Resulta evidente que cualquier alcance menor, también me dará un error de inserción despreciable:

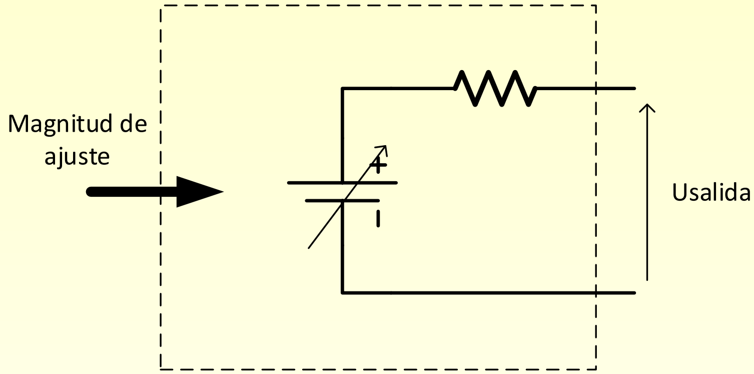
Por ejemplo, si usamos el alcance 2 V, la indicación será 1,999:

ΔU_{res} = ±0,001/2 V = ±0,0005 < ± 0,008 V, es también suficiente

¿Mejora la medición al utilizar resoluciones menores –y lograr errores de insensibilidad más chicos que el valor justo despreciable-?

La respuesta es **NO**, el error final será siempre el error de medición del voltímetro, independientemente de cuán despreciable sea el error de insensibilidad

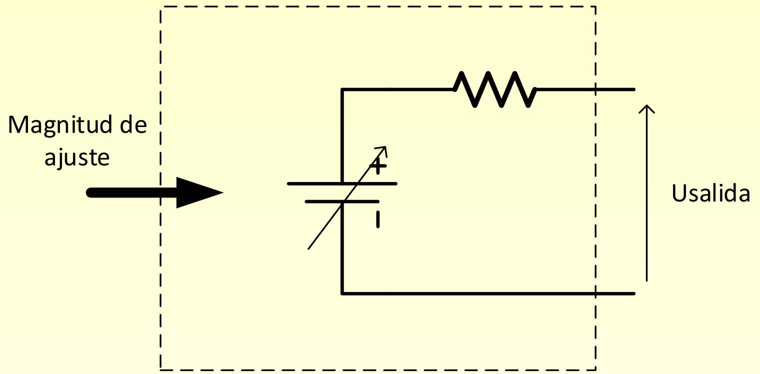
Fuente variable: Rango y finura de regulación



En el esquema de la figura, la Magnitud de Ajuste puede ser el giro de un potenciómetro, el desplazamiento de un curso o el accionamiento mínimo de un pulsador. Su variación produce cambios en la magnitud de salida (Usalida en nuestro caso, pero puede ser otra magnitud)

El rango de salida son los posibles valores que puede tomar esta magnitud. Por ejemplo, en nuestro caso, necesitamos que el rango supere 18 V, con un valor mínimo ligeramente por debajo de 18 V.

Fuente variable: Rango y finura de regulación



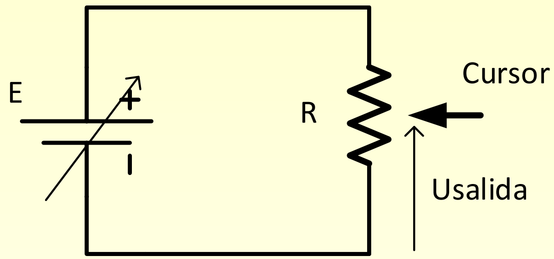
Para estudiar la finura, debemos establecer una relación entre magnitud de salida en función de entrada:

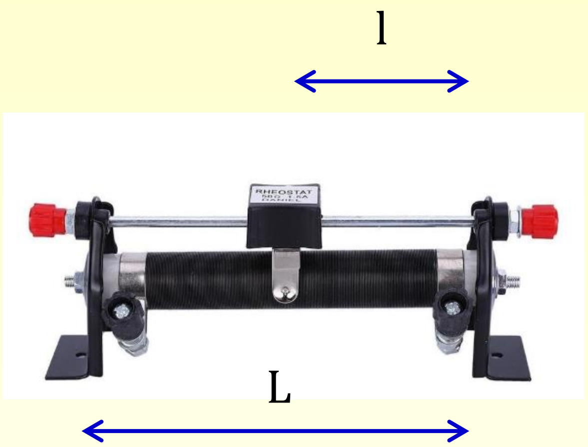
$$\mathrm{Usal} = \mathrm{f(x)}$$

$$\Delta \mathrm{Usal} = \frac{\partial \mathrm{f(x)}}{\partial \mathrm{x}} \Delta \mathrm{x}$$

Si Δx es la mínima variación de la magnitud de ajuste, entonces **ΔUsal será la finura del sistema de regulación** (menor salto estable que podemos lograr)

Ejemplo, fuente variable básica con resistencia de regulación





L: Longitud de la resistencia, l: posición del cursor, Δl: mínima variación estable

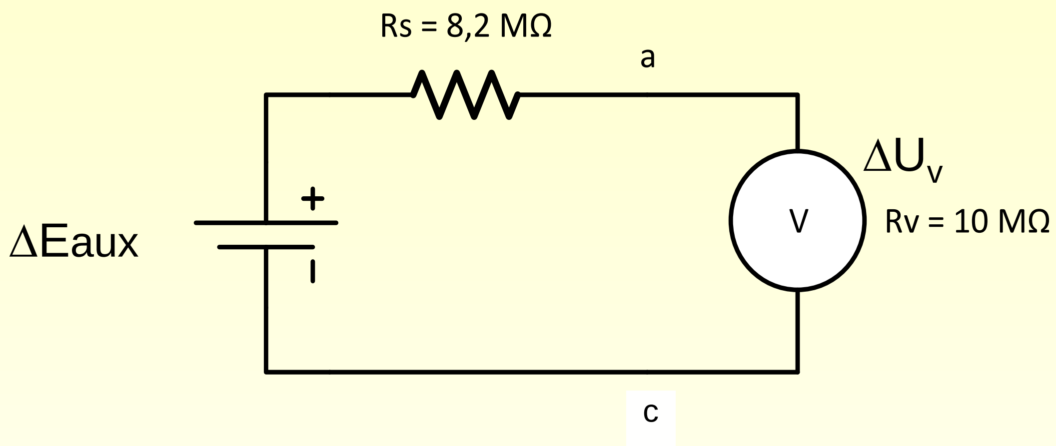
$$\mathrm{Usal} = \frac{E}{R}\, R\, l/L \qquad\qquad \Delta \mathrm{Usal} = E\,\frac{\Delta l}{L}$$

Las resistencias del laboratorio poseen L = 30 cm, Δl ≈ 2 mm.

Si E = 20 V → Finura: 20 V . 0,2 cm / 30 cm ≈ ±0,13 V

Y el rango obviamente de 0 a 20 V (Supusimos que por el cursor no se deriva corriente)

¿Qué finura necesitamos en nuestro circuito?



ΔEaux representa la finura de regulación que debería permitir saltos de tensión en el detector iguales o menores a su resolución. De este modo, podremos ajustar sin inconvenientes nuestro “0,00”.

Supongamos que nuestra finura es la calculada en el punto anterior (±0,13 V):

$$\Delta U_v = \frac{Rv}{Rs + Rv}\,\Delta Eaux \quad = \frac{10M\Omega}{10M\Omega + 8{,}2\ M\Omega}\ (\pm 0{,}13\ V) = \mathbf{\pm 0{,}07\ V}$$

Saltos en nuestro detector de ±0,07 V resultan excesivos, ya que la resolución es 0,005 V. Con saltos de 0,07 V sería muy difícil obtener el 0,00.

Notar que obtener finuras chicas no es simple. Si elegimos alcances menores en nuestro detector (lo que resulta en un error de insensibilidad despreciable y mucho menor a E/10, necesitaríamos finuras bajas para obtener el “0” sin una ventaja adicional).

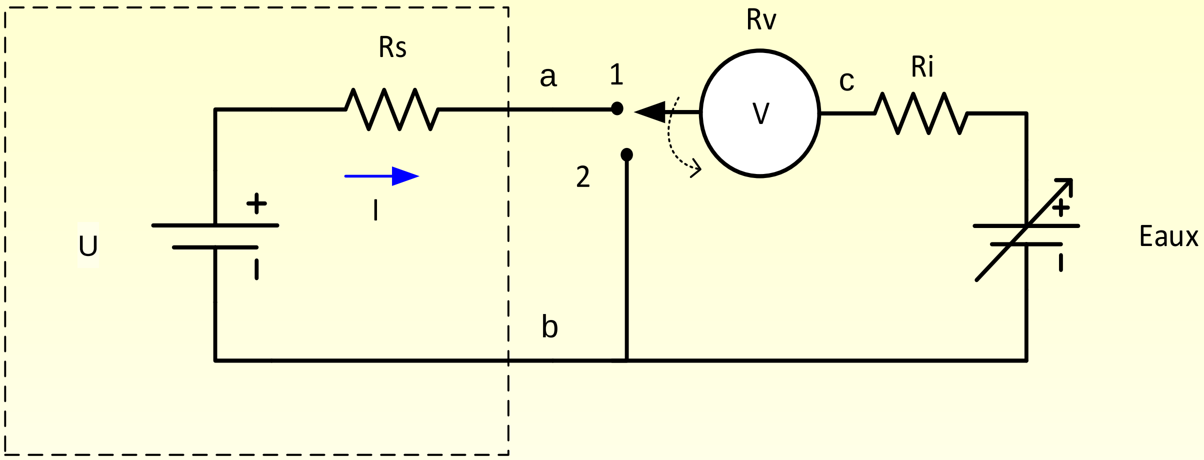
$$\Delta U_v = \frac{Rv}{Rs + Rv} \Delta Eaux = \frac{10M\Omega}{10M\Omega + 8{,}2\ M\Omega} (\pm 0{,}13\ V) = \mathbf{\pm 0{,}07\ V}$$

Planteamos entonces cuál sería la finura necesaria ΔEaux para obtener saltos del orden de la resolución:

$$\Delta Eaux = \frac{Rs + Rv}{Rv} \Delta U_v = \frac{10M\Omega + 8{,}2\ M\Omega}{10M\Omega}\ 0{,}005\ V \approx \pm\ 9\ mV$$

Disponemos de una fuente con finura ≈ 1 mV, por lo que podremos alcanzar la indicación 0,00 sin inconvenientes

Resumen:

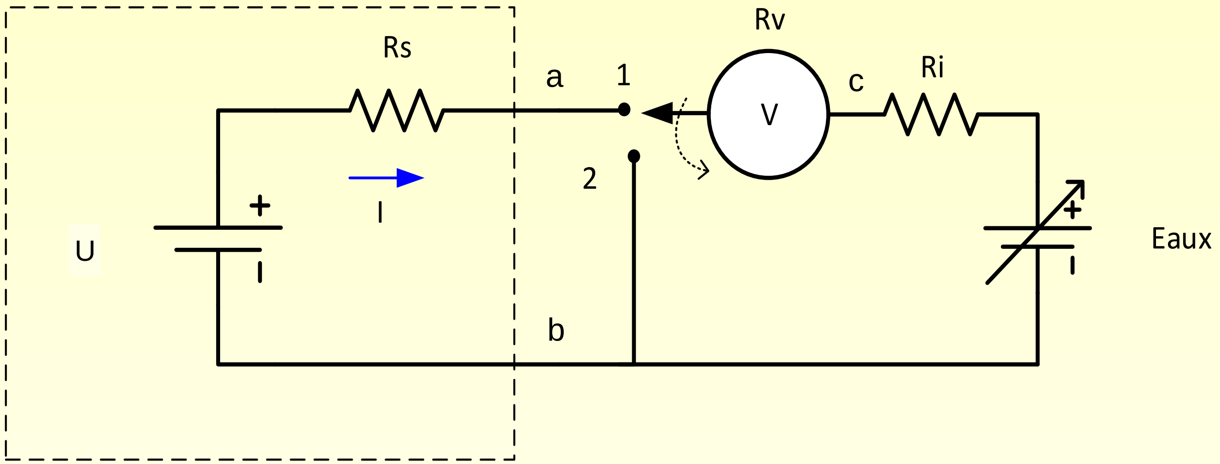


Llave en 1: Se ajusta Eaux hasta lograr indicación “0,00” con el voltímetro en el alcance 20 V. Tendremos un error de insensibilidad despreciable (ya calculado).

Llave en 2: Medimos “U” con el voltímetro, con error

E_{Um}= ±0,154 V. Resta calcular el error de inserción sobre Ri, que resulta despreciable ya que Ri $\approx$ 0 Ω.

Error final:

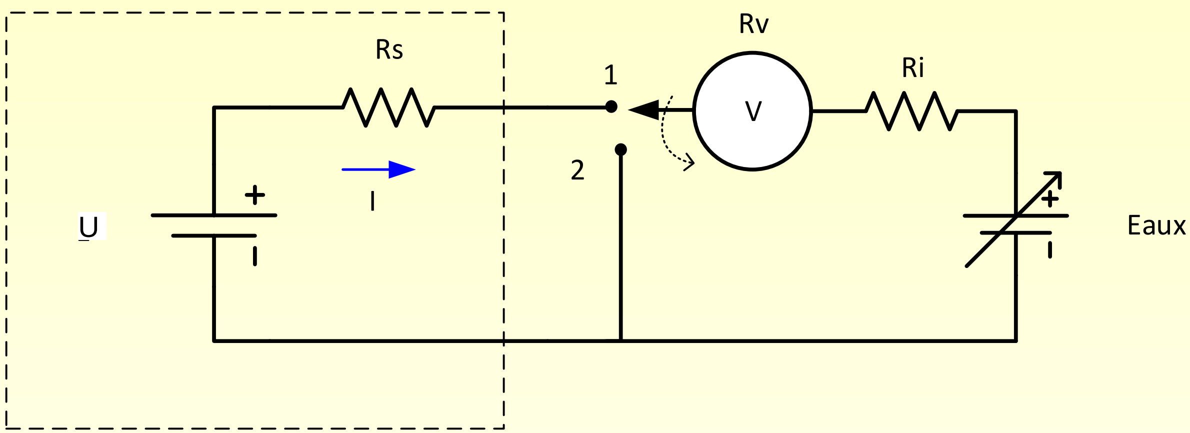


Llave en 2:

Supongamos que la lectura del voltímetro fue Um = 17,89 V, acotamos el error:

$$U = (17{,}89 \pm 0{,}154)\ \mathrm{V}$$

Error final:



Llave en 2:

Supongamos que la lectura del voltímetro fue Um = 17,89 V, acotamos el error:

$$U = (17{,}89 \pm 0{,}154)\ V$$

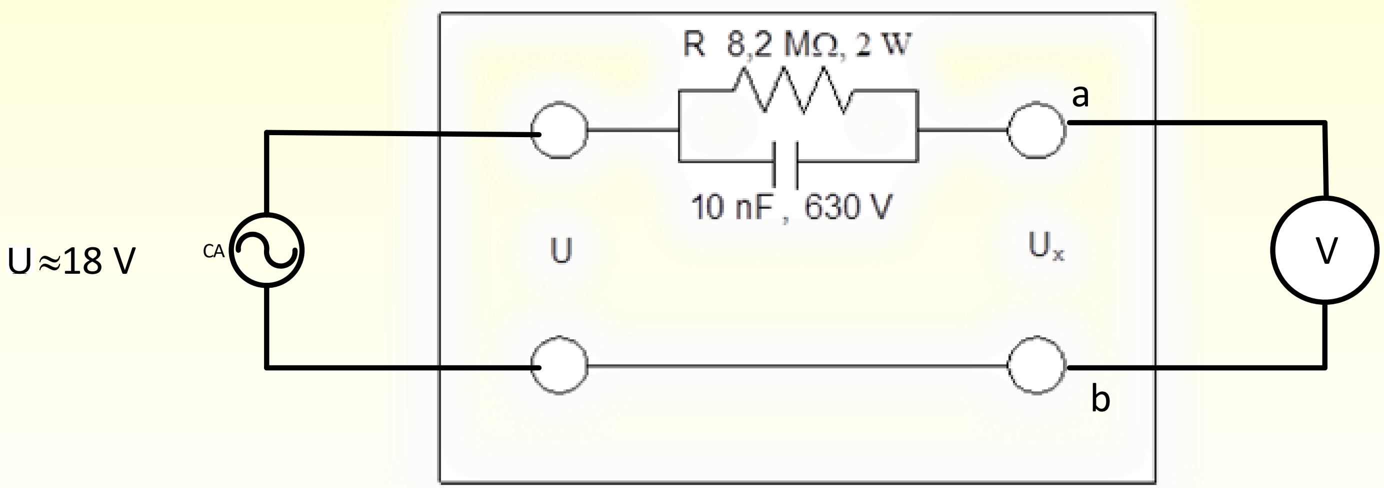
$$\mathbf{U = (17{,}9 \pm 0{,}2)\ V}$$

Valor medidos con cifras hasta la acotada por el error.

Error absoluto con una cifra significativa, redondeando

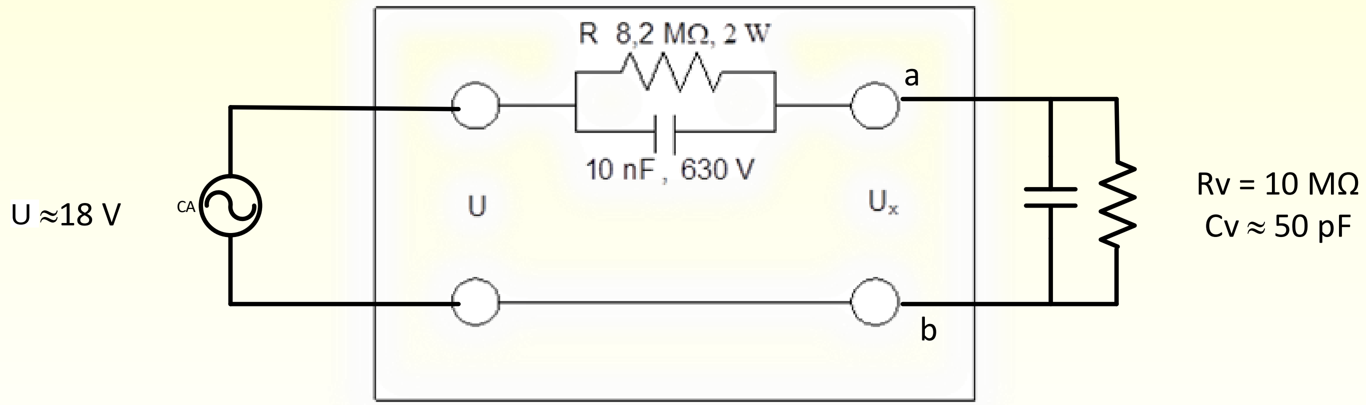
Medición de tensión, alimentado con una tensión alterna

Se propone ahora la alimentación del cuadripolo con una tensión alterna, de valor aproximado 18 V. Se propone en primer lugar una medición directa.



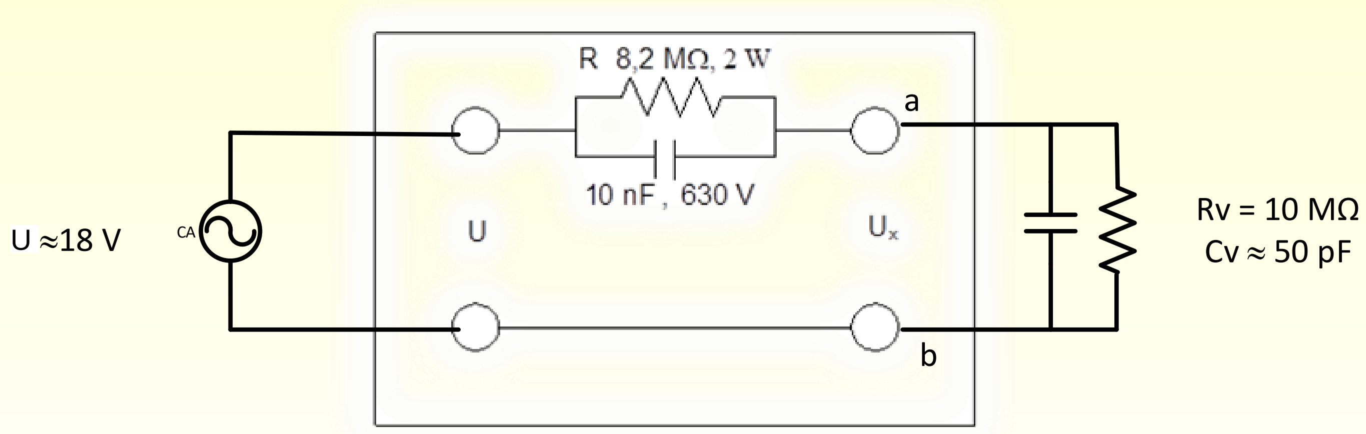
Medición de tensión, alimentado con una tensión alterna

Se propone ahora la alimentación del cuadripolo con una tensión alterna, de valor aproximado 18 V. Se propone en primer lugar una medición directa.



Medición de tensión, alimentado con una tensión alterna

Se propone ahora la alimentación del cuadripolo con una tensión alterna, de valor aproximado 18 V. Se propone en primer lugar una medición directa.



El cálculo de impedancias permite verificar que el error de inserción en alterna es significativamente distinto a continua. El error de inserción **no solo depende del circuito de medición**, está influenciada por parámetros externos al circuito.

Parte 2.

Mediciones de Resistencias

Medición directa: Óhmetro digital (multímetro)

Mediremos la resistencia de una lámpara incandescente de auto, especificada como de 12 V 5 W

Su resistencia aproximada en funcionamiento, será:

$$R \approx \frac{U^2}{P} = 29\ \Omega$$

Parte 2.

Mediciones de Resistencias

Medición directa: Óhmetro digital (multímetro)

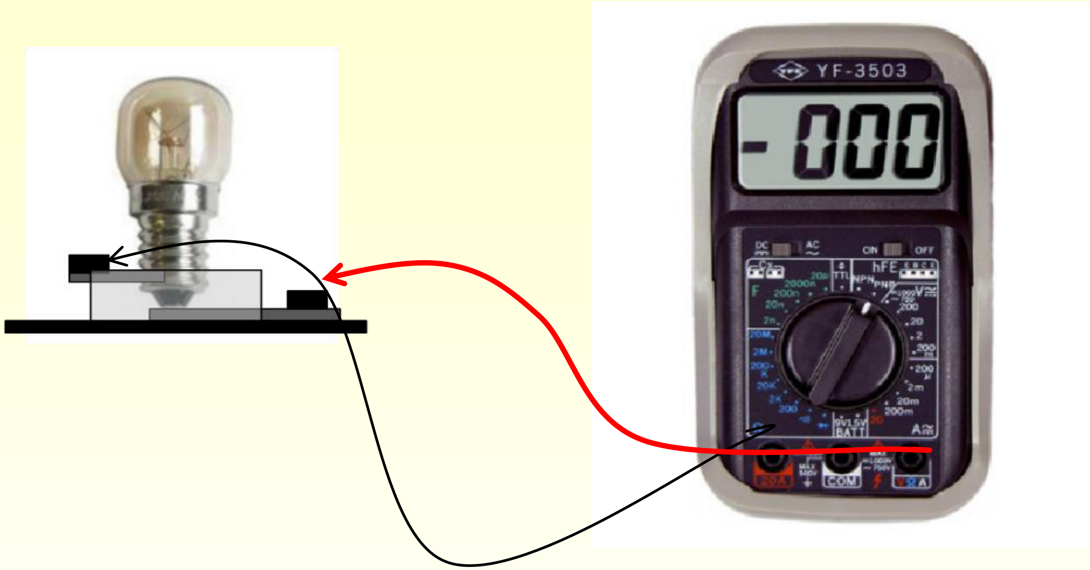
Mediremos la resistencia de una lámpara incandescente de auto, especificada como de 12 V 5 W

Su resistencia aproximada en funcionamiento, será:

$$R \approx \frac{U^2}{P} = 29\ \Omega$$

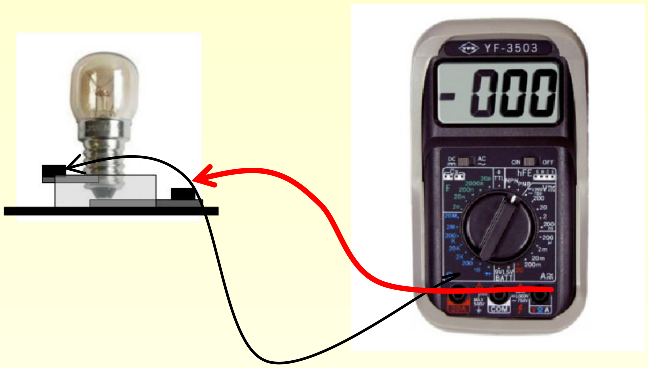
Este valor será la resistencia con el filamento en incandescencia (encendida). Si la lámpara está apagada (filamento frío), su resistencia es considerablemente menor.

Medición directa. Usaremos el multímetro en función óhmetro



El detalle de la operación del multímetro como óhmetro se verá más adelante. Basta saber que podemos considerar que inyecta un corriente conocida y mide la tensión en bornes de la resistencia. Esta corriente es pequeña y no encenderá la lámpara.

Medición directa. Usaremos el multímetro en función óhmetro



Resistance (Ω)

Range	Resolution	Accuracy	Open Voltage	Overload protection
200 Ω	0.1 Ω	1 % + 2	≅ 2.8 V	DC/AC 500 V rms
2 kΩ	1 Ω	0.8 % + 2	≅ 0.35 V	
20 kΩ	10 Ω		0.35 V	
200 kΩ	100 Ω		0.35 V	
2 MΩ	1 kΩ		0.35 V	
20 MΩ	10 kΩ	2 % + 2	0.35 V	

El valor a medir será aprox 3 Ω. El alcance usado 200 Ω. El error será:

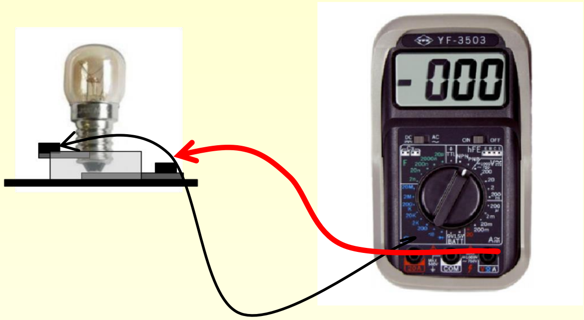
$$E_R = \pm[\ 1\%\ Rm + 2\ dig] = \pm[\ 1\%\ 3\ \Omega + 2\ .\ 0,1\ \Omega] = \pm 0,23\ \Omega.$$

Suponiendo una lectura de 3,0 Ω, el valor acotado será:

$$R = (3,0 \pm 0,2)\ \Omega. \qquad e = \pm 7,7\ \%$$

Medición directa.

La limitación del óhmetro estará dada por la imposibilidad, salvo limitadas excepciones, de asegurar la corriente (o tensión) de funcionamiento del elemento a medir.

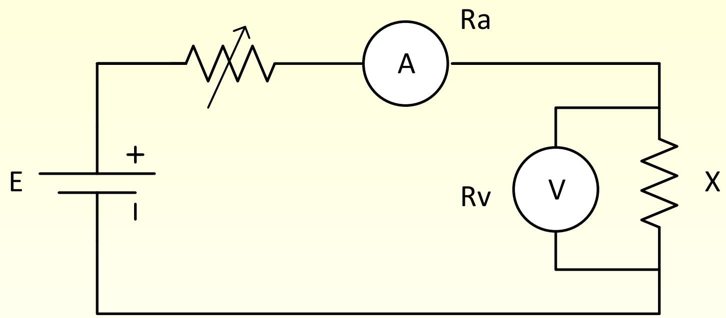


Para el caso de una lámpara incandescente, por ejemplo, esta limitación es decisiva si queremos conocer la resistencia que presentará cuando se la conecte a su tensión nominal u otra que la haga funcionar.

Medición indirecta – Método de voltímetro - amperímetro

El método permite medir “en condiciones de funcionamiento”, asegurando tensión o corriente por nuestra incógnita.

1.- Conexión corta

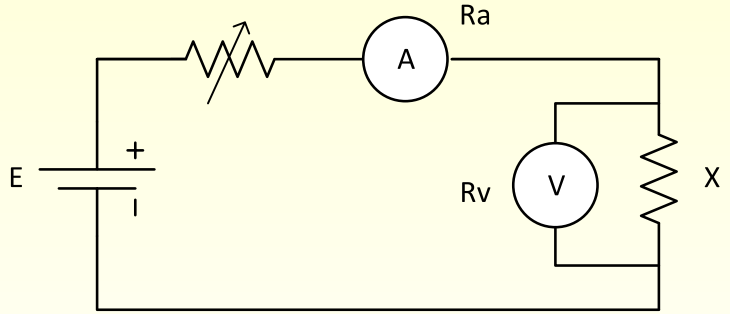


-

Medición indirecta – Método de voltímetro - amperímetro

El método permite medir “en condiciones de funcionamiento”, asegurando tensión o corriente por nuestra incógnita.

1.- Conexión corta



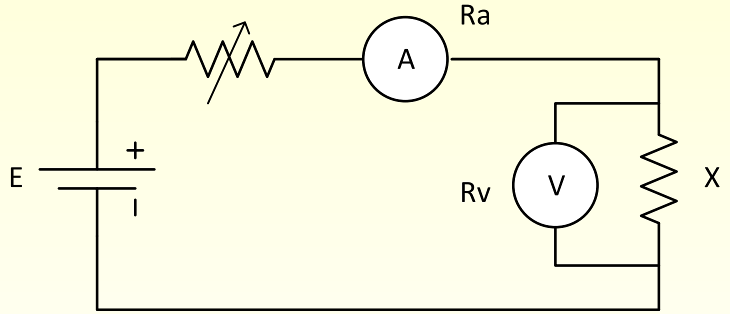
$$X = \frac{Um}{Im - \frac{Um}{Rv}}$$

-

Medición indirecta – Método de voltímetro - amperímetro

El método permite medir “en condiciones de funcionamiento”, asegurando tensión o corriente por nuestra incógnita.

1.- Conexión corta



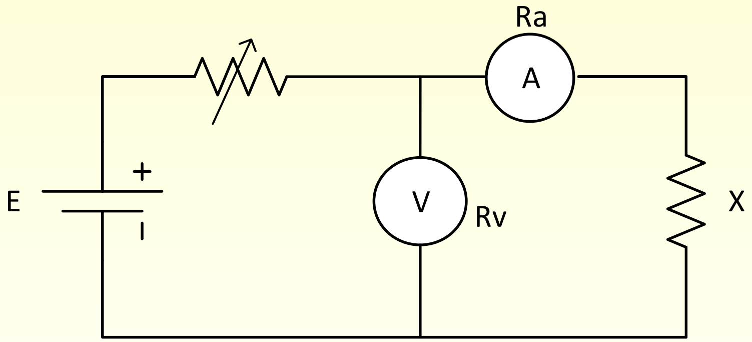
$$X = \frac{Um}{Im - \frac{Um}{Rv}}$$

Si trabajamos con errores límites, la propagación de x =f (Um, Im) conduce a:

$$e_X = \pm\left(1 + \frac{X}{Rv}\right)(eUm + eIm)$$

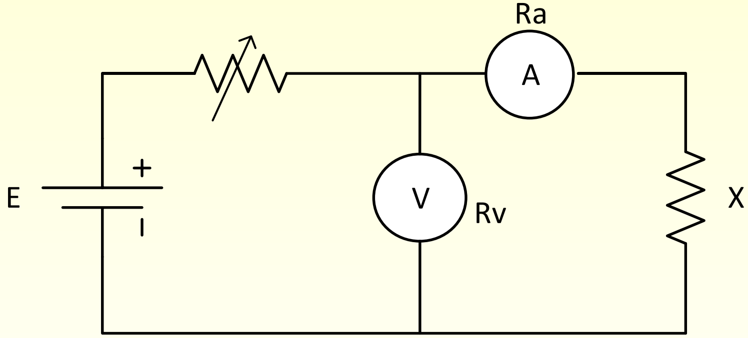
Medición indirecta – Método de voltímetro - amperímetro

2.- Conexión larga



Medición indirecta – Método de voltímetro - amperímetro

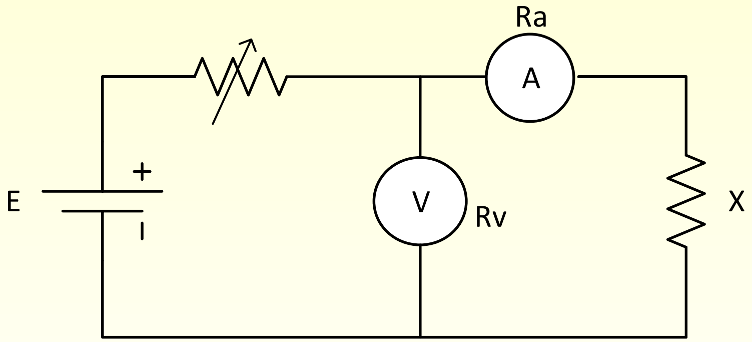
2.- Conexión larga



$$X = \frac{Um - Im\,Ra}{Im}$$

Medición indirecta – Método de voltímetro - amperímetro

2.- Conexión larga

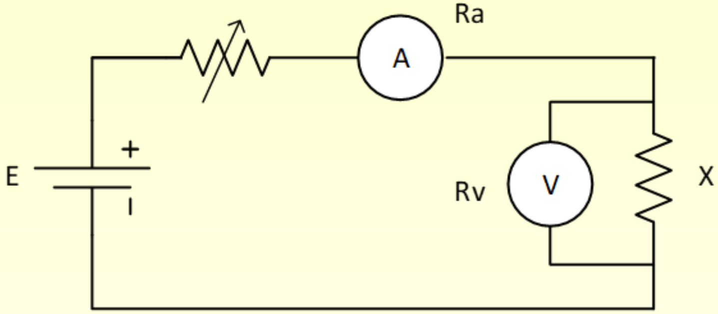


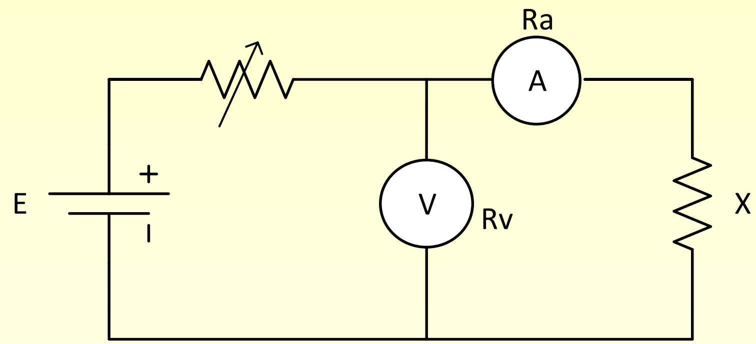
$$X = \frac{Um \ - Im\,Ra}{Im}$$

Si trabajamos con errores límites, la propagación de x =f (Um, Im) conduce a:

$$e_X = \ \pm\left(1 + \frac{Ra}{X}\right)(eUm + eIm)$$

Elección de la conexión



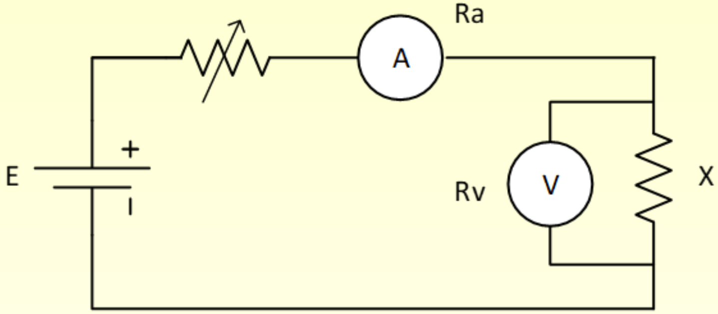


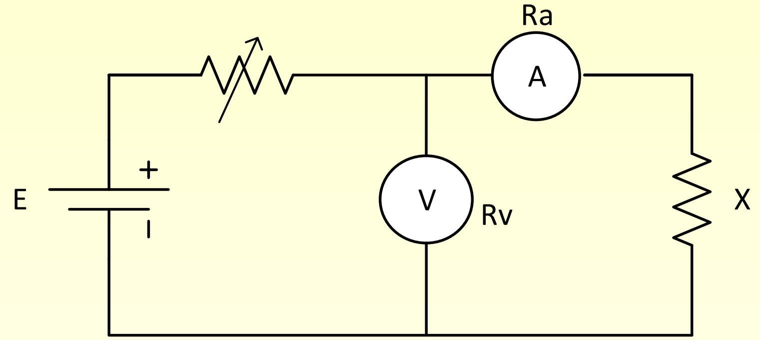
$$e_X = \pm\left(1 + \frac{X}{Rv}\right)(eUm + eIm) \qquad e_X = \pm\left(1 + \frac{Ra}{X}\right)(eUm + eIm)$$

Como es una medida con dos instrumentos, el menor error posible será la suma de ambos errores instrumentales: $e_{Um} + e_{Im}$.

La elección de la conexión a usar pasa por el término “X/Rv” o “Ra/X”, que no debe pesar frente a “1”, para no incrementar el error total.

Elección de la conexión. Criterio de la resistencia crítica Rc





$$e_X = \pm\left(1 + \frac{X}{Rv}\right)(eUm + eIm) \qquad e_X = \pm\left(1 + \frac{Ra}{X}\right)(eUm + eIm)$$

$$Rc = \sqrt{Rv\,Ra}$$

Si X < Rc la conexión corta sería la aconsejable y si X > Rc, se preferiría la larga.
Esta regla es solo orientativa, prima no sumar al error total.

Medición de la lámpara 12 V, 5W, ≈29Ω

Supongamos que el objetivo es estudiar su desempeño en un auto, a tensión 14 V

$$I \approx 14\ V/29\ \Omega \approx 500\ mA$$

Instrumentos disponibles:

Medición de tensión, multímetro digital $3^{1/2}$ dígitos:

Alcance 20 V, Rv = 10 MΩ

$E_U = \pm(0{,}8\%\ Um + 1\ dig)$

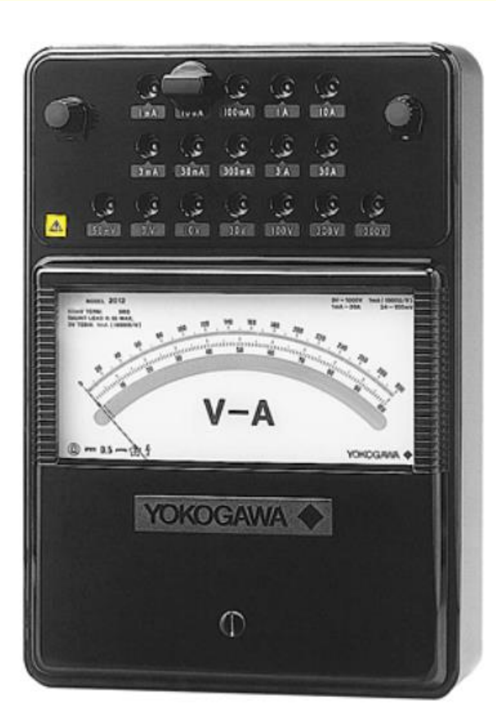
Medición de la lámpara 12 V, 5W, ≈29Ω

Supongamos que el objetivo es estudiar su desempeño en un auto, a tensión 14 V

$$I \approx 14\ V/29\ \Omega \approx 500\ mA$$

Instrumentos disponibles:

Medición de corriente, voltamperímero analógico:



3. Voltamperímetro analógico

Marca: YEW

Especificaciones:

- Sistema de medida: IPBM.
- Clase: 0,5.
- Milivoltamperímetro: 50 mV - 59 Ω.
- Alcances de corriente y resistencias internas: 1 mA - 24 Ω; 3 mA -13,8 Ω ; 10 mA - 4,8 Ω; 30 mA - 1,7 Ω ; 100 mA - 0,5 Ω ; 300 mA -0,17 Ω ; 1 A - 0,06 Ω ; 3 A - 0,02 Ω ; 10 A - 0,008 Ω ; 30 A - 0,003 Ω.
- Alcances de Tensión: 3 - 10 - 30 - 100 - 300 - 1000 V. Cifra de Ω/V: 1000.

Alcance: 1 A, Ra = 0,06 Ω

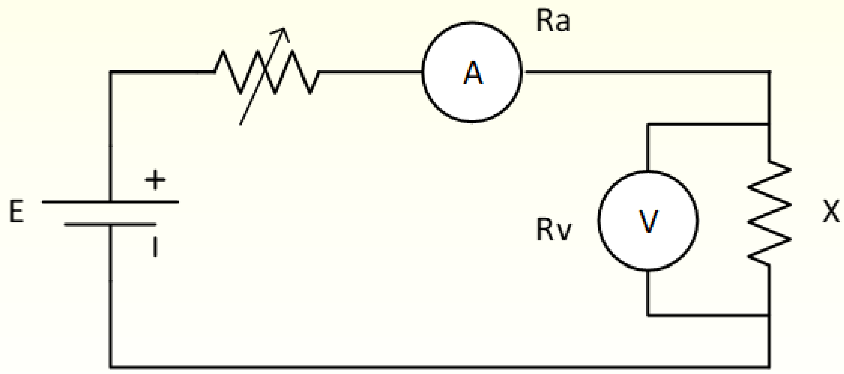
C= 0,5

Elección de la conexión.

$$Rc = \sqrt{Rv\,Ra} = \sqrt{10\ \mathrm{M\Omega}\ 0{,}06\ \Omega} = 770\ \Omega$$

X < Rc, corresponde conexión corta

Notar que X/Rv = 29Ω/10MΩ << 1 y también Ra/X = 0,06Ω/29Ω <<1, por lo que ambas conexiones pueden usarse



$$e_X = \pm\left(1 + \frac{X}{Rv}\right)(eUm + eIm)$$

Errores límites instrumentales.

Voltímetro:

Alcance 20 V, Rv = 10 MΩ

E_U = ±(0,8% Um + 1 dig) = ±(0,8% 14V + 0,01 V)

E_U = ±0,12 V

e_U = ±0,87%

Errores límites instrumentales.

Voltímetro:

Alcance 20 V, Rv = 10 MΩ

$E_U = \pm(0{,}8\%\ Um + 1\ dig) = \pm(0{,}8\%\ 14V + 0{,}01\ V)$

$E_U = \pm 0{,}12\ V$

$e_U = \pm 0{,}87\%$

Amperímetro:

Alcance 1 A, Ra = 0,06 Ω

$E_I = \pm C\ If = \pm 0{,}5\%\ 1\ A = \pm 0{,}0005\ A$

$e_I = \pm(0{,}0005\ A / 0{,}5\ A)\ 100 = \pm 1\%$

Cálculo de las incertidumbres en la obtención de X

Cálculo de las incertidumbres en la obtención de X

Incertidumbre tipo “A”

La evaluación Tipo A de la incertidumbre típica se utiliza cuando se han realizado n observaciones independientes de una de las magnitudes de entrada bajo las mismas condiciones de medida.

En este caso tendremos una única medición. Las variables externas (temperatura, estabilidad de la fuente, resolución de los instrumentos, etc.) se encuentran controladas de modo que, repeticiones de la experiencia arrojarán el mismo resultado.

Podemos afirmar que la incertidumbre tipo “A” será despreciable.

Cálculo de las incertidumbres en la obtención de X

Incertidumbre tipo "B"

Presentaremos el balance de incertidumbres en formato tabla, siguiendo lo indicado en le guía ISO.

Calculamos primero los coeficientes de sensibilidad para la expresión de cálculo de la resistencia X

Cálculo de las incertidumbres en la obtención de X

Incertidumbre tipo "B"

Presentaremos el balance de incertidumbres en formato tabla, siguiendo lo indicado en le guía ISO.

Calculamos primero los coeficientes de sensibilidad para la expresión de cálculo de la resistencia X

$$X = \frac{Um}{Im - \frac{Um}{Rv}}$$

Cálculo de las incertidumbres en la obtención de X

Incertidumbre tipo "B"

Presentaremos el balance de incertidumbres en formato tabla, siguiendo lo indicado en le guía ISO.

Calculamos primero los coeficientes de sensibilidad para la expresión de cálculo de la resistencia X

$$X = \frac{Um}{Im - \frac{Um}{Rv}}$$

$$CI = \frac{\partial X}{\partial Um} = \frac{Im}{\left(Im - \frac{Um}{Rv}\right)^2} = \frac{0{,}5\ A}{\left(0{,}5A - \frac{14\ V}{10M\Omega}\right)^2} = 2\ 1/A$$

Cálculo de las incertidumbres en la obtención de X

Incertidumbre tipo “B”

Presentaremos el balance de incertidumbres en formato tabla, siguiendo lo indicado en le guía ISO.

Calculamos primero los coeficientes de sensibilidad para la expresión de cálculo de la resistencia X

$$X = \frac{Um}{Im - \frac{Um}{Rv}}$$

$$CI = \frac{\partial X}{\partial Um} = \frac{Im}{\left(Im - \frac{Um}{Rv}\right)^2} = \frac{0{,}5\ A}{\left(0{,}5A - \frac{14\ V}{10M\Omega}\right)^2} = 2\ 1/A$$

$$CII = \frac{\partial X}{\partial Im} = \frac{Um}{\left(Im - \frac{Um}{Rv}\right)^2} = \frac{14\ V}{\left(0{,}5A - \frac{14\ V}{10M\Omega}\right)^2} = -60\ V/A^2$$

Tabla de incertidumbres

<table>
<tr><th colspan="2">Magnitud</th><th>Estimación</th><th>Incertidumbre típica</th><th>C</th><th>Contribución a la incertidumbre en X</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Um</td><td>Um</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Res</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Im</td><td>Im</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Res</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Rv</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">X</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Tabla de incertidumbres

Magnitud		Estimación	Incertidumbre típica	C	Contribución a la incertidumbre en X
Um	Um			2 1/A	
	Res			2 1/A	
Im	Im			-60 V/A^2	
	Res			-60 V/A^2	
Rv				-	
X				-	

Tabla de incertidumbres

Magnitud		Estimación	Incertidumbre típica	C	Contribución a la incertidumbre en X
Um	Um	14,00 V		2 1/A	
	Res	0,005 V		2 1/A	
Im	Im	0,5 A		-60 V/A^2	
	Res	(1 A/100 div) 0,1div = = 1 mA		-60 V/A^2	
Rv		10 MΩ		-	
X		29 Ω		-	

Tabla de incertidumbres

Magnitud		Estimación	Incertidumbre típica	C	Contribución a la incertidumbre en X
Um	Um	14,00 V	$E_U/\sqrt{3}$	2 1/A	
	Res	0,005 V	$Res/\sqrt{3}$	2 1/A	
Im	Im	0,5 A	$E_I/\sqrt{3}$	-60 V/A^2	
	Res	(1 A/100 div) 0,1div = = 1 mA	$Res/\sqrt{3}$	-60 V/A^2	
Rv		10 MΩ	-	-	
X		29 Ω		-	

Tabla de incertidumbres

Magnitud		Estimación	Incertidumbre típica	C	Contribución a la incertidumbre en X
Um	Um	14,00 V	$E_U/\sqrt{3}$ = 0,070 V	2 1/A	
	Res	0,005 V	$Res/\sqrt{3}$ = 2,88 mV	2 1/A	
Im	Im	0,5 A	$E_I/\sqrt{3}$ = 2,89 mA	-60 V/A^2	
	Res	(1 A/100 div) 0,1div = = 1 mA	$Res/\sqrt{3}$ = 0,577 mA	-60 V/A^2	
Rv		10 MΩ	-	-	
X		29 Ω		-	

Tabla de incertidumbres

Magnitud		Estimación	Incertidumbre típica	C	Contribución a la incertidumbre en X
Um	Um	14,00 V	$E_U/\sqrt{3}$ = 0,070 V	2 1/A	0,14 Ω
	Res	0,005 V	$Res/\sqrt{3}$ = 2,88 mV	2 1/A	0,0058 Ω
Im	Im	0,5 A	$E_I/\sqrt{3}$ = 2,89 mA	-60 V/A^2	0,17 Ω
	Res	(1 A/100 div) 0,1div = = 1 mA	$Res/\sqrt{3}$ = 0,577 mA	-60 V/A^2	0,035 Ω
Rv		10 MΩ	-	-	-
X		29 Ω		-	

Tabla de incertidumbres

Magnitud		Estimación	Incertidumbre típica	C	Contribución a la incertidumbre en X
Um	Um	14,00 V	$E_U/\sqrt{3}$ = 0,070 V	2 1/A	0,14 Ω
	Res	0,005 V	$Res/\sqrt{3}$ = 2,88 mV	2 1/A	0,0058 Ω
Im	Im	0,5 A	$E_I/\sqrt{3}$ = 2,89 mA	-60 V/A²	0,17 Ω
	Res	(1 A/100 div) 0,1div = = 1 mA	$Res/\sqrt{3}$ = 0,577 mA	-60 V/A²	0,035 Ω
Rv		10 MΩ	-	-	-
X		29 Ω		-	**0,22 Ω**

Incertidumbre y expresión el resultado

Incertidumbre expandida:

La incertidumbre expandida de medida se obtiene multiplicando la incertidumbre típica de medición por un factor de cobertura k que asegure una probabilidad de cobertura de aproximadamente el 95%.

Grados de libertad en X: Se calcula con la fórmula de Welch-Satterhwaite

$$\nu_{eff} = \frac{u^4(R)}{\sum_{i=1}^{N} \frac{u_i^4(R)}{\nu_i}}$$

En nuestro caso, se trata de valores medidos, con ∞ grados de libertad, por lo que también será así para X. Obtendremos 95% de cobertura para K = 1,96 ≈ 2

Incertidumbre y expresión el resultado

$$X = (29{,}00 \pm k\ 0{,}22)\ \Omega = (29{,}00 \pm 0{,}44)\ \Omega$$

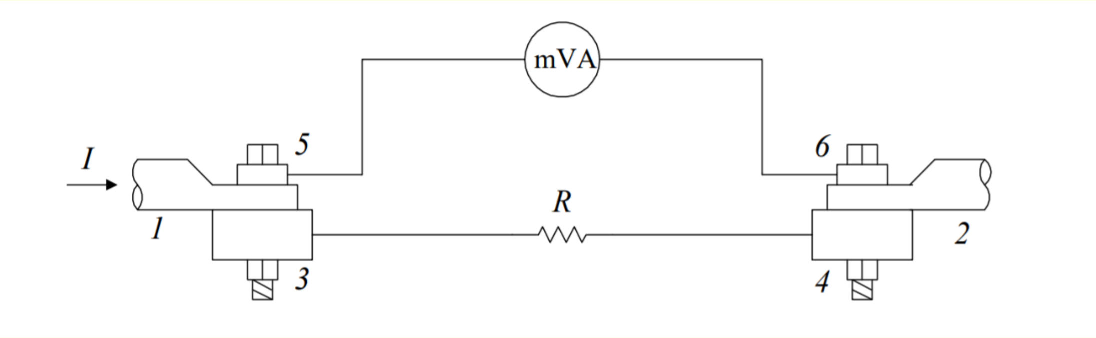
Resultado aplicando errores límites

$$e_X = \pm(1 + X/Rv)\ (e_U + e_I) = \pm(0{,}86\% + 1\%) = \pm\ 1{,}86\ \%$$

$$E_X = \pm 0{,}54\ \Omega \qquad X = (29{,}0 \pm 0{,}5)\ \Omega$$

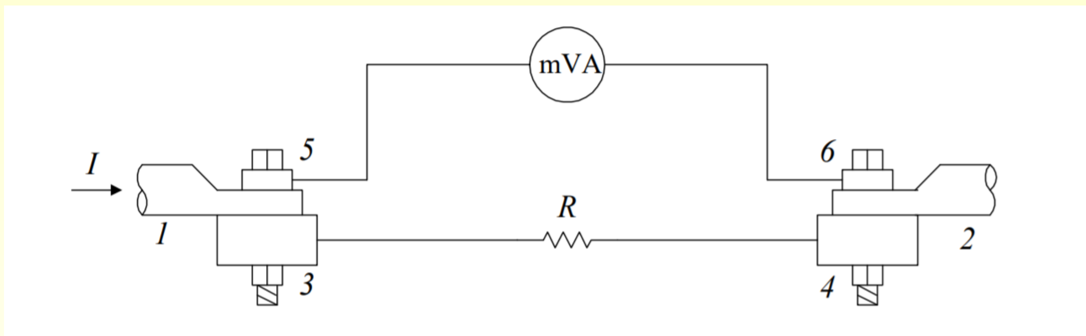
Resistencias de bajo valor

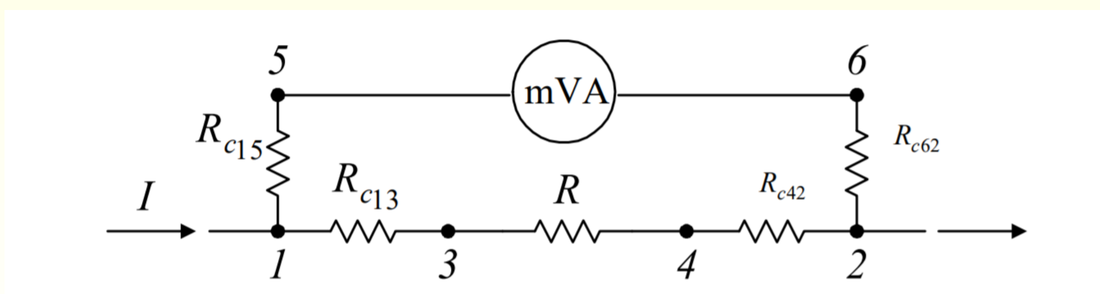
Problema de conexionado: Las resistencias de contacto pueden tener valores que influyen en el conocimiento de nuestra incógnita



Resistencias de bajo valor

Problema de conexionado: Las resistencias de contacto pueden tener valores que influyen en el conocimiento de nuestra incógnita



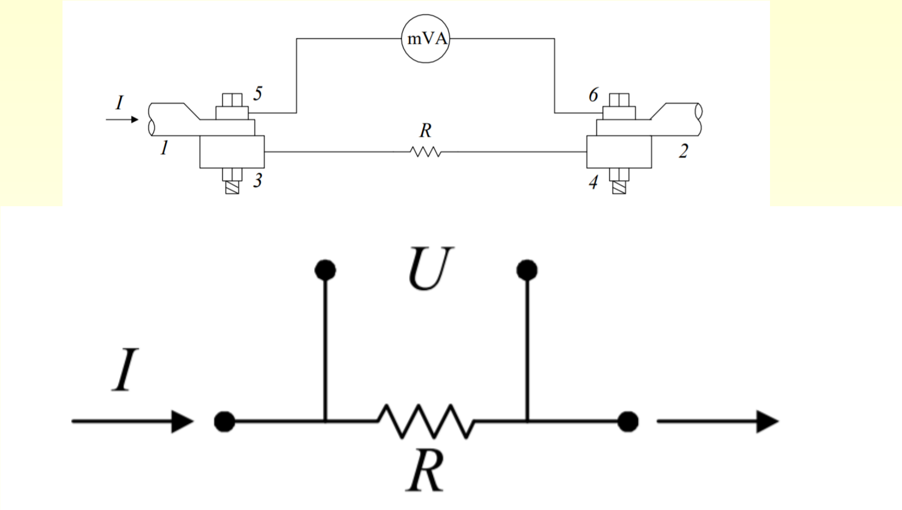


R_{c13} y R_{c42} quedan en serie con R y pueden afectar la medición.

R_{c15} y R_{c62}, en serie con el voltímetro (Rv grande) no influyen

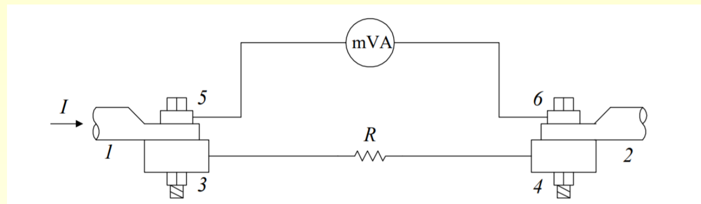
Resistencias de bajo valor

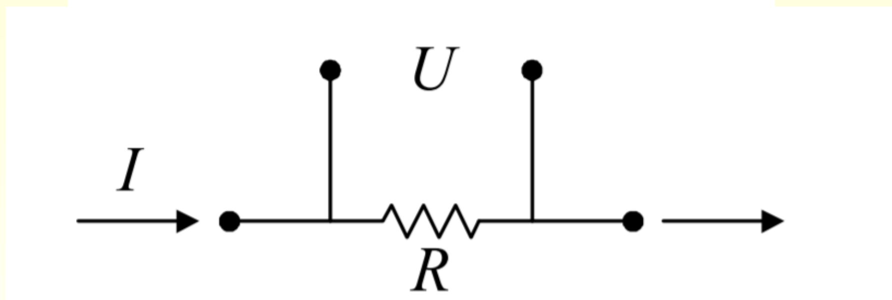
El tema se resuelve constructivamente, asignando dos terminales de tensión (que definen el valor de la resistencia) y dos de corriente.



Resistencias de bajo valor

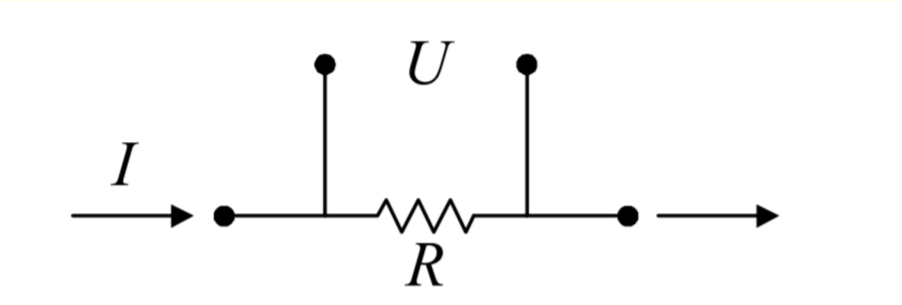
El tema se resuelve constructivamente, asignando dos terminales de tensión (que definen el valor de la resistencia) y dos de corriente.





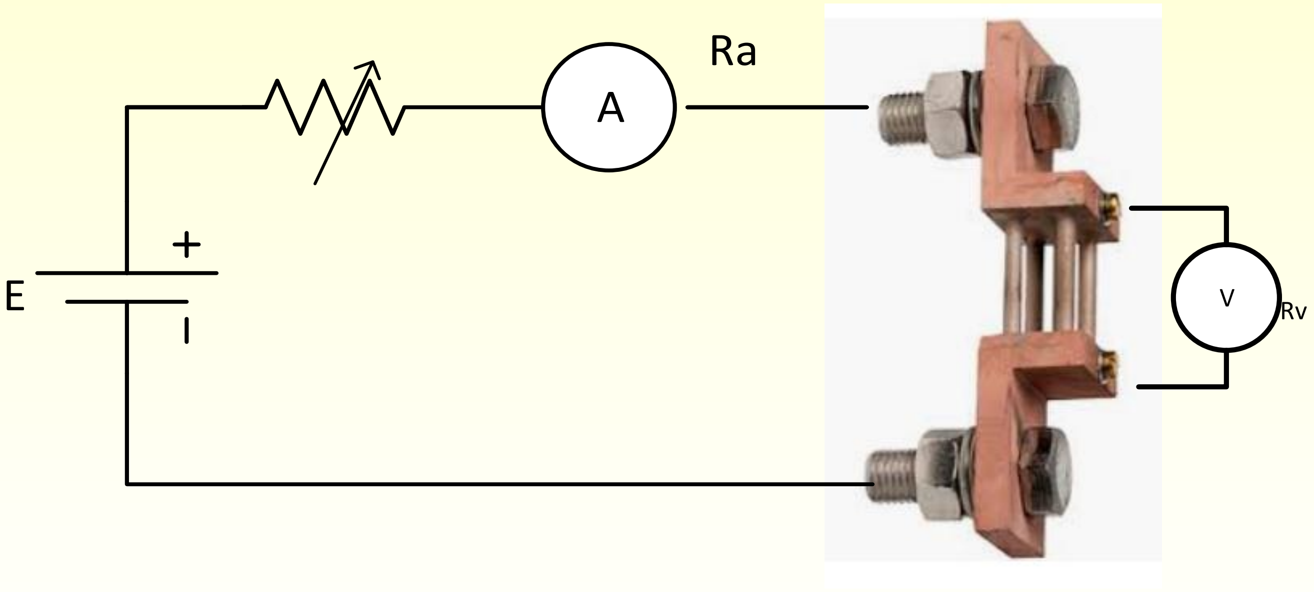
Resistencias de bajo valor

El tema se resuelve constructivamente, asignando dos terminales de tensión (que definen el valor de la resistencia) y dos de corriente.



Resistencias de bajo valor

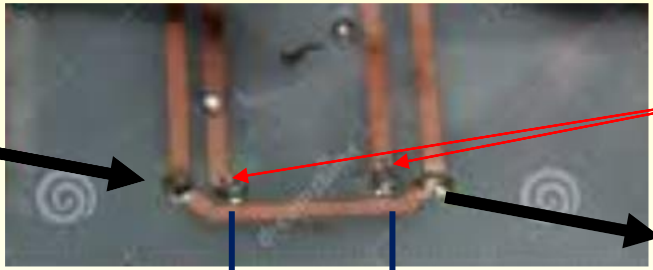
Si utilizamos voltímetro amperímetro, la medición se resuelve lógicamente con conexión corta.



Caso propuesto en el laboratorio

Se trata de medir la resistencia de una porción de circuito impreso, de valor aproximado 20 mΩ :

Otras dos permiten "inyectar" la corriente (bornes de corriente)



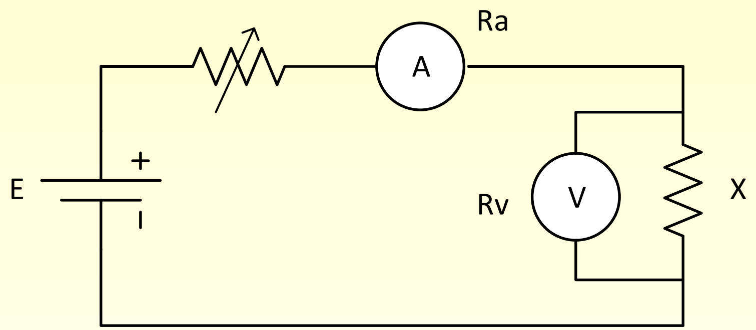
Dos soldaduras definen el valor de la resistencia (bornes de tensión)

Um

Midiendo la resistencia, ancho y largo de la sección de pista, podemos , por ejemplo, estimar el espesor del material conductor.

Caso propuesto en el laboratorio

Se trata de medir la resistencia de una porción de circuito impreso, de valor aproximado 20 mA:



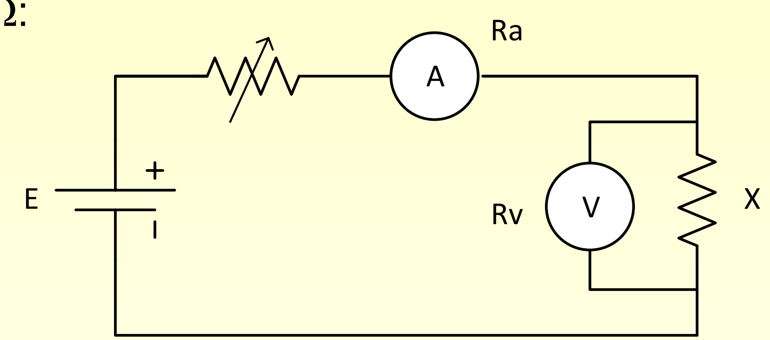
La corriente que circule no podrá ser muy grande (la pista se puede dañar). Valores menores a 1 A (0,5 A) resultan razonables. Es importante también no generar calentamiento

La caída de tensión será pequeña, se busca entonces un voltímetro capaz de medir tales valores

La combinación de instrumentos, con estas limitaciones, se escoge de modo de minimizar los errores totales.

Caso propuesto en el laboratorio

Se trata de medir la resistencia de una porción de circuito impreso, de valor aproximado 20 mΩ:



Una combinación posible será fijar I a 300 mA, usando el amperímetro analógico YEW a fondo de escala.

C = 0,5, el error en I será: $e_I = \pm 0{,}5$ %

Um $\approx$ 6 mV

Usando el voltímetro digital $3^{1/2}$ dígitos, tendremos

$E_U = \pm 0{,}148$ mV, $e_U = \pm 2{,}5$ %

Error total $e_R = \pm 3$ % y X = $\pm(20{,}0 \pm 0{,}6)$ mΩ

Prestar atención al cálculo de la R de regulación, ya que X representa un cortocircuito para la fuente