Control y Servomecanismos A

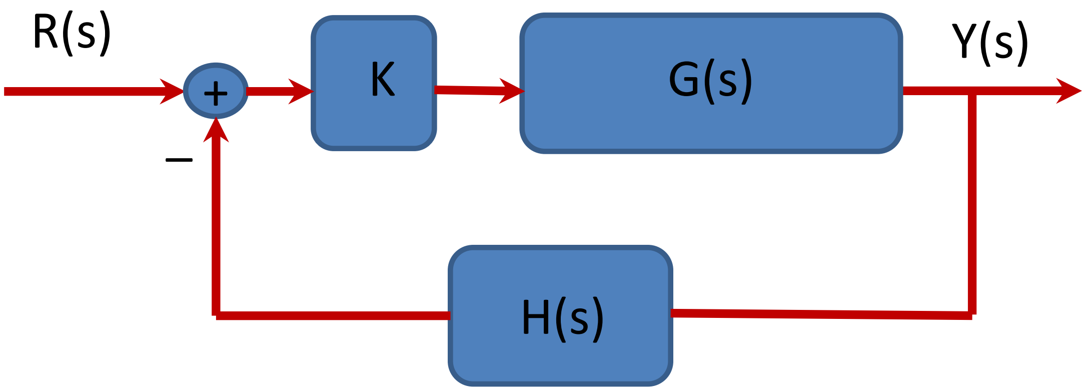
Control Automático I

Tema: Estabilidad – Diagramas de Nyquist

Cursada Virtual 2020

Conceptos de Estabilidad

Transferencia Lazo Cerrado



$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)}$$

Ec. Característica

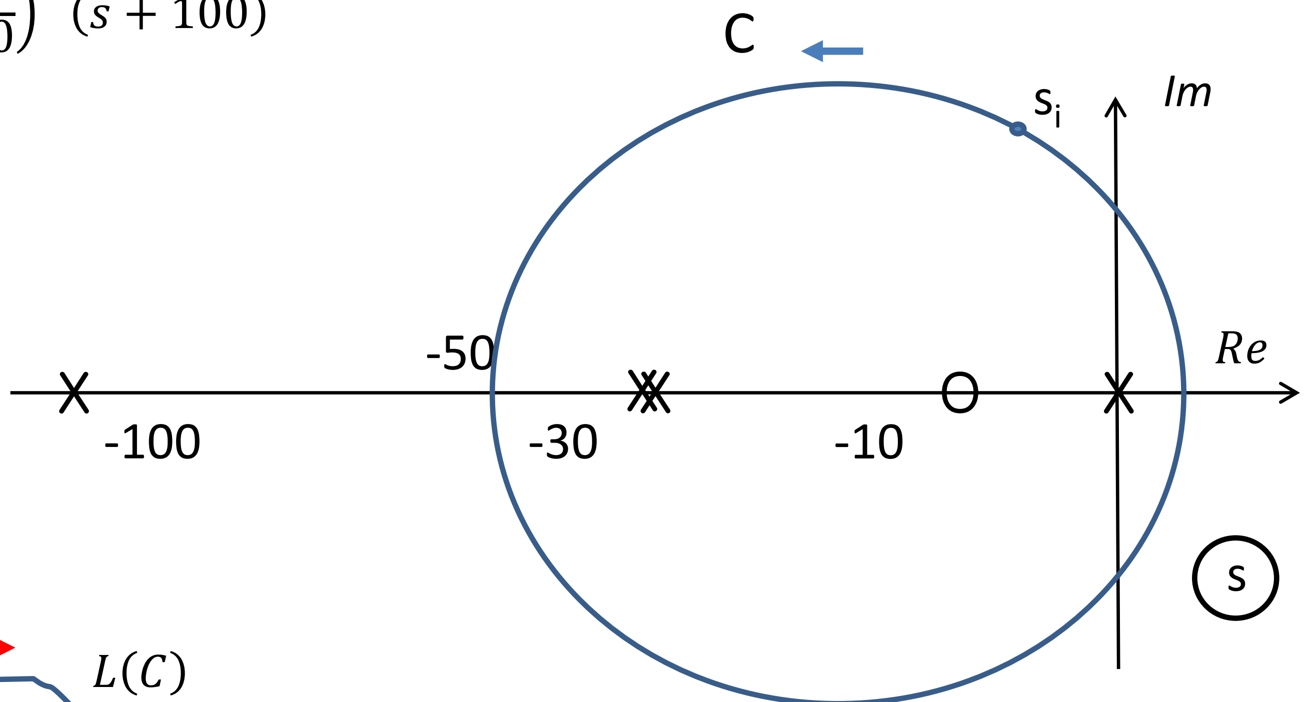
$$1 + KG(s)H(s) = 0$$

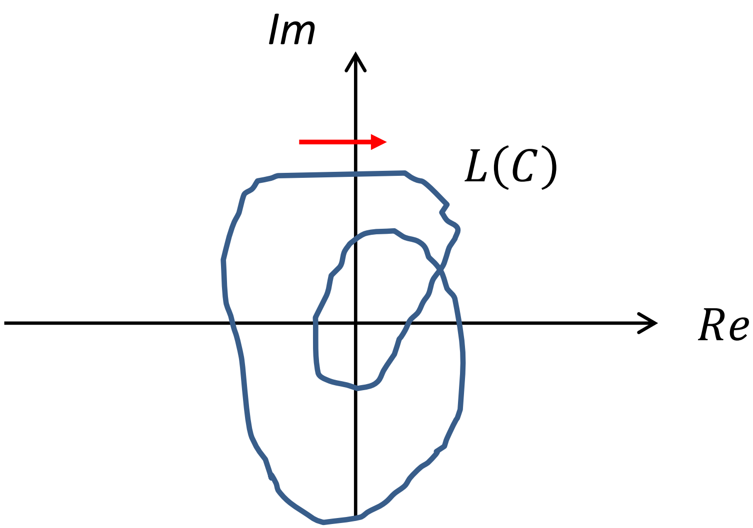
Análisis de ESTABILIDAD

- Criterio de Routh
- Lugar de las Raíces
- Criterio de Bode
- Criterio de Nyquist

ESTABILIDAD POR NYQUIST

$$L(s) = \frac{25(10+s)}{s\left(1+\frac{s}{30}\right)^2 (s+100)}$$





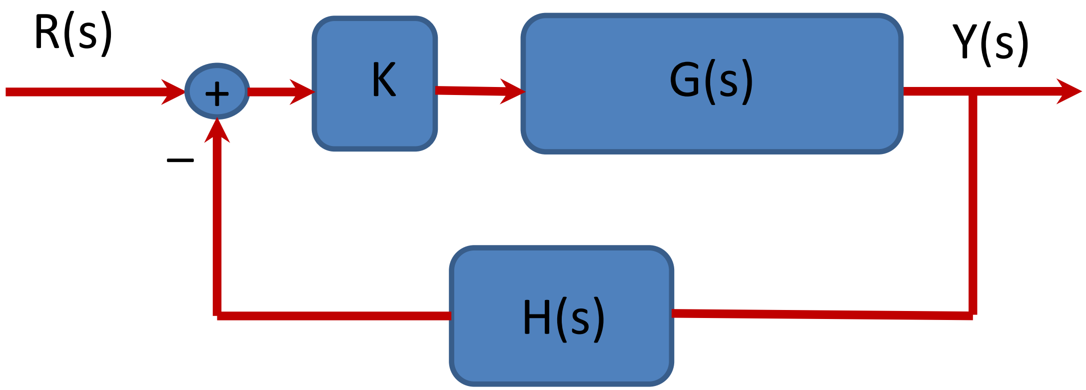
$N = Z - P$ *Giros alrededor del origen*

C y L(C) igual sentido de giro si Z > P

C y L(C) sentido de giro inverso si Z < P

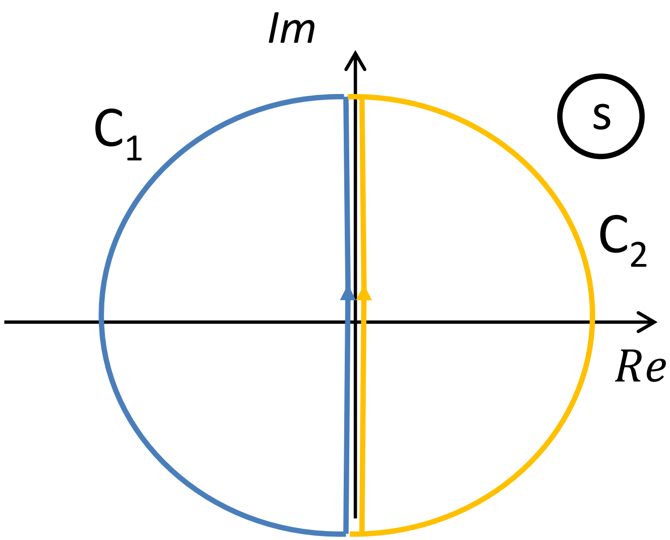
ESTABILIDAD POR NYQUIST

Transferencia Lazo Cerrado



$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)}$$

Ec. Característica $1 + KG(s)H(s) = 0$ $\longrightarrow$ $1 + G(s)H(s) = 0$



$$1 + G(s)H(s) = 1 + \frac{z(s)}{p(s)} = \frac{p(s)+z(s)}{p(s)} = 0$$

$\longrightarrow Z?$

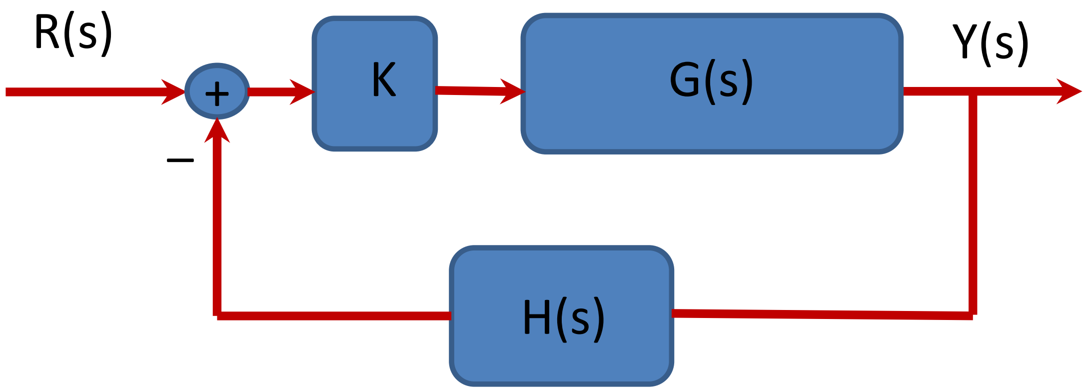
$\longrightarrow p$

Nos interesa conocer Z
(ceros de Ec. Caract. o polos de T(s))

N se obtiene de graficar 1+G(C)H(C) y contar
Giros alrededor del origen

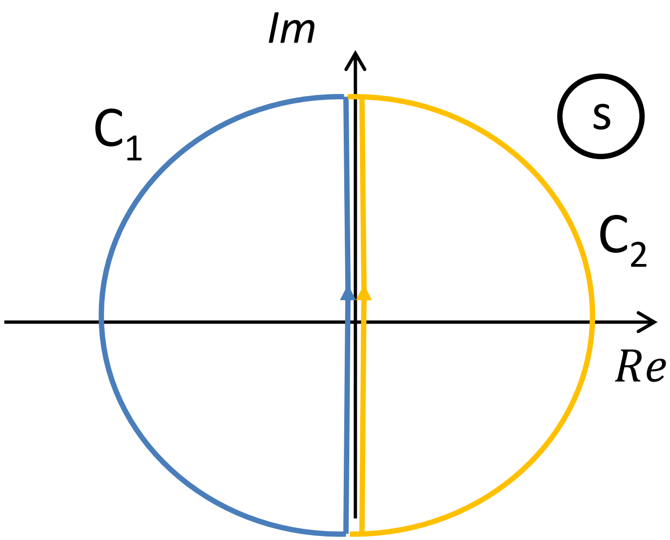
ESTABILIDAD POR NYQUIST

Transferencia Lazo Cerrado



$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)}$$

Ec. Característica $1 + KG(s)H(s) = 0 \longrightarrow 1 + G(s)H(s) = 0$



$$1 + G(s)H(s) = 1 + \frac{z(s)}{p(s)} = \frac{p(s)+z(s)}{p(s)} = 0$$

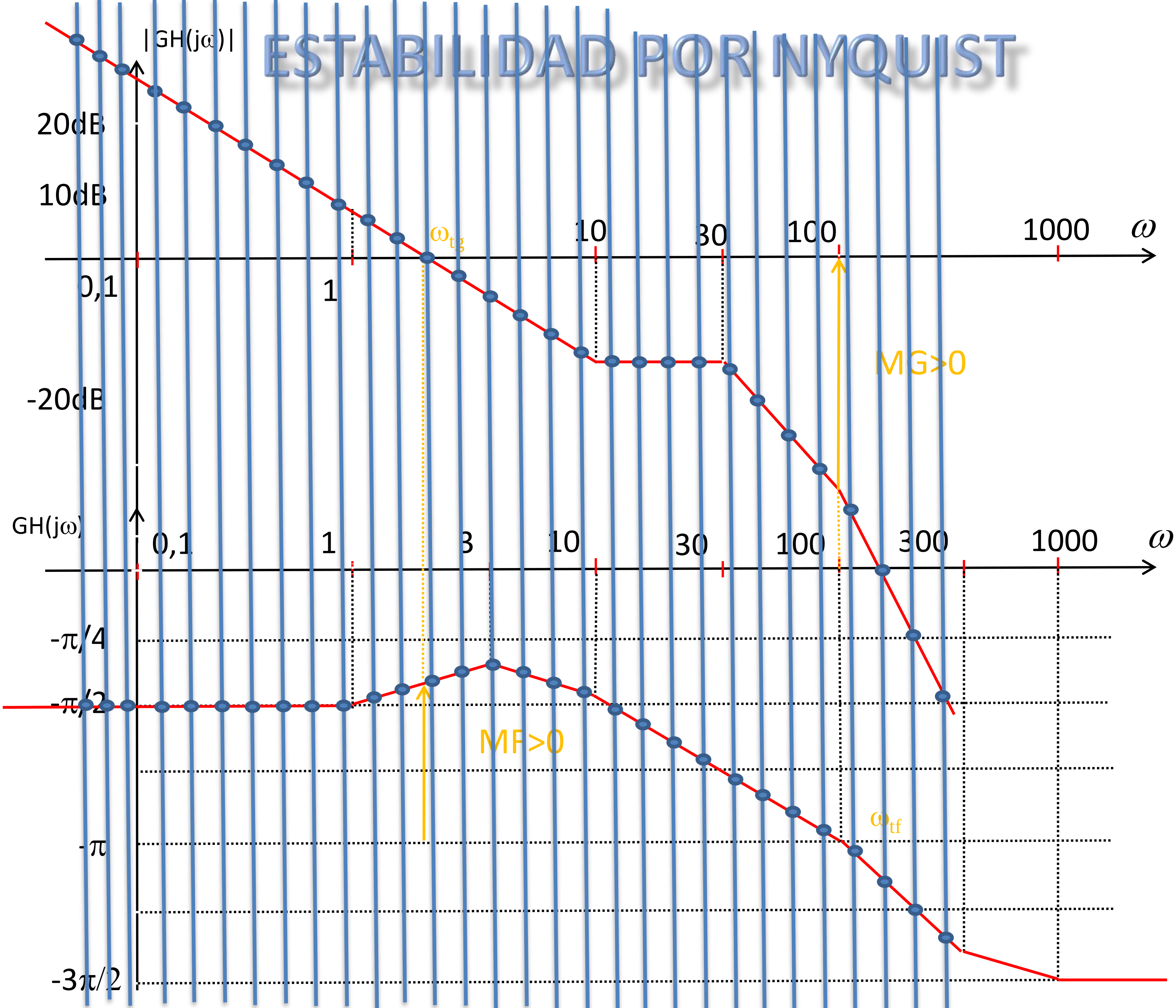
$p(s)+z(s) \longrightarrow Z?$

$p(s) \longrightarrow p$

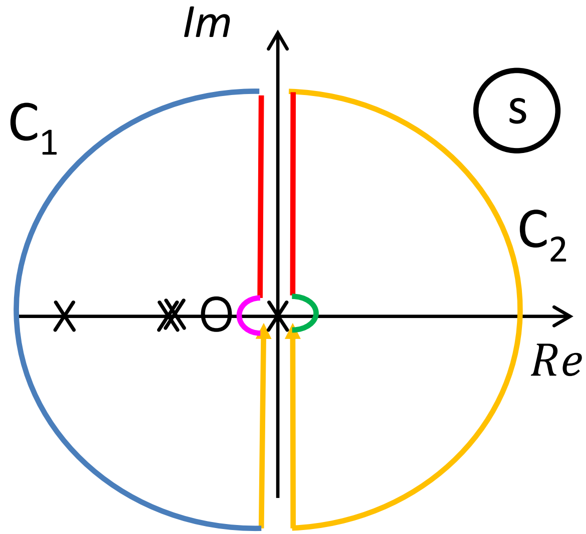
Dado que es directo graficar G(C)H(C) resulta mas efectivo contar giros alrededor de -1 y encontrar si hay ceros de 1+G(s)H(s) dentro de C usando:

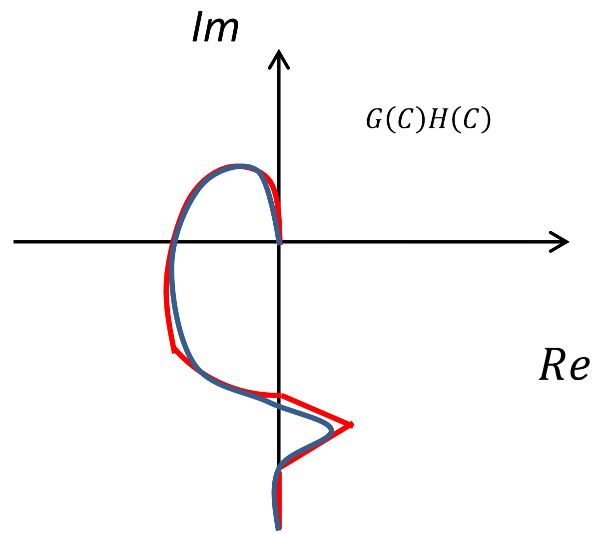
Z=N+P

ESTABILIDAD POR NYQUIST

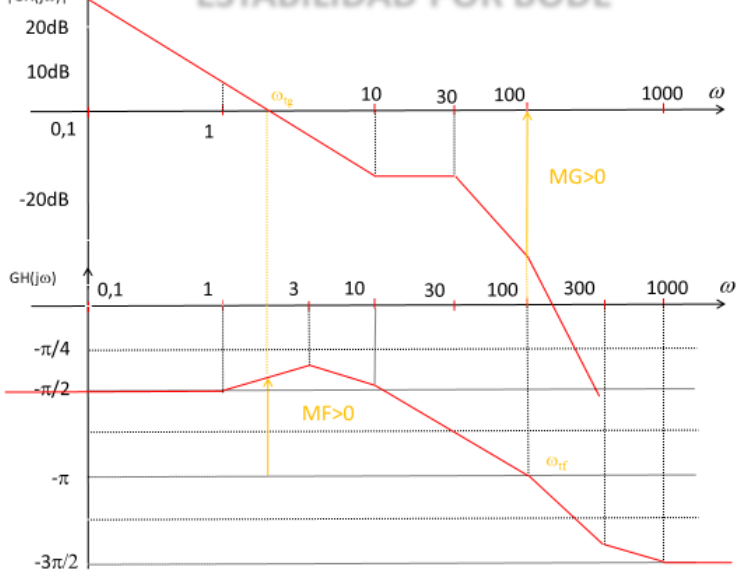


ESTABILIDAD POR NYQUIST

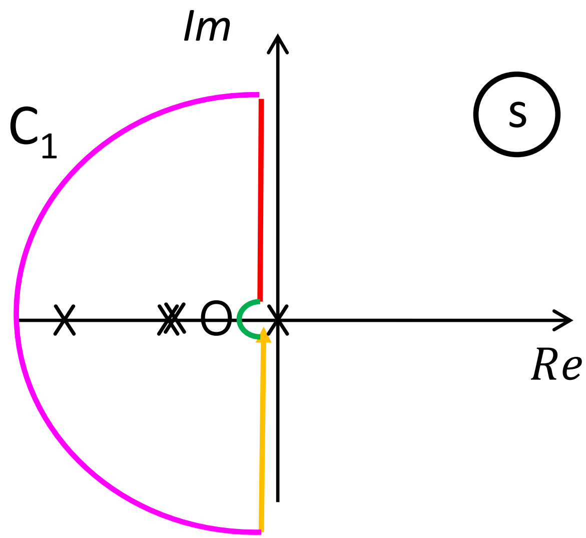


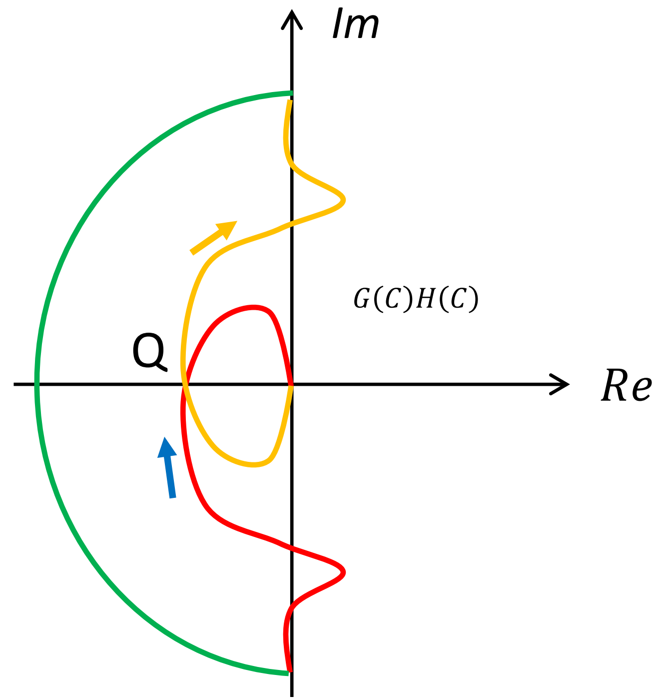


ESTABILIDAD POR BODE



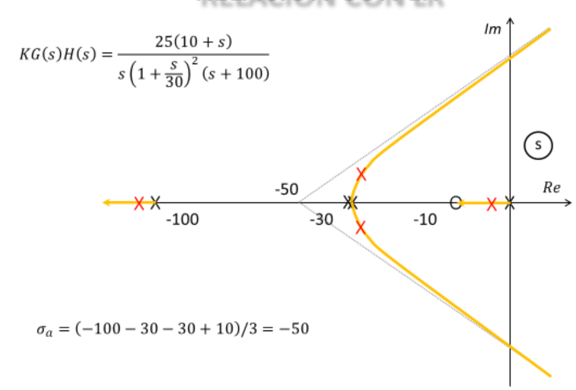
ESTABILIDAD POR NYQUIST





$$G(s)H(s)\Big|_{s\approx 0} \approx \frac{k}{s} \;\rightarrow\; \frac{k}{s}\Big|_{s=re^{j\pi}} = \frac{k}{r}e^{-j\pi}$$

RELACION CON LR



Aumentar K implica que el gráfico crece radialmente

K chicas (|Q| < 1)

Z=N+P

P=3

N=1

Z=4

Estable

K grandes (|Q| > 1)

Z=N+P

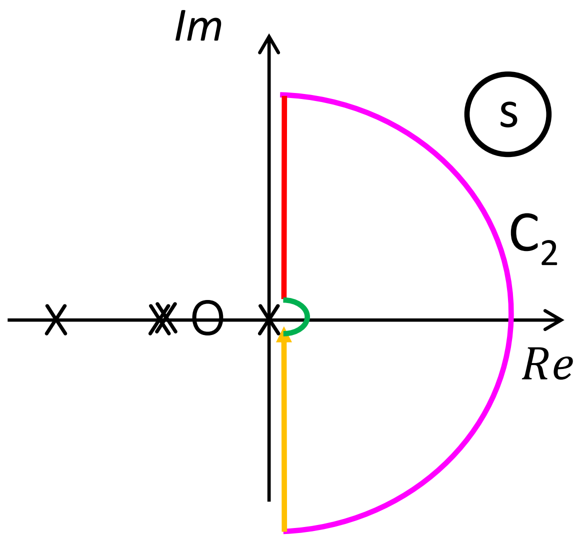
P=3

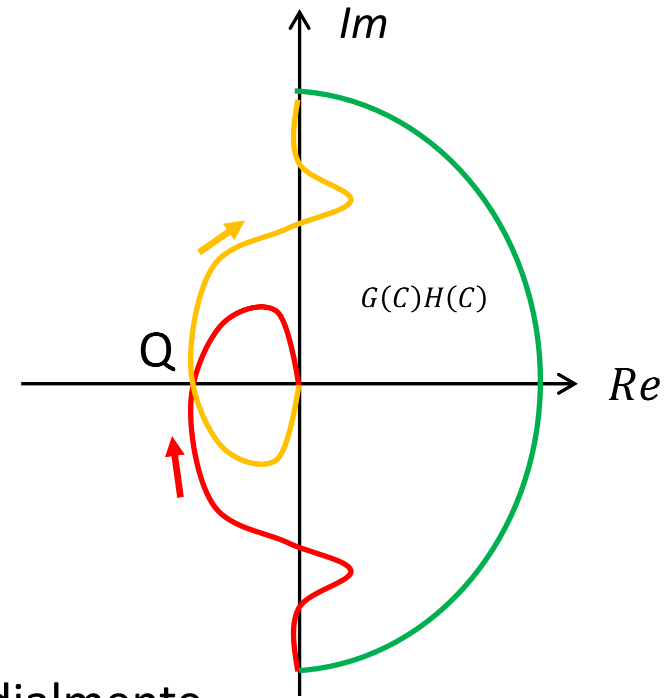
N=-1

Z=2

Inestable

ESTABILIDAD POR NYQUIST





Aumentar K implica que el gráfico crece radialmente

K chicas (Q < 1)

Z=N+P

P=0

N=0

→ Z=0

Estable

K grandes (Q > 1)

Z=N+P

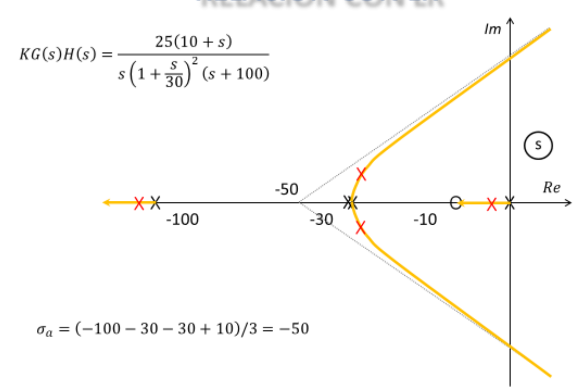
P=0

N=2

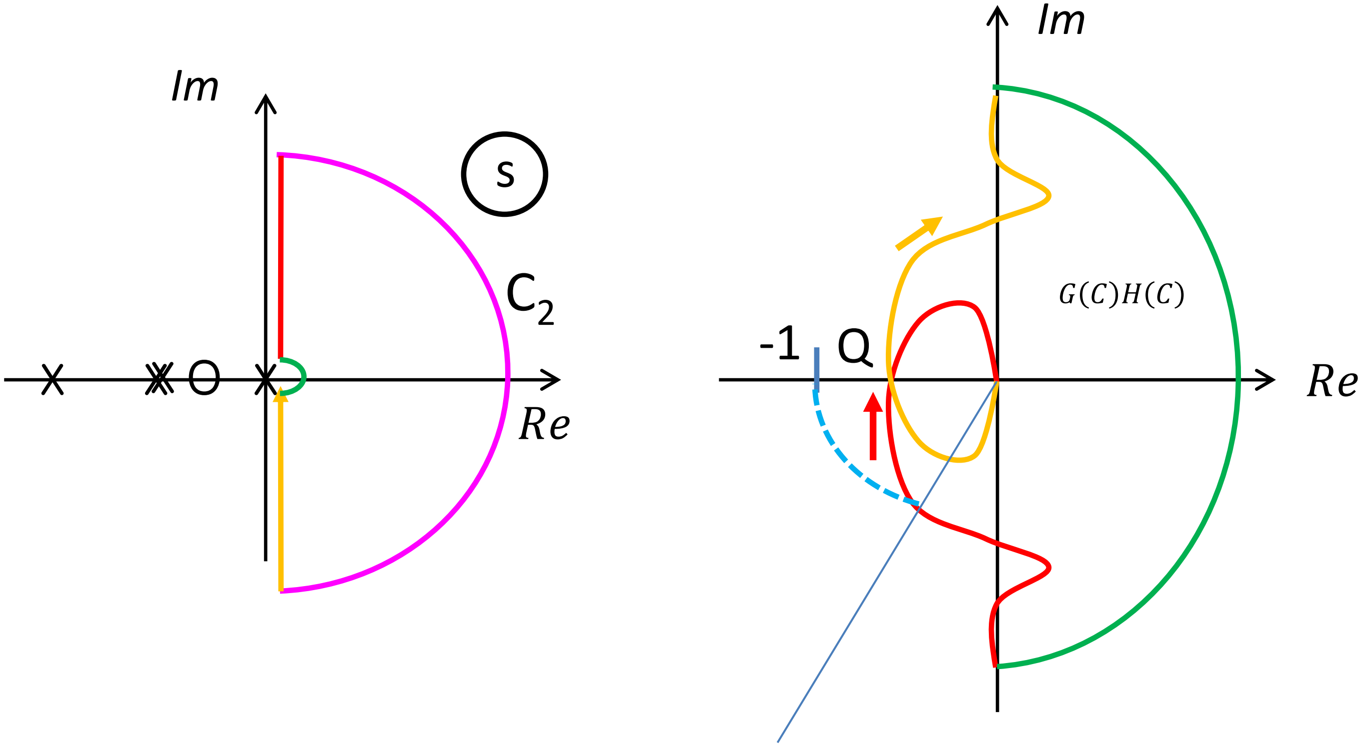
→ Z=2

Inestable

RELACION CON LR



ESTABILIDAD POR NYQUIST



MG es la ganancia que falta para que el gráfico abarque al -1 ⇒ *MG*=1/|Q|

MF es la fase a agregar para que el gráfico abarque al -1

Retardos

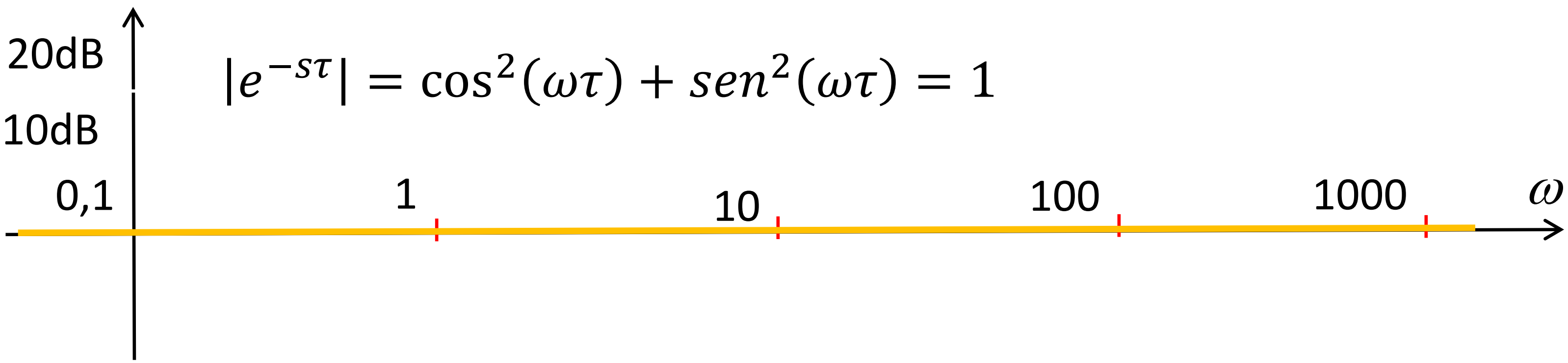
$$Retardo(s) = e^{-s\tau} = \cos(\omega\tau) - jsen(\omega\tau)$$

$$|e^{-s\tau}| = \cos^2(\omega\tau) + sen^2(\omega\tau) = 1$$

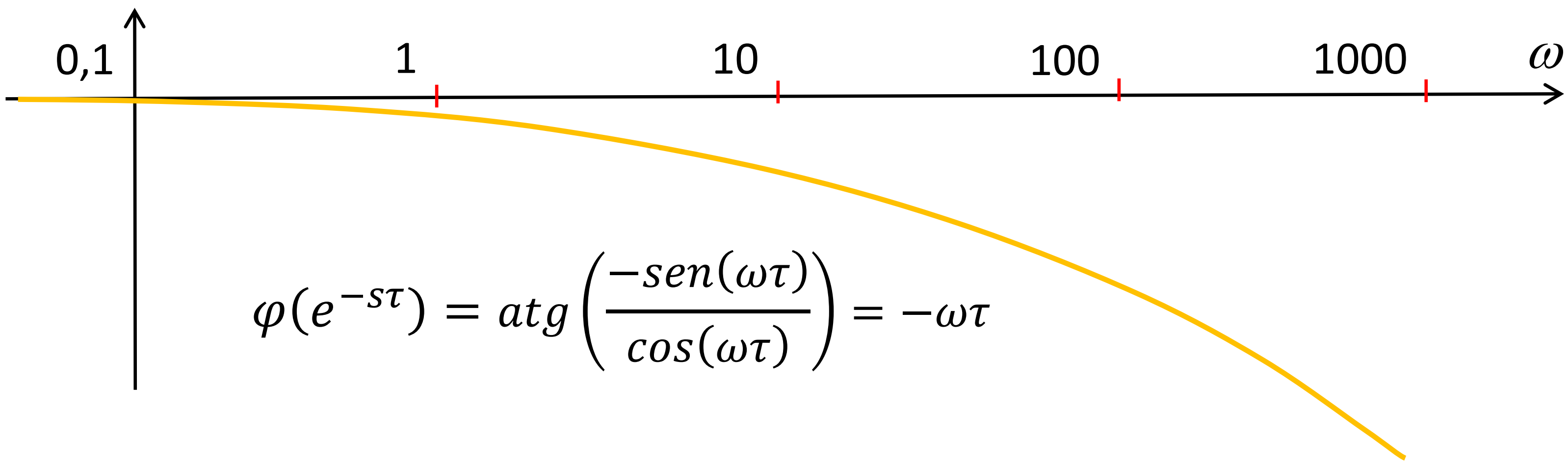
$$\varphi(e^{-s\tau}) = atg\left(\frac{-sen(\omega\tau)}{cos(\omega\tau)}\right) = -\omega\tau$$

Modulo y fase del retardo se pueden graficar sin inconveniente tanto en Bode como en Nyquist. No se pueden incorporar retardos en los gráficos de LR. Para ello se necesita realizar una aproximación del mismo (aprox. De Padé)

Retardos (Bode)



$$|e^{-s\tau}| = \cos^2(\omega\tau) + sen^2(\omega\tau) = 1$$

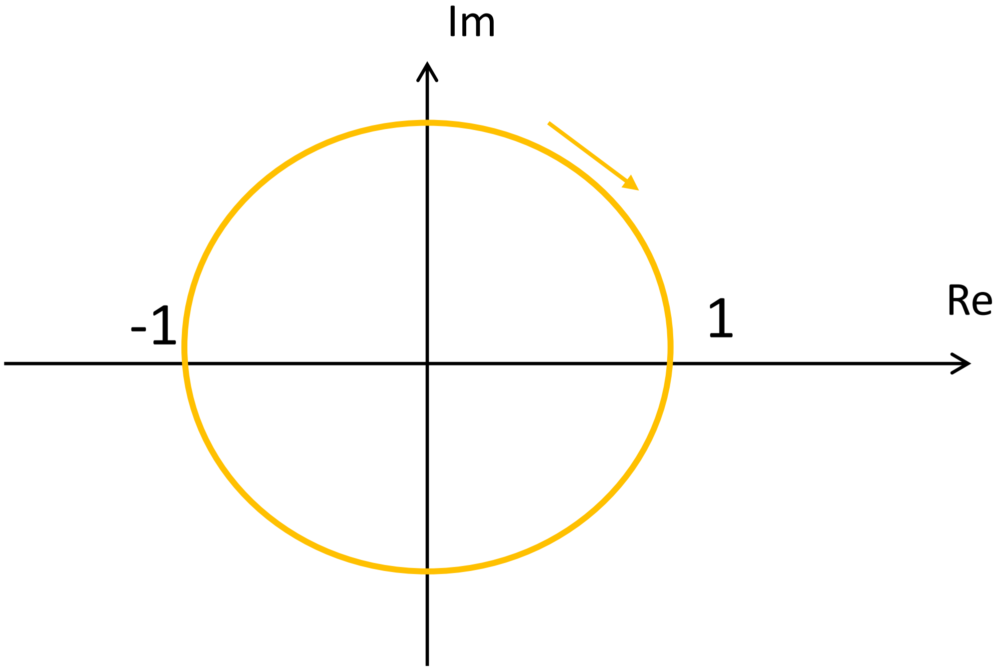


$$\varphi(e^{-s\tau}) = atg\left(\frac{-sen(\omega\tau)}{cos(\omega\tau)}\right) = -\omega\tau$$

Retardos (Nyquist)

$$|e^{-s\tau}| = \cos^2(\omega\tau) + sen^2(\omega\tau) = 1$$

$$\varphi(e^{-s\tau}) = atg\left(\frac{-sen(\omega\tau)}{cos(\omega\tau)}\right) = -\omega\tau$$



Retardos (Bode)

Aproximación de Primer Orden

$$e^{-s\tau} = 1 - \frac{s\tau}{1!} + \frac{(-s\tau)^2}{2!} + \frac{(-s\tau)^3}{3!} + \frac{(-s\tau)^4}{4!} + \cdots \approx 1 - s\tau$$