
Electrostática.

Campos y Ondas

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
ARGENTINA

Ley de Coulomb.

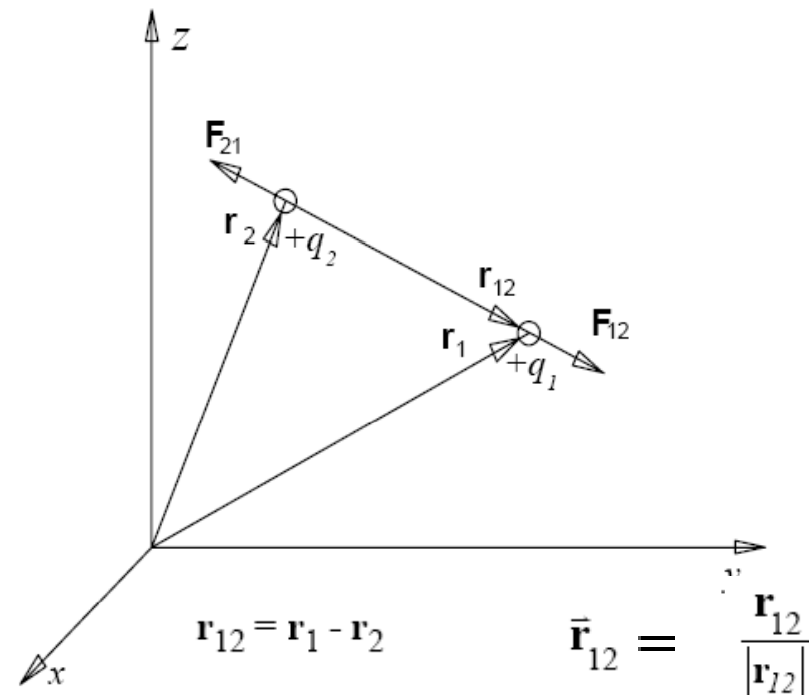
- Ley EXPERIMENTAL
- CARGAS PUNTUALES
- PLANTEO DE MODELO MACROSCÓPICO, sin entrar dentro del átomo
- acción a distancia entre ambas cargas
- cargas de igual signo se REPELEN, mientras que las de distinto tipo signo se ATAREN

$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{|\mathbf{r}_{12}|^2} \vec{\mathbf{r}}_{12} \quad [\text{N}]$$

$$\mathbf{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{|\mathbf{r}_{21}|^2} \vec{\mathbf{r}}_{21} \quad [\text{N}]$$

$$\vec{\mathbf{r}}_{12} = -\vec{\mathbf{r}}_{21} \quad \mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

$$k = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \quad [\text{m/F}] \quad \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \quad [\text{F/m}]$$



$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{|\mathbf{r}_{12}|^2} \vec{\mathbf{r}}_{12} \quad [\text{N}]$$

- \mathbf{F}_{12} , entre dos cargas puntuales, q_1 y q_2 , es
 - proporcional al producto de las cargas,
 - inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r_{12} que las separa,
 - tiene la dirección de la recta que une ambas cargas
 - y el sentido se corresponde con la atracción de las mismas si son de *distinto* signo o la repulsión si son de *igual* signo
- La Fuerza para dos cargas puntuales cumple con el principio de acción y reacción
- Tiene simetría esférica
 - Tiene componente radial
 - El módulo es proporcional a $1/r^2$
- La carga eléctrica se conserva
- Un cuerpo cargado tiene exceso de algún tipo de carga
- Solo existen 2 tipos de cargas + y -

- **Carga puntual ??**
 - **Es aquella cuyas dimensiones espaciales son pequeñas en comparación con cualquier otra longitud**
 - **La Ley de Coulomb se aplica a la interacción de partículas atómicas tales como electrones y protones**
 - **Es válida para la repulsión entre núcleos hasta 10^{-14}m**
 - **A distancias menores aparecen las fuerzas nucleares**

Principio de superposición

- las interacciones eléctricas, además de cumplir con la Ley de Coulomb, responden al principio de superposición.
 - la interacción eléctrica entre un par cualquiera de cargas no está influenciada por la presencia de otras cargas.
 - la fuerza total F_p sobre una carga puntual q_p en presencia de un sistema de otras cargas puntuales (q_1, q_2, \dots, q_n), que actúan simultáneamente, es igual a la suma vectorial de las fuerzas F_{pi} ejercidas por cada una de las cargas independientemente

$$\mathbf{F}_p = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_{pi} = \sum_{i=1}^n k \frac{q_p q_i}{|\mathbf{r}_{pi}|^2} \vec{\mathbf{r}}_{pi} \quad [\text{N}]$$

Funciones de densidad de carga

- las cargas macroscópicas están compuestas invariablemente por un número muy grande de cargas electrónicas ($1,6019 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)
- En una distribución de carga macroscópica cualquier elemento pequeño de volumen contiene un gran número de electrones. Se puede describir entonces cualquier distribución de carga en términos de una función de *densidad de carga*,
- el límite de la carga por unidad de volumen a medida que el volumen se vuelve infinitesimal : densidad volumétrica
- debe tenerse cuidado al aplicar esta clase de descripción a problemas atómicos, puesto que, en estos casos, sólo interviene un número pequeño de electrones,

$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} \quad [\text{C/m}] \quad \textit{lineal}$$

$$\sigma = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta s} \quad [\text{C/m}^2] \quad \textit{Superficial}$$

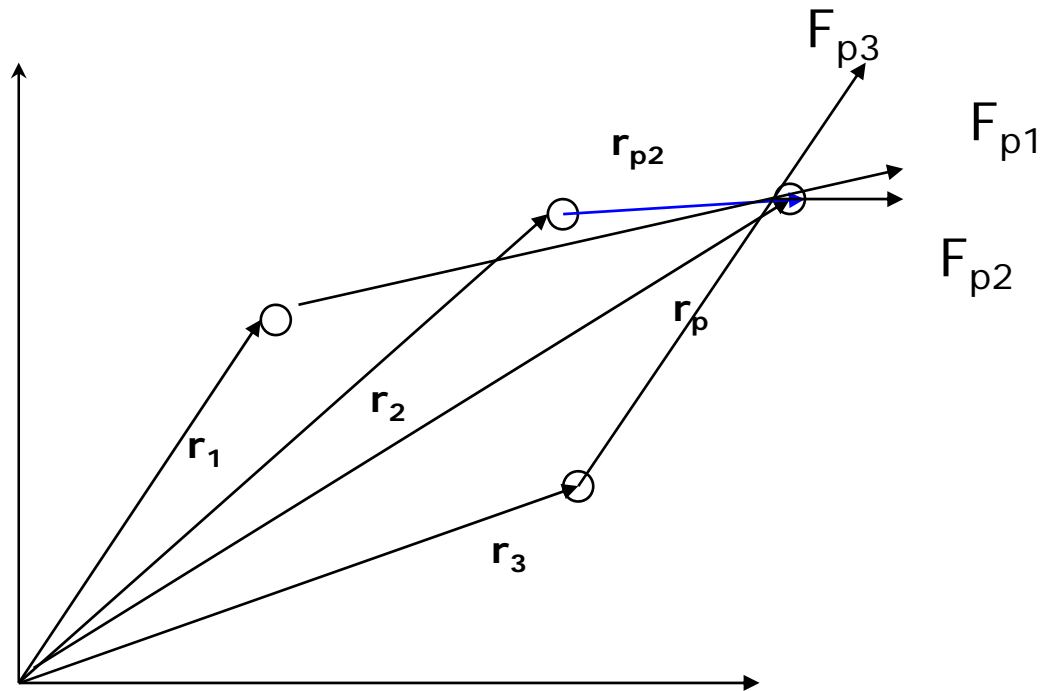
$$\rho = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta v} \quad [\text{C/m}^3] \quad \textit{Volumétrica}$$

Campo eléctrico

- Si se toma una carga puntual q_p que se denomina carga de prueba, el efecto e interacción con el sistema de n cargas puntuales puede ser descrito como el producto de q_p por un factor que no depende de q_p .

$$\mathbf{F}_p = q_p \left(\sum_{i=1}^n k \frac{q_i}{|\mathbf{r}_{pi}|^2} \mathbf{\hat{r}}_{pi} \right) [\text{N}]$$

es una función vectorial que depende de las cargas (q_1, q_2, \dots, q_n) y de la posición relativa de éstas y del punto donde se ubique q_p



$$\mathbf{F}_p = q_p \mathbf{E}(\mathbf{r}_p) [\text{N}] \quad \text{campo electrostático.}$$

Campo eléctrico

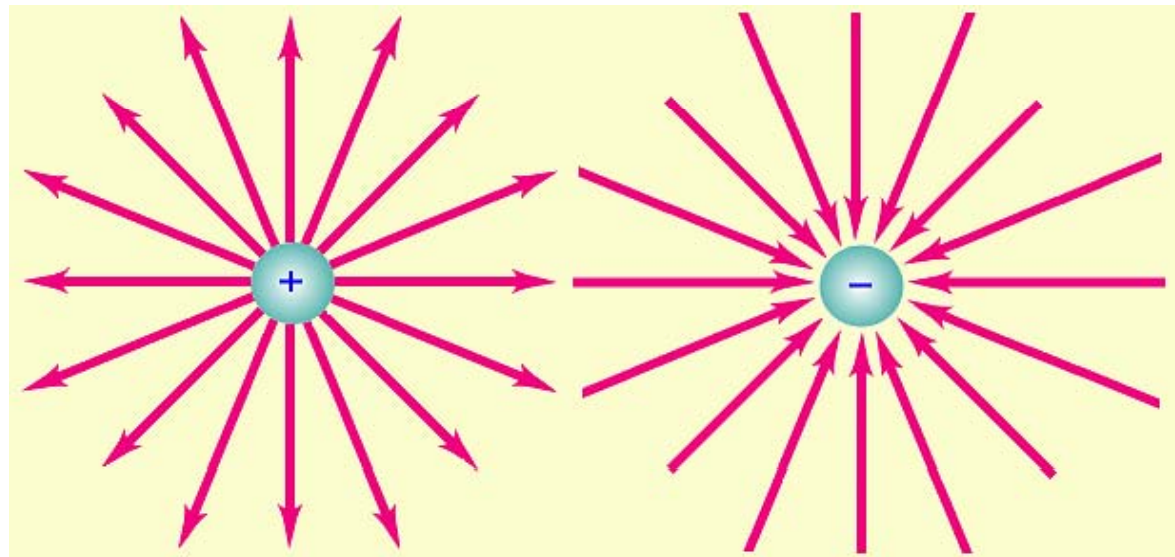
- Las cargas son fuentes que producen un campo en el espacio que las rodea.
- Si intentamos una determinación experimental del campo midiendo la fuerza \mathbf{F}_p que actúa sobre una carga de prueba q_p , ésta debe ser puntual de manera que sus dimensiones sean despreciables respecto al resto de las dimensiones
- Debe tenerse en cuenta que al introducir q_p no se modifique el estado de las cargas, que son fuentes del campo.
- Para esto es necesario que la carga de prueba sea de magnitud despreciable para no modificar el campo de fuerza que se quiere determinar.
- La definición rigurosa del campo eléctrico resulta así:

$$\mathbf{E} = \lim_{q_p \rightarrow 0} \frac{\mathbf{F}_p}{q_p} \quad [\text{N/C}]$$

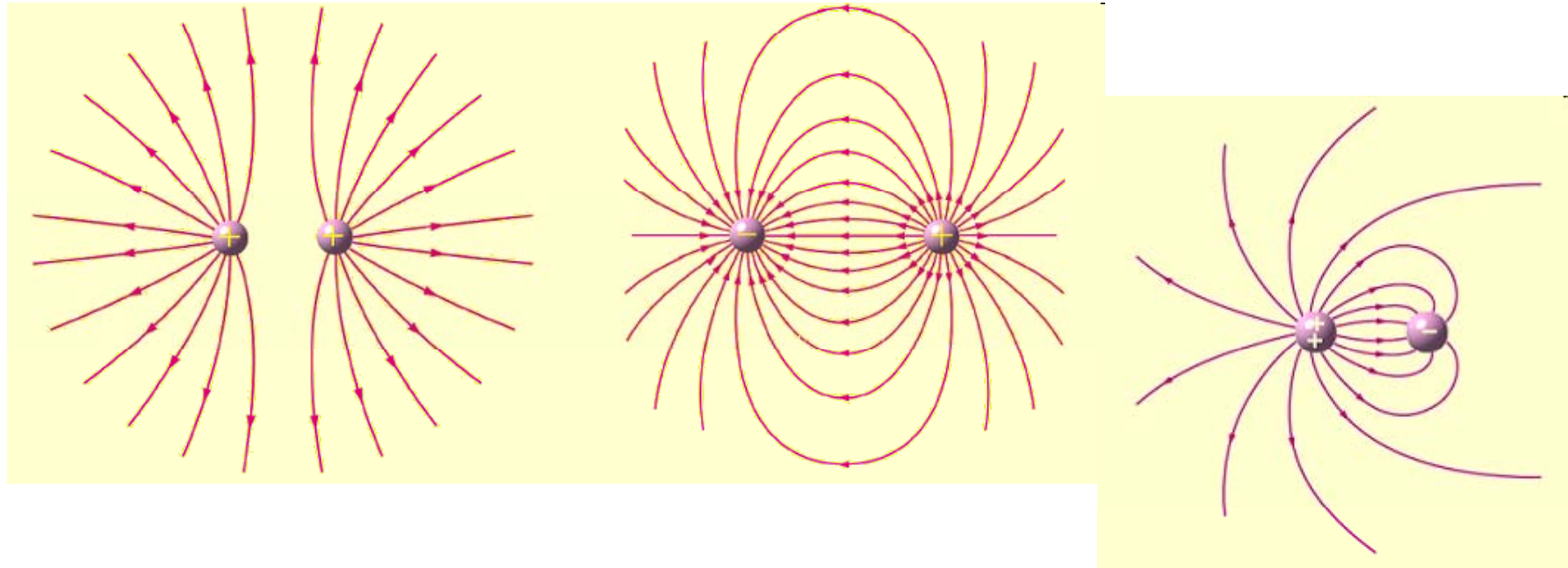
- El concepto de campo se basa en el hecho de que por su intermedio es posible describir las acciones eléctricas locales sin que sea necesario conocer la fuente de tal acción.
- Resulta alternativo del concepto de acción a distancia.
- Para el estudio de los campos resulta de gran ayuda su representación gráfica. El método más utilizado es el de las *líneas de campo*, el cual consiste en la graficación de líneas que, en cada punto del espacio, son tangentes al vector campo eléctrico correspondiente a ese punto.

EJEMPLO Campo de una sola carga puntual

- Las líneas de fuerza son radiales que se dirigen hacia fuera si q es $+$
- Y hacia adentro si q es $-$
- Por lo tanto podemos afirmar:
 - Las líneas de fuerza terminan siempre en las fuentes de campo eléctrico o sea las cargas



Líneas de campo Fuerza



- Debe observarse que la representación del campo por las líneas de campo no permite obtener directamente la intensidad del campo en cada punto. Sí es posible interpretar que el campo es más intenso donde las líneas están más concentradas y viceversa.

Características de las líneas de fuerza.

- El número de líneas que parten de una carga positiva o llegan a una negativa es proporcional a la carga.
- Las líneas se dibujan simétricamente saliendo o entrando en la carga puntual.
- Las líneas empiezan o terminan solamente en las cargas.
- La densidad de líneas es proporcional a la intensidad de campo eléctrico.
- El campo es tangente a la línea de fuerza.
- Las líneas de fuerza no se cortan nunca. (unicidad del campo en cada punto).

-
- Los campos eléctricos cuyas fuentes son distribuciones de cargas como las indicadas anteriormente, pueden resolverse teniendo en cuenta la validez del principio de superposición, por las siguientes expresiones:

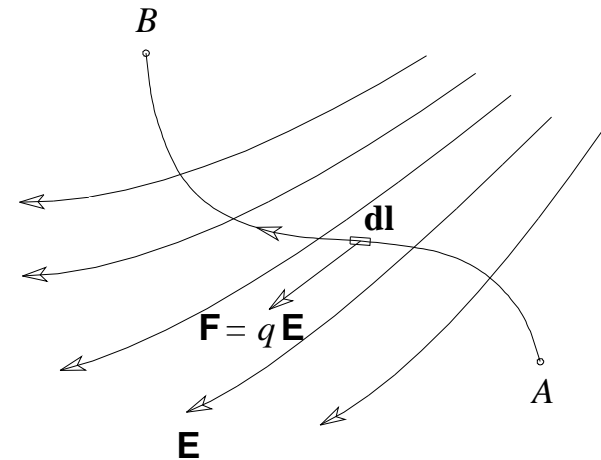
$$\mathbf{E} = k \iiint_V \frac{\rho}{r^2} \vec{\mathbf{r}} \, dv \quad [\text{N/C}]$$

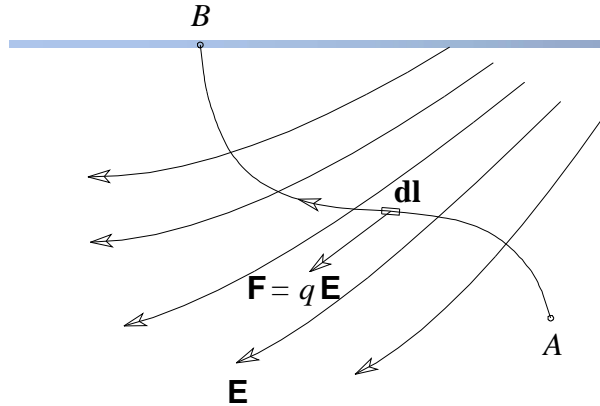
$$\mathbf{E} = k \iint_S \frac{\sigma}{r^2} \vec{\mathbf{r}} \, ds \quad [\text{N/C}]$$

$$\mathbf{E} = k \int_l \frac{\lambda}{r^2} \vec{\mathbf{r}} \, dl \quad [\text{N/C}]$$

Diferencia de potencial, potencial electrostático

- Las integraciones vectoriales para analizar las interacciones eléctricas **SUELEN SER COMPLICADAS**
- Resolverlo en función de la energía es mas simple
- Conceptos de *diferencia de potencial* y de *potencial electrostático*.
 - El trabajo realizado sobre una carga de prueba positiva q para llevarla desde un punto A hasta un punto B en el seno de un campo eléctrico E





- La fuerza \mathbf{F} ejercida por el campo \mathbf{E} sobre la carga q resulta:

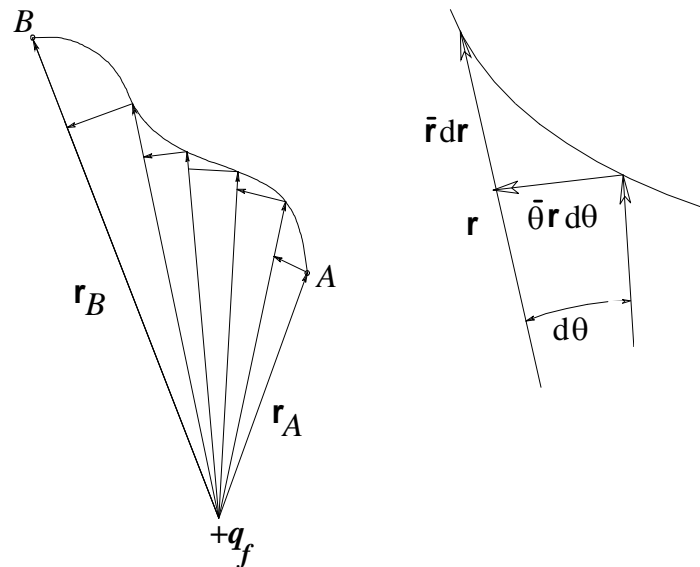
$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}$$

el trabajo realizado contra las fuerzas eléctricas para transportar la carga es:

$$W = - \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = q \left(- \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \right)$$

Diferencia de potencial
 V_{BA} : el trabajo necesario para llevar una unidad de carga desde A hasta B

- El campo E varía punto a punto según la trayectoria que se siga para llevar la carga desde A hasta B
- La integral solo depende de la posición de los puntos A y B , y no de la trayectoria ???
- En general el campo E tendrá como fuente un sistema complejo de cargas, teniendo en cuenta el principio de superposición
- Analizamos el caso de una carga puntual
- Un camino arbitrario, descompuesto en pequeños arcos



$$d\mathbf{l} = \vec{\theta} \ r \ d\theta + \vec{r} \ dr$$

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \mathbf{E} \cdot (\vec{\theta} \ r \ d\theta) + \mathbf{E} \cdot (\vec{r} \ dr)$$

$$\mathbf{E} = \frac{q_f \vec{r}}{4 \pi \epsilon_0 r^2}$$

$$V_{BA} = - \int_{r_A}^{r_B} \frac{q_f}{4 \pi \epsilon_0 r^2} dr = \frac{q_f}{4 \pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

$$V_{BA} = - \int_{r_A}^{r_B} \frac{q_f}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q_f}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

- La integral depende solamente de las distancias de los extremos del camino a la carga puntual, y no del trayecto recorrido entre ambos puntos.
- Esta condición de la diferencia de potencial es consecuencia directa de la simetría esférica del campo E.
 - El campo solo tiene componente radial y esta solo depende del radio,
 - No importa con que potencia para esta propiedad

-
- Las interacciones eléctricas responden al principio de superposición
 - La independencia del camino recorrido para unir esos puntos puede extenderse a cualquier sistema de cargas.
 - La diferencia de potencial entre dos puntos: mide el trabajo realizado *contra* la fuerza del campo eléctrico para trasladar la *unidad de carga* entre ambos puntos, *sin importar la trayectoria utilizada*.
 - La integral de línea sobre una trayectoria cerrada es nula

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

Potencial electrostático

- Si se considera un punto cualquiera en el espacio que denominamos punto de referencia P_{ref} y calculamos la diferencia de potencial entre los puntos A y B con respecto al de referencia, se tiene:

$$V_{BP_{\text{ref}}} = - \int_{P_{\text{ref}}}^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

$$V_{AP_{\text{ref}}} = - \int_{P_{\text{ref}}}^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

$$V_{BA} = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_A^{P_{\text{ref}}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \left(- \int_{P_{\text{ref}}}^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \right) = -V_A + V_B = V_B - V_A$$

$$V_{BA} = V_{BP_{\text{ref}}} - V_{AP_{\text{ref}}}$$

- Cada punto genérico **P** del espacio **SE LE PUEDE ASIGNAR** un número V_P que se denomina potencial electrostático tal que:

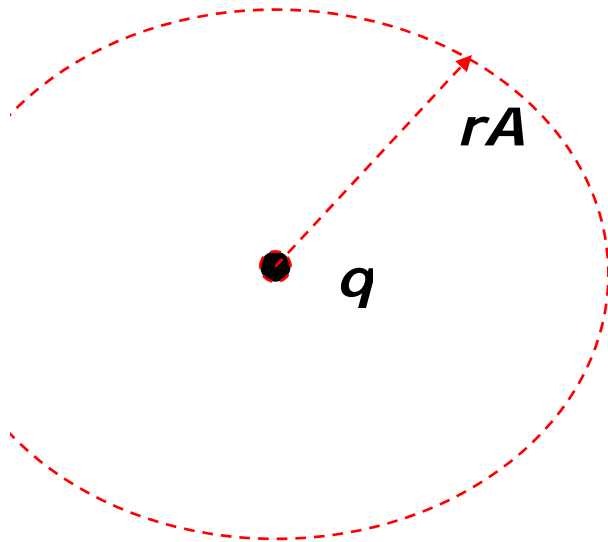
$$V_P = V_{PP_{\text{ref}}} = - \int_{P_{\text{ref}}}^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

- El valor del potencial en el punto resulta definido a menos de una constante que depende de la elección de P_{ref}
- En ciertos casos resulta conveniente elegir P_{ref} en el infinito, resultando:

$$V_P = - \int_{\infty}^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

- Este potencial es llamado potencial absoluto del punto **P**
- es el trabajo necesario para traer una unidad de carga desde el infinito a dicho punto

- Se quiere determinar el potencial absoluto de un punto A ubicado a una distancia r_A de una carga puntual q_f :



$$V_A = V_A - V_\infty = \frac{q_f}{4 \pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_\infty} \right)$$

$\frac{1}{r_\infty} \rightarrow 0$

$$V_A = \frac{q_f}{4 \pi \epsilon_0 r_A}$$

- El potencial eléctrico debido a una carga puntual es una función lineal con respecto al valor de carga
- El potencial en un punto debido a cualquier número de cargas puntuales es la **suma aritmética** del potencial correspondiente a cada una de ellas

- El potencial eléctrico de un punto es la suma algebraica de las componentes individuales del potencial en ese punto.
- Considerando las distribuciones de carga ρ , σ y λ como fuentes de campo, el potencial puede resolverse por las siguientes expresiones:

$$V = k \iiint_V \frac{\rho}{r} dv \quad [V]$$

$$V = k \iint_S \frac{\sigma}{r} ds \quad [V]$$

$$V = k \int_l \frac{\lambda}{r} dl \quad [V]$$

El campo eléctrico como gradiente de potencial

- Conocido V (**UNIVOCO (Por que???)**), obtener el valor de E .
- Los puntos A y B están separados por una distancia infinitesimal $d\mathbf{l}$

$$dV = -\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad V = V(x, y, z) \quad d\mathbf{l} = dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k}$$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$$

Calculo diferencial

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k} \right) \cdot (dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k})$$

$$\vec{\nabla} V = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k}$$

Gradiente de Potencial

$$dV = \vec{\nabla} V \cdot d\mathbf{l}$$

$$\mathbf{E} = -\vec{\nabla} V$$

El campo eléctrico como gradiente de potencial

- El campo puede expresarse como el gradiente cambiado de signo de la función escalar V
- El gradiente de una función (ESCALAR) es un vector, cuyo módulo y dirección son el valor y la dirección de la máxima variación de la función en el punto, y su sentido es el del incremento de la función.

$$\mathbf{E} = -\vec{\nabla} V$$

- Que pasa si le aplicamos Rotor a \mathbf{E} ????

$$\vec{\nabla} \times \mathbf{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \vec{\mathbf{i}} + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \vec{\mathbf{j}} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \vec{\mathbf{k}} \quad \left[\frac{\text{V}}{\text{m}^2} \right]$$

$$\vec{\nabla} \times \mathbf{E} = - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial y} \right) \vec{\mathbf{i}} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z \partial x} - \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} \right) \vec{\mathbf{j}} - \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} \right) \vec{\mathbf{k}} = 0$$

Irrotacionalidad del campo electrostático

- *El campo electrostático es irrotacional.*
- Esto se obtiene en virtud de que el rotor de un gradiente es siempre nulo, por lo cual

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} V = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \mathbf{E} = 0$$

*Expresión
Diferencial*

En base a la aplicación del teorema de Stokes en la expresión

$$\iint_S \vec{\nabla} \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad \text{Expresión Integral}$$

teniendo en cuenta que la superficie sobre la cual se integra el rotor es arbitraria con la única condición de que tenga como contorno la curva cerrada sobre la que se integra \mathbf{E}

Irrotacionalidad del campo electrostático

$$\mathbf{E} = -\vec{\nabla}V$$

$$\vec{\nabla} \times \mathbf{E} = 0$$

*Expresión
Diferencial*

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

*Expresión
Integral*

- **PROPIEDAD** → consecuencia directa *de la simetría esférica* del campo eléctrico producido por una carga puntual, indicada por la Ley de Coulomb **(Por que???)**
- ES indicativos de que el campo electrostático es *conservativo*
- Es decir que no se realiza trabajo si una carga de prueba se mueve en el campo sobre una trayectoria cerrada.

Superficies y líneas equipotenciales

- Se denomina superficie (o línea) equipotencial al lugar geométrico de los puntos del espacio de igual potencial, lo cual puede ser expresado por la relación $V = \text{cte}$

$$V_p = \frac{q_f}{4 \pi \epsilon_0 r_p}$$

Considérese un desplazamiento $d\mathbf{l}$ sobre una línea contenida en una superficie equipotencial. Dado que a lo largo de dicha línea $V = \text{cte}$, de la expresión se tiene:

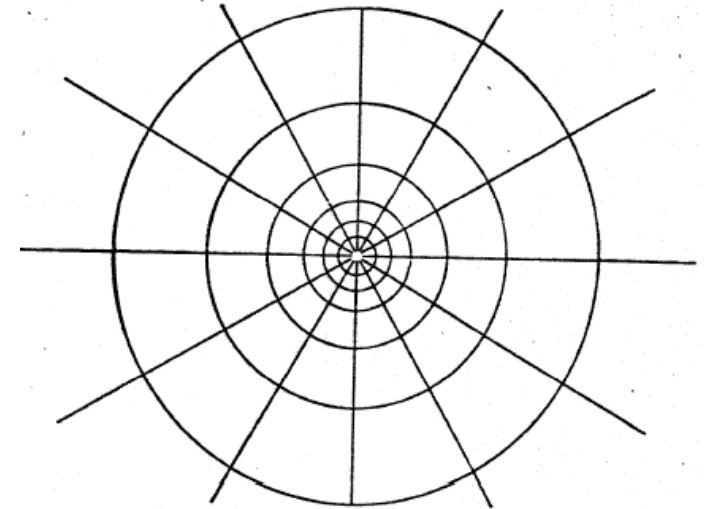
$$dV = \vec{\nabla} V \cdot d\vec{\mathbf{l}} = 0$$

$$\mathbf{E} \cdot d\vec{\mathbf{l}} = 0$$

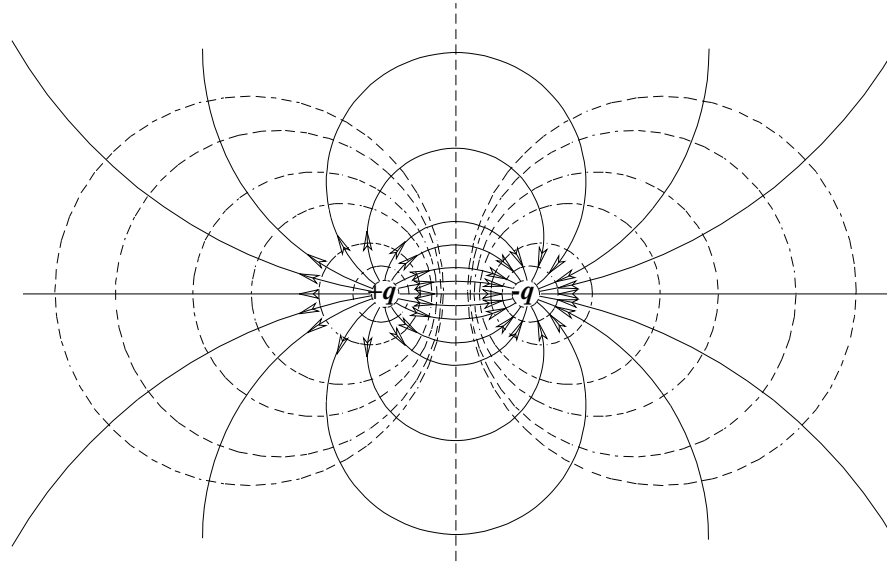
$$\vec{\nabla} V \neq 0$$

$$d\vec{\mathbf{l}} \neq 0$$

Las líneas de campo electrostático son siempre perpendiculares a las superficies equipotenciales.



Superficies y líneas equipotenciales



- ortogonalidad entre las líneas de campo y las líneas equipotenciales.
- cuanto más cercanas están entre sí las líneas equipotenciales (lo que equivale a un mayor gradiente), más intenso es el campo.
- el sentido de las líneas de campo, inverso al de las del gradiente, es el que corresponde al *decrecimiento del potencial*.

Conductores y aislantes

- Comportamiento eléctrico de los materiales :

A) conductores de electricidad

B) aislantes (dieléctricos).

C) Semiconductores

A) conductores de electricidad

P EJ. metales, contienen portadores de carga libre (electrones) CON libertad de moverse por el material conductor, responden a campos eléctricos casi infinitesimales y continúan moviéndose mientras experimenten un campo.

Estos portadores libres llevan la corriente eléctrica cuando se mantiene un campo eléctrico en el conductor por medio de una fuente externa de energía

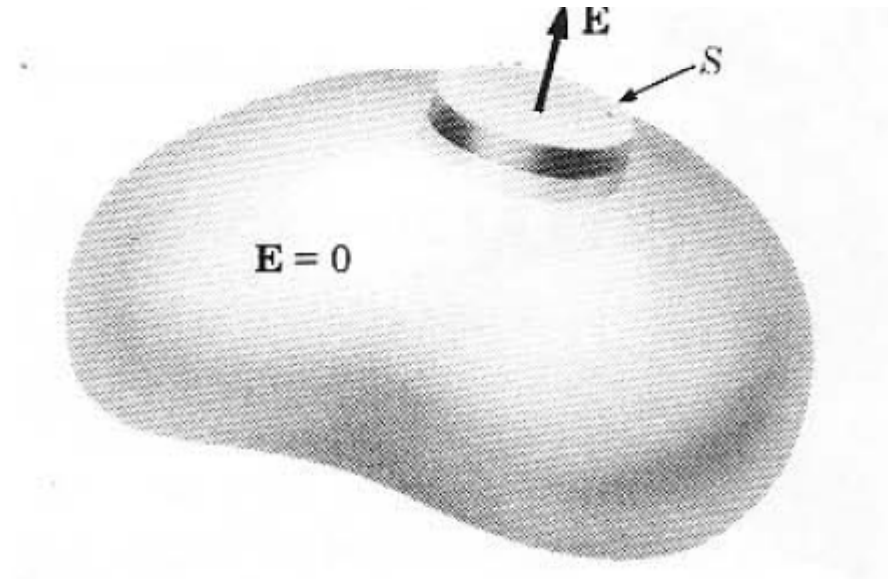
B) *Aislantes (dieléctricos).*

- las partículas cargadas están ligadas muy fuertemente a las moléculas.
- Las partículas cargadas pueden cambiar sus posiciones ligeramente como respuesta a un campo eléctrico pero no se alejan de la vecindad de sus moléculas.
- definición que se aplica a un dieléctrico ideal, uno que no muestra conductividad en presencia de un campo eléctrico
- Los dieléctricos físicos reales pueden mostrar una débil conductividad, pero en un dieléctrico típico la conductividad es 10^{20} veces menor que la de un buen conductor.
- 10^{20} es un factor enorme, por lo general es suficiente decir que los dieléctricos son no conductores.

C) semiconductores, electrólitos

- **tienen propiedades eléctricas intermedias entre las de los conductores y los dieléctricos.**
- **En lo que respecta a su comportamiento en un campo eléctrico estático, estos materiales se comportan casi como los conductores.**
- **respuesta transitoria es algo más lenta; es decir, estos materiales necesitan más tiempo para alcanzar el equilibrio.**

- Los conductores Por que son Equipotenciales ????



- en un conductor la carga puede moverse libremente, aún bajo la influencia de campos eléctricos muy pequeños, los portadores de carga se mueven hasta que hallan posiciones en las que no experimentan fuerza neta.

- En reposo, el interior del conductor debe ser una región desprovista de un campo eléctrico ya que la población de portadores de carga en el interior NO se agota

-
- Si persistiera el campo, los portadores continuarían moviéndose. Es decir, *en condiciones estáticas, el campo eléctrico en el interior de un conductor, se anula.*
 - Además, puesto que $E=0$ en el seno de un conductor, el potencial eléctrico es el mismo en todos los puntos del material conductor.
 - *En condiciones estáticas, cada conductor constituye una región equipotencial del espacio.*