Trabajo Práctico
Compensación

Ejercicio 9

Compensar con el mínimo número de singularidades el sistema compuesto por la planta $G(s) = \frac{-100}{(s+10)(s+50)}$ de manera de lograr:

a) Error de estado estacionario al escalón nulo
b) Error de estado estacionario a la rampa igual a 0,02
c) Rechazo a perturbaciones de 60dB en la banda (0; 1rad/s]
d) Margen de fase > 40º

Compensación: Ejercicio 9

$$G(s) = \frac{-100}{(s+10)(s+50)}$$

a) Error de estado estacionario al escalón nulo;

b) Error de estado estacionario a la rampa igual a 0,02;

c) Rechazo a perturbaciones de 60dB en la banda (0; 1rad/s];

d) Margen de fase > 40º.

Compensación: Ejercicio 9

En primer lugar resolvemos el error de estado estacionario al escalón:

Compensación: Ejercicio 9

En primer lugar resolvemos el error de estado estacionario al escalón:

→ Incorporamos un integrador

Compensación: Ejercicio 9

En primer lugar resolvemos el error de estado estacionario al escalón:

→ Incorporamos un integrador

$$C_1(s) = \frac{1}{s}$$

Compensación: Ejercicio 9

En primer lugar resolvemos el error de estado estacionario al escalón:

→ Incorporamos un integrador

$$C_1(s) = \frac{1}{s} \quad \Rightarrow \quad C_1(s)G(s) = \frac{-100}{s(s+10)(s+50)}$$

Compensación: Ejercicio 9

En primer lugar resolvemos el error de estado estacionario al escalón:

→ Incorporamos un integrador

$$C_1(s) = \frac{1}{s} \quad \Longrightarrow \quad C_1(s)G(s) = \frac{-100}{s(s+10)(s+50)}$$

Es importante en este paso, verificar si el sistema obtenido es “estabilizable”

Compensación: Ejercicio 9

En primer lugar resolvemos el error de estado estacionario al escalón:

→ Incorporamos un integrador

$$C_1(s) = \frac{1}{s} \quad \Longrightarrow \quad C_1(s)G(s) = \frac{-100}{s(s+10)(s+50)}$$

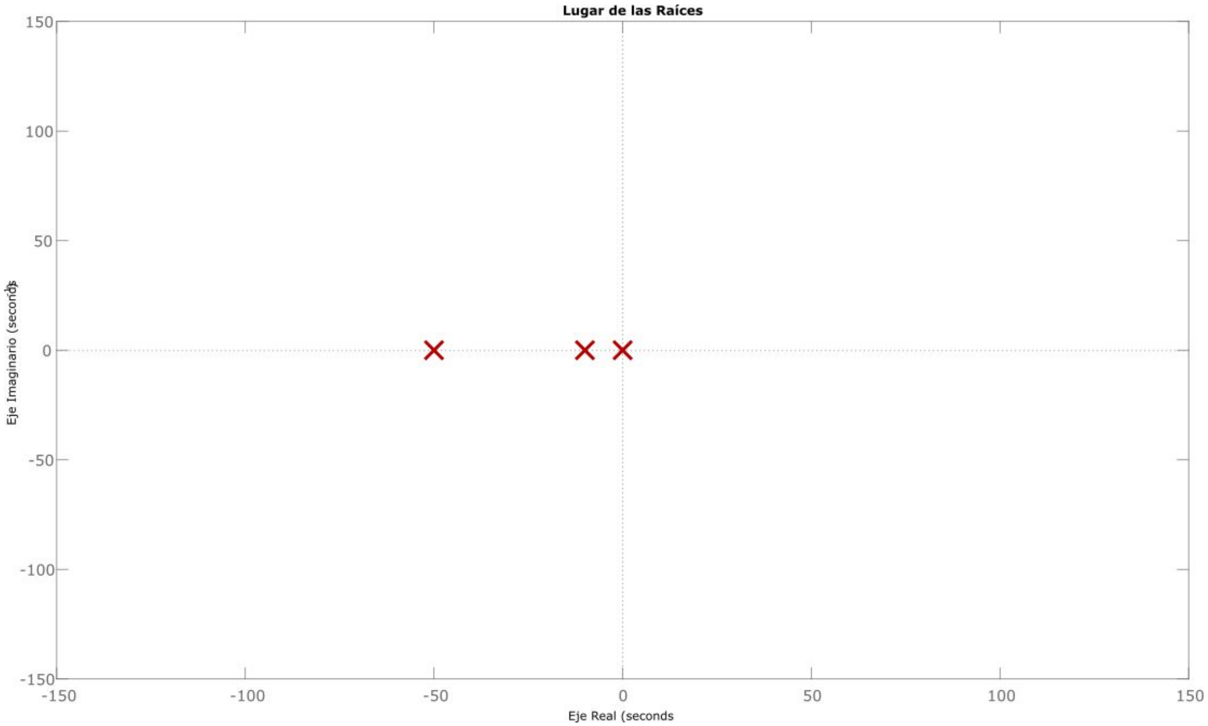
Es importante en este paso, verificar si el sistema obtenido es “estabilizable”

→ Revisar el Lugar de las Raíces (en principio, sobre el eje real)

Compensación: Ejercicio 9

LdR:

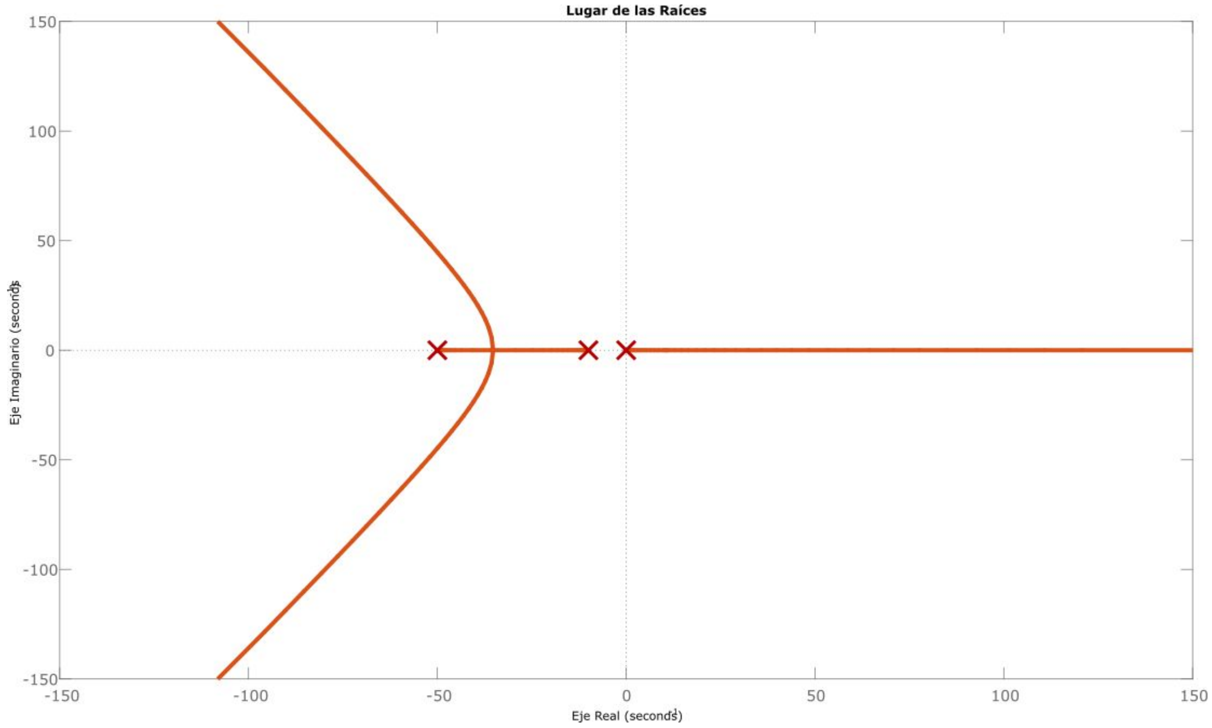
$$C_1(s)G(s) = \frac{-100}{s(s+10)(s+50)}$$



Compensación: Ejercicio 9

LdR:

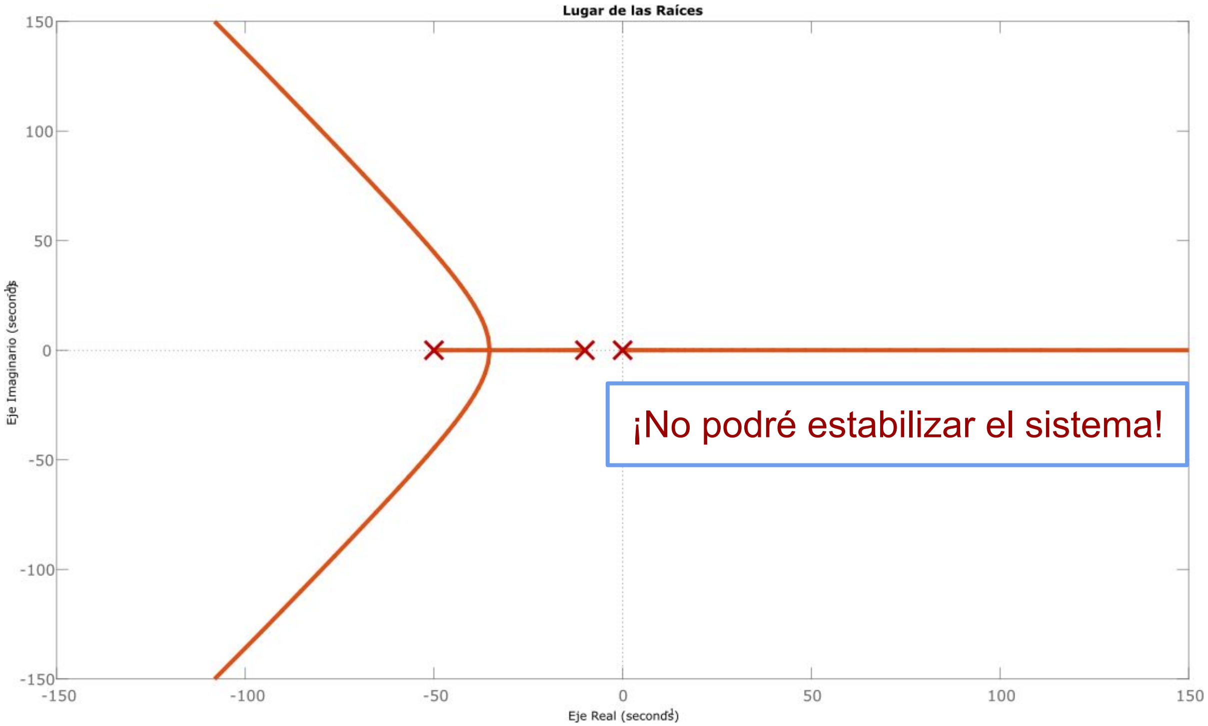
$$C_1(s)G(s) = \frac{-100}{s(s+10)(s+50)}$$



Compensación: Ejercicio 9

LdR:

$$C_1(s)G(s) = \frac{-100}{s(s+10)(s+50)}$$

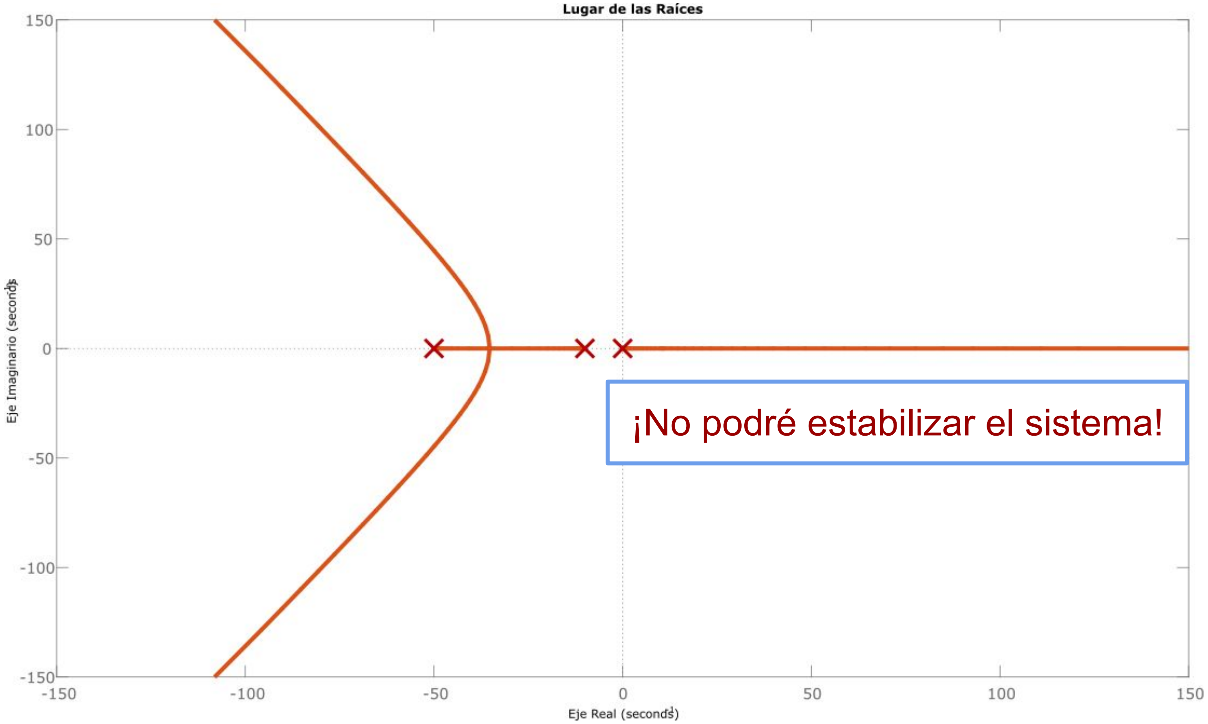


¡No podré estabilizar el sistema!

Compensación: Ejercicio 9

LdR:

$$\cancel{C_1(s)G(s) = \frac{-100}{s(s+10)(s+50)}}$$

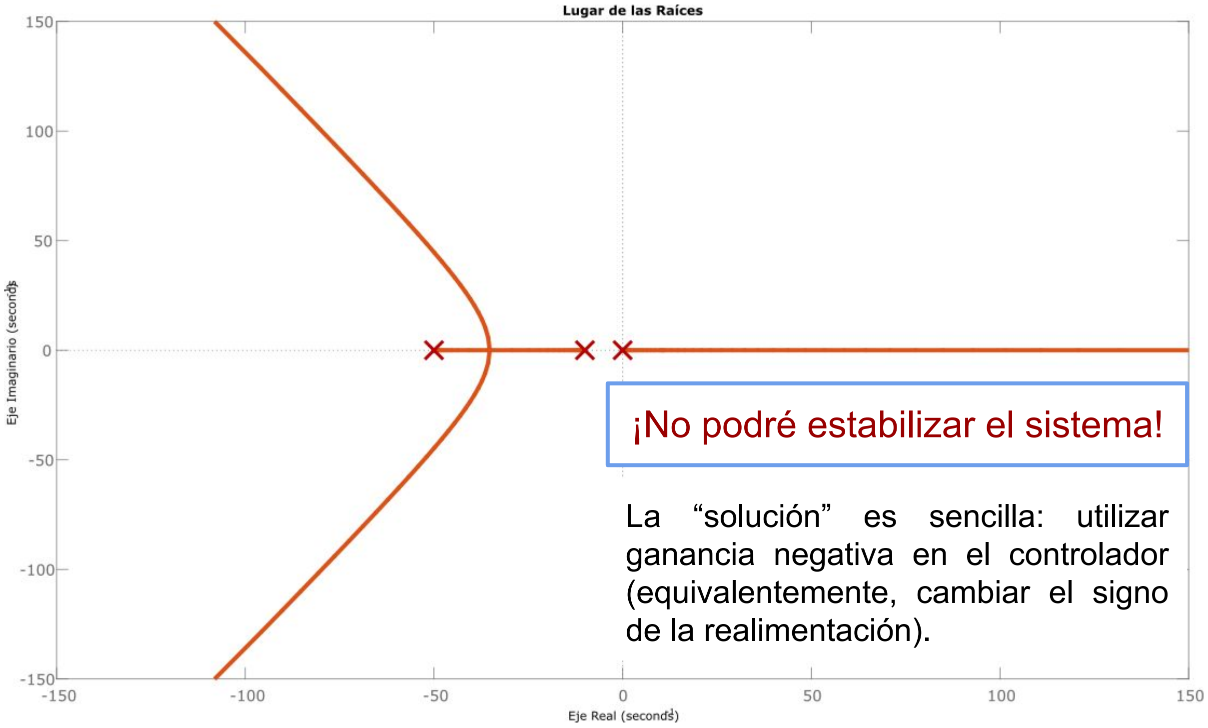


¡No podré estabilizar el sistema!

Compensación: Ejercicio 9

LdR:

$$\cancel{C_1(s)G(s) = \frac{-100}{s(s+10)(s+50)}}$$



¡No podré estabilizar el sistema!

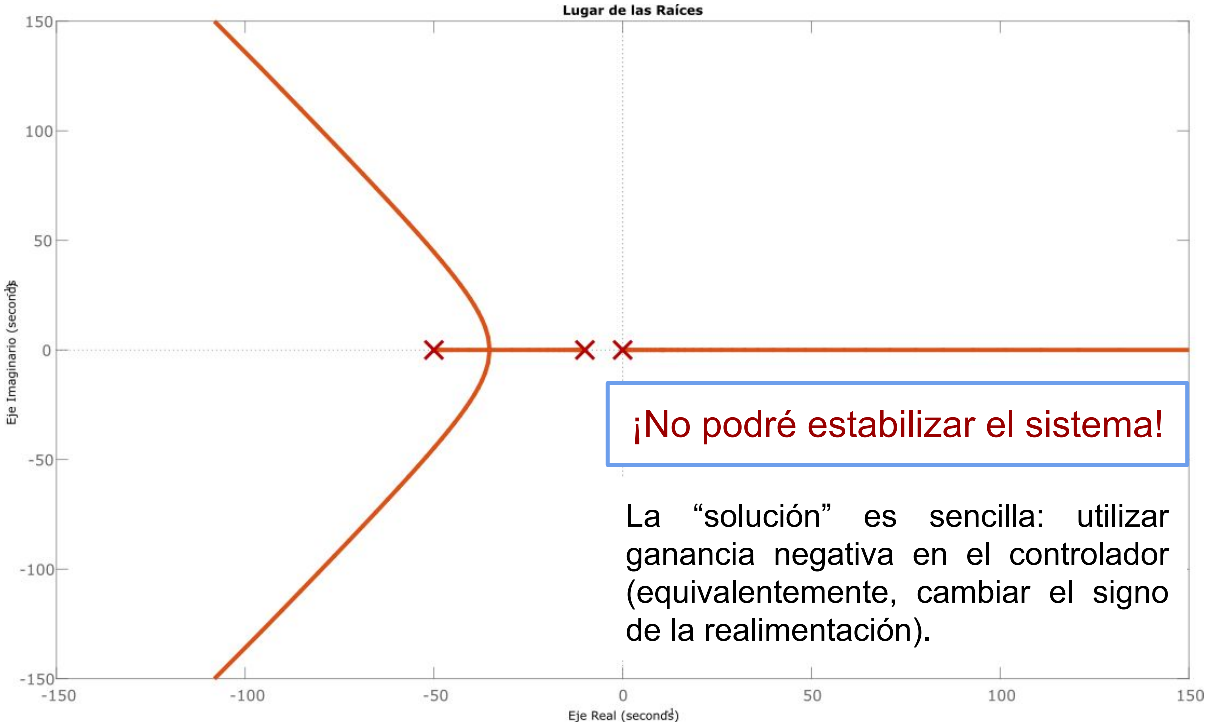
La "solución" es sencilla: utilizar ganancia negativa en el controlador (equivalentemente, cambiar el signo de la realimentación).

Compensación: Ejercicio 9

LdR:

$$\cancel{C_1(s)G(s) = \frac{-100}{s(s+10)(s+50)}}$$

$$C_1(s) = \frac{-1}{s}$$



¡No podré estabilizar el sistema!

La “solución” es sencilla: utilizar ganancia negativa en el controlador (equivalentemente, cambiar el signo de la realimentación).

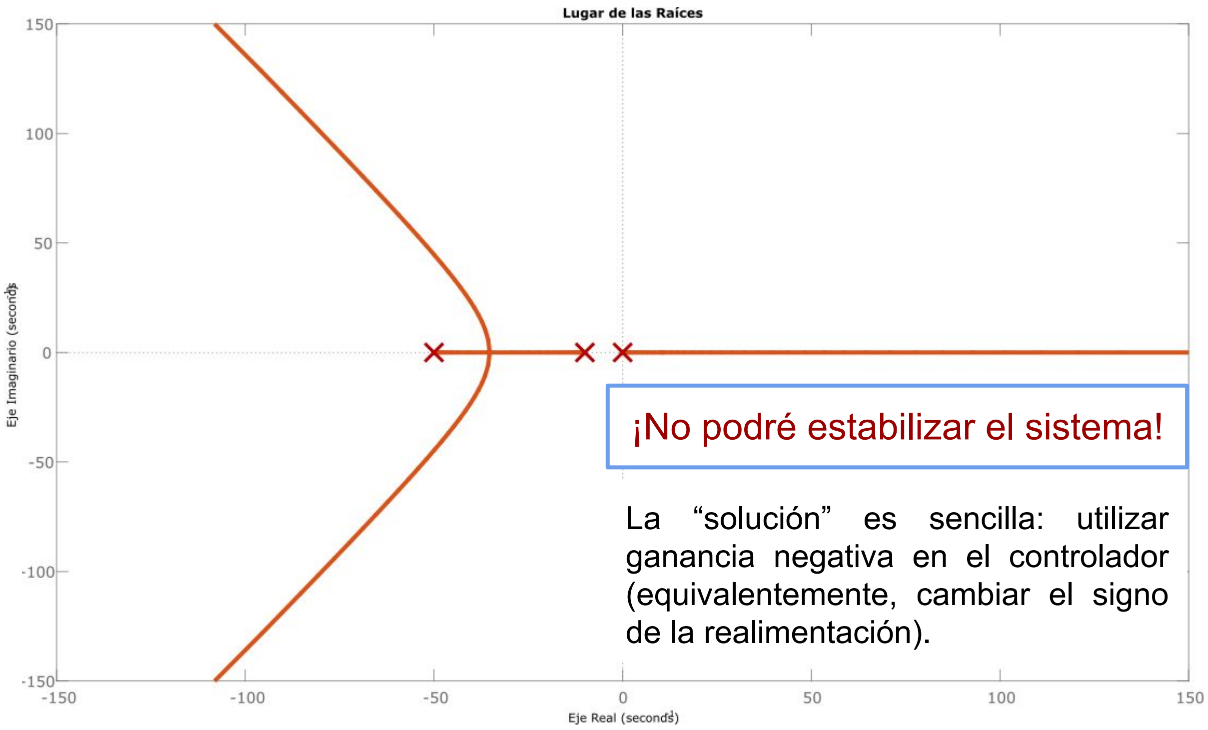
Compensación: Ejercicio 9

LdR:

$$\cancel{C_1(s)G(s) = \frac{-100}{s(s+10)(s+50)}}$$

$$C_1(s) = \frac{-1}{s}$$

$$C_1(s)G(s) = \frac{100}{s(s+10)(s+50)}$$



¡No podré estabilizar el sistema!

La “solución” es sencilla: utilizar ganancia negativa en el controlador (equivalentemente, cambiar el signo de la realimentación).

Compensación: Ejercicio 9

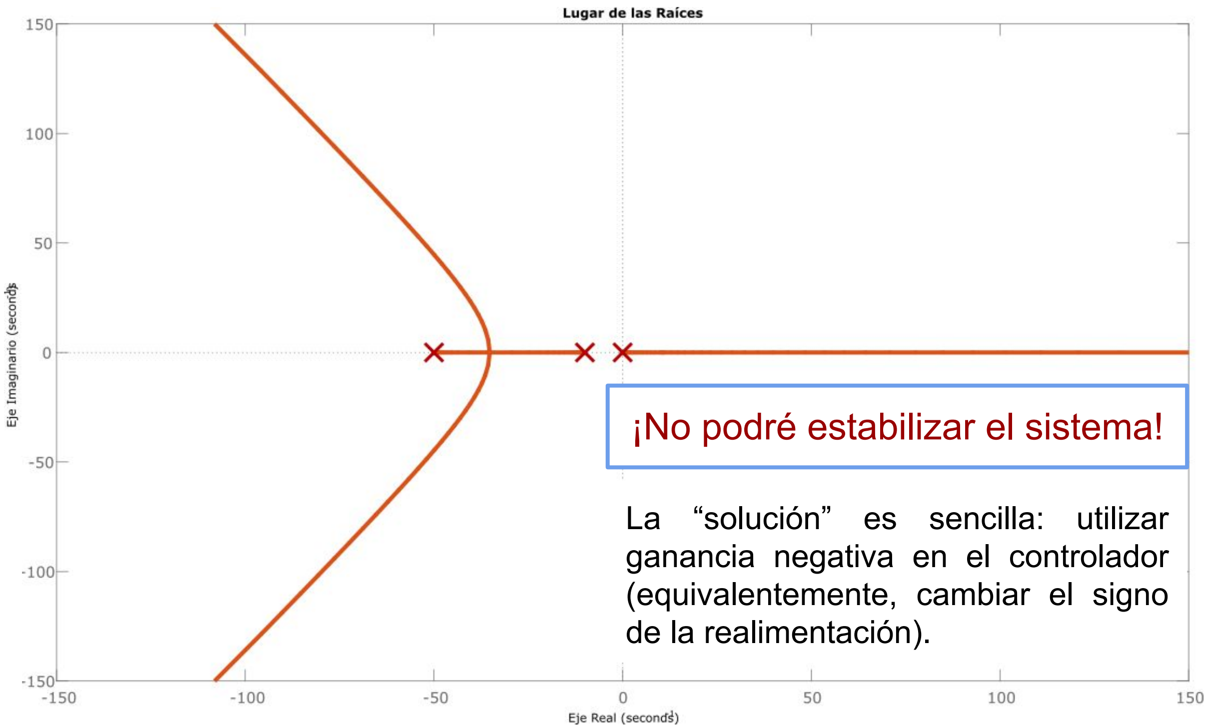
LdR:

$$\cancel{C_1(s)G(s) = \frac{-100}{s(s+10)(s+50)}}$$

$$C_1(s) = \frac{-1}{s}$$

$$C_1(s)G(s) = \frac{100}{s(s+10)(s+50)}$$

¿Cómo queda el LdR?



¡No podré estabilizar el sistema!

La “solución” es sencilla: utilizar ganancia negativa en el controlador (equivalentemente, cambiar el signo de la realimentación).

Compensación: Ejercicio 9

Una vez “resuelto” el error de estado estacionario, debemos definir por dónde continuar.

Compensación: Ejercicio 9

Una vez “resuelto” el error de estado estacionario, debemos definir por dónde continuar.

→ Analizar posibles caminos para cada especificación.

Compensación: Ejercicio 9

Una vez “resuelto” el error de estado estacionario, debemos definir por dónde continuar.

→ Analizar posibles caminos para cada especificación.

b) Error de estado estacionario a la rampa igual a 0,02;

Compensación: Ejercicio 9

Una vez “resuelto” el error de estado estacionario, debemos definir por dónde continuar.

→ Analizar posibles caminos para cada especificación.

b) Error de estado estacionario a la rampa igual a 0,02;

→ ¿Qué valor de ganancia necesitaría?

Compensación: Ejercicio 9

Una vez “resuelto” el error de estado estacionario, debemos definir por dónde continuar.

→ Analizar posibles caminos para cada especificación.

b) Error de estado estacionario a la rampa igual a 0,02;

→ ¿Qué valor de ganancia necesitaría?

$$C_1(s)G(s) = \frac{100}{s(s+10)(s+50)} \quad \Rightarrow \quad K_v = \lim_{s \to 0} s \frac{100K}{s(s+10)(s+50)}$$

Compensación: Ejercicio 9

Una vez “resuelto” el error de estado estacionario, debemos definir por dónde continuar.

→ Analizar posibles caminos para cada especificación.

b) Error de estado estacionario a la rampa igual a 0,02;

→ ¿Qué valor de ganancia necesitaría?

$$C_1(s)G(s) = \frac{100}{s(s+10)(s+50)} \quad \Rightarrow \quad K_v = \lim_{s\to 0} \frac{100K}{(s+10)(s+50)}$$

Compensación: Ejercicio 9

Una vez “resuelto” el error de estado estacionario, debemos definir por dónde continuar.

→ Analizar posibles caminos para cada especificación.

b) Error de estado estacionario a la rampa igual a 0,02;

→ ¿Qué valor de ganancia necesitaría?

$$C_1(s)G(s) = \frac{100}{s(s+10)(s+50)} \quad \Rightarrow \quad K_v = \lim_{s\to 0} \frac{100K}{(s+10)(s+50)} = \frac{K}{5}$$

Compensación: Ejercicio 9

Una vez “resuelto” el error de estado estacionario, debemos definir por dónde continuar.

→ Analizar posibles caminos para cada especificación.

b) Error de estado estacionario a la rampa igual a 0,02;

→ ¿Qué valor de ganancia necesitaría?

$$C_1(s)G(s) = \frac{100}{s(s+10)(s+50)} \quad \Rightarrow \quad K_v = \lim_{s\to 0} \frac{100K}{(s+10)(s+50)} = \frac{K}{5}$$

$$e_{ee,ramp} = \frac{1}{K_v}$$

Compensación: Ejercicio 9

Una vez “resuelto” el error de estado estacionario, debemos definir por dónde continuar.

→ Analizar posibles caminos para cada especificación.

b) Error de estado estacionario a la rampa igual a 0,02;

→ ¿Qué valor de ganancia necesitaría?

$$C_1(s)G(s) = \frac{100}{s(s+10)(s+50)} \quad \Rightarrow \quad K_v = \lim_{s\to 0} \frac{100K}{(s+10)(s+50)} = \frac{K}{5}$$

$$e_{ee,ramp} = \frac{1}{K_v} = \frac{5}{K} = 0{,}02$$

Compensación: Ejercicio 9

Una vez "resuelto" el error de estado estacionario, debemos definir por dónde continuar.

→ Analizar posibles caminos para cada especificación.

b) Error de estado estacionario a la rampa igual a 0,02;

→ ¿Qué valor de ganancia necesitaría?

$$C_1(s)G(s) = \frac{100}{s(s+10)(s+50)} \quad \Rightarrow \quad K_v = \lim_{s \to 0} \frac{100K}{(s+10)(s+50)} = \frac{K}{5}$$

$$e_{ee,ramp} = \frac{1}{K_v} = \frac{5}{K} = 0{,}02 \quad \Rightarrow \quad K = 250$$

Compensación: Ejercicio 9

Una vez “resuelto” el error de estado estacionario, debemos definir por dónde continuar.

→ Analizar posibles caminos para cada especificación.

b) Error de estado estacionario a la rampa igual a 0,02;

→ ¿Qué valor de ganancia necesitaría?

$$C_1(s)G(s) = \frac{100}{s(s+10)(s+50)} \Rightarrow K_v = \lim_{s\to 0} \frac{100K}{(s+10)(s+50)} = \frac{K}{5}$$

$$e_{ee,ramp} = \frac{1}{K_v} = \frac{5}{K} = 0{,}02 \Rightarrow K = 250 \approx 48dB$$

Compensación: Ejercicio 9

c) Rechazo a perturbaciones de 60dB en la banda (0; 1rad/s];

Compensación: Ejercicio 9

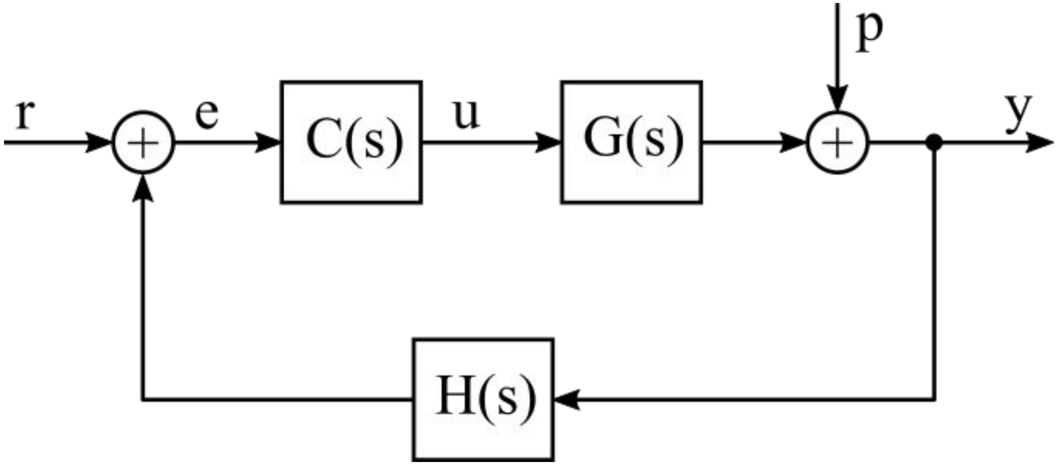
c) Rechazo a perturbaciones de 60dB en la banda (0; 1rad/s];

¿De qué hablamos cuando hablamos de “perturbaciones aditivas a la salida”?

Compensación: Ejercicio 9

c) Rechazo a perturbaciones de 60dB en la banda (0; 1rad/s];

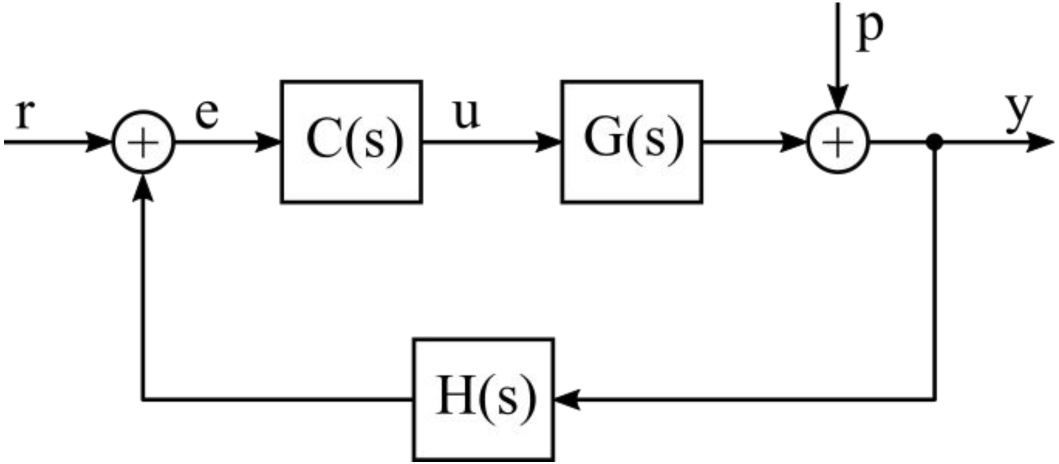
¿De qué hablamos cuando hablamos de “perturbaciones aditivas a la salida”?



Compensación: Ejercicio 9

c) Rechazo a perturbaciones de 60dB en la banda (0; 1rad/s];

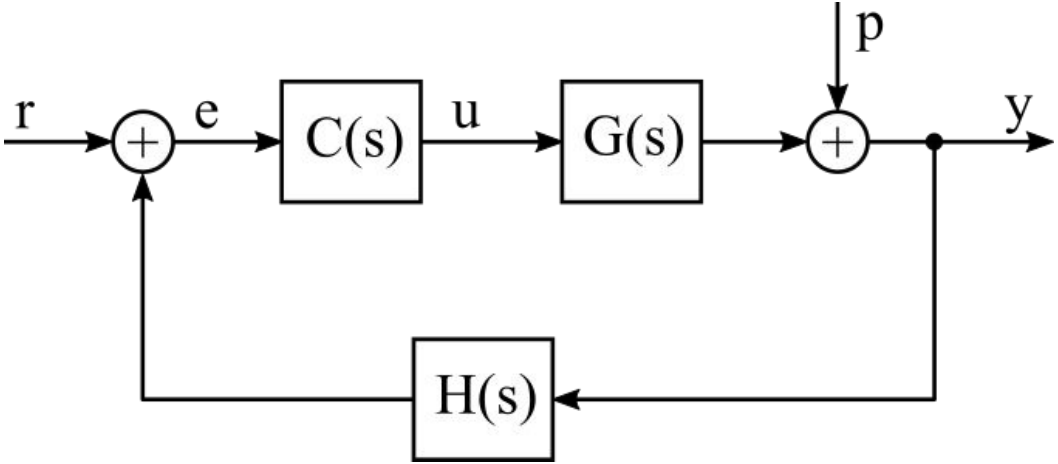
$$\frac{Y(s)}{P(s)} = ?$$



Compensación: Ejercicio 9

c) Rechazo a perturbaciones de 60dB en la banda (0; 1rad/s];

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}$$

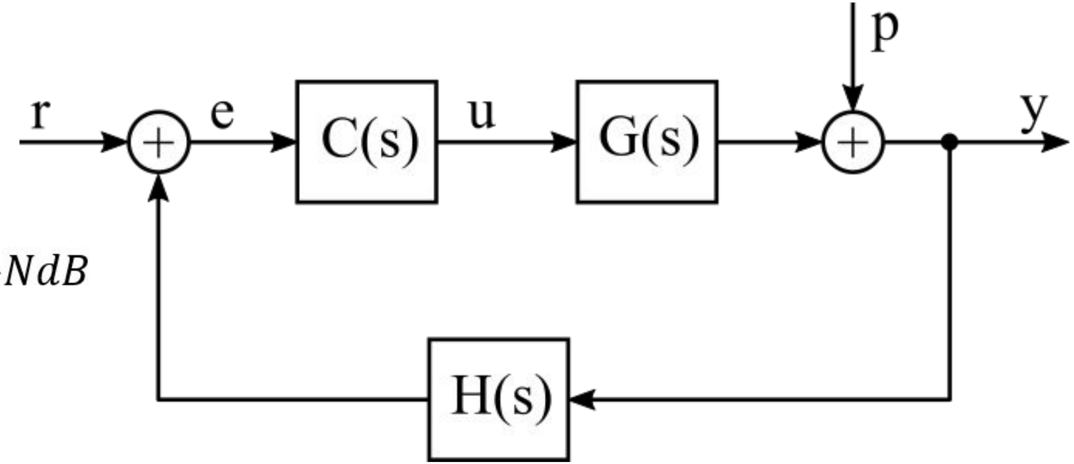


Compensación: Ejercicio 9

c) Rechazo a perturbaciones de 60dB en la banda (0; 1rad/s];

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}$$

$$\left|\frac{Y(s)}{P(s)}\right| = \left|\frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}\right| < -NdB$$



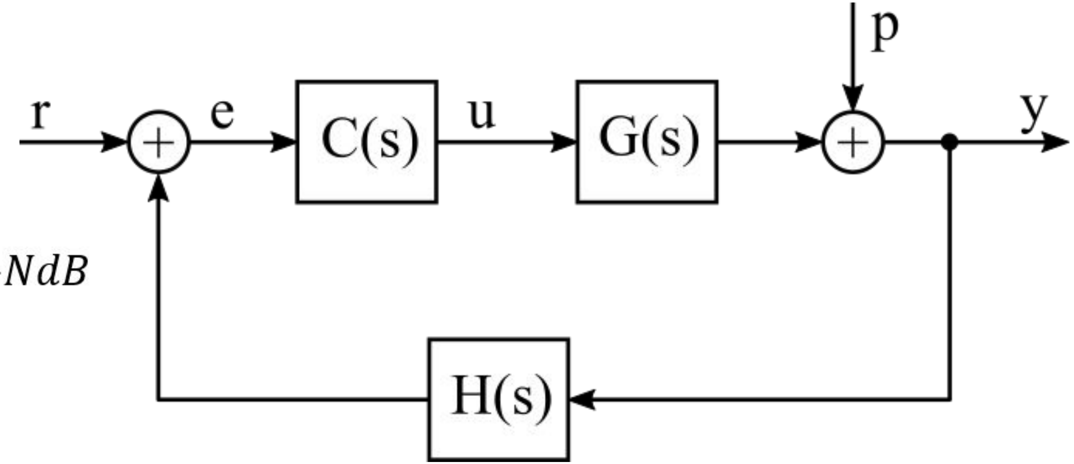
Compensación: Ejercicio 9

c) Rechazo a perturbaciones de 60dB en la banda (0; 1rad/s];

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}$$

$$\left|\frac{Y(s)}{P(s)}\right| = \left|\frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}\right| < -NdB$$

$$|1 + C(s)G(s)H(s)| > NdB$$



Compensación: Ejercicio 9

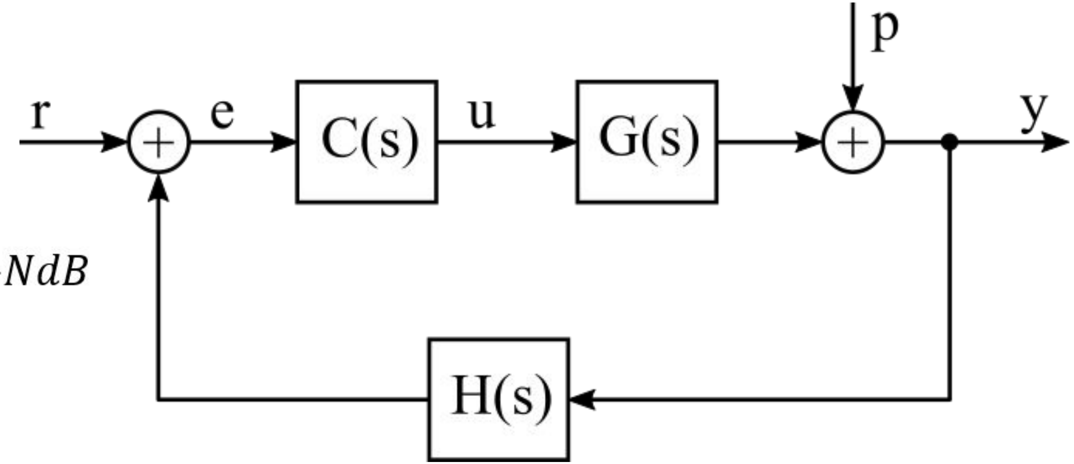
c) Rechazo a perturbaciones de 60dB en la banda (0; 1rad/s];

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}$$

$$\left|\frac{Y(s)}{P(s)}\right| = \left|\frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}\right| < -NdB$$

$$|1 + C(s)G(s)H(s)| > NdB$$

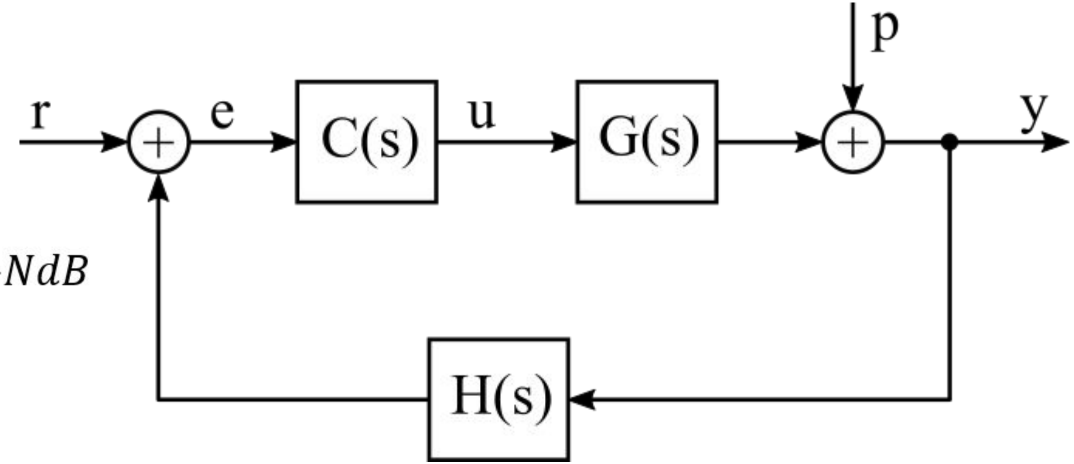
$$|C(s)G(s)H(s)| > NdB$$



Compensación: Ejercicio 9

c) Rechazo a perturbaciones de 60dB en la banda (0; 1rad/s];

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}$$



$$\left|\frac{Y(s)}{P(s)}\right| = \left|\frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}\right| < -NdB$$

$$|1 + C(s)G(s)H(s)| > NdB$$

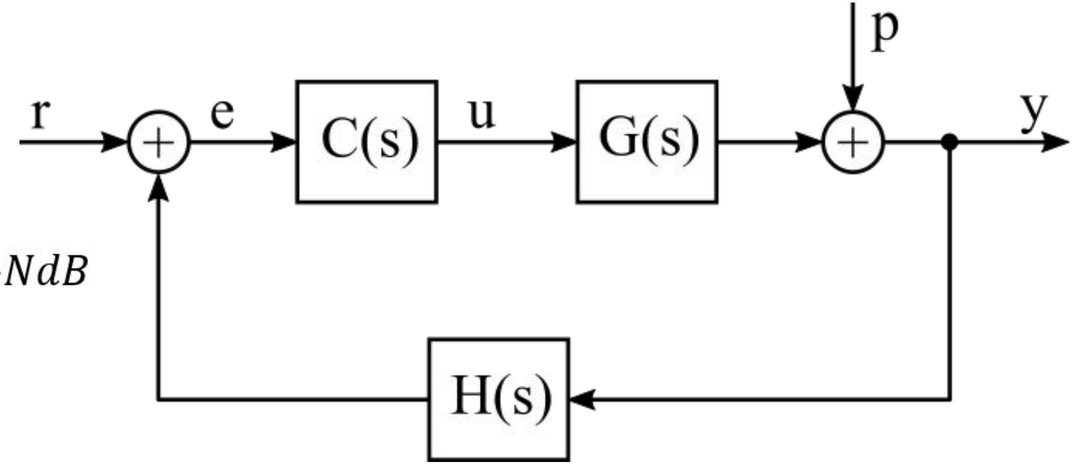
$$|C(s)G(s)H(s)| > NdB$$

Siempre en un rango de frecuencia

Compensación: Ejercicio 9

c) Rechazo a perturbaciones de 60dB en la banda (0; 1rad/s];

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}$$



$$\left|\frac{Y(s)}{P(s)}\right| = \left|\frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}\right| < -NdB$$

$$|1 + C(s)G(s)H(s)| > NdB$$

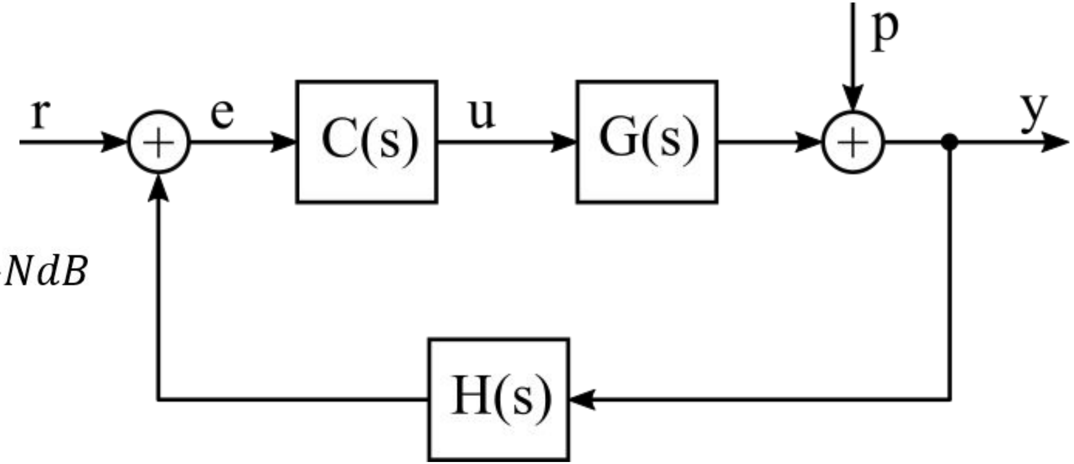
$$|C(s)G(s)H(s)| > NdB \qquad \Rightarrow \qquad |C(s)G(s)| > 60dB$$

Siempre en un rango de frecuencia

Compensación: Ejercicio 9

c) Rechazo a perturbaciones de 60dB en la banda (0; 1rad/s];

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}$$



$$\left|\frac{Y(s)}{P(s)}\right| = \left|\frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}\right| < -NdB$$

$$|1 + C(s)G(s)H(s)| > NdB$$

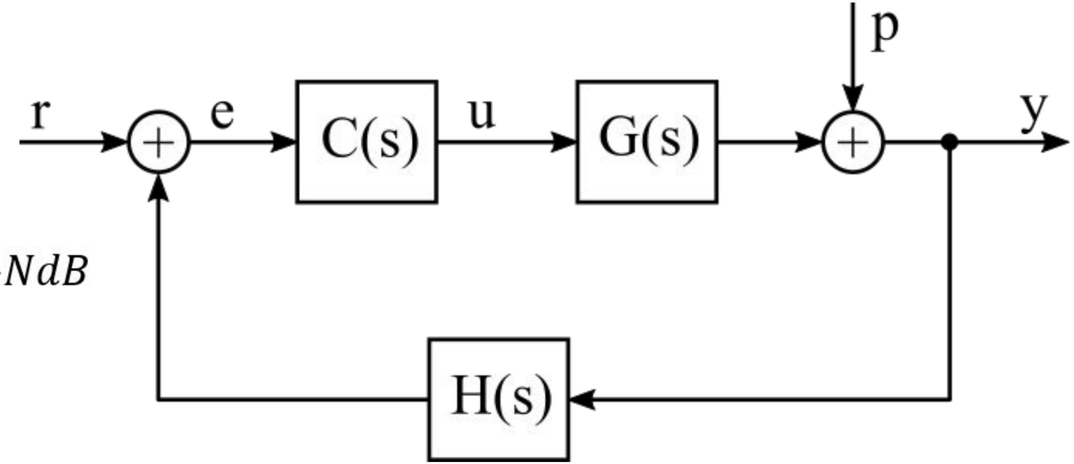
$$|C(s)G(s)H(s)| > NdB \quad \Rightarrow \quad |C(s)G(s)| > 60dB \quad \Rightarrow \quad \textbf{Bode}$$

Siempre en un rango de frecuencia

Compensación: Ejercicio 9

c) Rechazo a perturbaciones de 60dB en la banda (0; 1rad/s];

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}$$



$$\left|\frac{Y(s)}{P(s)}\right| = \left|\frac{1}{1 + C(s)G(s)H(s)}\right| < -NdB$$

$$|1 + C(s)G(s)H(s)| > NdB$$

$$|C(s)G(s)H(s)| > NdB \quad \Rightarrow \quad |C(s)G(s)| > 60dB \quad \Rightarrow \quad \textbf{Bode}$$

Siempre en un rango de frecuencia

Para resolver d) también usaremos el Bode

Compensación: Ejercicio 9

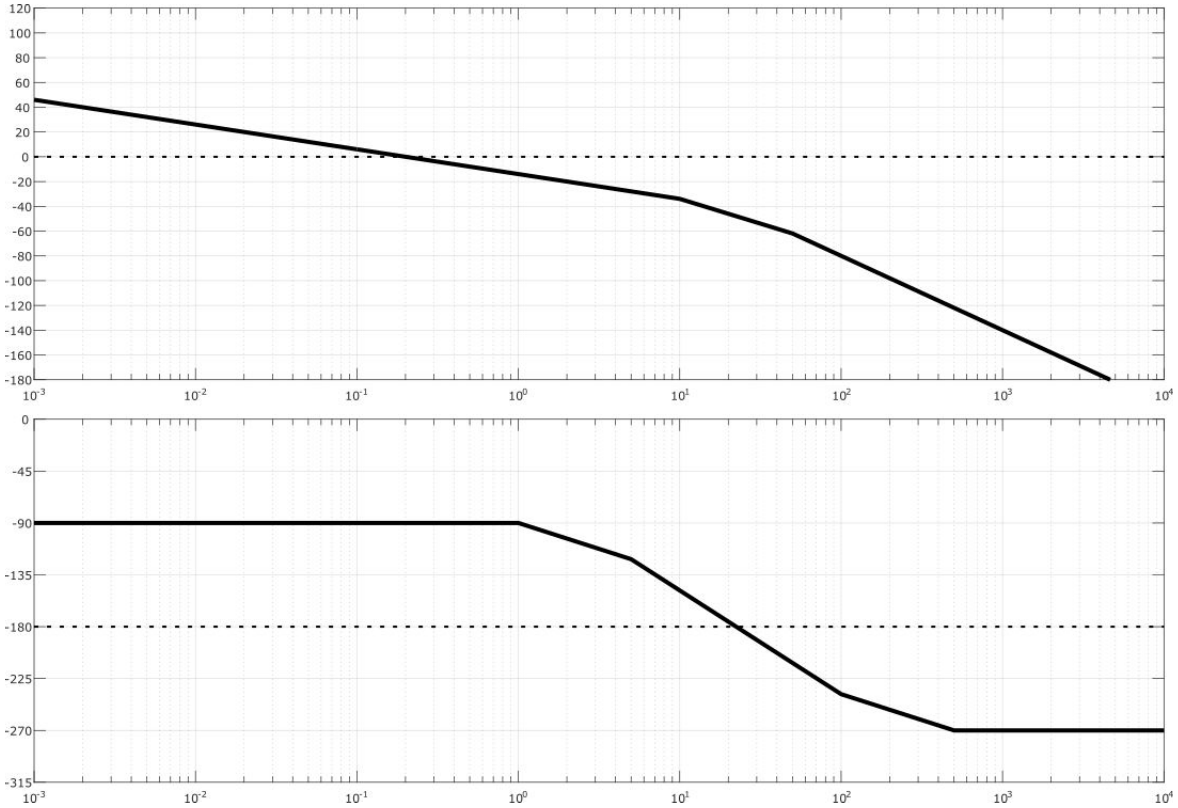
$$C_1(s)G(s) = \frac{100}{s(s+10)(s+50)}$$

Compensación: Ejercicio 9

$$C_1(s)G(s) = \frac{1/5}{s(1+\mathrm{s}/10)(1+\mathrm{s}/50)}$$

Compensación: Ejercicio 9

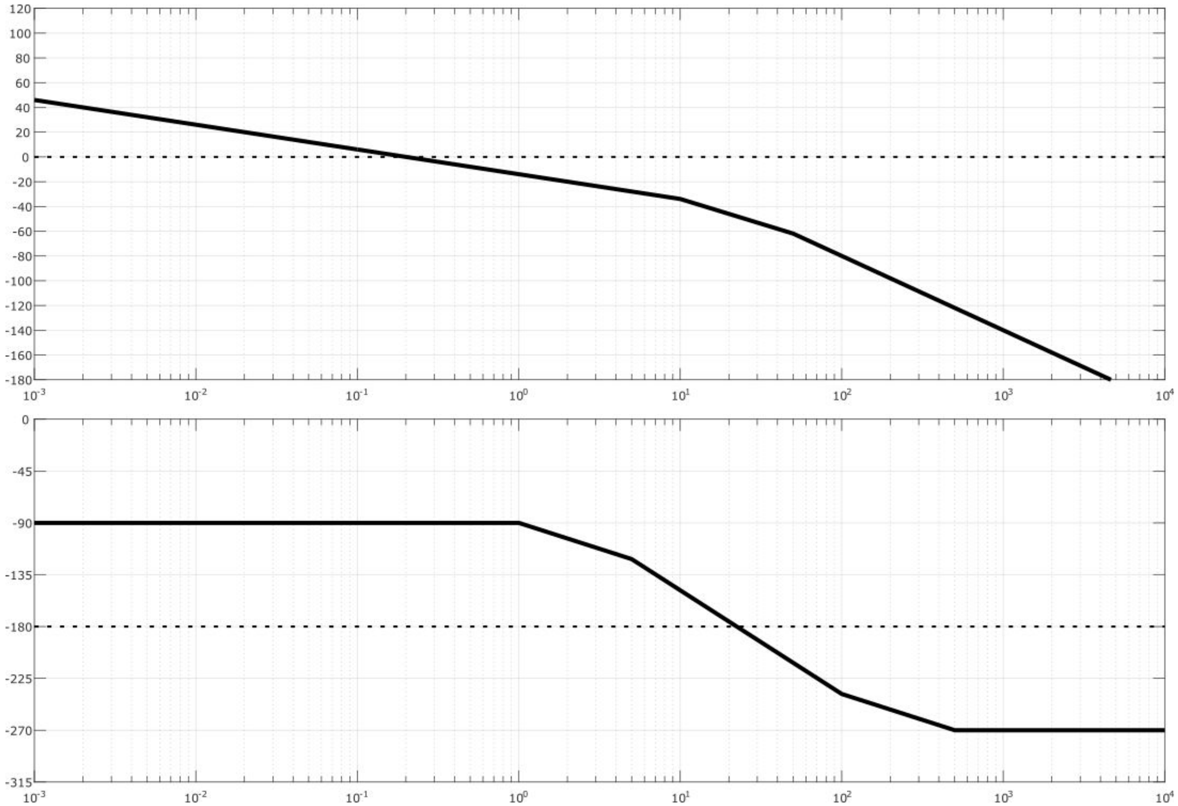
$$C_1(s)G(s) = \frac{1/5}{s(1+\mathrm{s}/10)(1+\mathrm{s}/50)}$$



Compensación: Ejercicio 9

$$C_1(s)G(s) = \frac{1/5}{s(1 + s/10)(1 + s/50)}$$

Usemos ganancia para resolver b)

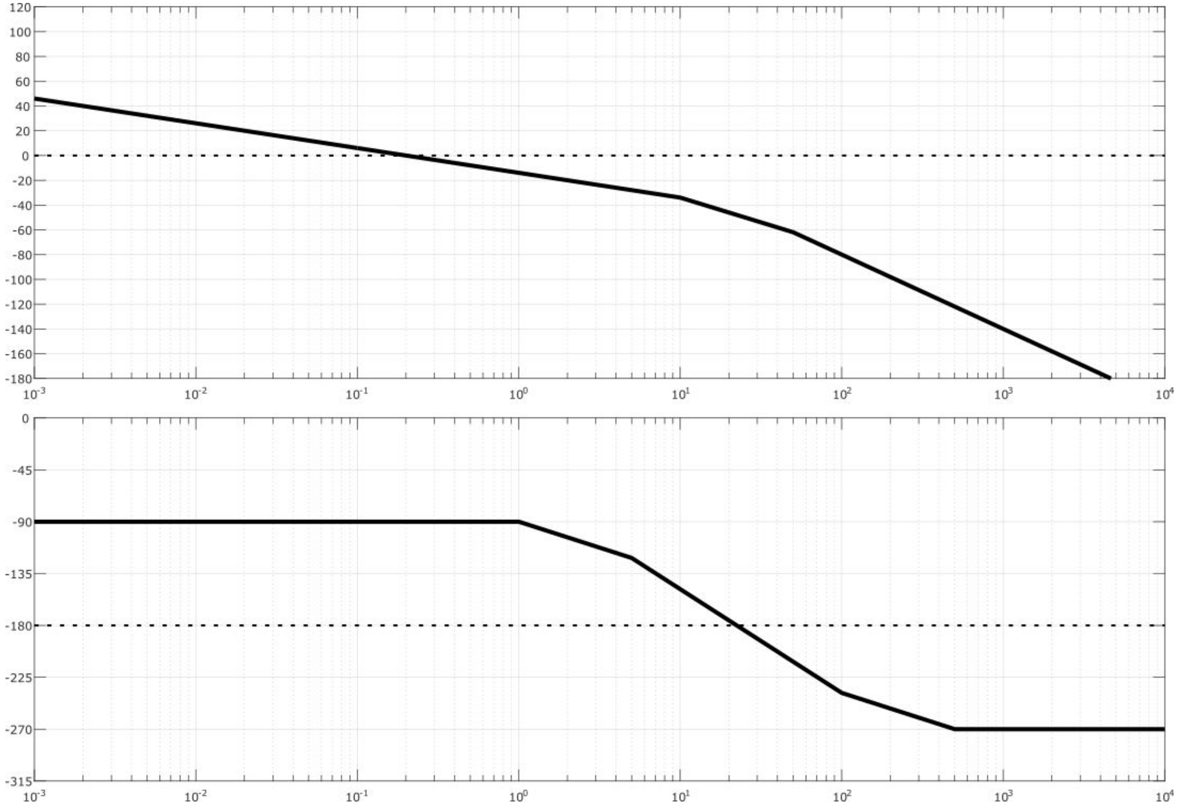


Compensación: Ejercicio 9

$$C_1(s)G(s) = \frac{1/5}{s(1 + s/10)(1 + s/50)}$$

Usemos ganancia para resolver b)

$$C_2(s) = \frac{-250}{s}$$



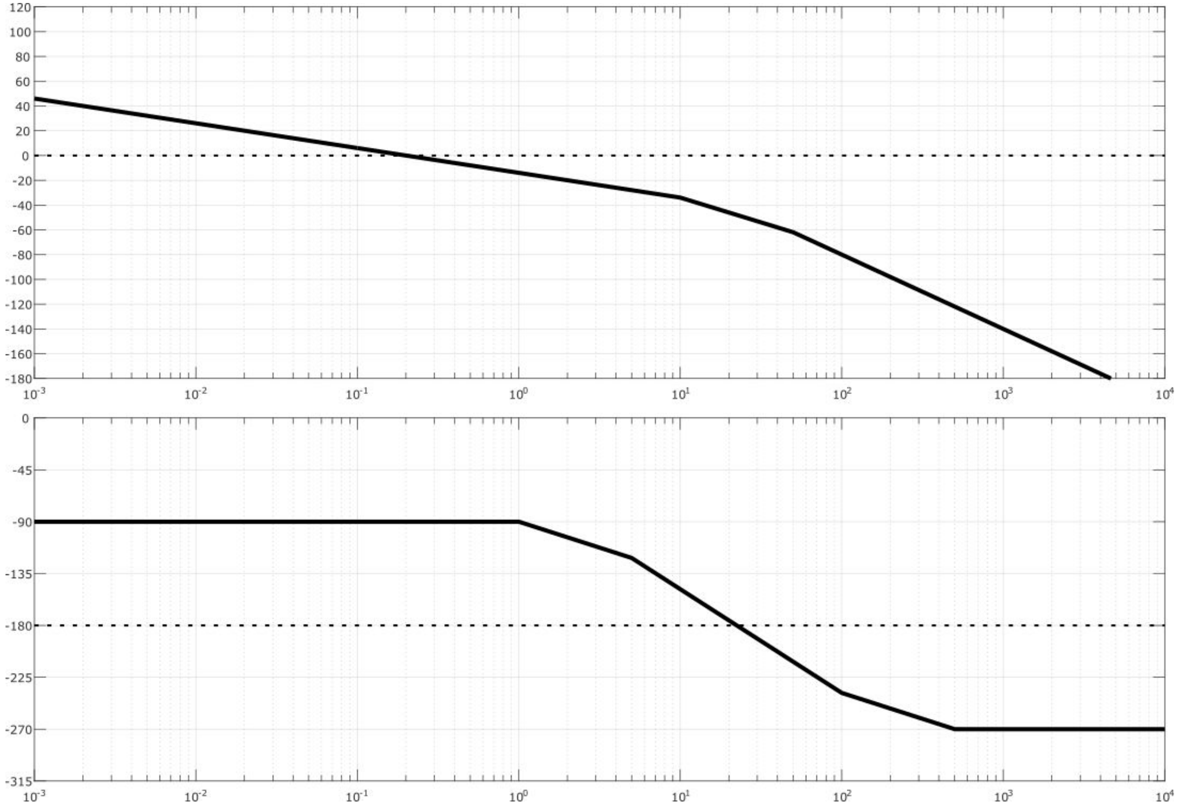
Compensación: Ejercicio 9

$$C_1(s)G(s) = \frac{1/5}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$

Usemos ganancia para resolver b)

$$C_2(s) = \frac{-250}{s}$$

$$C_2(s)G(s) = \frac{50}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$



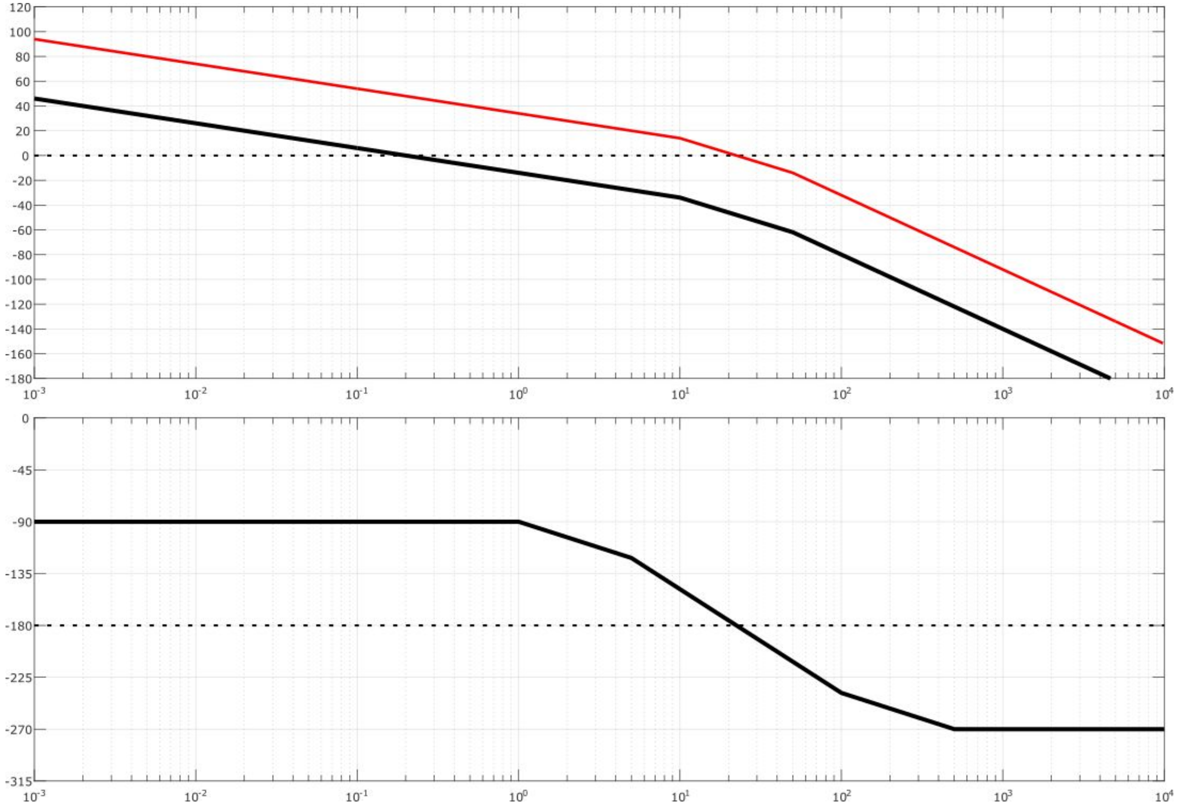
Compensación: Ejercicio 9

$$C_1(s)G(s) = \frac{1/5}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$

Usemos ganancia para resolver b)

$$C_2(s) = \frac{-250}{s}$$

$$C_2(s)G(s) = \frac{50}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$



Compensación: Ejercicio 9

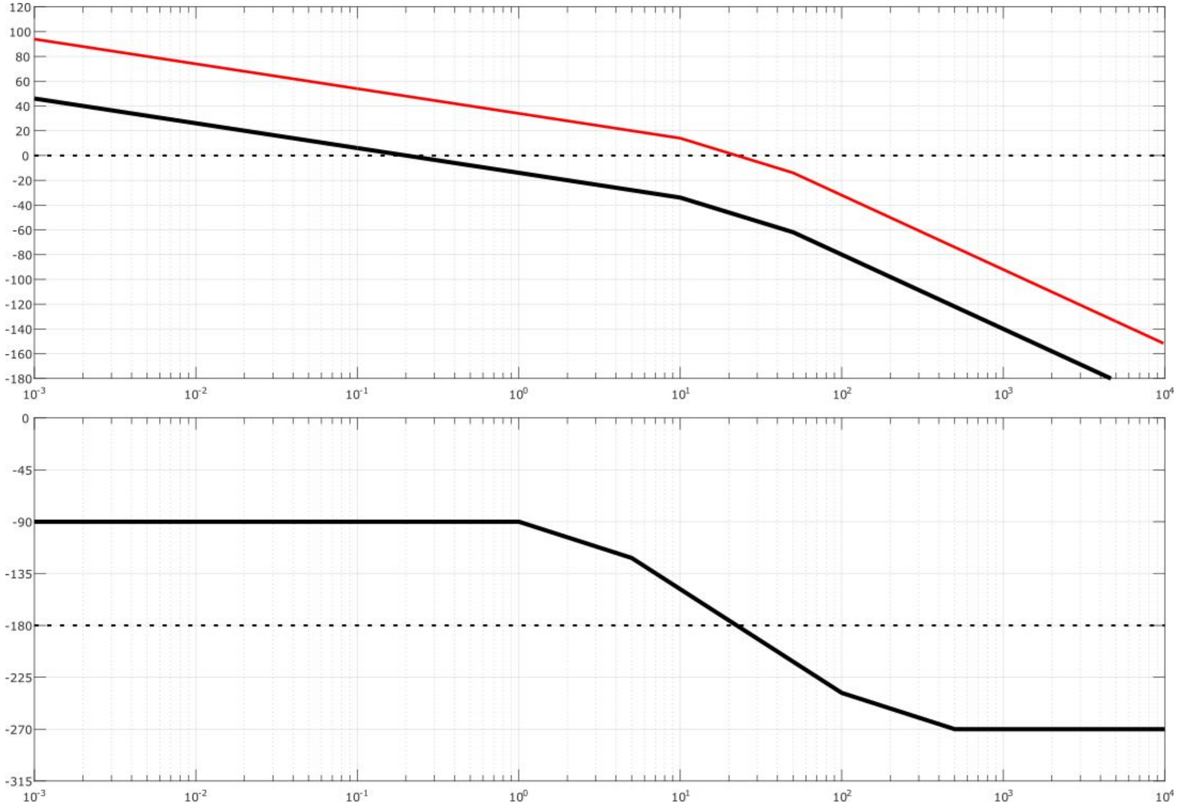
$$C_1(s)G(s) = \frac{1/5}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$

Usemos ganancia para resolver b)

$$C_2(s) = \frac{-250}{s}$$

$$C_2(s)G(s) = \frac{50}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$

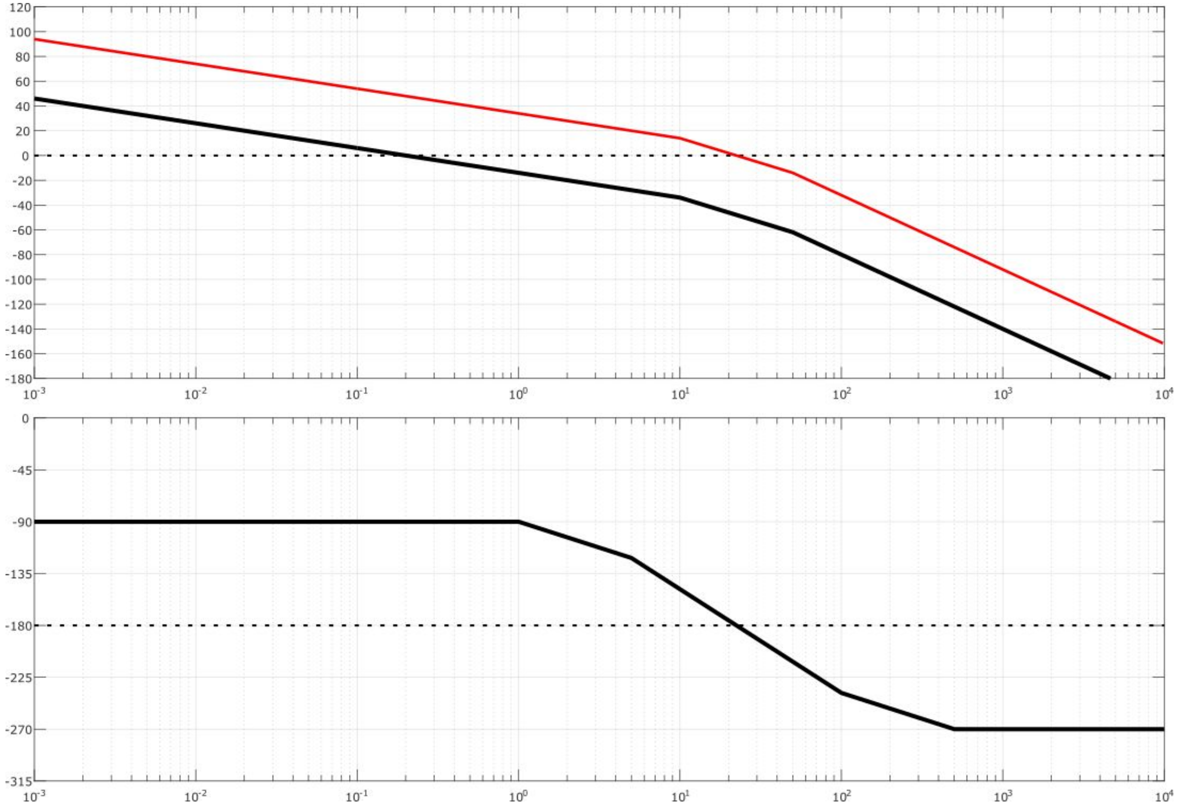
Utilizamos un polo para resolver a), podemos usar un cero para c).



Compensación: Ejercicio 9

$$C_2(s)G(s) = \frac{50}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$

Notar que el bode cruza los 60dB alrededor de los 0,03 rad/seg.

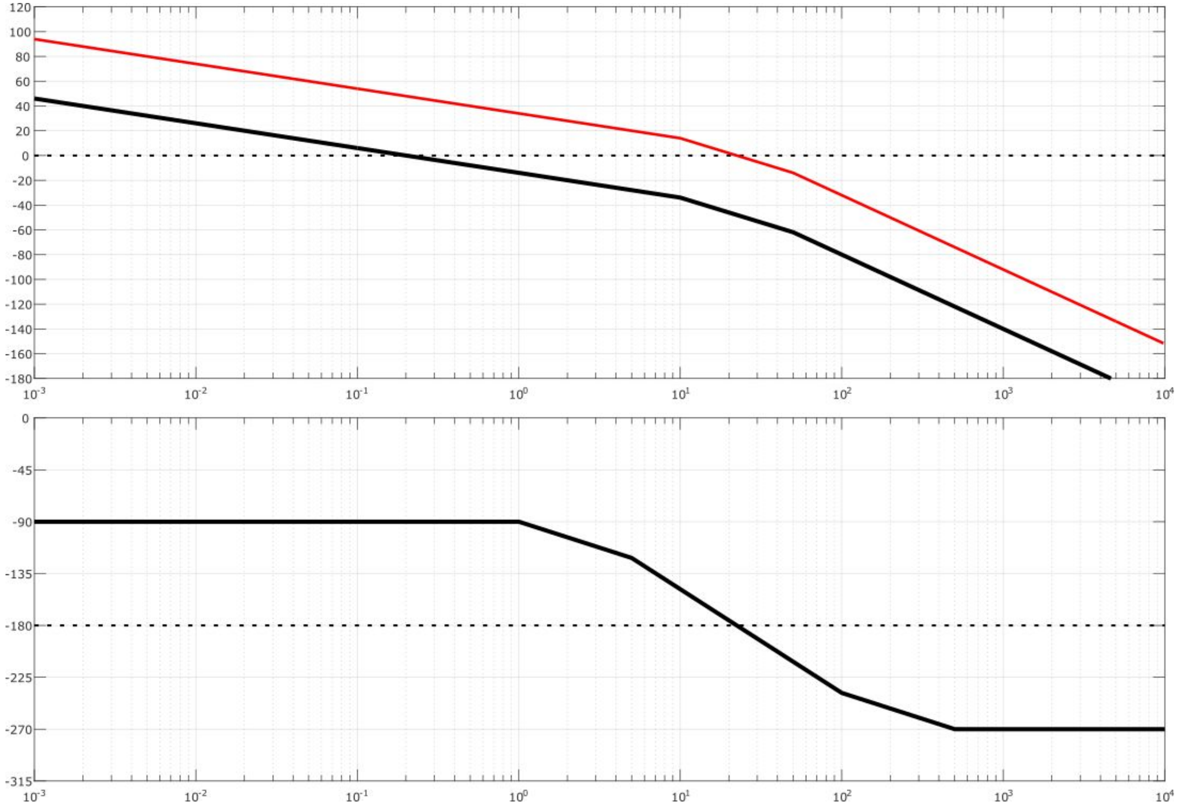


Compensación: Ejercicio 9

$$C_2(s)G(s) = \frac{50}{s(1 + s/10)(1 + s/50)}$$

Notar que el bode cruza los 60dB alrededor de los 0,03 rad/seg.

$$C_3(s) = \frac{-250(1 + s/0{,}03)}{s}$$



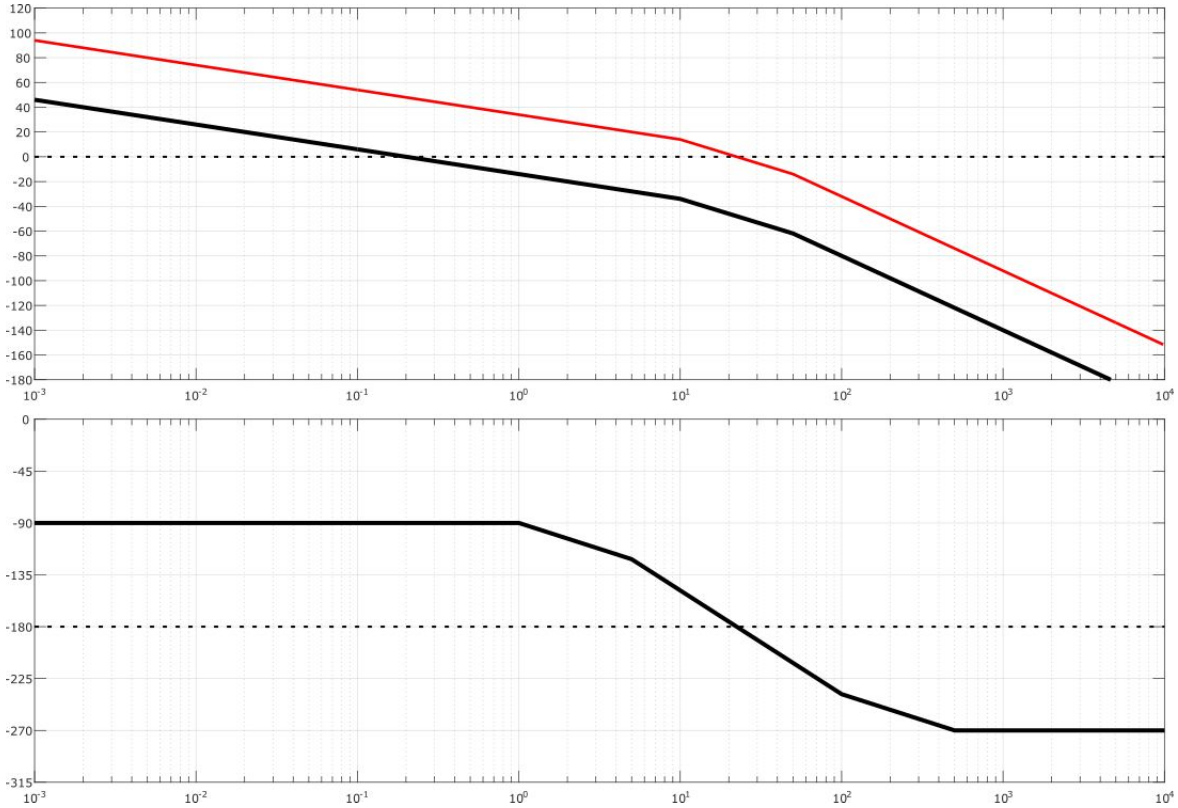
Compensación: Ejercicio 9

$$C_2(s)G(s) = \frac{50}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$

Notar que el bode cruza los 60dB alrededor de los 0,03 rad/seg.

$$C_3(s) = \frac{-250(1+s/0{,}03)}{s}$$

$$C_3(s)G(s) = \frac{50(1+s/0{,}03)}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$



Compensación: Ejercicio 9

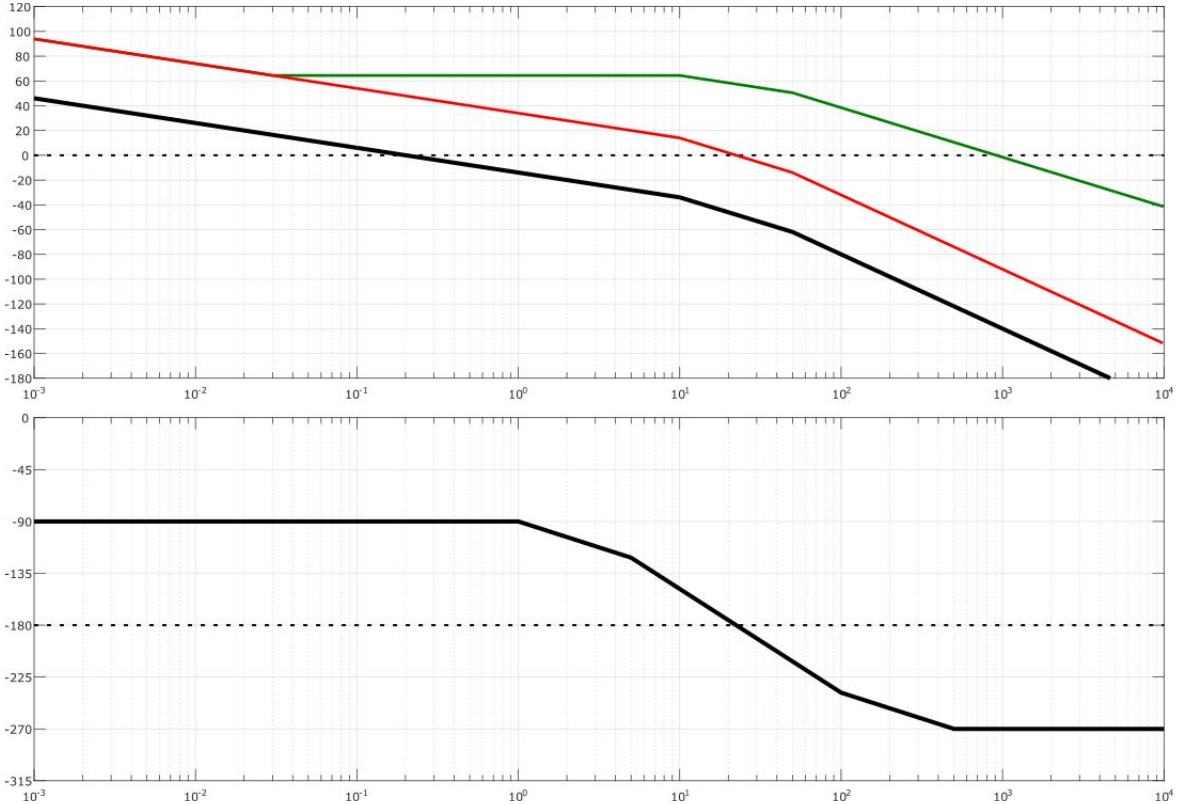
$$C_2(s)G(s) = \frac{50}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$

Notar que el bode cruza los 60dB alrededor de los 0,03 rad/seg.

$$C_3(s) = \frac{-250(1+s/0{,}03)}{s}$$

$$\Downarrow$$

$$C_3(s)G(s) = \frac{50(1+s/0{,}03)}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$



Compensación: Ejercicio 9

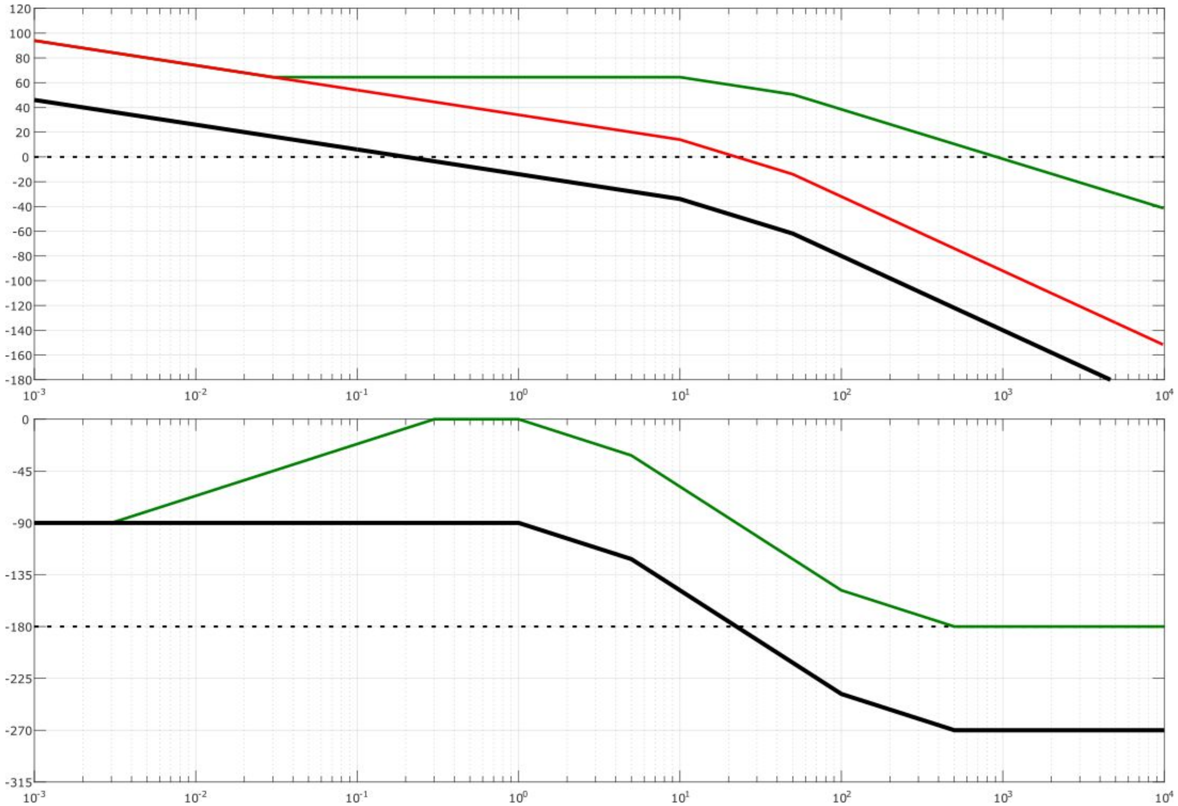
$$C_2(s)G(s) = \frac{50}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$

Notar que el bode cruza los 60dB alrededor de los 0,03 rad/seg.

$$C_3(s) = \frac{-250(1+s/0,03)}{s}$$

$$\Downarrow$$

$$C_3(s)G(s) = \frac{50(1+s/0,03)}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$



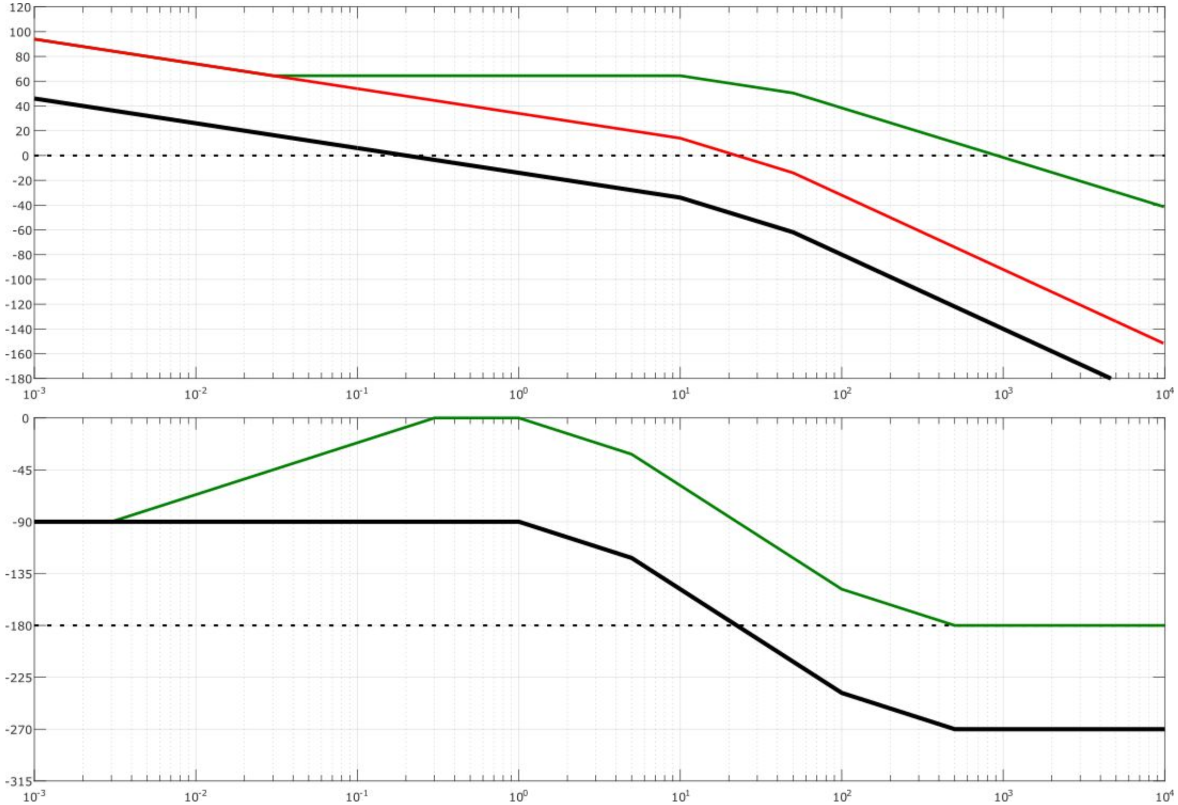
Compensación: Ejercicio 9

$$C_2(s)G(s) = \frac{50}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$

Notar que el bode cruza los 60dB alrededor de los 0,03 rad/seg.

$$C_3(s) = \frac{-250(1+s/0{,}03)}{s}$$

$$C_3(s)G(s) = \frac{50(1+s/0{,}03)}{s(1+s/10)(1+s/50)}$$

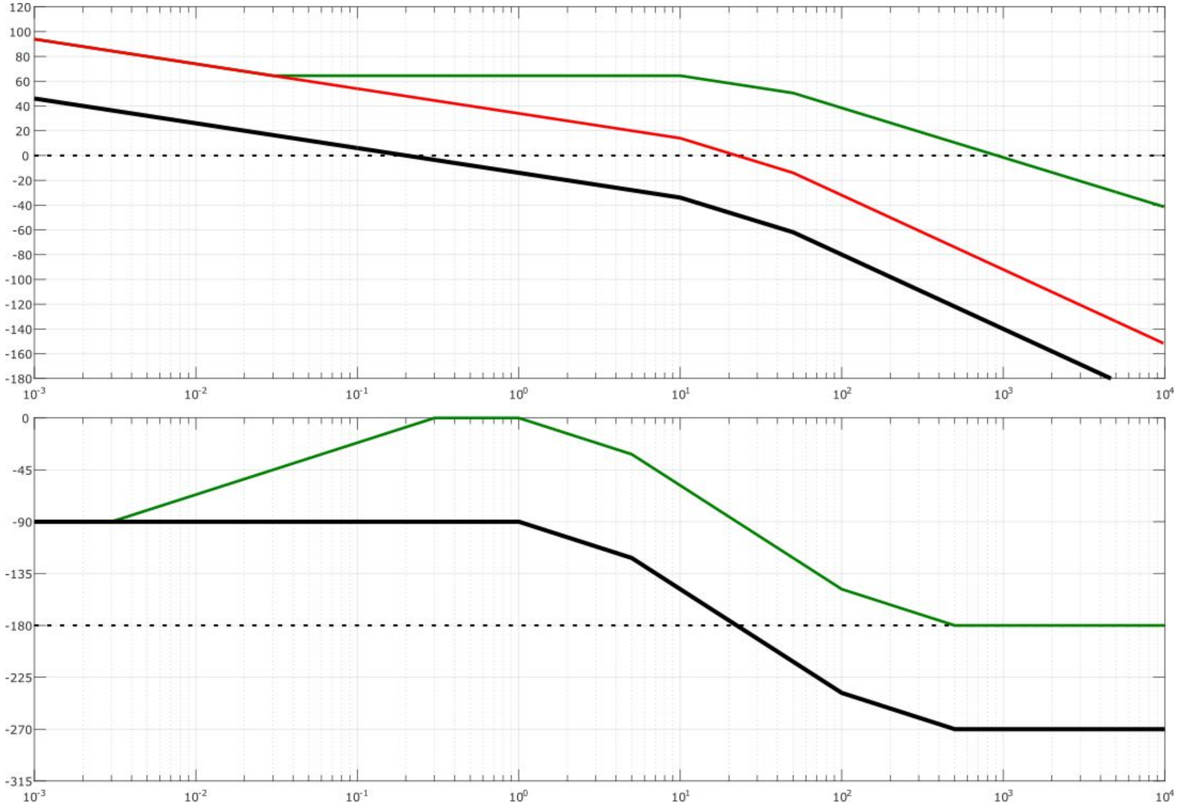


→ d) Compensador de adelanto

Compensación: Ejercicio 9

$$C_3(s)G(s) = \frac{50(1 + s/0{,}03)}{s(1 + s/10)(1 + s/50)}$$

Diseño el compensador para que aporte 45°. La frecuencia de corte es aproximadamente 1000 rad/seg.

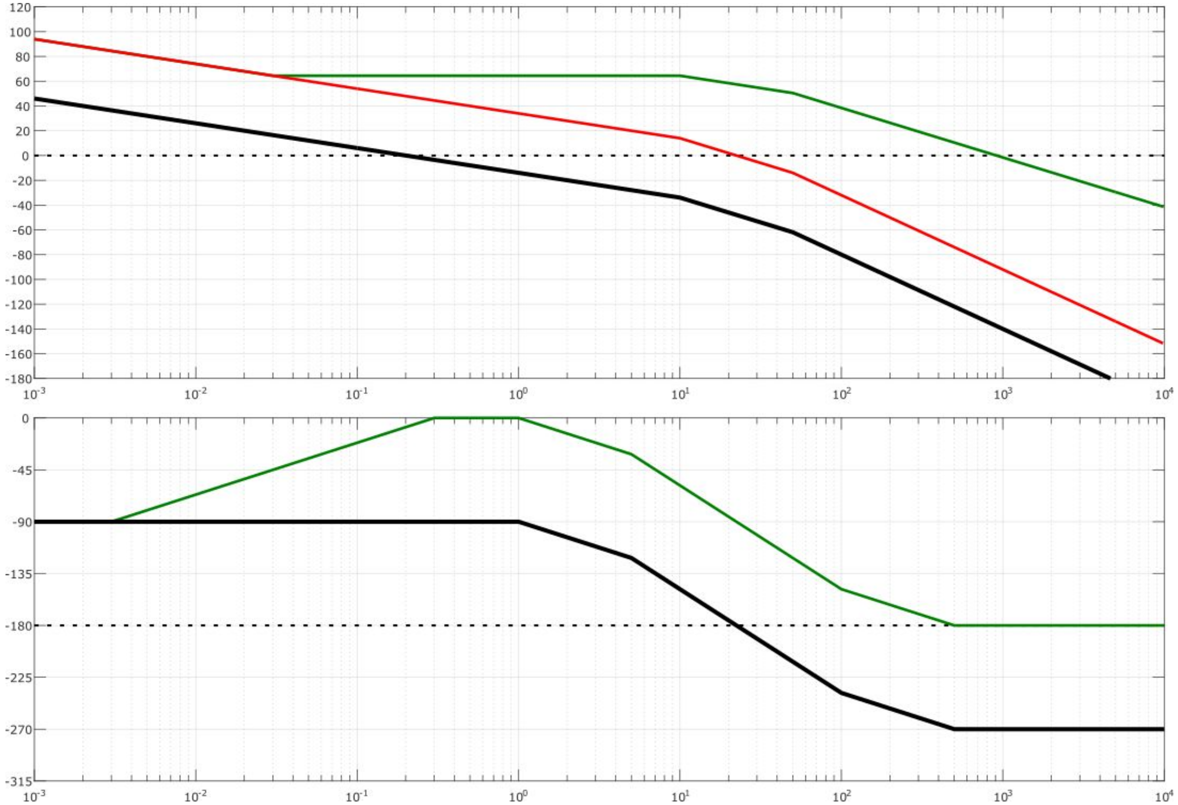


Compensación: Ejercicio 9

$$C_3(s)G(s) = \frac{50(1 + s/0{,}03)}{s(1 + s/10)(1 + s/50)}$$

Diseño el compensador para que aporte 45°. La frecuencia de corte es aproximadamente 1000 rad/seg.

$$C_{ad} = \frac{(1 + s/a)}{(1 + s/b)}$$



Compensación: Ejercicio 9

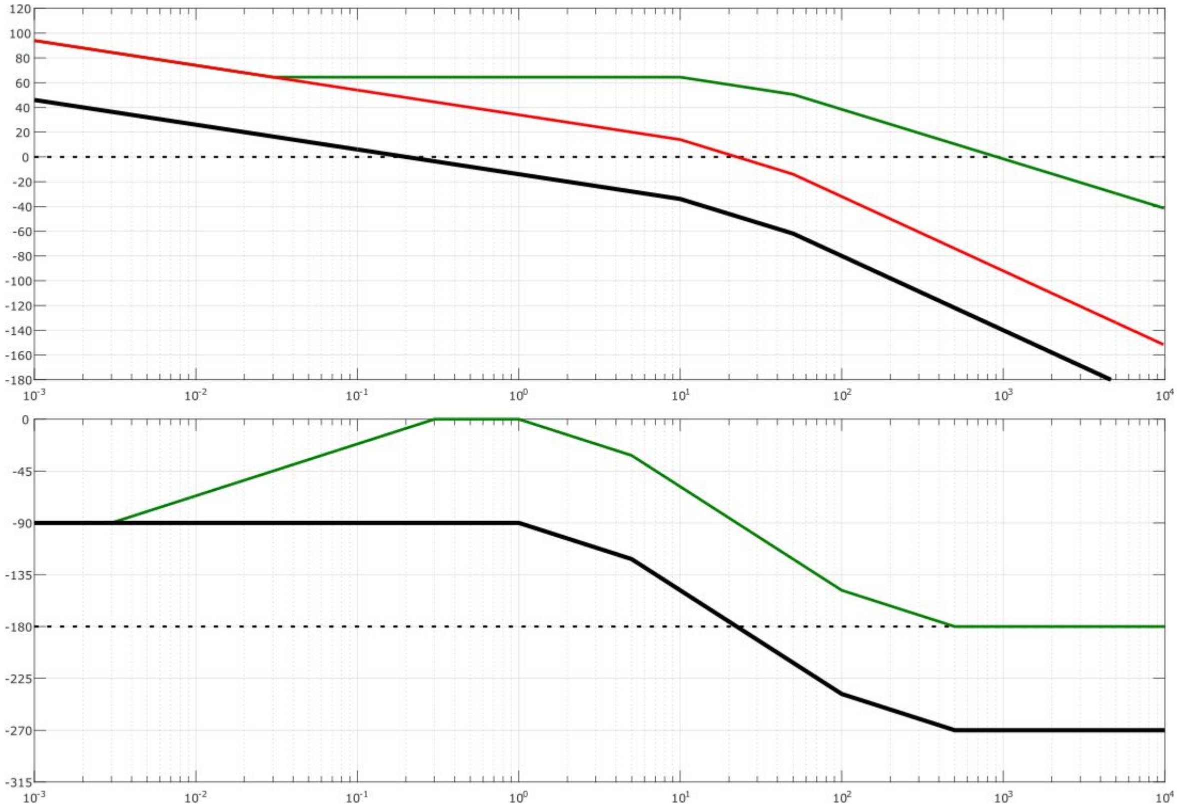
$$C_3(s)G(s) = \frac{50(1 + s/0{,}03)}{s(1 + s/10)(1 + s/50)}$$

Diseño el compensador para que aporte 45°. La frecuencia de corte es aproximadamente 1000 rad/seg.

$$C_{ad} = \frac{(1 + s/a)}{(1 + s/b)}$$

$$\boxed{\sin\phi = \frac{b - a}{b + a}}$$

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{a \cdot b}}$$



Compensación: Ejercicio 9

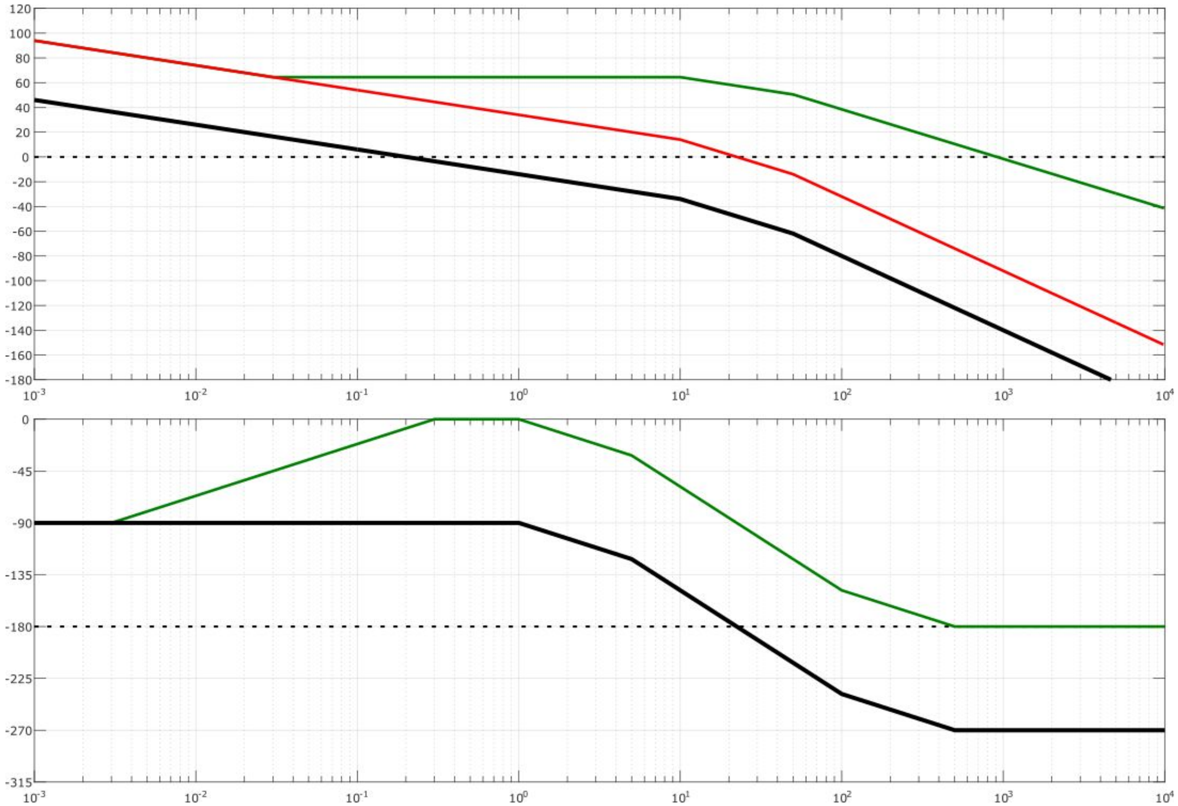
$$C_3(s)G(s) = \frac{50(1 + s/0{,}03)}{s(1 + s/10)(1 + s/50)}$$

Diseño el compensador para que aporte 45°. La frecuencia de corte es aproximadamente 1000 rad/seg.

$$C_{ad} = \frac{(1 + s/a)}{(1 + s/b)}$$

$$\boxed{\sin\phi = \frac{b - a}{b + a}} \qquad \boxed{\omega_0 = \sqrt{a \cdot b}}$$

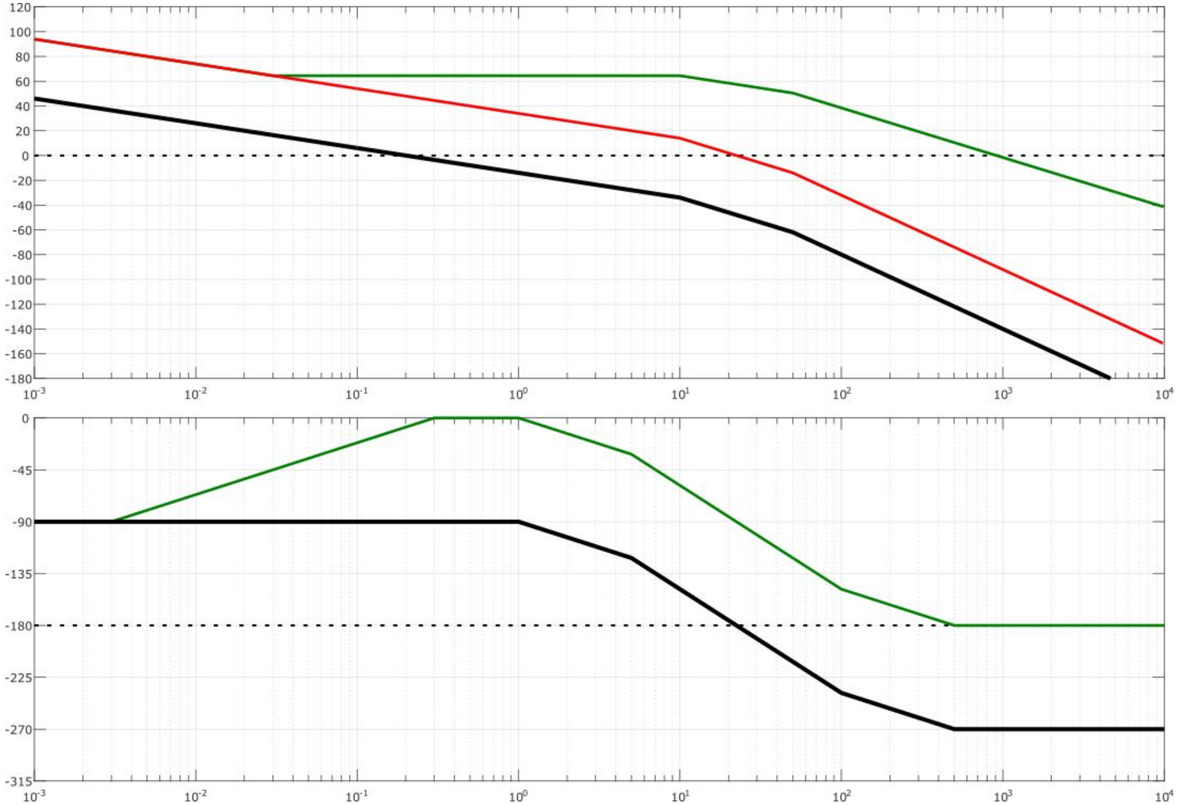
$$a = 420 \qquad b = 2380$$



Compensación: Ejercicio 9

$$C_4(s) = \frac{-250(1 + s/0{,}03)}{s}\frac{(1 + s/420)}{(1 + s/2380)}$$

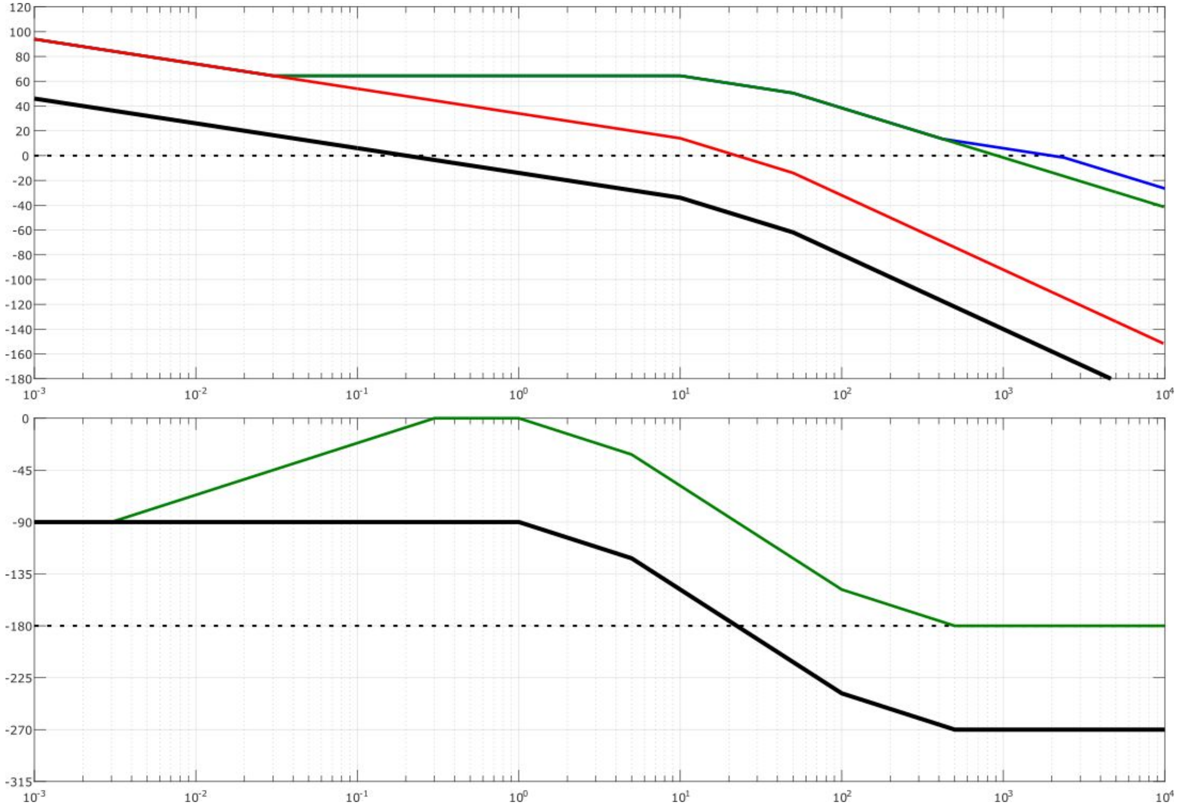
$$G(s) = \frac{-100}{(s + 10)(s + 50)}$$



Compensación: Ejercicio 9

$$C_4(s) = \frac{-250(1+s/0{,}03)}{s}\frac{(1+s/420)}{(1+s/2380)}$$

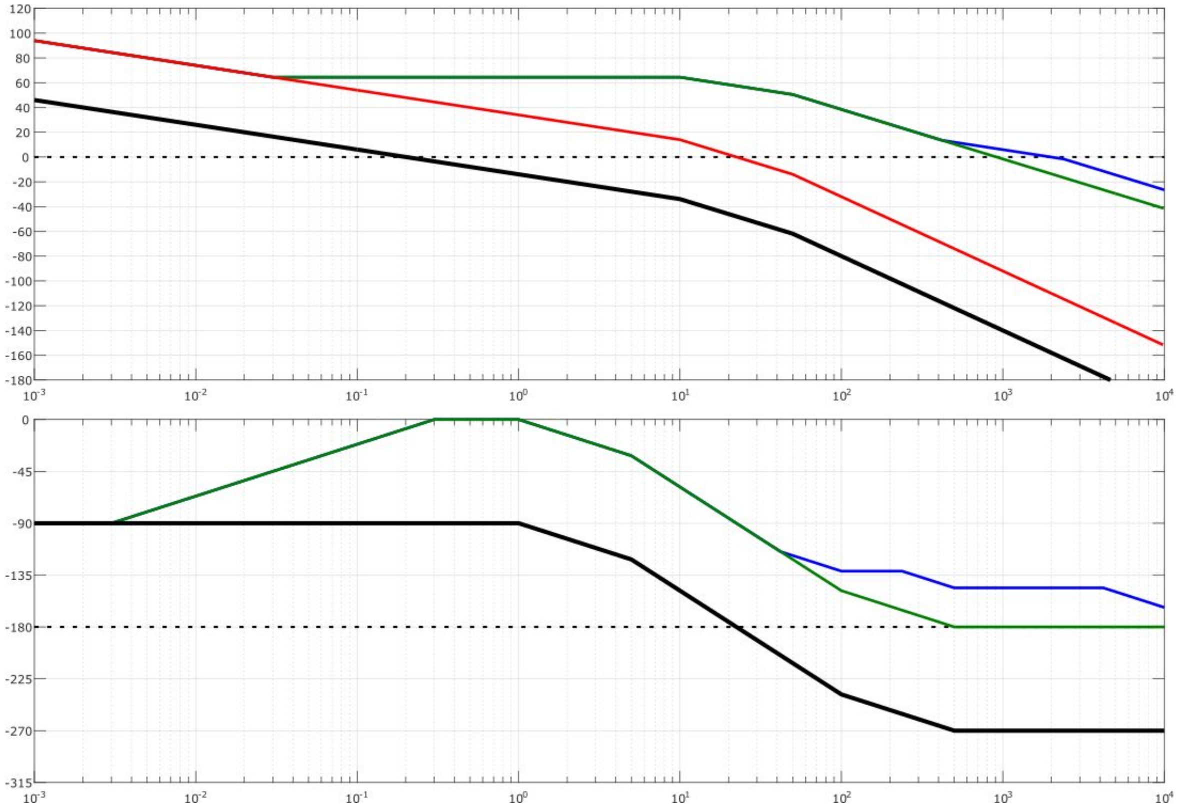
$$G(s) = \frac{-100}{(s+10)(s+50)}$$



Compensación: Ejercicio 9

$$C_4(s) = \frac{-250(1 + s/0{,}03)}{s} \frac{(1 + s/420)}{(1 + s/2380)}$$

$$G(s) = \frac{-100}{(s + 10)(s + 50)}$$

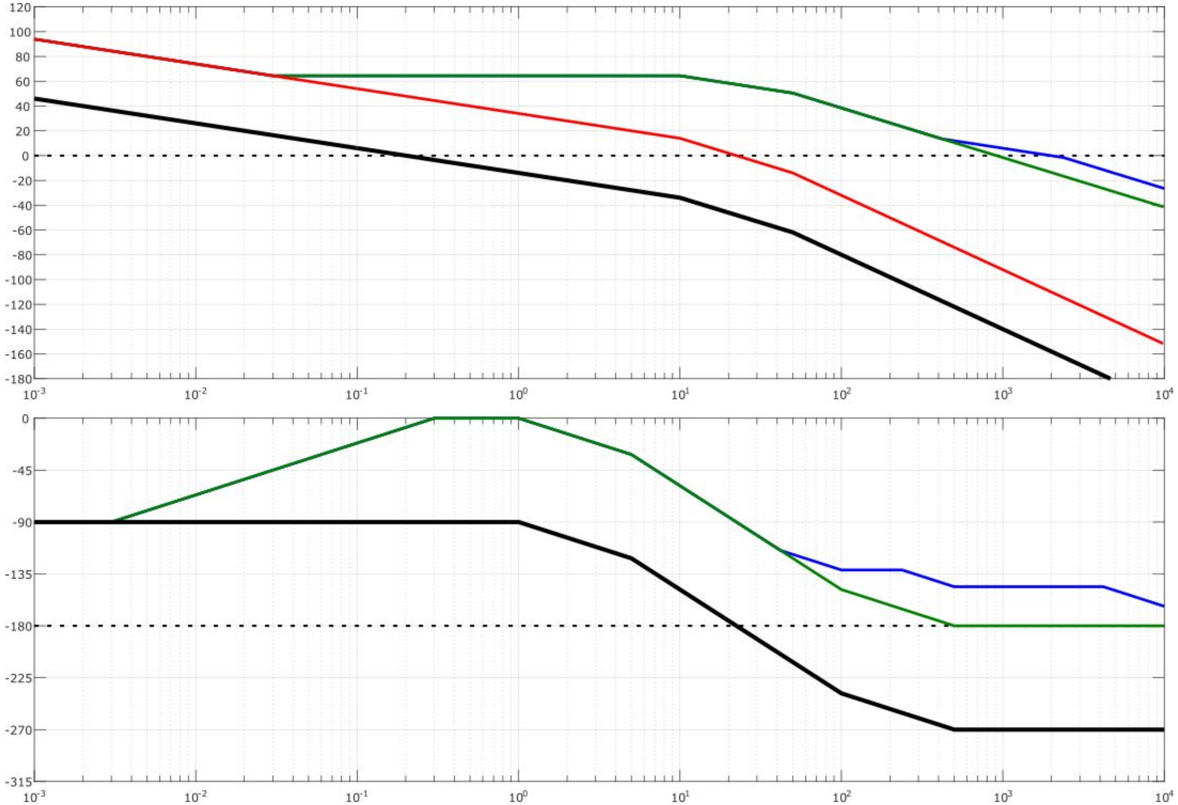


Compensación: Ejercicio 9

$$C_4(s) = \frac{-250(1+s/0{,}03)}{s}\frac{(1+s/420)}{(1+s/2380)}$$

$$G(s) = \frac{-100}{(s+10)(s+50)}$$

El controlador C_4 cumple con las especificaciones.



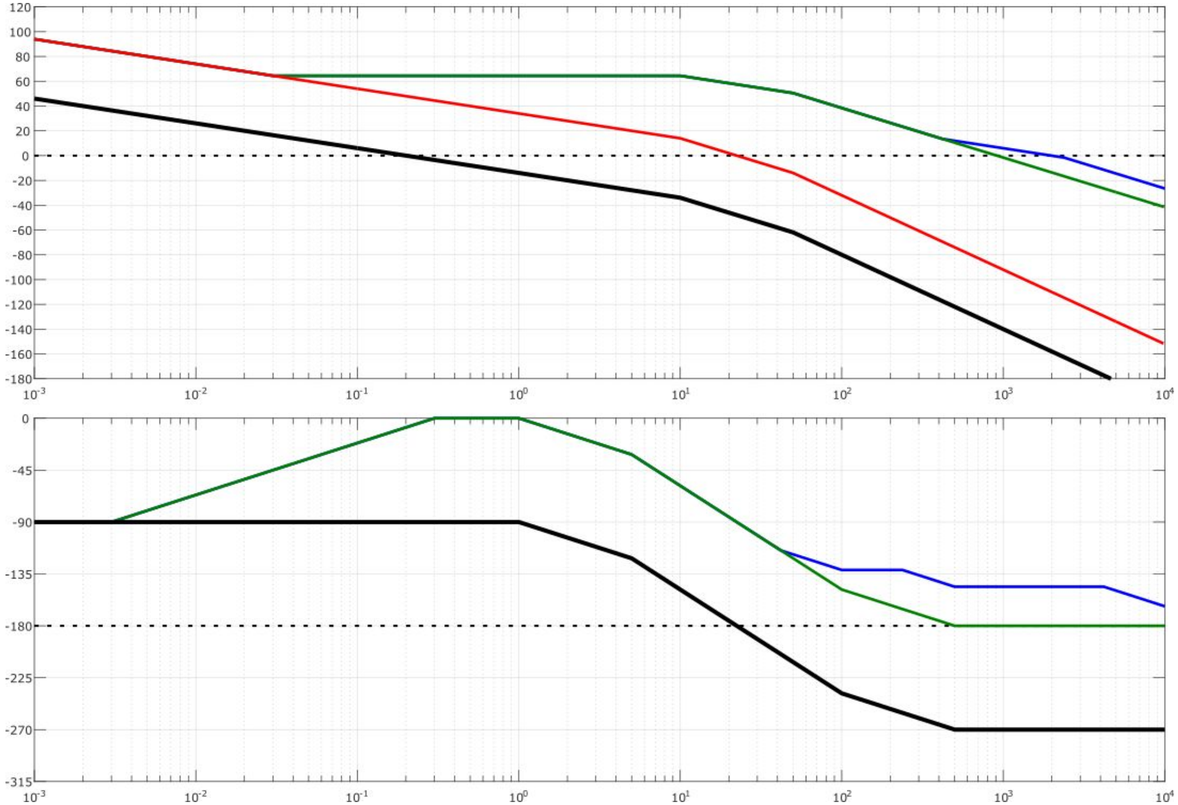
Compensación: Ejercicio 9

$$C_4(s) = \frac{-250(1+s/0{,}03)}{s}\frac{(1+s/420)}{(1+s/2380)}$$

$$G(s) = \frac{-100}{(s+10)(s+50)}$$

El controlador C_4 cumple con las especificaciones.

¿Es la única opción?



Compensación: Ejercicio 9

$$C_4(s) = \frac{-250(1 + s/0{,}03)}{s}\frac{(1 + s/420)}{(1 + s/2380)}$$

$$G(s) = \frac{-100}{(s+10)(s+50)}$$

El controlador C_4 cumple con las especificaciones.

¿Es la única opción?

Probar el cero en 1000 rad/seg y el polo (al menos) una década más arriba en frecuencia.