

# CAMPOS Y ONDAS (E0202) – 2023

## ELECTROMAGNETISMO APLICADO (E1202) - 2023

### TRABAJO PRÁCTICO Nº 10

CAMPOS VARIABLES EN EL TIEMPO. ECUACIONES DE MAXWELL.  
ECUACIÓN DE DIFUSIÓN EN LOS CONDUCTORES. EFECTO PELICULAR  
PROPAGACIÓN DE ONDAS PLANAS EN UN MEDIO INFINITO.

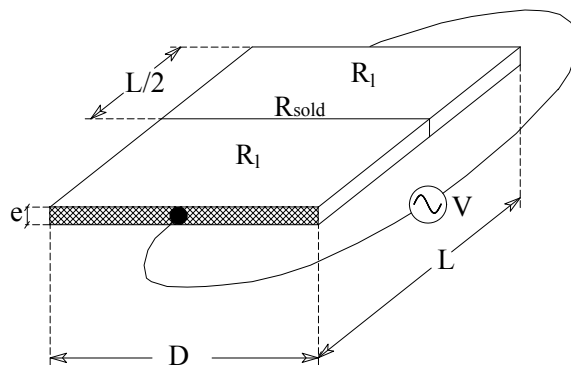
**NOTA:** ver datos de  $\epsilon$ ,  $\sigma$  y  $\mu$  para cada ejercicio en las tablas adjuntas

#### PROBLEMA 1

Sea una lámina de aluminio de ancho  $D = 3$  cm, espesor  $e = 2$  mm, y largo  $L = 10$  cm. Se hace circular una corriente alterna de valor eficaz 5 mA de  $f = 50$  MHz a lo largo de la placa. Teniendo en cuenta el efecto pelicular, calcular la potencia que disipa la lámina a dicha frecuencia.

#### PROBLEMA 2

Un conductor está formado por una lámina de cobre de ancho  $D = 5$  cm, espesor  $e = 2$  mm, y longitud  $L = 20$  cm. La lámina está dividida transversalmente en dos partes iguales, soldadas entre sí. Para medir la resistencia que introduce la soldadura, se aplica al conductor un generador de tensión senoidal, de valor pico  $V_P = 20$  mV, y frecuencia  $f = 100$  MHz. En estas condiciones, se determina que la potencia disipada es  $W_D = 8$  mW. Calcular la resistencia de la soldadura  $R_{SOLD}$ .



#### PROBLEMA 3

Considere un conductor cilíndrico macizo, de radio  $a$ , resistividad  $\rho$  y permitividad  $\mu$ , y sea  $f$  la frecuencia de operación. Considerando que a dicha frecuencia  $f$  el coeficiente de penetración  $\delta$  es tal que se cumple la relación  $a > 7,55 \delta$  (a) Determinar la impedancia interna del conductor a dicha frecuencia. (b) Encontrar la relación entre las resistencias considerando el efecto pelicular, y sin considerarlo. (c) Idem (b) para la inductancia.

Referencia: A.V.Netushil y K.M.Polivanov, Principios de Electrotecnia, Tomo 3, pág.245; Grupo Editor de Buenos Aires, 1980.

#### PROBLEMA 4

Una línea de transmisión coaxial hueca (medio que separa el conductor central del de retorno es aire) de aluminio tiene un radio  $a = 3$  mm para el conductor interno, y para el conductor externo los radios son  $b = 5$  mm y  $c = 6$  mm. Se lo utiliza para transmitir frecuencias de 500 kHz. (a) En estas condiciones cómo se distribuye la corriente en cada sección (sobre qué superficies se manifiesta el efecto pelicular en qué zonas se concentra?) (b) Determinar la inductancia por unidad de longitud del cable coaxial (interna más externa).

#### PROBLEMA 5

Sea una placa de cobre. (a) Calcular el coeficiente de penetración a 50 Hz, 1 MHz y 30 GHz. (b) La velocidad de fase de la onda en la placa de cobre a 50 Hz, 1 MHz y 30 GHz.

#### PROBLEMA 6

Sea una onda electromagnética plana que se propaga en el espacio libre ( $\mu_0$ ,  $\epsilon_0$  y  $\sigma=0$ ) en la dirección del eje  $x$ , en la que el campo eléctrico se describe mediante:  $E_x = 0$ ;  $E_y = E_m \cos[\beta(x-vt)] = E_m \cos(2\pi ft - \beta x)$ ;  $E_z = 0$ . Obtenga la expresión del campo magnético  $\mathbf{H}$  en función del tiempo y las coordenadas espaciales.

#### PROBLEMA 7

Sea una onda electromagnética plana que se propaga en la dirección del eje  $x$ , en la cual el campo eléctrico  $\mathbf{E}$  está polarizado en la dirección del eje  $y$  ( $\mathbf{E} = 0 \hat{i} + E_y \hat{j} + 0 \hat{k}$ ; con  $\delta E_y / \delta y = \delta E_y / \delta z = 0$ ) y cuya intensidad varía armónicamente en el tiempo (sinusoidalmente) con una frecuencia angular  $\omega = 2\pi f$ . El medio en el cual se propaga es homogéneo de constantes  $\mu$ ,  $\epsilon$  y  $\sigma$ . (a) Deduzca la ecuación de propagación (usando notación fasorial); (b)

Deduzca la constante de propagación  $\gamma$ ; (c) Deduzca la impedancia intrínseca del medio  $\eta$ .

**PROBLEMA 8**

Calcular la constante de propagación  $\gamma$ , la constante de amortiguamiento  $\alpha$ , y la constante de fase  $\beta$ , para la goma endurecida, cuya constante dieléctrica relativa es  $\epsilon_r = 2,8$ . El factor de pérdida ( $J_c/J_d$ ), para una frecuencia de 1 MHz es  $7 \times 10^{-3}$ .

**PROBLEMA 9**

Calcular la frecuencia  $f$  a la cual a un metro de profundidad la amplitud de la onda que se propaga en el agua de mar resulta  $1/e$  (0,368) de la amplitud en la superficie (relacionar con la definición de profundidad de penetración  $\delta$ ). Considere para el agua de mar  $\mu = \mu_0$ ,  $\epsilon_r = 81$ , y  $\sigma = 5$  [1/Ωm].

**PROBLEMA 10**

Considérese la posible recepción de señales de radio por un submarino (ver en tabla adjunta datos para el agua de mar). Suponiendo que incide una onda electromagnética tal que la componente transmitida tiene una intensidad de campo eléctrico en la superficie de 1 V/m. Si la frecuencia transmitida es de 1 kHz a qué profundidad la onda se habrá atenuado hasta alcanzar un campo eléctrico de 1 μV/m.

**PROBLEMA 11**

Un medio tienen constantes  $\mu_r = 2$ ,  $\epsilon_r = 3$ ,  $\sigma = 10^2$  [1/Ωm]. Si las constantes no cambian con la frecuencia, encuentre la profundidad  $y$  a la que la relación  $|\mathbf{E}|/|\mathbf{E}_0|$  resulta:

- (a)  $|\mathbf{E}|/|\mathbf{E}_0| = 1/e$  (para  $y = 1/a$ ) con una frecuencia de operación  $f = 60$  Hz.
- (b)  $|\mathbf{E}|/|\mathbf{E}_0| = 1/e$  para  $f = 2 \times 10^6$  Hz.
- (c)  $|\mathbf{E}|/|\mathbf{E}_0| = 1/e$  para  $f = 3 \times 10^{12}$  Hz.
- (d)  $|\mathbf{E}|/|\mathbf{E}_0| = 1/e$  para  $f = 3 \times 10^{16}$  Hz.
- (e) Repita los cálculos de (a), (b), (c) y (d) para una relación  $|\mathbf{E}|/|\mathbf{E}_0| = 0,01$ .
- (f) Efectúe una tabla comparativa y analice los resultados.

**PROBLEMA 12**

Considere un medio sin pérdidas de constantes relativas  $\mu_r = 1$  y  $\epsilon_r = 81$  (aproximadamente correspondientes al agua destilada). Para una frecuencia de 100 kHz, encuentre (a) la relación de la impedancia intrínseca del medio, con respecto a la del espacio libre  $\eta/\eta_0$ ; (b) la relación de la longitud de onda en el medio, con respecto a la del espacio libre  $\lambda/\lambda_0$ ; (c) la relación de la velocidad de propagación de la onda en el medio, con respecto a la del espacio libre  $v/v_0$ .

**PREGUNTAS TEÓRICAS**

- (a) ¿Es posible que exista en la naturaleza una onda electromagnética plana?
- (b) ¿Cuándo es posible utilizar la notación fasorial?
- (c) En un buen conductor ¿cómo varía la profundidad de penetración  $\delta$  con la frecuencia  $f$ ?
- (d) ¿Podemos decir que el cobre se comporta como buen conductor aún a muy altas frecuencias?
- (e) En un buen conductor ¿cuál es el ángulo de fase de la impedancia intrínseca  $\eta$ ? ¿Qué refleja ese ángulo de fase?
- (f) Sabiendo que la permitividad relativa del agua de mar es  $\epsilon_r = 81$ , y su conductividad  $\sigma = 5$  [1/Ωm], ¿podemos considerar al agua de mar como un conductor en lugar de un dieléctrico con pérdidas? en qué circunstancias?
- (g) Si en un dado punto del espacio  $\mathbf{B}$  es variable en el tiempo, y  $\mathbf{A}$  es el vector potencial de dicho campo, ¿cómo resulta el campo eléctrico inducido  $\mathbf{E}_i$  en dicho punto?
- (h) ¿Qué corriente es necesario considerar para obtener la ecuación de una onda en un medio *no disipativo*?

**B-4 CONDUCTIVIDADES†**

Material	Conductividad, $\sigma$ (S/m)	Material	Conductividad, $\sigma$ (S/m)
Plata	$6.17 \times 10^7$	Agua dulce	$10^{-3}$
Cobre	$5.80 \times 10^7$	Agua destilada	$2 \times 10^{-4}$
Oro	$4.10 \times 10^7$	Tierra seca	$10^{-5}$
Aluminio	$3.54 \times 10^7$	Aceite de transformador	$10^{-11}$
Latón	$1.57 \times 10^7$	Vidrio	$10^{-12}$
Bronce	$10^7$	Porcelana	$2 \times 10^{-13}$
Hierro	$10^7$	Caucho	$10^{-15}$
Agua de mar	4	Cuarzo fundido	$10^{-17}$

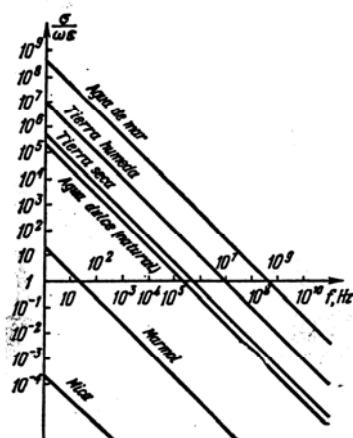


Fig. 6.2.

**PERMEABILIDADES RELATIVAS****B-3 PERMITIVIDADES RELATIVAS**

## CONSTANTES DIELECTRICAS

Material	Permitividad relativa, $\epsilon_r$
Aire	1.0
Baquelita	5.0
Vidrio	4-10
Mica	6.0
Aceite	2.3
Papel	2-4
Cera parafina	2.2
Plexiglás	3.4
Polietileno	2.3
Poliestireno	2.6
Porcelana	5.7
Caucho	2.3-4.0
Tierra (seca)	3-4
Teflon	2.1
Agua (destilada)	80
Agua de mar	72

Material	Permeabilidad relativa, $\mu_r$
<i>Ferromagnéticos (no lineales)</i>	
Níquel	250
Cobalto	600
Hierro (puro)	4,000
Mumetal	100,000
<i>Paramagnéticos</i>	
Aluminio	1.000021
Magnesio	1.000012
Paladio	1.00082
Titanio	1.00018
<i>Diamagnéticos</i>	
Bismuto	0.99983
Oro	0.99996
Plata	0.99998
Cobre	0.99999

† Tenga en cuenta que los parámetros constitutivos de algunos de los materiales dependen de la frecuencia y de la temperatura. Las constantes listadas son valores para baja frecuencia a temperatura ambiente.

Tablas y Figuras obtenidas del libro "Electrodinámica y propagación de ondas de radio" de V.V. Nikolski, Editorial Mir Moscú, 1973 (traducción al español en 1976).