Trabajo Práctico 2: Respuesta Transitoria y Error de Estado Estacionario

Ejercicio 1:

Hallar la respuesta al escalón unitario de los siguientes sistemas:

a) $G(s) = \frac{6(s+1)}{(s+2)(s+3)}$

b) $G(s) = \frac{4}{(s+2)^2}$

Comparar la solución analítica con la obtenida en MATLAB mediante la función `[y,t]=step(sys)`.

Ejercicio 2:

Sea el sistema de <u>lazo cerrado</u> dado por:

$$\frac{Y(S)}{R(S)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}.$$

a) Hallar en forma analítica la respuesta temporal del sistema a un escalón de entrada.

b) Simular la respuesta para los casos: sobreamortiguado, subamortiguado y amortiguado.

c) Determinar las expresiones analíticas correspondientes al instante de aparición del máximo sobrepico, a la magnitud del sobrepico mismo y al tiempo de establecimiento al 5% del valor de estado estacionario.

d) Hallar los valores de ξ y ω_n para un sobrepico del 5% y un tiempo de establecimiento de $2s$.

Ejercicio 3:

Sea un sistema de control de lazo cerrado con realimentación unitaria negativa donde la planta (o función de transferencia de <u>lazo abierto</u>) puede expresarse como:

$$G(s) = \frac{(s+a)}{s(s+b)},$$

con $a > b$. Escribir la función de transferencia de lazo cerrado bajo una forma similar a la función de transferencia del ejercicio anterior y por simulación (usando MATLAB) analizar el efecto que produce sobre la respuesta al escalón la presencia del cero en diferentes posiciones del plano S.

Ejercicio 4:

A un termómetro digital de uso medicinal le toma 1 minuto alcanzar e indicar el 98 % del valor de la temperatura desde el inicio de la medición. Asumiendo que el termómetro es un sistema de primer orden y que la temperatura a medir aparece aproximadamente como un escalón (respecto de la temperatura ambiente).

a. Calcule la constante de tiempo del termómetro.

b. De forma general, cuántas constantes de tiempo le toma a un sistema de primer orden en llegar al 95 % y al 98 % del valor de estado estacionario?

Ejercicio 5:

Para el motor de C.C. del Trabajo Práctico 1:

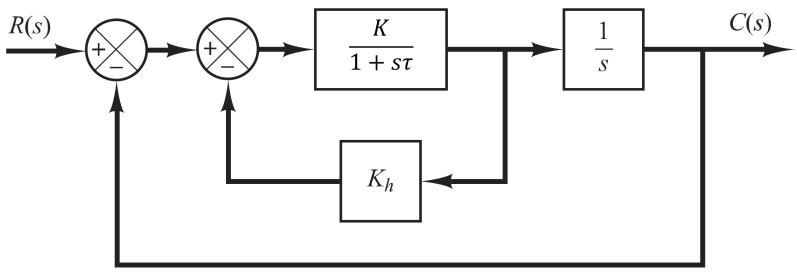
a. Calcule analíticamente la respuesta transitoria de la velocidad cuando se aplica un escalón de tensión de armadura.

b. En base a la expansión en fracciones parciales de la salida $\Omega(s)$, analice si es posible realizar una aproximación de polo dominante.

c. Compare la respuesta al escalón del sistema y su aproximación mediante MATLAB.

Datos del motor: $k_E = 20\,\mathrm{V\,s\,rad^{-1}}$, $k_T = 20\,\mathrm{N\,m\,A^{-1}}$, $L_a = 100\,\mathrm{mH}$, $R_a = 20\,\Omega$, $J = 20\,\mathrm{kg\,m^2\,rad^{-1}}$ y $B = 10\,\mathrm{N\,m\,s\,rad^{-1}}$

Ejercicio 6:



Considere ahora un motor de C.C., luego de haber realizado la aproximación de polo dominante como el que se presenta en la figura, con el agregado de un lazo de realimentación de velocidad realizada mediante un tacómetro. Suponga que $\tau = 1\,s$.

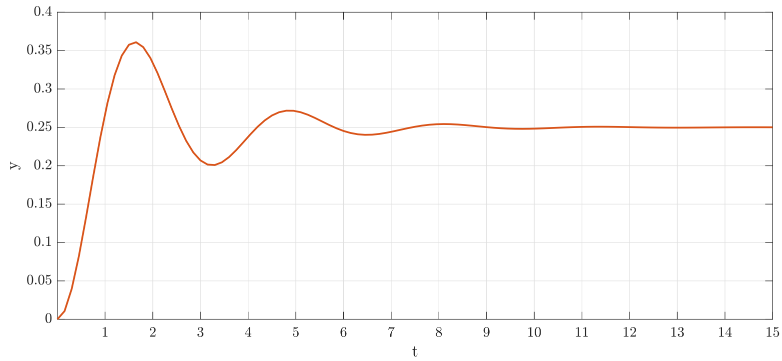
a. Determine los valores de la ganancia K y la constante de realimentación de velocidad K_h para que el sobrepico en la respuesta al escalón unitario sea 0.2 y el tiempo pico sea 1 seg.

b. A partir de los valores calculados, obtenga el tiempo de subida y el tiempo de asentamiento.

c. Halle la relación de las variables del motor del ejercicio anterior con K y τ.

Ejercicio 7:

Determine el amortiguamiento ξ y la frecuencia natural no amortiguada ω_n del sistema de la figura.



Puede descargar los datos de la figura de Moodle para realizar las medidas en Matlab e intentar descubrir la función de transferencia.

Ejercicio 8:

En base a los coeficientes de error K_p, K_v y K_a calcular el error de estado estacionario al escalón unitario, rampa y parábola, de los siguientes sistemas a lazo cerrado:

a) $G(s) = \frac{(s+1)}{(s+50)}$ $H(s) = 1.$

b) $G(s) = \frac{(s-2)}{s(20s+1)}$ $H(s) = 1.$

c) $G(s) = \frac{(s+10)}{s^2(s+100)}$ $H(s) = 1.$

En todos los casos simular usando MATLAB la respuesta del sistema a una entrada escalón unitario. Explicar los resultados obtenidos.

Ejercicio 9:

Dado el servomecanismo de posición con función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1125\,(s + {}^{1}/_{0,6})}{4s\,(s + {}^{1}/_{8})\,(s + 50)}.$$

Determinar a qué tipo pertenece el sistema y calcular el error de estado estacionario a una entrada de velocidad de $9\,RPM$.

Ejercicio 10:

Hallar los coeficientes estáticos de error y el error de estado estacionario al escalón, rampa y aceleración de los siguientes sistemas:

a) $G(s) = \frac{10}{(0{,}2s+1)(0{,}5s+1)}$ $H(s) = 1.$

b) $G(s) = \frac{12}{s(s+2)(0{,}4s+1)}$ $H(s) = \frac{s+2}{s+5}.$

c) $G(s) = \frac{15}{s^2(s+3)(0{,}2s+1)}$ $H(s) = \frac{s+4}{0{,}3s+1}.$

Determinar en todos los casos el error de seguimiento del sistema definido como: $e_s = r - y$ donde r es la referencia e y la salida del sistema de lazo cerrado.

Ejercicio 11:

Determinar el error de estado estacionario el escalón del sistema compuesto por:

$$G(s) = \frac{10}{(s+4)(s+100)} \qquad H(s) = \frac{1}{s}.$$

Hallar el valor de estado estacionario de la salida del sistema. Puede usar arduos cálculos o emplear criterios de inspección. ¿Qué conclusión saca respecto a la ubicación del integrador en el LC?

Funciones útiles de MatLab para la resolución del TP y verificación de resultados:

`tf(num,den)` : define función de transferencia con numerador *num* y denominador *den*
`zpk(z,p,k)` : define la función de transferencia con ceros *z*, polos *p*, y ganancia *k*
`conv(poli 1, poli 2)` : multiplica polinomios *poli 1* con *poli 2*
`roots(poli)` : devuelve las raíces del polinomio *poli*
`feedback(T1,T2)` : devuelve la función de transferencia de lazo cerrado con *T1* en el lazo directo y *T2* en la realimentación
`pole(T)` : devuelve los polos de la función de transferencia *T*
`zero(T)` : devuelve los ceros de la función de transferencia *T*
`[r,p,k] = residue(b,a)` : devuelve los residuos, polos y término directo de un cociente de polinomios. `b` es un array con los coeficientes del numerador y `a` uno con los del denominador.
`step(T)` : grafica la respuesta al escalón de la función de transferencia *T*
`max(x)` : devuelve el valor máximo del arreglo *x*