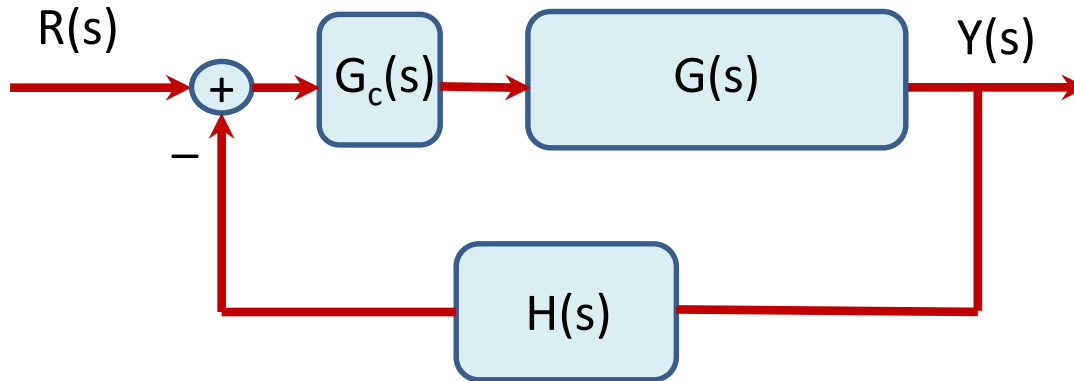
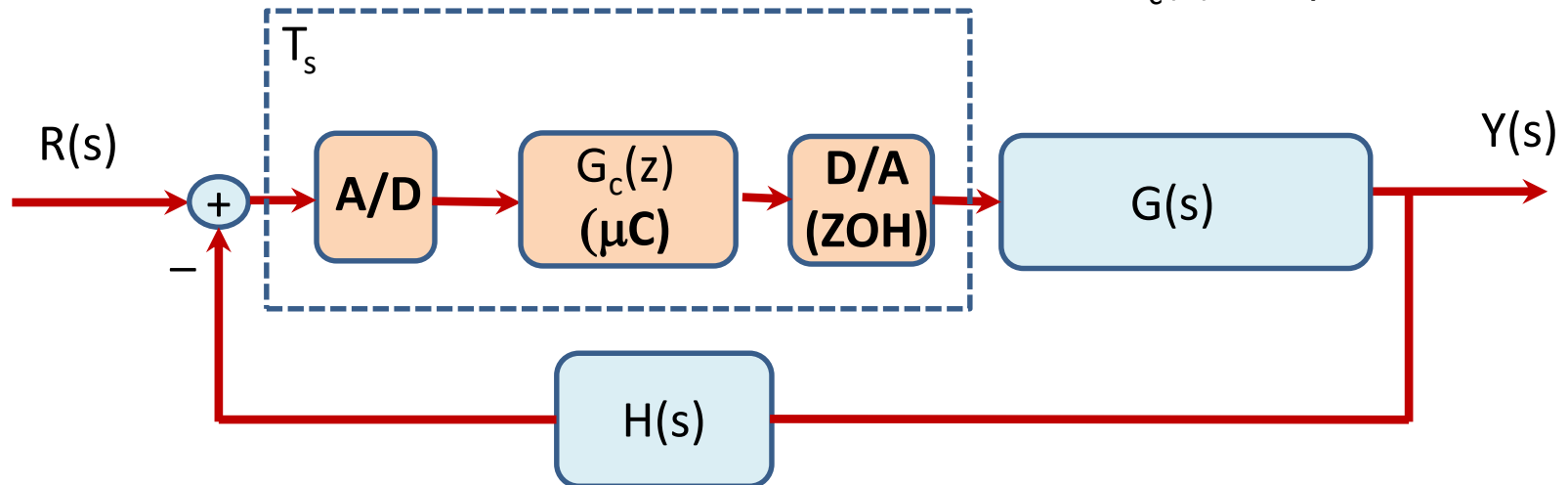


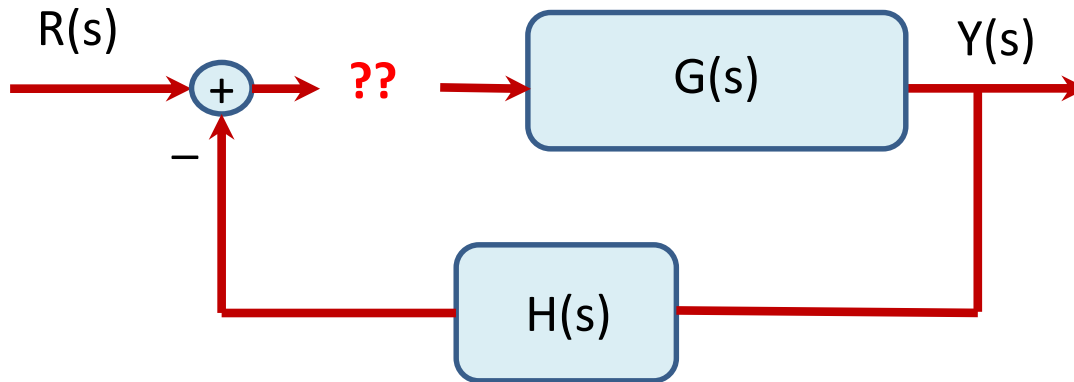
# Sistemas de Control Discreto



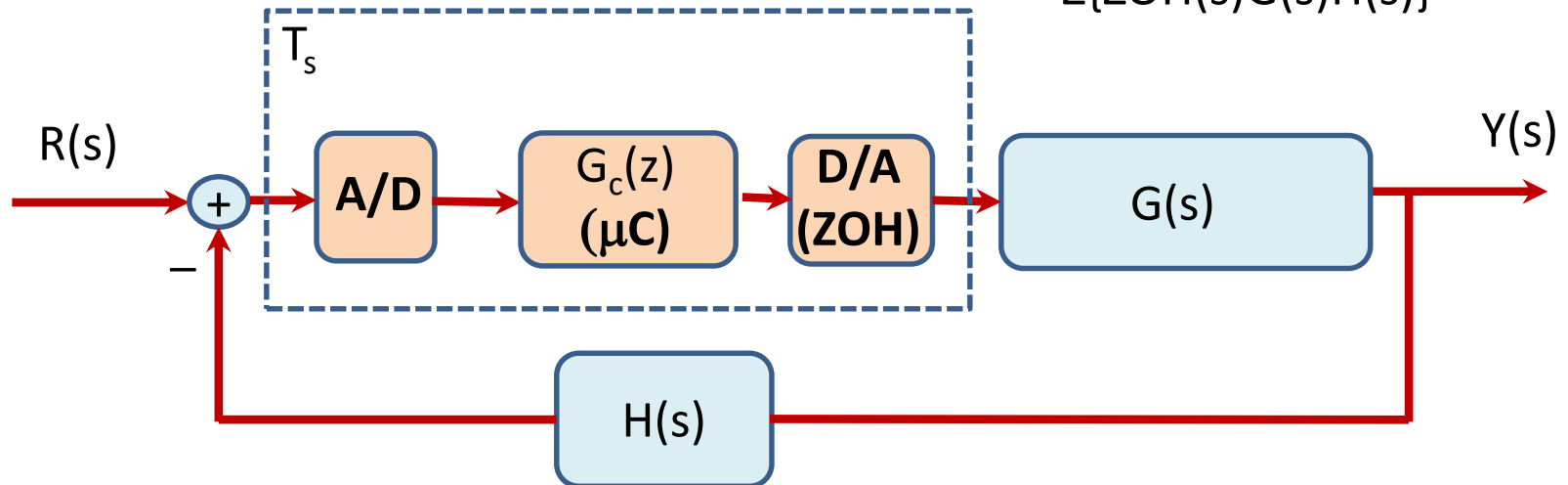
- Selección de  $T_s$
- Conversión  $G_c(s)$  a  $G_c(z)$   
 $Z\{G_c(s)\}$  ó aproximaciones



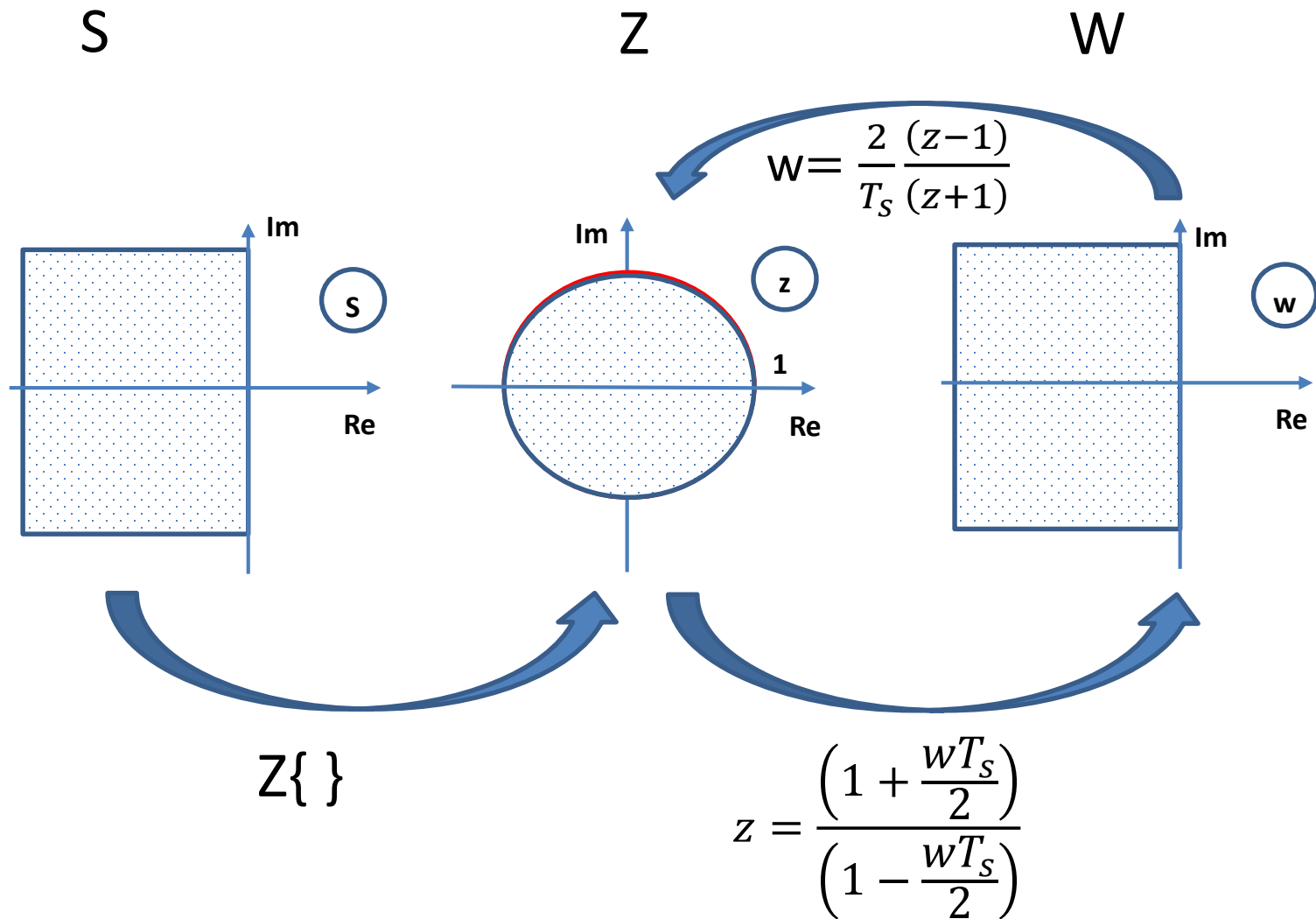
# Sistemas de Control Discreto



- Selección de  $T_s$
  - Diseño de  $G_c(z)$
- $Z\{ZOH(s)G(s)H(s)\}$

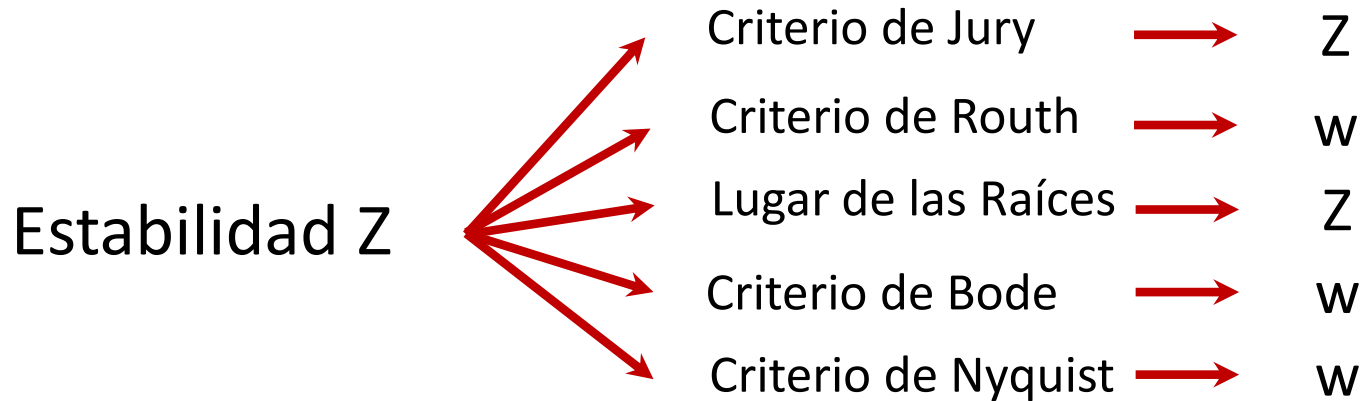


# Sistemas de Control Discreto



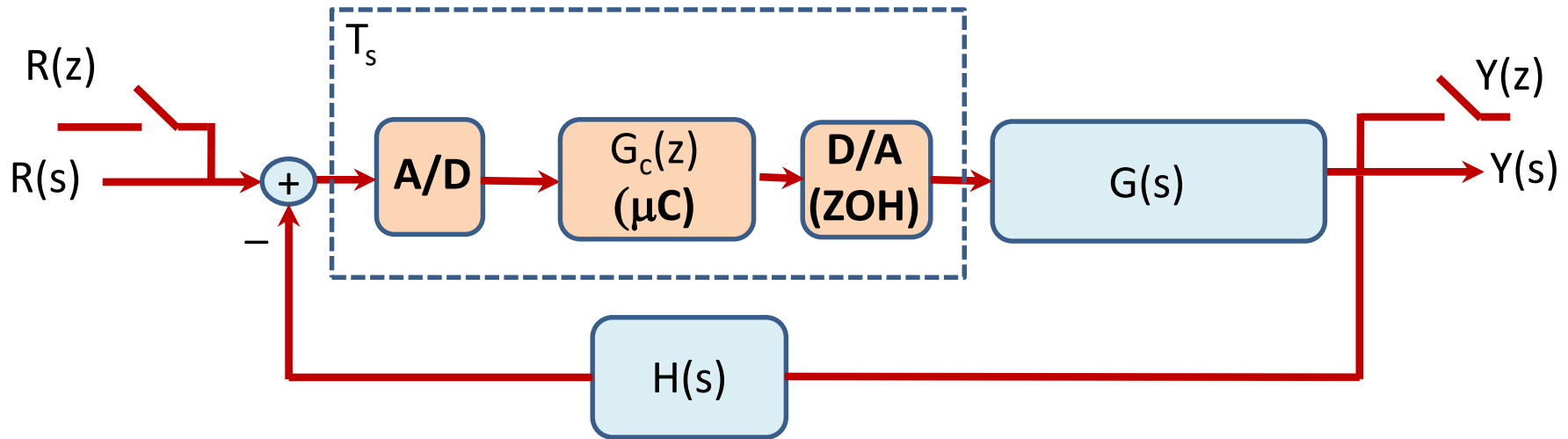
Equivalencias     $s=0 \rightarrow z=1 \rightarrow w=0$

# Sistemas de Control Discreto



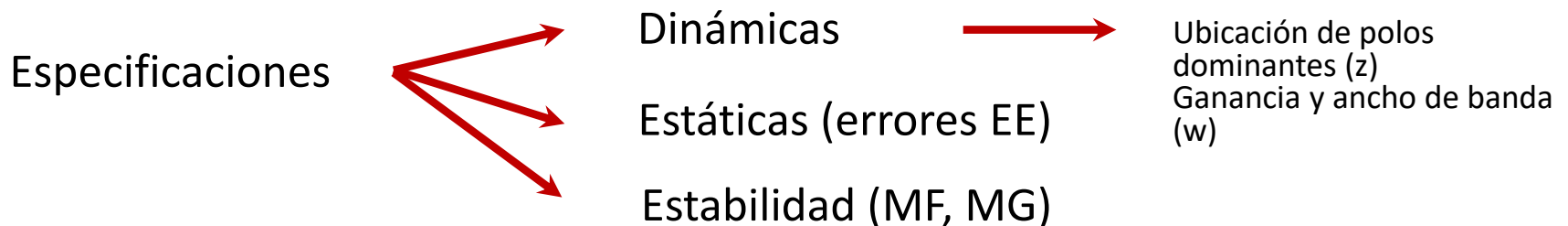
$$w = \frac{2}{T_s} \frac{(z-1)}{(z+1)} \quad \rightarrow \quad z = \frac{\left(1 + \frac{wT_s}{2}\right)}{\left(1 - \frac{wT_s}{2}\right)}$$

# Compensación



$$T(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G_c(s)Z\{ZOH(s)G(s)\}}{1 + G_c(s)Z\{ZOH(s)G(s)H(s)\}}$$

Modificar el comportamiento del sistema de manera que cumpla con ciertos requisitos establecidos por las necesidades operativas del mismo



# Compensación

- Dinámicas (posicionamiento polos LC)
- Estáticas (errores EE)



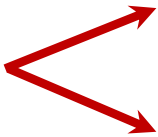
LR (z)

- Dinámicas (ganancia y ancho de banda)
- Estáticas (errores EE)
- Estabilidad (MG, MF)



Bode (w)

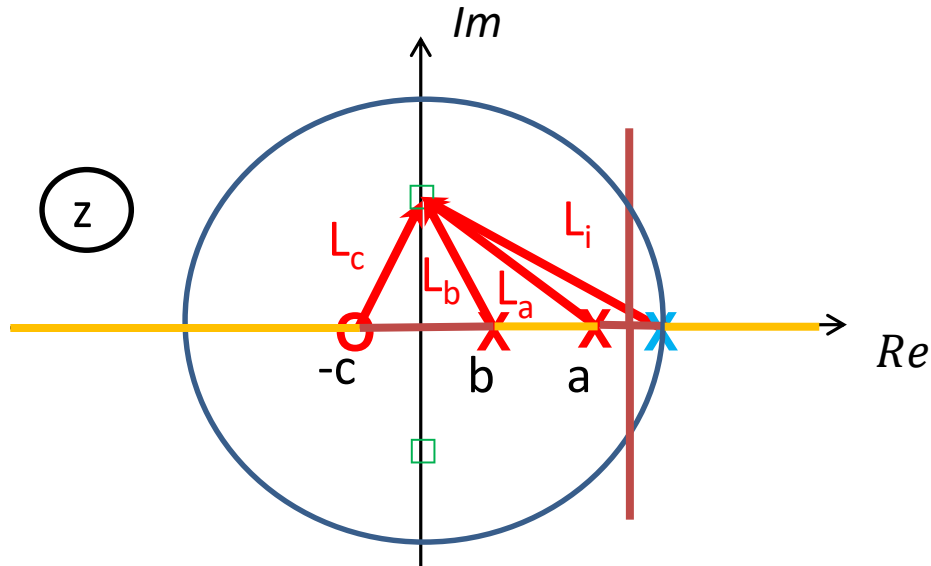
# Compensación en LR

- Dinámicas (posicionamiento polos LC)
- Estáticas (errores EE) 
  - Errores nulos
  - Errores finitos  $\neq 0$

## Metodología:

1. Corrección de errores nulos (incorporar polos en  $z=1$ ) y verificación de la realimentación
2. Asegurar la posición de los polos dominantes en el lugar especificado (agregando singularidades y ganancia)
3. Medir el error y compensar si hiciera falta para lograr el error  $\neq 0$  especificado

# Compensación en LR



- $P_{LC} = \pm j\beta$
- $E_{ee} \text{ escalón} = 0$

1. Corrección de errores nulos (incorporar polos en  $z=1$ )  $\rightarrow$  Verificar realimentación correcta
2. Asegurar la posición de los polos dominantes en el lugar especificado (agregando singularidades y ganancia)

- Se corrige en Z!!
- Polos en  $z=1$ , no integradores

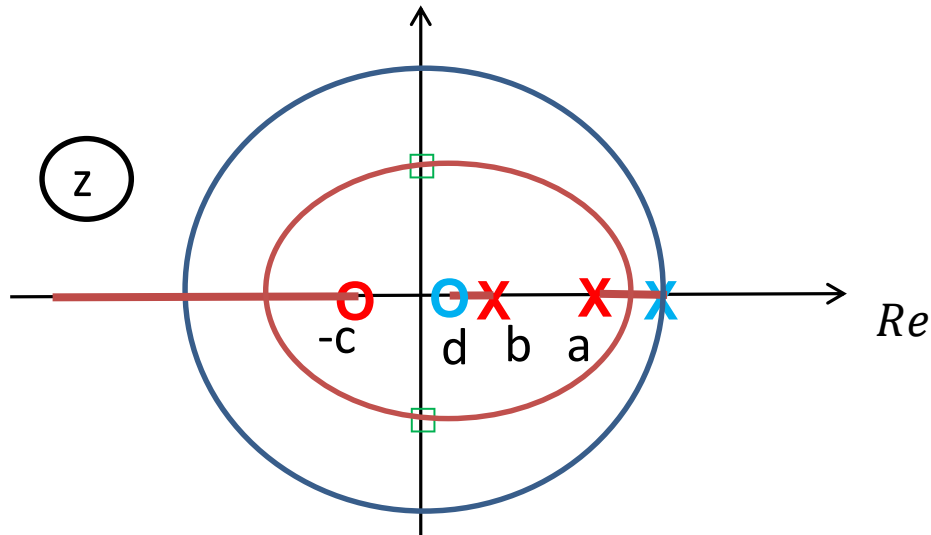
$$\varphi_i \quad \varphi_a \quad \varphi_b \quad \varphi_c \quad \rightarrow \quad (-\varphi_i - \varphi_a - \varphi_b + \varphi_c) + \varphi_{comp} = -180^\circ \quad \text{o} \quad 0^\circ$$

$$\varphi_{comp} = -180^\circ - (-\varphi_i - \varphi_a - \varphi_b + \varphi_c) \quad \text{Realimentación negativa}$$

$$\varphi_{comp} = -(-\varphi_i - \varphi_a - \varphi_b + \varphi_c) \quad \text{Realimentación positiva}$$



# Compensación en LR



- $P_{LC} = \pm j\beta$
- $E_{ee} \text{ escalón} = 0$

Ajuste de ganancia

$$G_c(z) = K \frac{z + z_d}{z - 1} \longrightarrow |G_c(z)Z\{ZOH.G.H\}|_{p_{LC}} = 1 \longrightarrow \frac{KL_c L_{zd}}{L_i L_a L_b} = 1 \longrightarrow K$$

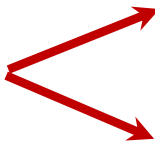
$$G_c(z) = K \frac{z + z_d}{z - 1}$$

Queda completamente determinado (el compensador se proyecta y escribe en la forma de lugar de raíces!!)

**Verificación final importante: todos los polos de LC deben quedar dentro del círculo unitario**

# Compensación en Frecuencia (Bode)

Se realiza en  $W$  por similitud con el plano  $w$  usando la transformación bilineal

- Estabilidad relativa (MF)
- Estáticas (errores EE) 
  - Errores nulos
  - Errores finitos  $\neq 0$
- Rechazo a perturbaciones de baja frecuencia

## Metodología:

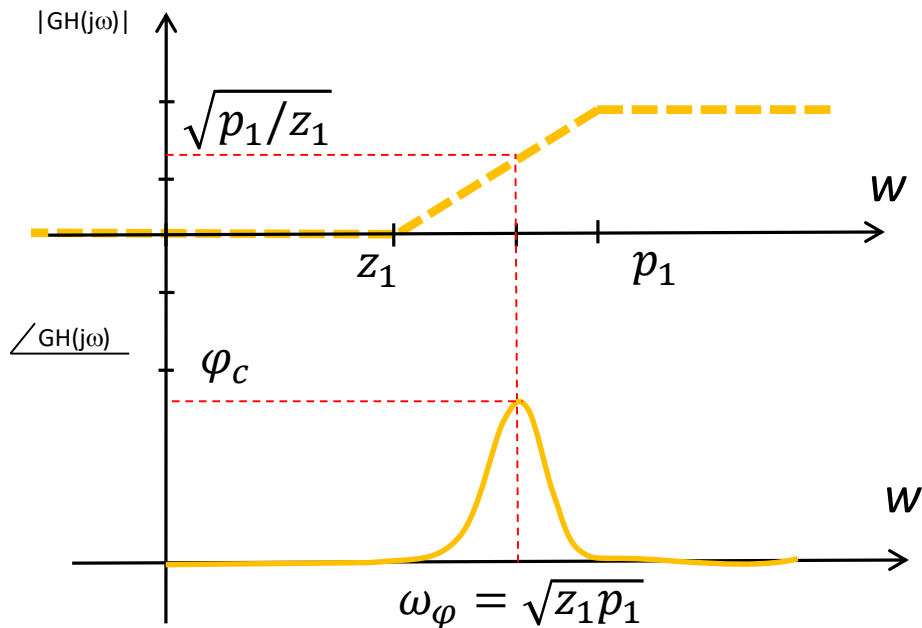
1. Transformación del sistema del dominio  $Z$  al dominio  $W$
2. Corrección de errores nulos (incorporar integradores en  $G_c(w)$ )
3. Corregir el MF con compensador de adelanto (en gral.)
4. Medir el error y rechazo a perturbaciones y agregar compensadores de atraso con ganancia 1 y fase despreciable en las frecuencias cercanas a  $w_{tg}$
3. Corregir los errores finitos distintos de cero y el rechazo a perturbaciones en gral. con ganancia.
4. Corregir el MF con compensadores de adelanto (mas requerimiento)
5. Transformación del compensador del dominio  $W$  al dominio  $Z$

# Compensación en Frecuencia (Bode)

Compensador de adelanto  $G_c(s) = \frac{K \left( \frac{w}{z_1} + 1 \right)}{\left( \frac{w}{p_1} + 1 \right)}$  con  $z_1 < p_1$  y escrito en la forma de Bode

**Supongamos K=1**

$$\text{sen}(\varphi_c) = (p_1 - z_1)/(z_1 + p_1) \longrightarrow w_\varphi = \sqrt{z_1 p_1} \quad |G_c(w)|_{w_\varphi} = \frac{1}{\sqrt{\frac{z_1}{p_1}}} = \sqrt{\frac{p_1}{z_1}}$$

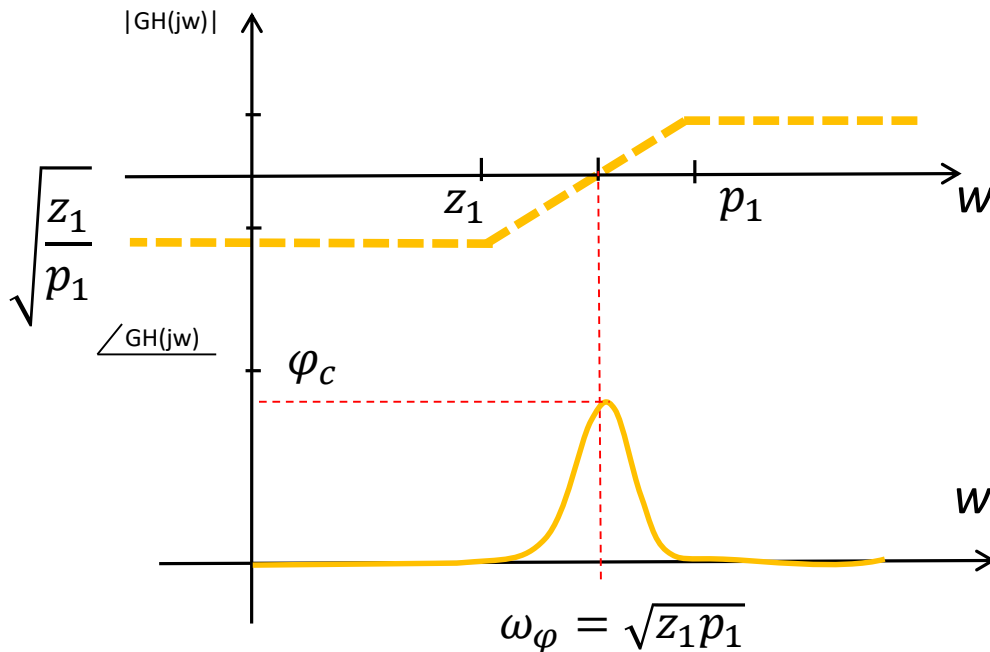


# Compensación en Frecuencia (Bode)

Compensador de adelanto  $G_c(w) = \frac{K \left( \frac{w}{z_1} + 1 \right)}{\left( \frac{w}{p_1} + 1 \right)}$  con  $z_1 < p_1$

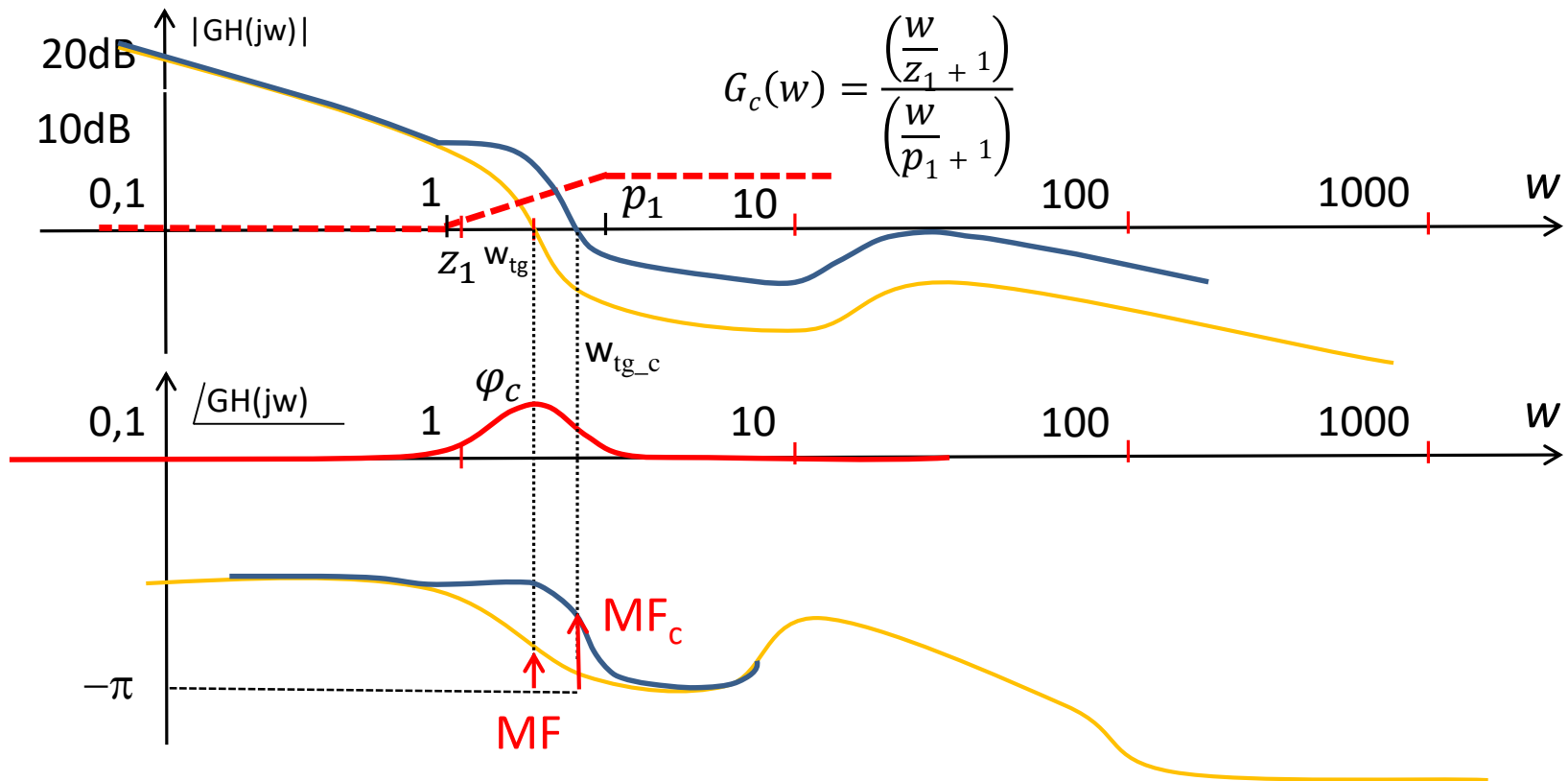
**Supongamos  $K \neq 1$**

$$\text{sen}(\varphi_c) = (p_1 - z_1)/(z_1 + p_1) \rightarrow w_\varphi = \sqrt{z_1 p_1} \quad K = 1/|G_c(w)|_{w_\varphi} = \sqrt{\frac{z_1}{p_1}}$$



→ Deteriora los errores finitos  $\neq 0$

# Compensación en Frecuencia (Bode)



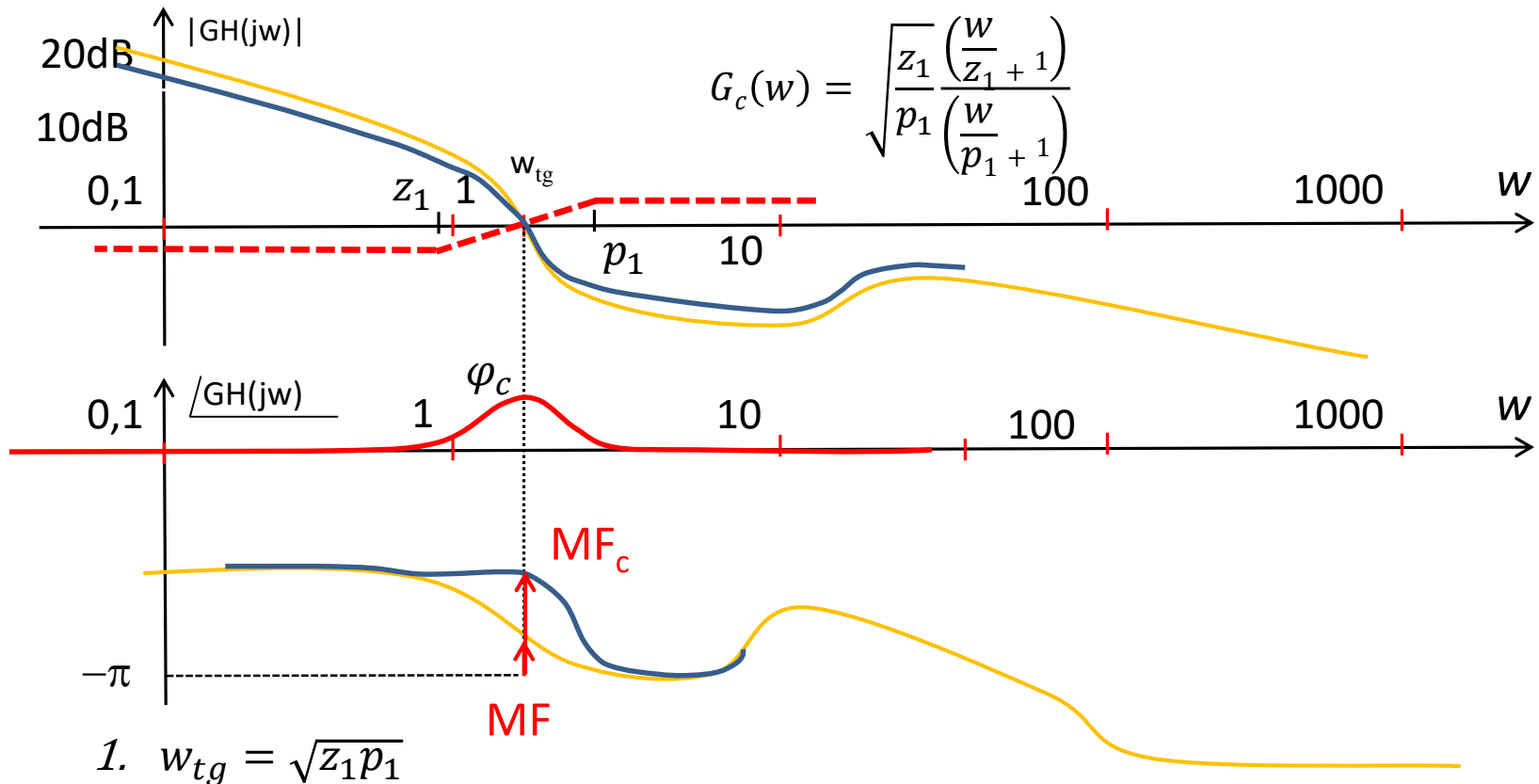
$$1. w_{tg} = \sqrt{z_1 p_1}$$

$$2. \sin(\varphi_c) = (p_1 - z_1) / (z_1 + p_1)$$

Donde  $\varphi_c$  es el margen de fase deseado menos el existente en  $w_{tg}$

Al correrse la  $w_{tg}$  el aporte de fase del compensador será menor al calculado y en gral la fase del sistema en esa nueva  $w_{tg\_c}$  es aún menor. Por lo tanto hay que sobrecompensar para tener en cuenta este efecto  $\longrightarrow \varphi_c + 10^\circ$

# Compensación en Frecuencia (Bode)



Donde  $\varphi_c$  es el margen de fase deseado menos el existente en  $\omega_{tg}$

Con esta opción de diseño la  $\omega_{tg}$  no cambia luego de compensar y por lo tanto no se necesita una sobrecompensación. Lo que se empeora es la ganancia de baja frecuencia, deteriorando los errores finitos distintos de cero y el RPAS

# Compensación en Frecuencia (Bode)

## Metodología:

1. Transformar el sistema de S a Z y de Z a W (incluir siempre ZOH(s))
2. Corrección de errores nulos (incorporar integradores en el dominio W). No hacer la corrección ni en el dominio S ni en Z
3. Verificar la realimentación (con un LR rápido a mano alzada)
4. Corregir el MF con compensador de adelanto (en gral.) en cualquiera de sus dos versiones
5. Medir el error y rechazo a perturbaciones y agregar compensadores de atraso con ganancia 1 en las frecuencias cercanas a  $w_{tg}$
4. Corregir los errores finitos distintos de cero y el rechazo a perturbaciones en gral. con ganancia.
5. Corregir el MF con compensadores de adelanto (mas requerimiento) pero con la versión que presenta ganancia unitaria en bajas frecuencias
6. Transformar el compensador de W a Z
7. Hallar la ecuación recursiva ( $k.T_s$ ) a implementar en el microcontrolador

Ejemplo:  $G_c(z) = (z-0,5)/(z-1)(z-0,8) = u(z)/e(z) \rightarrow (z-0,5) e(z) = (z^2-1,8z+0,8) u(z)$

$$(z^{-1}-0,5z^{-2})e(z) = (1-1,8z^{-1}+0,8z^{-2}) * (z) \rightarrow e(k-1)-0,5e(k-2)=u(k)-1,8u(k-1)+0,8u(k-2)$$

$$u(k)=e(k-1)-0,5e(k-2)+1,8u(k-1)-0,8u(k-2)$$

# Otras Compensaciones en Frecuencia

Compensadores del tipo PI+D se diseñan con la misma metodología empírica o analítica

1. Transformar el sistema de S a Z y de Z a W (incluir siempre ZOH(s))
2. Verificar la realimentación (con un LR rápido a mano alzada)
3. Realizar los cálculos de diseño del PI+D en base al MF deseado en la frecuencia especificada
4. Transformar el compensador de W a Z. Compensadores PI+D pueden presentar anti-causalidad.
5. Hallar la ecuación recursiva ( $k.T_s$ ) a implementar en el microcontrolador