

CAMPOS Y ONDAS (E0202) – 2022

ELECTROMAGNETISMO APLICADO (E1202) - 2022

TRABAJO PRÁCTICO Nº 3

ECUACIÓN DE POISSON. ECUACIÓN DE LAPLACE. CÁLCULO DE LA INTENSIDAD DE CAMPO Y POTENCIAL EN SISTEMAS DE CONDUCTORES (MÉTODO DE LAS IMÁGENES).

PROBLEMA 1

Considere un capacitor de placas planas paralelas infinitas, separadas una distancia d_1 . Una de las placas está a un potencial $U_0 = 0$, y la otra a un potencial U_1 . Aplicar la ecuación de Laplace para obtener: (a) la distribución de potencial entre las placas; (b) el campo eléctrico E entre ambas placas; (c) el campo D entre las placas; (d) la densidad superficial de cargas libres σ sobre las placas conductoras.

PROBLEMA 2

Dado un ducto de barras diseñado para operar en el nivel de tensión de 33 kV, cuyo aislamiento es vacío ($E_{\text{máxima admisible}} = 3 \text{ kV/mm}$), de longitud infinita, cuyo eje coincide con el eje z , el radio del conductor es de 22 mm y el espesor del aislamiento es de 24 mm. (a) Determinar la ley de variación del potencial U sobre el aislamiento y (b) determinar el valor máximo de campo en condiciones nominales de operación; verificar que no sea superado el valor admisible del material.

Sugerencia: usar el Laplaciano expresado en coordenadas cilíndricas

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

PROBLEMA 3

MÉTODO DE LAS IMÁGENES Determinar la ley de variación del campo eléctrico en la superficie de un plano de tierra perfectamente conductor, debido a la presencia de un conductor cilíndrico de radio a , ubicado a una altura h ($h \gg a$) del plano de tierra, el cual posee una carga λ por unidad de longitud. Obtener dicha expresión en función de la coordenada x , paralela al plano de tierra.

PROBLEMA 4

Dos esferas de radios R_1 y R_2 que poseen cargas Q_1 y Q_2 , están separadas por una distancia vertical h , ubicadas una por encima de la otra. La esfera R_2 tiene su centro a una altura H sobre el plano del suelo (a potencial 0). Los radios de las esferas son mucho menores frente a las alturas h y H . Utilizando el método de las imágenes eléctricas de las dos esferas, (a) calcular los potenciales U_1 y U_2 de las esferas; (b) en el caso en que $Q_1 = -Q_2$, calcular $U_1 - U_2$.

PROBLEMA 5

Considere dos semiplanos perfectamente conductores, cuyos orígenes se intersectan en ángulo recto, y una esfera conductora de radio R , ubicada en el cuadrante definido por ambos y a una distancia D de ambos semiplanos ($D \gg R$). Dicha esfera, posee una carga neta $+Q$, y los semiplanos se encuentran a potencial 0. Al aplicar el método de las imágenes, (a) ¿cuántas cargas imagen son necesarias? (b) ¿de qué signo e intensidad? (c) ¿en qué ubicación?

PROBLEMA 6

Sea un conductor cilíndrico, de radio $R = 50 \text{ mm}$, ubicado a una altura $H = 10 \text{ m}$ sobre un plano perfectamente conductor que se encuentra a potencial cero (plano de tierra). Sea U el potencial del cilindro respecto del plano de tierra. Determinar en qué lugar es máximo el campo eléctrico. Dejar expresado dicho campo máximo en función del potencial U .

PROBLEMA 7

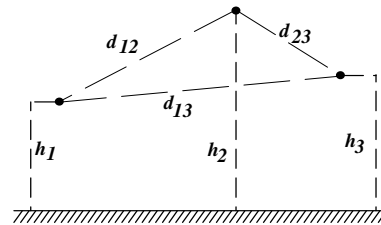
Sean dos conductores paralelos, cilíndricos, de radios $R_1 = R_2 = R$, muy largos, separados una distancia D entre sus ejes, con cargas $-\lambda$ y $+\lambda$ por unidad de longitud. Determinar: (a) el sistema de filamentos equivalentes; (b) la ley de variación del potencial del sistema; (c) la capacidad del sistema.

PROBLEMA 8

Considere el sistema de conductores cilíndricos, paralelos entre sí, y paralelos con respecto al plano de tierra, mostrado en la Figura. Determinar: (a) la matriz de coeficientes de potencial $[\alpha]$; (b) la matriz de coeficientes de capacidad $[\beta]$. (c) ¿Es posible calcular primero la matriz de coeficientes de capacidad β_{ij} a partir de la geometría (r , h , d) y luego a partir de $[\beta]$ obtener la matriz de coeficientes de potencial $[\alpha]$?

Sugerencia: desarrollar las siguientes expresiones matriciales:

$$[U] = [\alpha] [\lambda] \quad \text{y} \quad [\lambda] = [\beta] [U]$$



PROBLEMA 9

En el sistema de conductores cilíndricos y plano de tierra del ejercicio anterior (ver Figura): (a) determinar las capacidades parciales C_{ij} , a partir de su definición: $\lambda_i = C_{i0} V_i + C_{ij} \Delta V_{ij} |_{j \neq i}$ expresando cada término C_{ij} en función de β_{ij} . Advertencia: U_i es el potencial del conductor i respecto del plano de tierra; ΔU_{ij} es la diferencia de potencial entre el conductor i y el conductor j , es decir es $U_i - U_j$.

PROBLEMA 10

Se tienen dos conductores cilíndricos, ambos de radio $r = 1$ cm, suspendidos en el aire por sobre un plano de tierra ambos a una altura $h = 10$ m y separados entre sí una distancia $d = 1$ m. Encontrar las capacidades parciales: C_{10} y C_{20} respecto del plano de tierra y C_{12} entre ambos conductores.

Sugerencia: relacionar con la matriz de coeficientes de capacidad $[\beta]$ obtenida a partir de la matriz de coeficientes de potencial $[\alpha]$.

PROBLEMA 11

Considere dos filamentos de carga infinitamente largos, paralelos, separados una distancia d , con densidades lineales de carga $+\lambda$ y $-\lambda$ por unidad de longitud. Determinar: (a) la expresión del potencial; (b) la ecuación de las equipotenciales.

PREGUNTAS DE TEÓRICAS

- (a) Deducir la ecuación de Poisson.
- (b) ¿Podemos decir que la ecuación de Poisson contiene toda la información que contiene la ley de Coulomb?
- (c) ¿Cuál es la utilidad de la ecuación de Poisson?
- (d) ¿Por qué decimos que la ecuación de Poisson contiene toda la información que contiene la ley de Coulomb?
- (e) ¿Cuál es la ecuación de Laplace y qué relación tiene con la ecuación de Poisson?
- (f) ¿Qué relación hay entre el Método de las Imágenes y el Teorema de Unicidad?
- (g) Los coeficientes de potencial, son función de sólo de la geometría de la distribución de los conductores? o también depende de la carga de los mismos y/o del potencial?
- (h) Los coeficientes de capacidad, son función de sólo de la geometría de la configuración de los conductores y del medio dieléctrico? o también dependen de la carga de los conductores y/o del potencial?