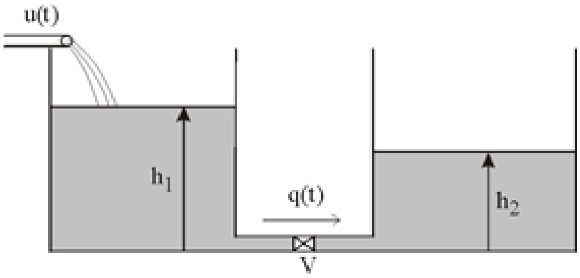
Trabajo Práctico 1: Modelado de sistemas dinámicos

Ejercicio 1: sistema hidráulico

Considere el sistema hidráulico de la figura.



Este sistema presenta dos tanques que se comunican en su parte inferior a través de un tubo. Estos tanques tienen igual área transversal A. El caudal de entrada del fluido es una variable temporal denominada $u(t)$ [l/s].
En el tubo inferior existe una válvula que deja pasar un caudal V proporcional a la diferencia de altura entre las columnas de líquido:

$$q(t) = \frac{h_1(t) - h_2(t)}{R}$$

R podría interpretarse como la resistencia al paso del fluido.

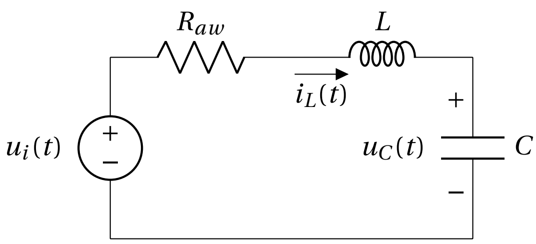
a. Hallar las ecuaciones diferenciales que representan el comportamiento dinámico del sistema. A partir de estas ecuaciones obtener una función de transferencia que relacione la variable $h_2(t)$ respecto a la entrada del sistema.

NOTA: para hallar las ecuaciones diferenciales debe considerarse el principio de conservación de la masa en los lugares donde pueda ésta acumularse. Este principio establece que la masa que entra menos la que sale es la que se acumula en el sitio considerado.

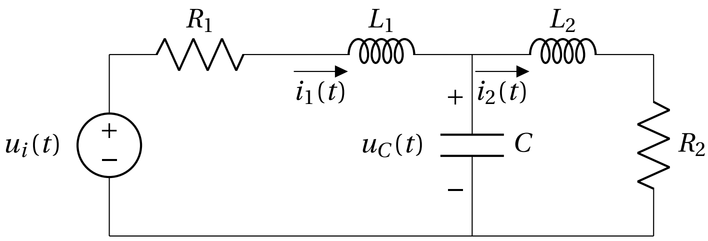
b. Que sucedería con las ecuaciones planteadas en el primer punto si se hiciera un orificio de área A_o en el fondo del tanque 2. Como dato recordatorio puede decirse que la velocidad con que un fluido sale por un orificio a una profundidad D que se mide respecto de la superficie del líquido es $v = \sqrt{2gD}$. ¿Puede hallarse en este caso la función de transferencia pedida anteriormente?

Ejercicio 2: circuito pasivo

Para el sistema eléctrico de la figura hallar la ecuación diferencial que describe el comportamiento de $u_c(t)$ y la función de transferencia $U_c(s)/U_i(s)$.



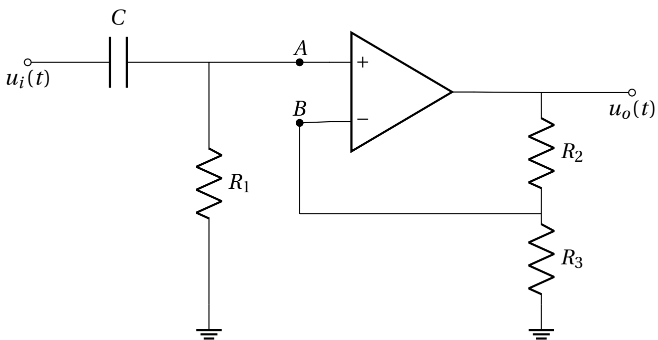
Ejercicio 3: circuito pasivo



Escribir las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del circuito de la figura. ¿Cuántos polos tiene la transferencia $I_2(s)/U_i(s)$? ¿Por qué?

Ejercicio 4: amplificador

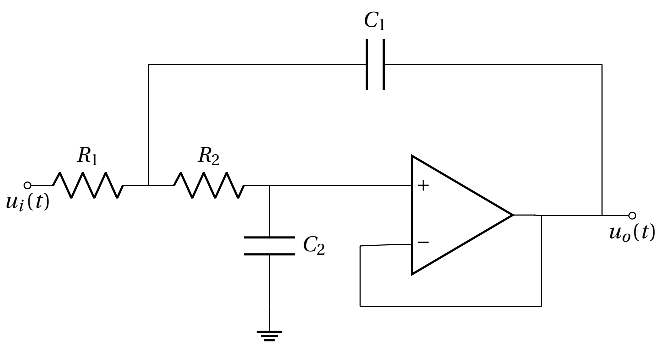
Obtener la función de transferencia $U_o(s)/U_i(s)$ del circuito que aparece en la figura (asumir amplificador operacional ideal)



Ejercicio 5: Filtro Sallen-Key

La figura muestra un filtro Sallen-Key.

1. Calcular la función de transferencia $U_o(S)/U_i(s)$(asumir amplificador operacional ideal).
2. ¿Existe alguna situación en la que los polos de la función de transferencia son reales e iguales? ¿Qué se debe cumplir para ello?



Ejercicio 6:

Considere el sistema térmico de la figura. Este horno se encuentra compuesto por una cavidad de aire y una camisa calefaccionada eléctricamente a través de una resistencia.

a. Hallar las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento de las dos masas térmicas del problema (camisa y aire interior).

Para ello considerar que este sistema se encuentra inmerso en un ambiente a una temperatura que se mantiene constante y que llamamos T_o. Para plantear adecuadamente las ecuaciones se debe usar el principio de conservación de la energía térmica. Para ello se deben recordar las ecuaciones que describen la transmisión de calor por unidad de tiempo a través de una superficie y la variación temporal de la temperatura de un cuerpo de capacidad calorífica determinada. Una vez halladas las ecuaciones diferenciales, encontrar la función de transferencia $T_j(s)/U(s)$. Las variables y coeficientes involucrados en este problema son:

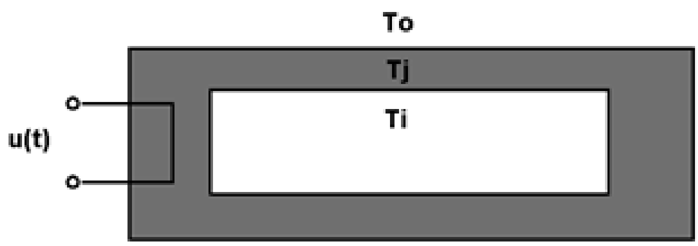
- $u(t)$: cantidad de calor de entrada a la camisa.
- T_o, T_j, T_i: temperaturas en el exterior de la camisa, en la camisa y en el interior de la camisa respectivamente.
- A_i, A_o: superficies interiores y exteriores de la camisa respectivamente.
- C_i, C_j: capacidades caloríficas del espacio interior y de la camisa respectivamente.
- h_i, h_o: son los coeficientes de transmisión de calor para las superficie interior y exterior respectivamente.

b. ¿Pudo hallar la función de transferencia pedida? Pruebe nuevamente realizando previamente el siguiente cambio de variables en las ecuaciones diferenciales:

$$T_i^* = T_i - T_o \qquad y \qquad T_j^* = T_j - T_o$$

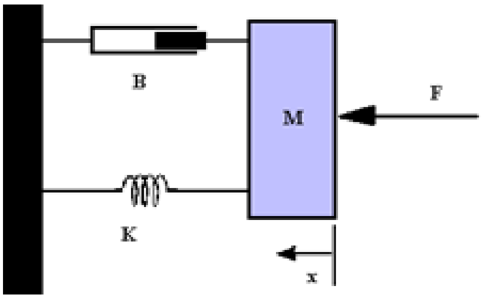
Es importante notar que, como T_o es constante, las derivadas temporales de T_i^* y T_j^* coinciden con las de T_i y T_j respectivamente

c. Analizar cómo se modificarían las ecuaciones diferenciales si el elemento calefactor estuviera en el espacio interior del horno.



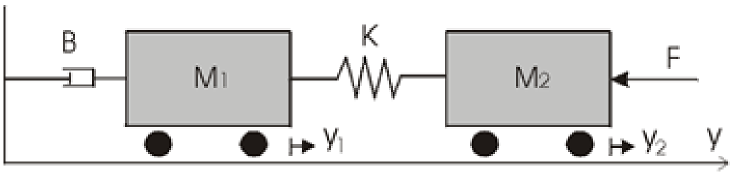
Ejercicio 7:

Obtener las ecuaciones diferenciales que representan el funcionamiento del sistema mecánico de la figura y la función de transferencia $G(s) = X(s)/F(s)$



Ejercicio 8:

Obtener las ecuaciones diferenciales que representan el funcionamiento del sistema mecánico de la figura y la función de transferencia $G(s) = Y_1(s)/F(s)$.

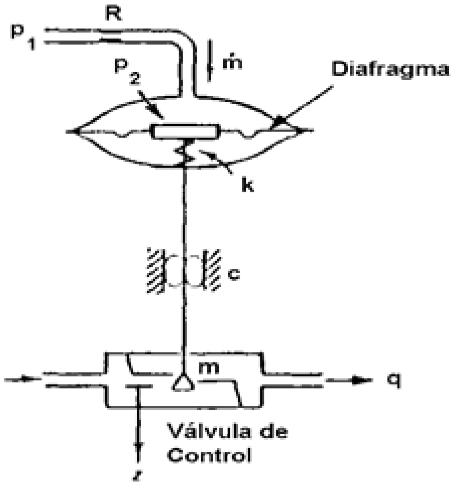


Ejercicio 9:

Cuando el actuador neumático a diafragma de la figura está en equilibrio, se verifica que las presiones a la entrada del tubo y sobre el diafragma son iguales: $p_{10} = p_{20} = cte$, no existe flujo de masa a lo largo del tubo: $\dot{m} = 0$ y la posición z_o del embolo de la válvula de control se mantiene constante permitiendo el paso de un flujo q_o a través suyo.
Si denominamos como p_1, p_2 y q a las desviaciones de estas variables respecto del punto de equilibrio, se cumplen las siguientes relaciones:

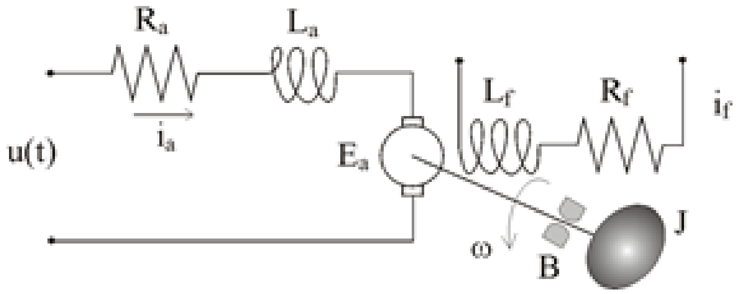
- El flujo de masa a lo largo del tubo de entrada es proporcional a la diferencia de presiones con una constante de proporcionalidad definida como la resistencia de tubo R → $\dot{m}_f = (p_1 - p_2)/R$
- El flujo de masa y el aumento de presión sobre el diafragma son directamente proporcionales $\dot{m}_f = C_1 \dot{p}_2$
- El émbolo de la válvula presenta una carga de masa, viscosidad y constante elástica. El área del diafragma es A.

Hallar la función de transferencia $Q(s)/P_1(s)$. Suponer una variación de flujo proporcional a la variación del desplazamiento z.
Observar que este sistema es similar a un calefón común. La única diferencia es que la cavidad donde se acumula el fluido presenta, en el caso del calefón, un orificio que permite que el fluido salga y vaya a la serpentina. Allí es donde éste se calienta producto de la combustión del gas que pasa por la válvula de control.



Ejercicio 10:

En la figura se presenta esquemáticamente un motor de C.C. con su carga mecánica.



a. Hallar la/las ecuaciones diferenciales que vinculan la velocidad del eje con la tensión de armadura (u_a) y la tensión de campo (u_f).

b. Obtener las función de transferencia $\Omega(s)/U_a(s)$, considerando tensión de campo constante.

c. Si se varía u_f manteniendo u_a constante, ¿puede obtenerse la transferencia $\Omega(s)/U_f(s)$? ¿Cómo se debería proceder para obtenerla?

$$E_a = k_e \phi_f \omega$$
$$T_m = k_t \phi_f i_a$$
$$\phi_f = k_f i_f$$

- J momento de inercia del motor+carga mecánica.
- B coeficiente de roce viscoso del eje.
- k_e constante de fuerza contra-electromotriz del motor.
- k_t constante de torque del motor.
- k_f constante de campo del motor.
- ϕ_f flujo magnético.