

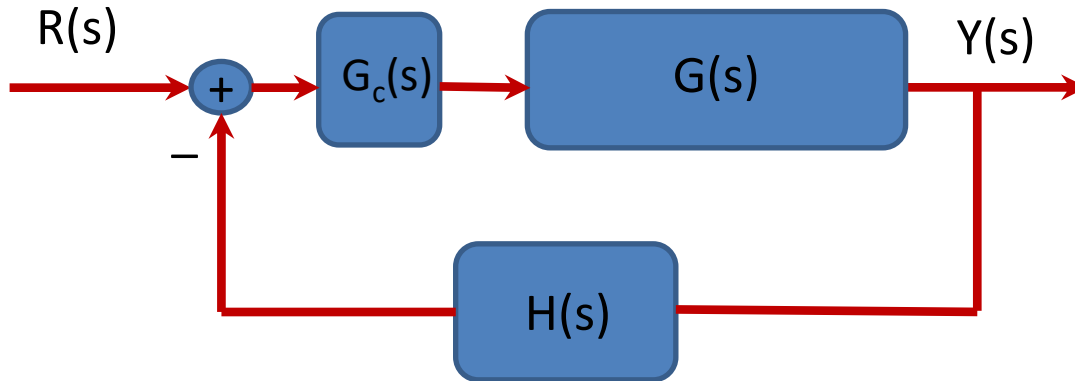
# Control y Servomecanismos A

## Control Automático I

Tema: Compensación

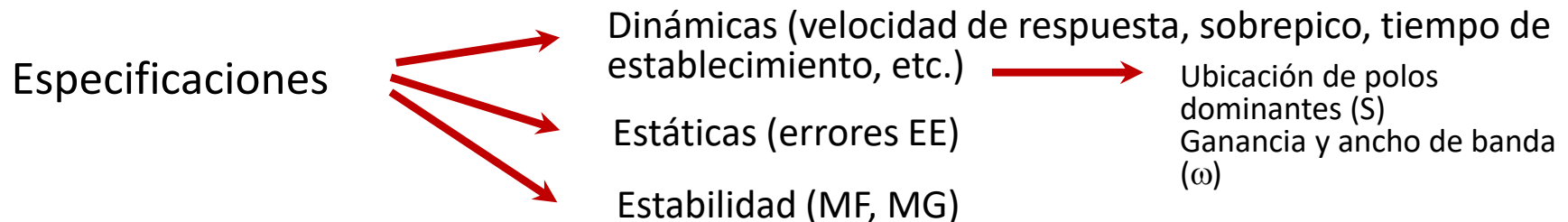
Cursada Virtual 2020

# Compensación



$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)H(s)}$$

Modificar el comportamiento del sistema de manera que cumpla con ciertos requisitos establecidos por las necesidades operativas del mismo



# Compensación

- Dinámicas (velocidad de respuesta, sobrepico, tiempo de establecimiento, etc.)
- Estáticas (errores EE)



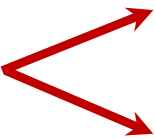
LR (S)

- Dinámicas (ganancia y ancho de banda)
- Estáticas (errores EE)
- Estabilidad (MG, MF)



Bode ( $\omega$ )

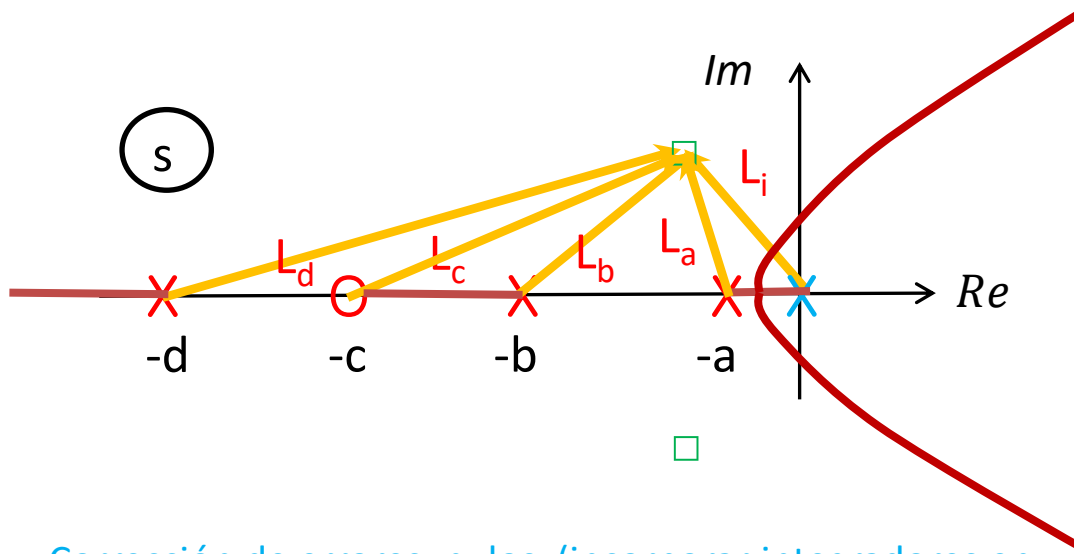
# Compensación en LR

- Dinámicas (velocidad de respuesta, sobrepico, tiempo de establecimiento, etc.)
- Estáticas (errores EE) 
  - Errores nulos
  - Errores finitos  $\neq 0$

## Metodología:

1. Corrección de errores nulos (incorporar integradores en  $G_c(s)$ )
2. Asegurar la posición de los polos dominantes en el lugar especificado (agregando singularidades y ganancia)
3. Medir el error y compensar si hiciera falta para lograr el error  $\neq 0$  especificado

# Compensación en LR



- $P_{LC} = -\alpha \pm j\beta$
- $E_{ee} \text{ escalón} = 0$
- $E_{ee} \text{ rampa} < 0,01$



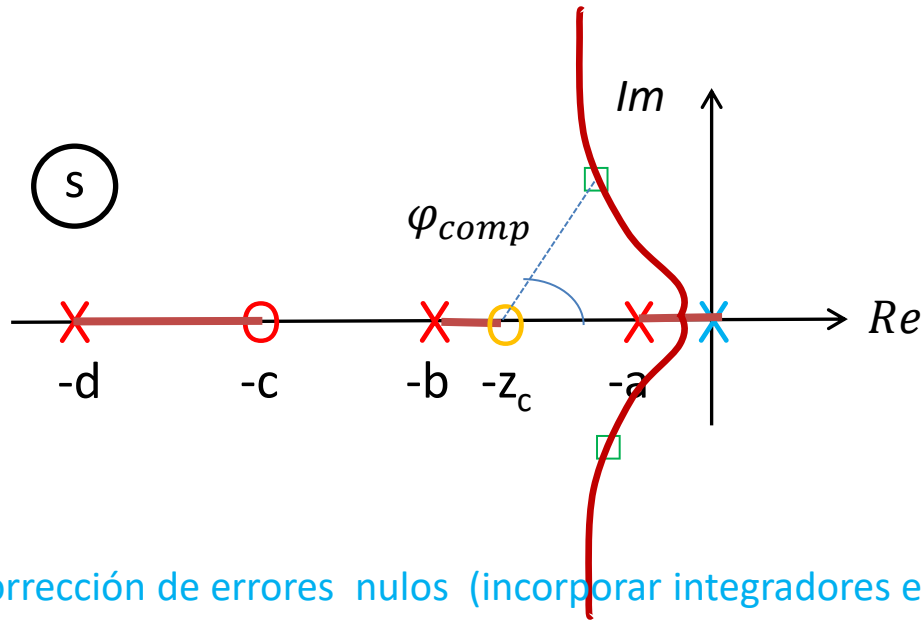
- $P_{LC} = -\alpha \pm j\beta$
- $E_{ee} \text{ rampa} < 0,01$

1. Corrección de errores nulos (incorporar integradores en  $G_c(s)$ )  $\longrightarrow$  Verificar realimentación correcta
2. Asegurar la posición de los polos dominantes en el lugar especificado (agregando singularidades y ganancia)

$$\varphi_i \quad \varphi_a \quad \varphi_b \quad \varphi_c \quad \varphi_d \longrightarrow (-\varphi_i - \varphi_a - \varphi_b - \varphi_d + \varphi_c) + \varphi_{comp} = -180^\circ \quad \text{o} \quad 0^\circ$$

$$\varphi_{comp} = -180^\circ - (-\varphi_i - \varphi_a - \varphi_b - \varphi_d + \varphi_c)$$

# Compensación en LR



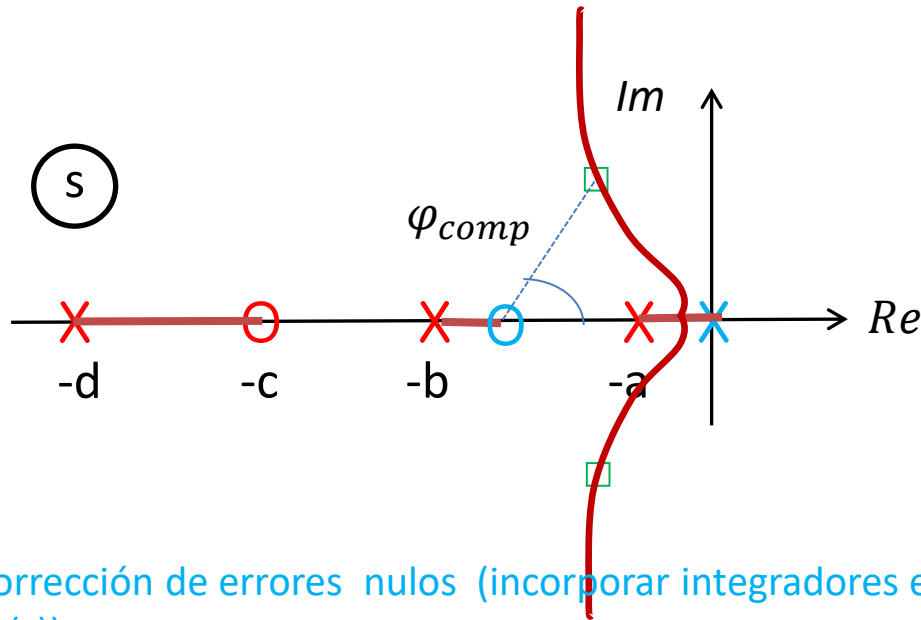
- $P_{LC} = -\alpha \pm j\beta$
- $E_{ee} \text{ escalón} = 0$
- $E_{ee} \text{ rampa} < 0,01$

1. Corrección de errores nulos (incorporar integradores en  $G_c(s)$ )  $\longrightarrow$  Verificar realimentación correcta
2. Asegurar la posición de los polos dominantes en el lugar especificado (agregando singularidades y ganancia)

$$G_{c1}(s) = \frac{K(s + z_c)}{s} \quad |G_{c1}GH(p_{LC})| = 1 \quad \longrightarrow \quad \frac{KL_c L_{zc}}{L_{ic} L_a L_b L_d} = 1$$



# Compensación en LR



- $P_{LC} = -\alpha \pm j\beta$
- $E_{ee} \text{ escalón} = 0$
- $E_{ee} \text{ rampa} < 0,01$

1. Corrección de errores nulos (incorporar integradores en  $G_c(s)$ ) → Verificar realimentación correcta
2. Asegurar la posición de los polos dominantes en el lugar especificado (agregando singularidades y ganancia)

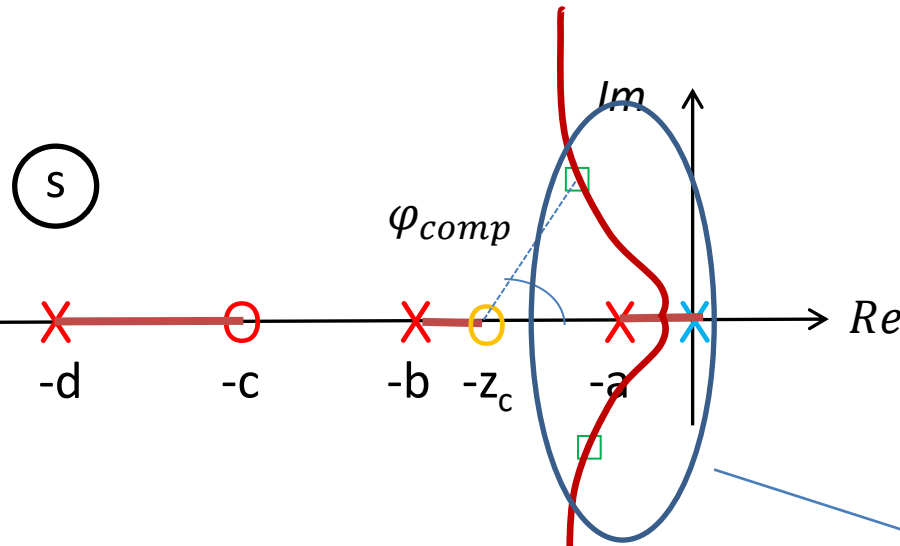
El aporte de ángulo necesario puede agregarse de diferentes maneras:

- Considerando las singularidades ya agregadas en pasos previos de compensación.
- Agregando celdas polo-cero por el método de la bisectriz.
- Agregado celdas polo-cero ubicada por simplicidad de cálculo.

$$G_c(s) = \frac{K(s + Z_1)}{(s + P_1)}$$

Siempre debe calcularse la ganancia  $K$  que asegure :  $|G(s)H(s)G_c(s)|_{p_{LC}} = 1$

# Compensación en LR

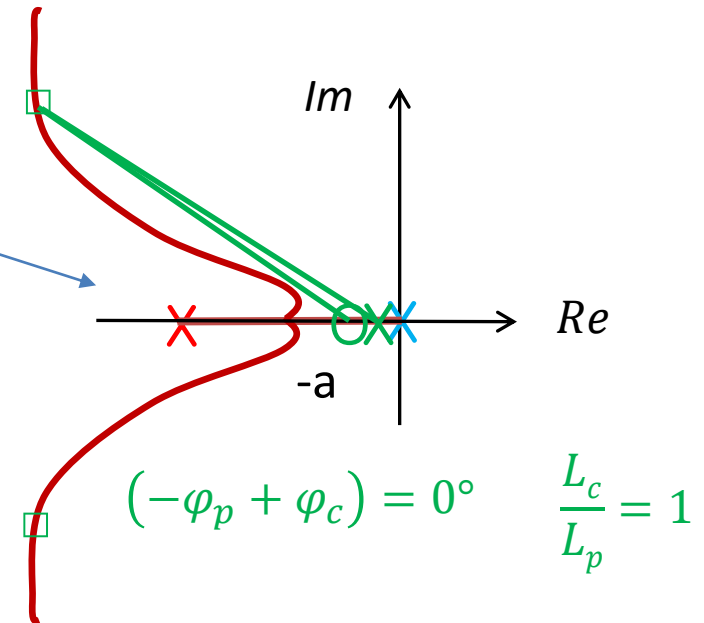


- $p_{LC} = -\alpha \pm j\beta$
- $E_{ee} \text{ escalón} = 0$
- $E_{ee} \text{ rampa} < 0,01$

1. Corrección de errores nulos (incorporar integradores en  $G_c(s)$ )  $\longrightarrow$  Verificar realimentación correcta

2. Asegurar la posición de los polos dominantes en el lugar especificado (agregando singularidades y ganancia)

$$G_{c1}(s) = \frac{K(s + z_c)}{s} \quad |G_{c1}GH(p_{LC})| = 1 \quad \longrightarrow \quad \frac{KL_c L_{zc}}{L_{ic} L_a L_b L_d} = 1$$

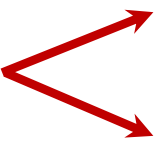


3. Medir el error y compensar si hiciera falta para lograr el error  $\neq 0$  especificado

$$G_c(s) = \frac{(s + R_1)}{(s + R_2)} \quad \longrightarrow \quad G_c(s) \Big|_{s=0} = \frac{R_1}{R_2}$$



# Compensación en Frecuencia (Bode)

- Estabilidad relativa (MF)
- Estáticas (errores EE) 
  - Errores nulos
  - Errores finitos  $\neq 0$
- Rechazo a perturbaciones de baja frecuencia

## Metodología:

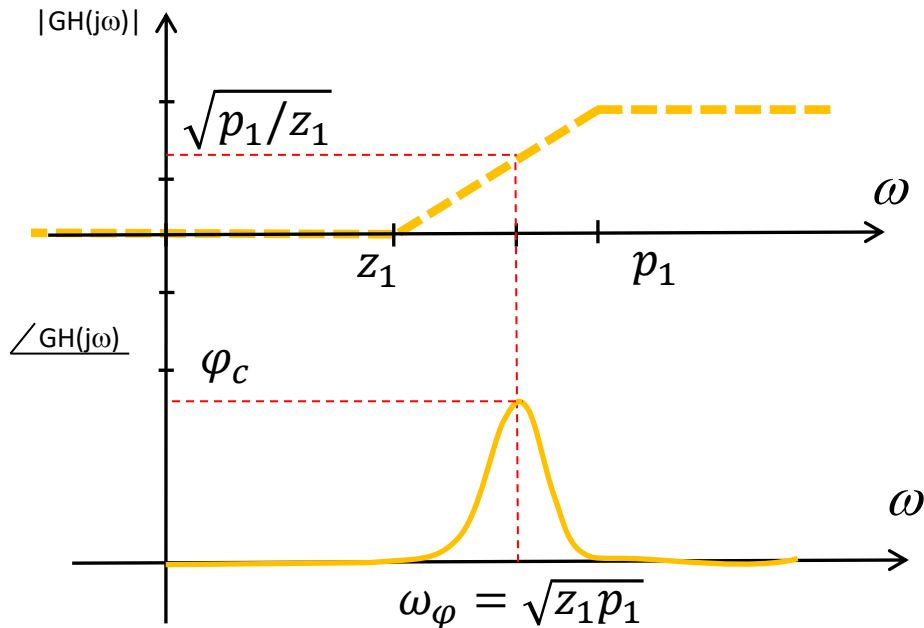
1. Corrección de errores nulos (incorporar integradores en  $G_c(s)$ )
2. Corregir el MF con compensador de adelanto (en gral.)
3. Medir el error y rechazo a perturbaciones y agregar compensadores de atraso con ganancia 1 y fase despreciable en las frecuencias cercanas a  $\omega_{tg}$
2. Corregir los errores finitos distintos de cero y el rechazo a perturbaciones en gral. con ganancia.
3. Corregir el MF con compensadores de adelanto (mas requerimiento)

# Compensación en Frecuencia (Bode)

Compensador de adelanto  $G_c(s) = \frac{K \left( \frac{s}{z_1} + 1 \right)}{\left( \frac{s}{p_1} + 1 \right)}$  con  $z_1 < p_1$

**Supongamos K=1**

$$\sin(\varphi_c) = (p_1 - z_1)/(z_1 + p_1) \longrightarrow \omega_\varphi = \sqrt{z_1 p_1} \quad |G_c(s)|_{\omega_\varphi} = \frac{1}{\sqrt{\frac{z_1}{p_1}}} = \sqrt{\frac{p_1}{z_1}}$$

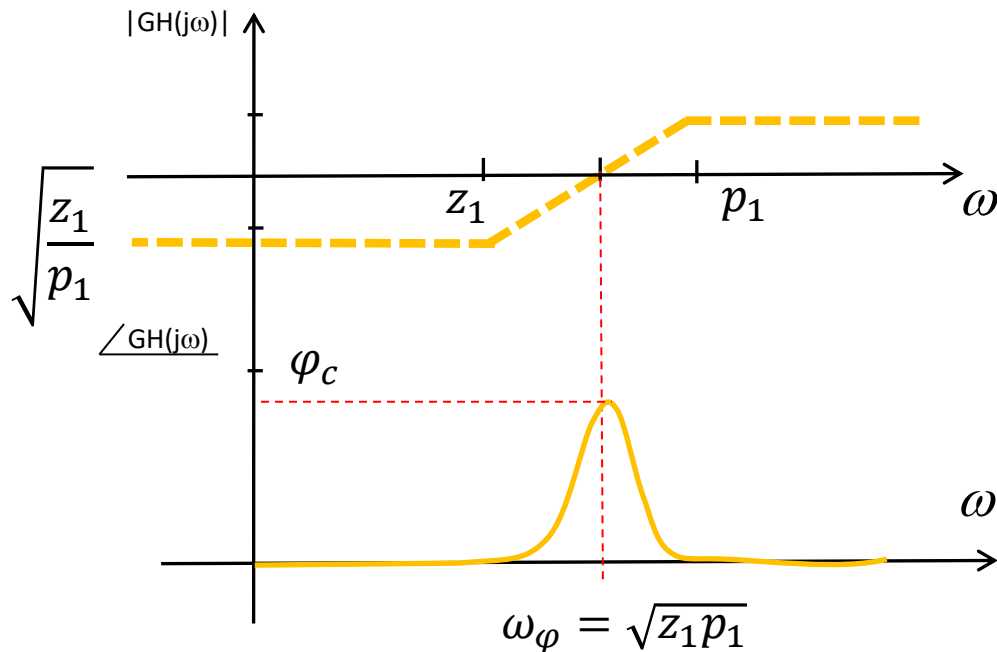


# Compensación en Frecuencia (Bode)

Compensador de adelanto  $G_c(s) = \frac{K \left( \frac{s}{z_1} + 1 \right)}{\left( \frac{s}{p_1} + 1 \right)}$  con  $z_1 < p_1$

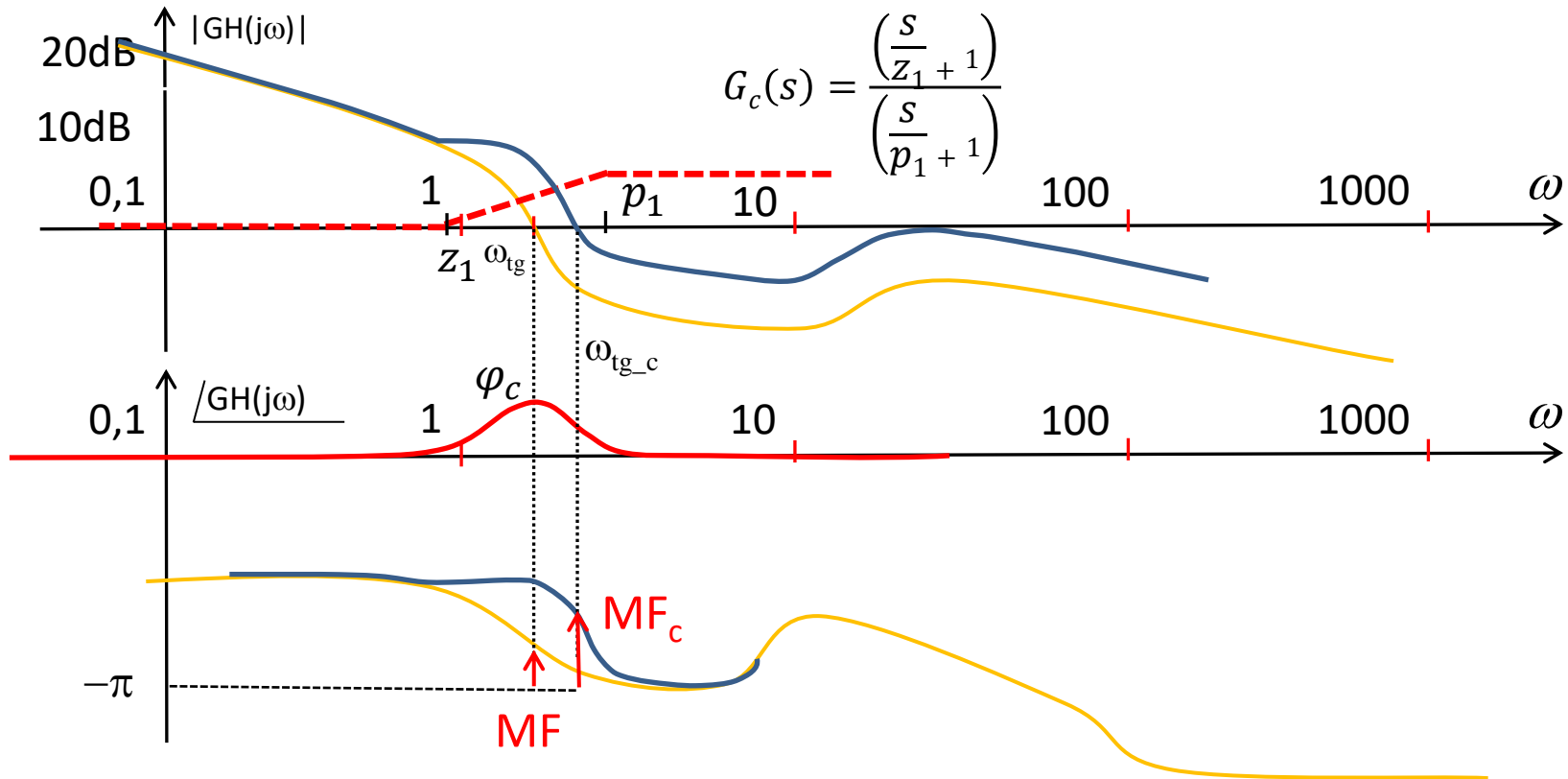
**Supongamos  $K \neq 1$**

$$\sin(\varphi_c) = (p_1 - z_1)/(z_1 + p_1) \rightarrow \omega_\varphi = \sqrt{z_1 p_1} \quad K = 1/|G_c(s)|_\varphi = \sqrt{\frac{z_1}{p_1}}$$



→ Deteriora los errores finitos  $\neq 0$

# Compensación en Frecuencia (Bode)



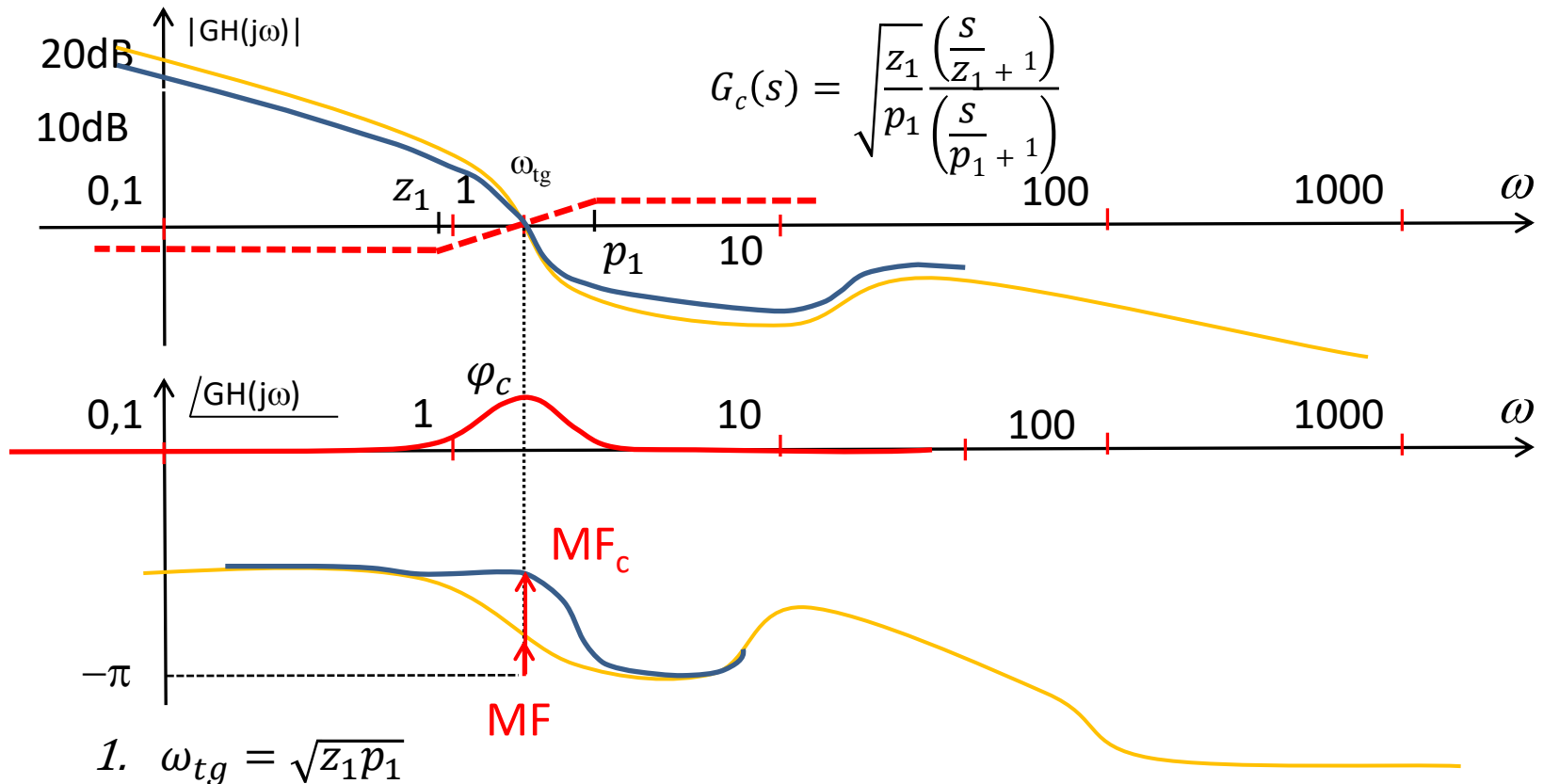
$$1. \omega_{tg} = \sqrt{z_1 p_1}$$

$$2. \sin(\varphi_c) = (p_1 - z_1) / (z_1 + p_1)$$

Donde  $\varphi_c$  es el margen de fase deseado menos el existente en  $\omega_{tg}$

Al correrse la  $\omega_{tg}$  el aporte de fase del compensador será menor al calculado y en gral la fase del sistema en esa nueva  $\omega_{tg\_c}$  es aún menor. Por lo tanto hay que sobrecompensar para tener en cuenta este efecto  $\longrightarrow \varphi_c + 10^\circ$

# Compensación en Frecuencia (Bode)



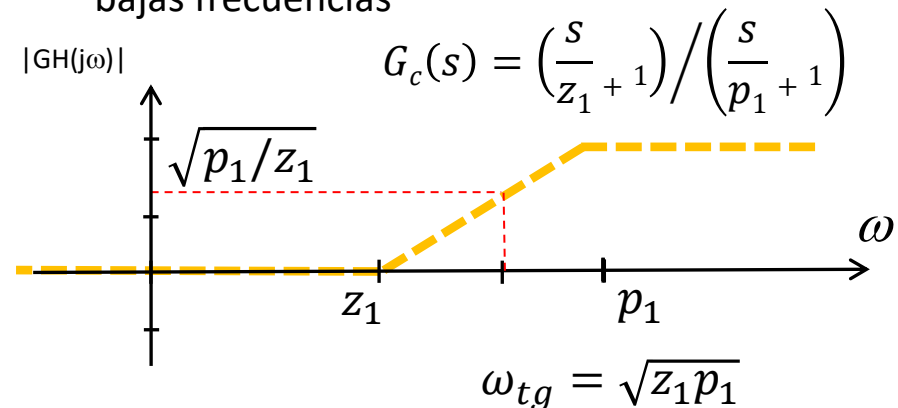
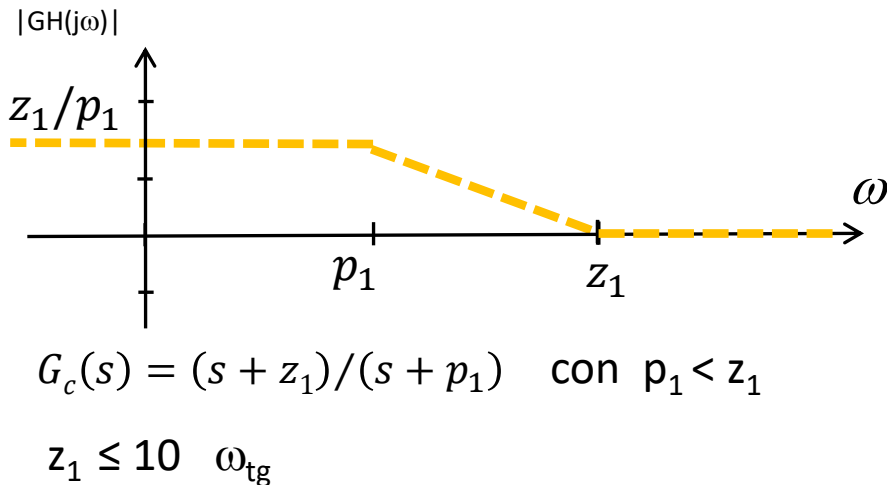
Donde  $\varphi_c$  es el margen de fase deseado menos el existente en  $\omega_{tg}$

Con esta opción de diseño la  $\omega_{tg}$  no cambia luego de compensar y por lo tanto no se necesita una sobrecompensación. Lo que se empeora es la ganancia de baja frecuencia, empeorando los errores finitos distintos de cero y el RPAS

# Compensación en Frecuencia (Bode)

## Metodología:

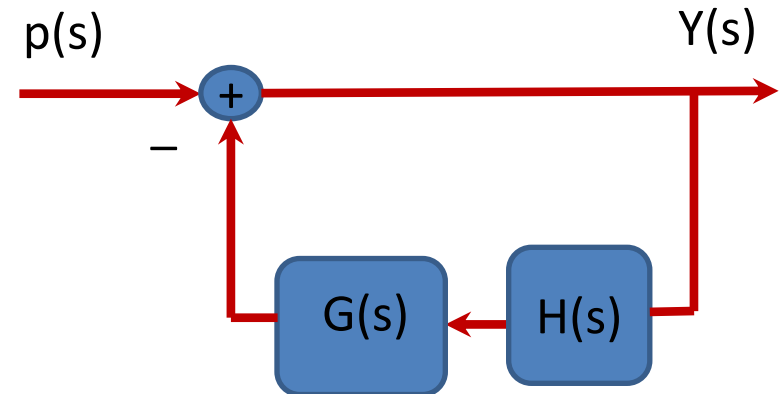
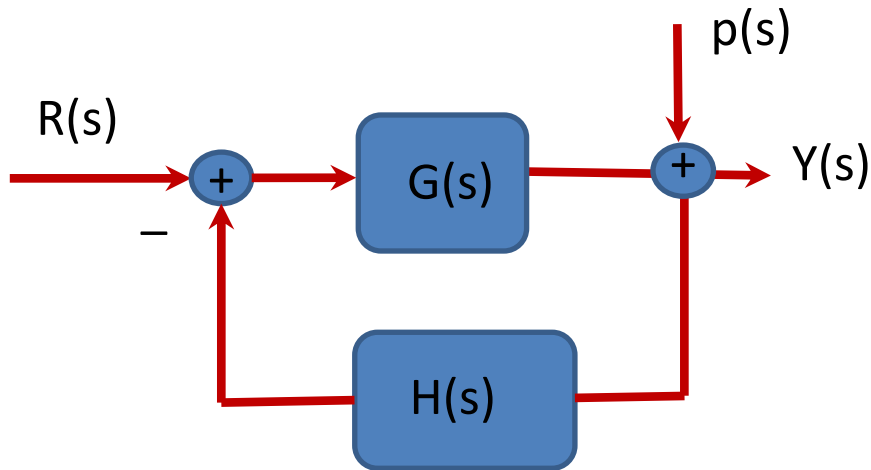
1. Corrección de errores nulos (incorporar integradores en  $G_c(s)$ )
2. Verificar la realimentación (con un LR rápido a mano alzada)
3. Corregir el MF con compensador de adelanto (en gral.) en cualquiera de sus dos versiones
4. Medir el error y rechazo a perturbaciones y agregar compensadores de atraso con ganancia 1 en las frecuencias cercanas a  $\omega_{tg}$
3. Corregir los errores finitos distintos de cero y el rechazo a perturbaciones en gral. con ganancia.
4. Corregir el MF con compensadores de adelanto (mas requerimiento) pero con la versión que presenta ganancia unitaria en bajas frecuencias



# Compensación en Frecuencia (Bode)

Errores de EE finitos distintos de cero y el rechazo a perturbaciones aditivas en la salida

1. Errores de EE finitos distintos de cero se mejoran con la ganancia en  $s=0$ , es decir en continua.
2. Rechazo a perturbaciones aditivas en la salida se logra aumentando la ganancia en la banda especificada.



$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

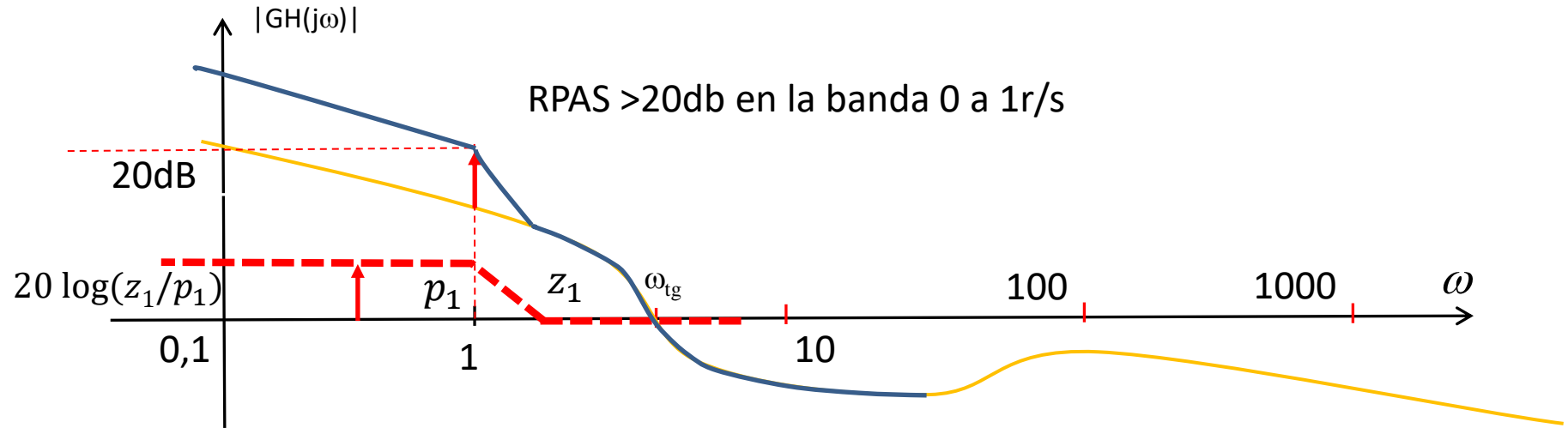
$$\left| \frac{Y(s)}{P(s)} \right| \approx \frac{1}{|G(s)H(s)|}$$

Para que la perturbación  $P$  se manifieste lo menos posible en  $Y$ , el módulo de  $GH(s)$  en la banda requerida debe ser grande.

El módulo de  $GH(s)$  debe ser mayor que el rechazo pedido, en toda la banda de frecuencias solicitada.



# Compensación en Frecuencia (Bode)



$$G_c(s) = (s + z_1)/(s + p_1)$$

$$z_1 \leq 10 \quad \omega_{tg}$$