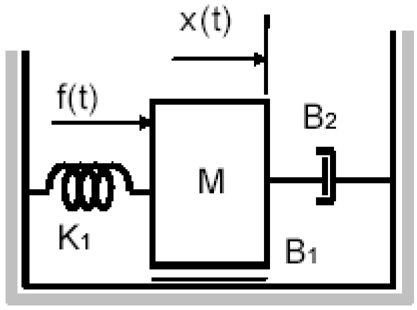
Construcción de un Modelo Dinámico Mecánico

Se busca obtener la función de transferencia que relacione la posición de la masa ***M*** en función de la fuerza aplicada externamente ***f(t)*** (ver figura). Como puede observarse el sistema está compuesto por una masa ***M*** que se encuentra sujeta a dos paredes macizas por un resorte y un amortiguador respectivamente.



Como en todo sistema mecánico, para encontrar relaciones dinámicas aplicamos la segunda ley de Newton. Para ello debemos identificar las fuerzas que intervienen sobre la masa en cuestión. Estas son:

- Fuerza externa: f(t)
- Fuerza restituyente del resorte $K_1 x$
- La fuerza viscosa del amortiguador $B_2 \frac{dx}{dt} = B_2 \dot{x}$
- La fuerza de roce que en este caso consideraremos despreciable.

Para poder plantear correctamente cualquier modelo de este tipo hay que poder identificar claramente el sentido de la acción de las fuerzas actuantes. Para ello es imprescindible relacionarlas con el sentido positivo del desplazamiento de la masa. Este último sentido, si bien es arbitrario, debe resultar coherente con el planteamiento de la dirección de las fuerzas.

En el caso de la figura la acción de la fuerza externa tiende a incrementar la coordenada de posición ***x***, es decir, tiende a acelerar positivamente a la masa ***M***. Sin embargo, la fuerza ejercida por el resorte tiende a oponerse a la acción de la fuerza externa y, aunque esta última no existiera, su influencia tenderá a desacelerar a la masa ***M***. En igual sentido interviene el amortiguador. Por lo tanto la sumatoria de fuerzas actuantes puede escribirse en este caso como:

$$f(t) - K_1 x - B_2 \dot{x}$$

Luego, la segunda ley de Newton puede plantearse como:

$$f(t) - K_1 x - B_2 \dot{x} = M \frac{d^2 x}{dt^2} = M \ddot{x}$$

Si se considera que la entrada o el accionamiento sobre el sistema es la fuerza externa y que la salida es la posición de la masa, puede hallarse rápidamente la función de transferencia entre estas variables. Para ello se aplica la transformada de Laplace considerando condiciones iniciales nulas. Esto es:

$$F(s) - K_1 X(s) - B_2 s X(s) = M s^2 X(s)$$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{M s^2 + B_2 s + K_1}$$

Como puede observarse se trata de un sistema de segundo orden que puede tener polos reales o complejos conjugados. En este último caso, ante la aplicación de una fuerza externa la salida del sistema evolucionaría temporalmente en forma oscilatoria amortiguada. ¿Qué sistema presenta un comportamiento similar?

Sería interesante que Ud. simule el comportamiento del sistema y encuentre relaciones entre la posición de los polos y el comportamiento temporal de **x**(t) ante una f(t) del tipo escalón.