

E-1214 FUNDAMENTOS DE LAS COMUNICACIONES - AÑO 2023

TP N°2: Ruido. Ancho de Banda de Ruido.

1. Ruido Térmico vs. Ruido Blanco

En la teoría vimos que, bajo ciertas hipótesis, podía modelarse a la tensión aleatoria producida por agitación térmica de los electrones en un conductor con resistencia R , como un PAESA real, gaussiano, con media nula y correlación $R_{EE}(\tau) = kTR\alpha e^{-\alpha|\tau|}$, donde T es la temperatura a la que se encuentra el conductor (en Kelvin), k la constante de Boltzmann ($1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$), y α la cantidad promedio de choques de un electrón con partículas más pesadas por segundo ($\approx 10^{14}$ choques por seg. en el cobre).

- Calcule la potencia de la tensión aleatoria $E(t)$ generada en un cable de cobre a 300K y con $R = 2,415\Omega$. Grafique $\rho_{EE}(\tau) = R_{EE}(\tau)/R_{EE}(0)$. ¿Cuál es la mínima separación temporal que deben tener dos muestras de ruido para que su correlación sea menor al 1%?
- Calcule la DEP de $E(t)$, $S_{EE}(f)$. Grafique $S_{EE}(f)/S_{EE}(0)$ e indique la zona de frecuencias en las que la DEP es prácticamente constante (donde $|1 - S_{EE}(f)/S_{EE}(0)| < 1/100$).
- Supongamos que este PA es aplicado a la entrada de un SLIT con respuesta impulsional $h(t)$ (y respuesta en frecuencia $H(f)$) obteniéndose $W(t)$ a la salida. ¿Qué característica debería tener $H(f)$ para que sea válido aproximar $S_{WW}(f) \approx S_{EE}(0)|H(f)|^2$?

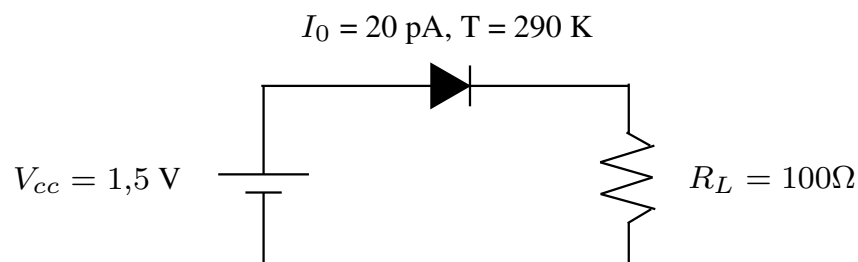
Interprete el significado de esta aproximación en el dominio del tiempo.

- Para concretar ideas suponga que $H(f) = \Pi(f/2B)$, con $2B=100\text{GHz}$. Calcule la potencia de $W(t)$ usando la aproximación y en forma exacta. ¿Cuanto es el error cometido? ¿Y si $2B=1\text{THz}$?

Note que a los fines prácticos la aproximación significa utilizar ruido blanco como modelo simplificado para ruido térmico. Sin embargo, un uso incorrecto de este modelo podría llevarnos a conclusiones erróneas, como suponer que la potencia disponible en una resistencia es infinita.

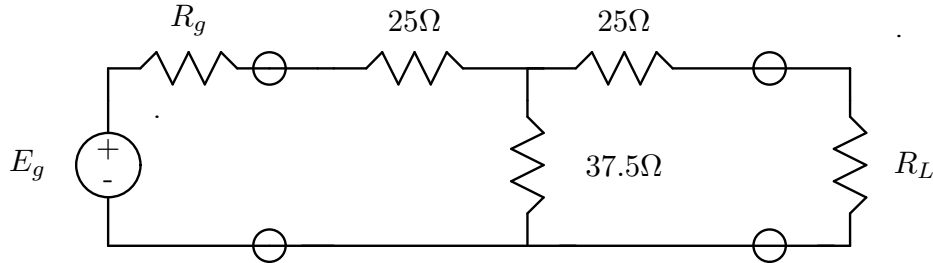
2. Algunos circuitos simples

- Determine la temperatura equivalente de un dipolo formado por dos resistencias R_1 y R_2 a temperaturas T_1 y T_2 conectadas en serie. Repita lo anterior para la conexión en paralelo. Verifique sus resultados para el caso $T_1 = T_2$.
- Un modelo más realista de un capacitor consiste en agregarle al capacitor ideal C una resistencia en paralelo R_p y luego otra resistencia serie R_s para considerar las pérdidas existentes. Suponiendo que estas resistencias generan ruido térmico y que se encuentran a temperatura T_c calcule la DEP de ruido del capacitor normalizada (en V^2/Hz) y la DEP disponible de ruido del capacitor (en W/Hz). Calcule la temperatura equivalente de ruido para este modelo del capacitor.
- En el circuito de la figura, determine la potencia de ruido que se disipa sobre la carga R_L (suponga a ésta última sin ruido), en un ancho de banda de 1GHz . Compare con la potencia de continua que se disipa en la carga.



3. Un atenuador todo terreno

Con este sencillo atenuador (una T de resistencias) intentaremos comprender qué influencia tienen en el valor de la ganancia y de la figura de ruido de un cuadripolo distintas condiciones externas. Para ello, calcularemos estos valores cambiando las condiciones de adaptación y las temperaturas involucradas.



- Suponga que $R_g = R_L = 50\Omega$ y que la temperatura física de R_g y del cuadripolo es $T_0 = 290\text{K}$. Calcule la ganancia de potencia del cuadripolo, su figura de ruido y su temperatura equivalente de ruido. Note que en este caso hay adaptación en la entrada y en la salida del cuadripolo.
- Suponga que $R_g = 125\Omega$ y $R_L = 50\Omega$ y que temperatura física de R_g y del cuadripolo es $T_0 = 290\text{K}$. Calcule la ganancia de potencia del cuadripolo, su figura y su temperatura equivalente de ruido.
- Suponga que $R_g = 50\Omega$ y $R_L = 125\Omega$ y que temperatura física de R_g y del cuadripolo es $T_0 = 290\text{K}$. Calcule la ganancia de potencia del cuadripolo, su figura y su temperatura equivalente de ruido.
- Suponga que $R_g = R_L = 50\Omega$ y la temperatura física del atenuador es $T_a = T_0 = 290\text{K}$ (como en a)) pero la temperatura de R_g es $T_g = 580\text{K}$. ¿Cambia la figura de ruido del cuadripolo respecto a la calculada en a)? Calcule el cociente entre la relación señal a ruido de la entrada y la relación señal a ruido de la salida. ¿Puede expresar el resultado en función de la temp. equivalente y T_g ?
- Repita el inciso anterior si $T_g = 145\text{K}$ y $T_a = T_0 = 290\text{K}$.
- De los valores R_g , R_L , o T_g , externos al cuadripolo ¿cuáles modifican su figura de ruido? ¿Con qué valores de estos parámetros se logra la mínima figura de ruido?

Nota: Recuerde que las conclusiones de este ejercicio son válidas para cuadripolos pasivos.

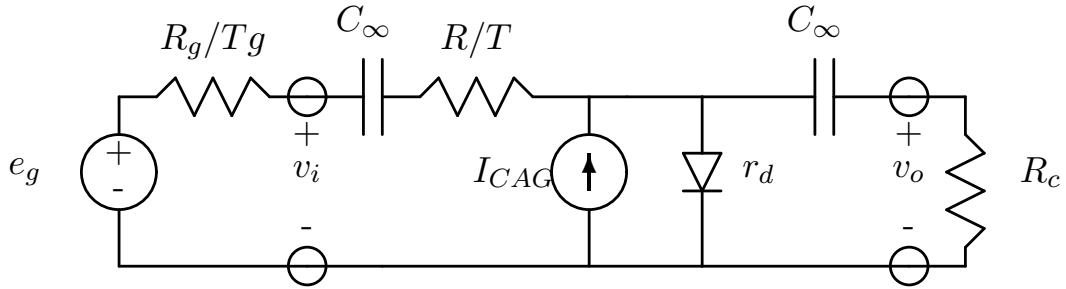
4. Usando la figura de ruido

- Considere un cuadripolo que puede modelarse como un filtro pasabanda ideal entre 1MHz y 5MHz. Suponga que a su entrada hay una resistencia $R_g = 50\Omega$ a una temperatura $T_g = 230\text{K}$. La salida está cargada con una resistencia $R_L = 50\Omega$ y ambos puertos están adaptados. Si al medir la tensión a la salida se encuentra que $\bar{e}_0^2 = 1\text{pV}^2$ ¿cuál es la figura de ruido del cuadripolo?
- Se conecta una antena a un receptor que tiene una temperatura equivalente de ruido $T_r = 100\text{K}$, ganancia de potencia disponible $G_D = 80\text{dB}$ y ancho de banda de ruido $B_N = 10\text{MHz}$. Si la potencia de ruido de salida es $4\mu\text{W}$ encuentre la temperatura equivalente de la antena.
- En una estación receptora la potencia de señal disponible en la antena es P . Entre la antena y la entrada del receptor hay un cable coaxil con atenuación L a temperatura $T_0 = 290\text{K}$. Otra estación (que se encuentra más alejada) recibe potencia P/L pero tiene el receptor conectado directamente a la antena. Suponiendo que la temperatura equivalente de ruido de la antena es T_a y la figura de ruido del receptor es F en los dos casos ¿Cuál es la estación que produce mejor relación señal a ruido (S/N) en un ancho de banda Δf a la entrada de su receptor? Justifique calculando la S/N para las dos estaciones en los casos $T_a < T_0$ y $T_a > T_0$.

5. Control Automático de Ganancia (AGC)

El circuito de la figura es un esquema básico de un amplificador cuya ganancia puede controlarse mediante la corriente I_{AGC} (este tipo de sistemas se utilizan a menudo en los receptores de comunicaciones para compensar cambios en el nivel de potencia recibida). La corriente I_{AGC} polariza al diodo en directa, modificando su resistencia dinámica, resultando para la señal un divisor resistivo entre $(R_g + R)$ y $r_d = V_T/I_{CAG}$, con $V_T = kT/q \simeq 25\text{mV}$ para $T = 290\text{K}$.

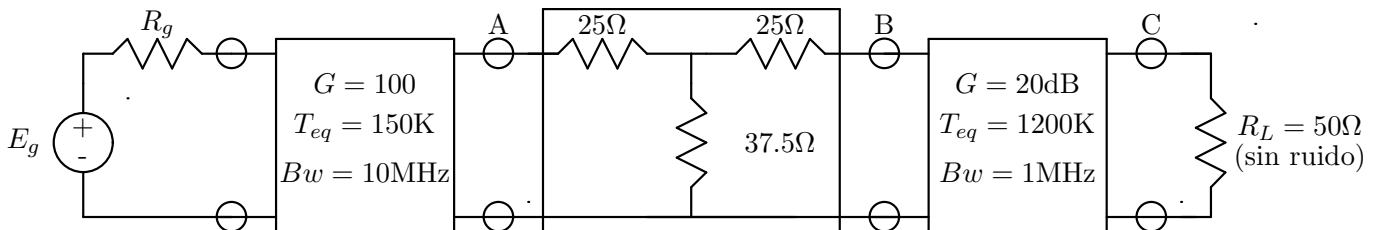
Supondremos: e_g (valor rms) $\ll V_D$ (tensión del diodo), $R = R_g \gg r_d$, y $T_g = T = 290\text{K}$.



- Dibuje un circuito equivalente de pequeña señal que incluya las fuente de ruido internas de las resistencias y del diodo (suponga capacitores y fuente de corriente ideales).
- Calcular la relación señal a ruido (en un ancho de banda Δf mayor que el ancho de banda de señal) a la entrada y a la salida del circuito de AGC.
- Calcular la T_{eq} y la figura de ruido del sistema de AGC (el cuadripolo) para $R = 50\Omega$, $I_{AGC} = 25\text{mA}$.

6. Tributo a Friis

- Una fuente con temperatura equivalente de ruido $T_s = 1000\text{K}$ es seguida por una cascada de tres amplificadores. El primero tiene temperatura equivalente de ruido $T_1 = 300\text{K}$ y ganancia de potencia disponible $G_1 = 10\text{dB}$. El segundo tiene figura de ruido $F_2 = 6\text{dB}$ y $G_2 = 30\text{dB}$, y el último $F_3 = 11\text{dB}$ y $G_3 = 30\text{dB}$. Suponga que el ancho de banda de trabajo es 50kHz y que todas las etapas están adaptadas.
 - Calcule la figura de ruido y la temperatura equivalente de la cascada.
 - Repita los cálculos anteriores si los amplificadores 1 y 2 se intercambian.
 - Suponiendo la configuración de I. encuentre la potencia de señal necesaria en antena para tener una relación señal a ruido a la salida de 40dB . Repita el cálculo para la configuración de II.
 - ¿Qué conclusión puede obtener de la comparación de los casos analizados previamente?
- El siguiente es un modelo para cálculos de ruido de la etapa de RF de un receptor de transmisiones inalámbricas en 900MHz . La fuente es una antena que provee una potencia disponible de -40dBm (en un ancho de banda $< 1\text{MHz}$) tiene una impedancia $R_g = 50\Omega$, y una temperatura de ruido equivalente $T_g = 300\text{K}$. Todos los bloques se encuentran adaptados a 50Ω a temperatura física $T_a = 300\text{K}$.



- Calcule la relación señal a ruido en los puntos A, B (en los anchos de banda 1 y 10MHz) y C.
- Calcule la figura de ruido (en veces y en dB) de la cascada de los 3 cuadripolos.
- Calcule la potencia de ruido disponible en el punto C.

Algunos resultados

1. a) $\Delta t = 46\text{fs}$.
b) $|f| \leq 1,6\text{THz}$.
c) Ancho de banda del sistema $\ll 1,6\text{THz}$. Las constantes de tiempo del sistema deben ser $\gg \Delta t$.
d) Si $2B = 100\text{GHz}$ el error es $6,57\text{fV}^2$. Si $2B = 1\text{THz}$ el error es $6,57\text{pV}^2$.
e) $E\{Y(t)\} = kTR\alpha = 1\mu\text{V}^2$. Si se usara el modelo de ruido blanco daría ∞ .
2. a) Serie: $T_{eq} = T1\frac{R_1}{R_1+R_2} + T2\frac{R_2}{R_1+R_2}$.
Paralelo: $T_{eq} = T1\frac{R_2}{R_1+R_2} + T2\frac{R_1}{R_1+R_2}$.
b) DEP (normalizada, en V^2/Hz) = $2kT_c\Re\{Z\} = 2kT_c\left\{R_s + \frac{R_p}{1+(2\pi fR_pC)^2}\right\}$.
DEP (disponible, en W/Hz) = $kT_c/2$. Entonces, $T_{eq} = T_c$.
c) $P_{ruido} = 0,2\text{pW}$, $P_{cont} = 10\text{mW}$
3. a) $G_p = 1/9$, $F = 9$, y $T_{eq} = 8T_0 = 2320\text{K}$.
b) $G_p = 1/9$, $F = 11$, y $T_{eq} = 10T_0 = 2900\text{K}$.
c) $G_p = 1/11$, $F = 9$, y $T_{eq} = 8T_0 = 2320\text{K}$.
d) $F = 9$, pero $SNR_E/SNR_S = 5$
e) $F = 9$, pero $SNR_E/SNR_S = 17$
f) Sólo R_g modifica la figura de ruido. La menor se obtiene con $R_g = 50$.
4. a) $F = 1,46 \equiv 1,63\text{dB}$.
b) $T_a = 190\text{K}$.
c) Estación 1: $S/N = \frac{P}{k[T_a+(L-1)T_0]\Delta f}$. Estación 2: $S/N = \frac{P}{k[T_aL]\Delta f}$.
Si $T_a < T_0$ tiene mejor S/N la estación 2. Si $T_a > T_0$ es al revés.
5. c) $F = 2 + \frac{2R}{r_d} = 102 \equiv 20,1\text{dB}$ y $T_{eq} = (1 + \frac{2R}{r_d})T_0 = 29290\text{K}$.
6. a) i. $F_{123} = 2,33 \equiv 3,67\text{dB}$, y $T_{123} = 386,75\text{K}$.
ii. $F_{213} = 3,98 \equiv 6\text{dB}$, y $T_{213} = 865,39\text{K}$.
iii. $S_I = 10000k(T_a + T_{123})\Delta f = 9,57\text{pW}$. $S_{II} = 10000k(T_a + T_{213})\Delta f = 12,87\text{pW}$.
iv. En general, en un receptor conviene utilizar como primer amplificador al de menor figura de ruido (si tiene una ganancia aceptable).
b) i. $S/N_A(1\text{MHz}) = 72\text{dB}$, $S/N_A(10\text{MHz}) = 62\text{dB}$.
 $S/N_B(1\text{MHz}) = 71,8\text{dB}$, $S/N_B(10\text{MHz}) = 61,8\text{dB}$. $S/N_C(1\text{MHz}) = 70,9\text{dB}$.
ii. $F = 1,98 \equiv 3\text{dB}$.
iii. $N_C = 8,95\text{pW}$.