

# CAMPOS Y ONDAS (E0202) – 2022

## ELECTROMAGNETISMO APLICADO (E1202) - 2022

### TRABAJO PRÁCTICO Nº 4

#### *DIELÉCTRICOS. DIMENSIONES FAVORABLES DE DISPOSITIVOS AISLANTES. CONDICIONES DE CONTORNO*

##### PROBLEMA 1

Entre dos cilindros metálicos coaxiales, se hallan dispuestas tres capas aislantes cuyos radios son:  $r_1 = 0,4$  cm,  $r_2 = 0,8$  cm,  $r_3 = 1,6$  cm y  $r_4 = 2,4$  cm. Las constantes dieléctricas relativas son  $\epsilon_1 = 4,8$ ,  $\epsilon_2 = 2,4$  y  $\epsilon_3 = 1,2$ . La diferencia de potencial aplicada entre los cilindros metálicos es 60 kV. Determinar: **(a)** la intensidad de campo eléctrico entre las distintas capas. **(b)** la tensión en cada capa, en relación al cilindro exterior.

##### PROBLEMA 2

Considere un cable coaxial a utilizarse para la transmisión de energía eléctrica, la sección a utilizarse es tal que el diámetro del conductor interior es de 34,4 mm. Si el aislamiento que se pretende utilizar es XLPE ( $R_D=35$  kV/mm y  $\epsilon_r=2,3$ ) y la tensión de operación del sistema es de 132 kV, determinar el radio del conductor externo considerando que la sollicitación máxima admisible debe limitarse al 25% de la Rigidez Dieléctrica.

##### PROBLEMA 3

Considere un capacitor de placas planas, infinitas, separadas por una distancia  $d$ , y cargadas cada una con una densidad superficial de cargas  $+\sigma$  y  $-\sigma$  [Coulombs/m<sup>2</sup>] respectivamente. Este capacitor tiene un medio dieléctrico entre ambas placas. El dieléctrico presenta una ley de variación lineal de su permitividad con respecto a la distancia  $x$ , dada por la expresión:  $\epsilon = \epsilon_0 [1+k.x/d]$ , siendo  $k$  una constante adimensional, y  $x$  medida perpendicularmente a ambas placas. Considere un punto ubicado en el interior del dieléctrico, a una distancia genérica  $x$  de la placa de referencia ( $x>0$ ). **(a)** ¿De qué tipo de dieléctrico se trata: es lineal? es homogéneo? es isotrópico? **(b)** Deducir la expresiones para **D**, **E** y **P** dentro del dieléctrico. **(c)** Dibuje las líneas de los vectores **D**, **E** y **P** dentro y fuera del material **(d)** Analizar “**cualitativamente**” (sin hacer cálculos) en qué regiones las divergencias y rotores de **D**, **E** y **P** son nulas y en cuales no. **(e)** Corroborar los resultados anteriores deduciendo las expresiones matemáticas de los rotores y las divergencias de **D**, **E** y **P** en el seno del dieléctrico. **(f)** ¿Cómo se distribuye la carga ligada?

##### PROBLEMA 4

Suponga que se pudiera construir un cable coaxial, con dos cilindros conductores y con un material dieléctrico, cuya constante dieléctrica  $\epsilon_r$  fuese inversamente proporcional al radio ( $r_1 \leq r \leq r_2$ , siendo  $r_1$  y  $r_2$  los radios interior y exterior del cilindro dieléctrico). Considere además que el conductor interno posee una densidad de carga  $+\sigma_{intr}$  y el externo una densidad de carga  $-\sigma_{ext}$ . **(a)** Obtener las fuentes de rotacional y divergencia de los tres vectores **D**, **E** y **P**, en la región interior al dieléctrico es decir  $r_1 < r < r_2$ . **(b)** Obtener las expresiones de los vectores **D**, **E** y **P**. **(c)** ¿Cuánto vale la densidad volumétrica de carga ligada  $\rho_{ligada}$  en el seno del dieléctrico?. **(d)** Obtenga la expresión resultante para la capacidad por unidad de longitud, para tal caso.

Sugerencia: Considere la expresión de la divergencia en coordenadas cilíndricas:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

##### PROBLEMA 5

Dos placas metálicas circulares de 10 cm de radio, se hallan separadas por una distancia de 3 cm. Entre las mismas se halla una placa de vidrio, y un intervalo de aire. La descarga de perforación debe producirse con una diferencia de potencial de 60 kV entre las placas metálicas. La permitividad relativa ( $\epsilon_r$ ) del vidrio es 7, y la del aire 1. La *rigidez dieléctrica* del aire es 30 kV/cm. **(a)** ¿A qué llamamos *solicitación dieléctrica*? **(b)** Determinar el espesor de la capa de aire tal que se alcance la máxima sollicitación dieléctrica admisible **(c)** ¿Si el espesor de la capa de aire disminuye, su sollicitación aumenta o disminuye? **(d)** Para el caso **(a)** graficar la distribución del potencial en el vidrio y en el aire; **(e)** graficar la intensidad de campo eléctrico en el vidrio y en el aire; **(f)** obtener la capacidad total.

### PROBLEMA 6

Sea un sistema de dos conductores concéntricos (cilindros coaxiales) entre los cuales se dispone de una aislación homogénea. En el conductor central se halla distribuida uniformemente una carga  $\lambda$  por unidad de longitud. Determinar: (a) el lugar donde se produce la máxima *solicitud dieléctrica*. (b) Considerando la diferencia de tensión  $V$  fija y un radio exterior fijo, determinar el radio interior (en función del radio exterior) que resulte más conveniente desde el punto de vista de la solicitud dieléctrica.

### PROBLEMA 7

Sea el conductor cilíndrico sobre un plano de tierra, del Problema 6 del TP3. Utilizando los resultados de campo máximo obtenidos en el TP3 y considerando que el medio entre ambos conductores es aire (rigidez dieléctrica 30 kV/cm y permitividad  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ ) determinar la máxima diferencia de potencial entre el cilindro y el plano de tierra que se puede aplicar, sin que se produzca la ruptura del aire.

### PROBLEMA 8

Tres placas dieléctricas planas, de igual espesor con  $\epsilon_r = 2, 3$  y 4 respectivamente, se colocan en forma de "emparedado". Si  $\mathbf{E}$  en el aire forma un ángulo de  $30^\circ$  respecto a una perpendicular al plano de la superficie de la placa de  $\epsilon_r = 2$ , (a) encuéntrase el ángulo de  $\mathbf{E}$  con respecto a la perpendicular en el interior de las placas. (b) Dibújese una figura que muestre la trayectoria de la línea de  $\mathbf{E}$  a través del emparedado.

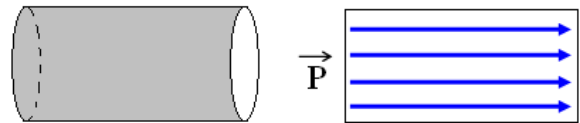
### PROBLEMA 9

Para atravesar una pared metálica, puesta a tierra, con un conductor sometido a un potencial, se emplea un tubo de porcelana, con diámetro interior " $\phi_1 = 3$  cm" y diámetro exterior " $\phi_2 = 6$  cm". Por dicho tubo se pretende pasar el conductor cilíndrico, cuyo diámetro es de 1 cm. Para mantener al conductor concéntrico con el tubo de porcelana, se emplea una pasta aislante. Las constantes dieléctricas de la porcelana y la pasta son " $\epsilon_{r-porcelana}=7$ " y " $\epsilon_{r-pasta}=3$ "; las rigideces dieléctricas correspondientes son " $RD_{porcelana}=120$  kV/cm" y " $RD_{pasta}=20$  kV/cm".

Indicar el nivel de tensión admisible, entre el conductor cilíndrico y la pared metálica, si se trabaja con un coeficiente de seguridad igual a 5.

### PREGUNTAS TEÓRICAS

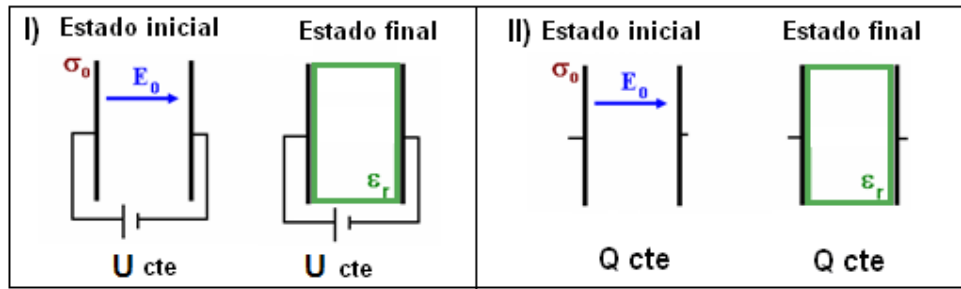
- Deduzca la ecuación constitutiva de los materiales, válida para todo tipo de materiales dieléctricos.
- ¿Qué significa que un material dieléctrico sea lineal, isotrópico, homogéneo?
- Enuncie la ley de Gauss utilizando el campo de densidad de flujo eléctrico  $\mathbf{D}$ . ¿Para qué tipo de medios es válida?
- Sea un material dieléctrico cuya permitividad varía en función de la coordenada  $x$ , y sólo de ella, (por ejemplo  $\epsilon = \epsilon_0 k \cdot x$ , siendo  $k$  una constante, y  $x$  la variable). El material es ¿lineal?, es ¿isotrópico?, es ¿homogéneo?
- Sea un electreto (material dieléctrico capaz de conservar su polarización una vez eliminado el campo externo) con forma de barra cilíndrica (ver Figura). Tiene una polarización remanente  $\mathbf{P}$  uniforme en el sentido axial. Dibuje las líneas de los vectores  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{P}$  dentro y fuera del material (tener en cuenta las fuentes de rotor y divergencia de los campos).
- ¿Qué componentes y de qué campos se conservan a ambos lados de la superficie de separación de dos materiales dieléctricos? ¿Por qué?
- ¿Qué componentes y de qué campos se conservan a ambos lados de la superficie de separación entre un material dieléctrico y uno conductor? ¿Por qué?



- La expresión de la ecuación de Poisson:  $\nabla^2 U = -\frac{\rho_{total}}{\epsilon_0}$ , ¿para qué medios es válida?

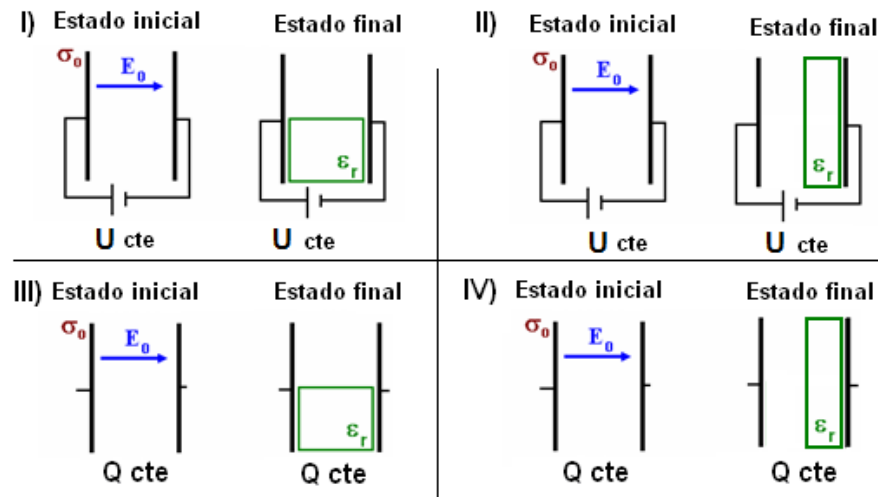
(i) Se tiene un capacitor inicialmente con aire entre sus placas (estado inicial), luego se llena el espacio entre placas con un dieléctrico de permitividad  $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$ , (estado final). Llamando  $\mathbf{E}_0$  al Campo Eléctrico entre las placas en el estado inicial, y  $\sigma_0$  a la densidad de carga libre en las placas en el estado inicial, analice para los casos I (a  $U$  cte) y II (a  $Q$  cte):

- ♦ el Campo Eléctrico  $\mathbf{E}$  entre las placas en el estado final, respecto del inicial
- ♦ el Campo Densidad de Flujo Eléctrico  $\mathbf{D}$  en el estado final, respecto del inicial
- ♦ la diferencia de potencial antes en el estado final, respecto del inicial
- ♦ la densidad de carga libre  $\sigma$  en las placas en el estado final, respecto del inicial



(j) Utilizando las condiciones de contorno y la expresión de la capacidad, para las distintas configuraciones de los cuatro casos: I, II, III y IV, de la figura, resuelva:

- ♦ ¿cómo es el campo eléctrico en el aire en el estado final respecto del campo eléctrico en el estado inicial  $E_0$ ?
- ♦ Para el estado final ¿cómo es el campo eléctrico en el dieléctrico respecto del campo en el aire?
- ♦ Analice la distribución de cargas libres en las placas ¿es uniforme la densidad  $\sigma$ ?



(k) La expresión de la ecuación de Poisson:  $\nabla^2 U = -\frac{\rho_{libre}}{\epsilon_r \cdot \epsilon_0}$ , ¿para qué medios es válida?

(l) Supóngase que existe una pequeña impureza (cavidad de aire) en el seno de un medio dieléctrico que llena el espacio entre los electrodos de un capacitor de placas planas y paralelas de grandes dimensiones. Si la impureza tiene forma de aguja alargada, cual es la peor de las condiciones de dirección de dicha cavidad en cuanto a la sollicitación dieléctrica: ¿que el sentido de alargamiento de la cavidad sea paralelo o transversal a la dirección del campo eléctrico  $E$ ?