



## Circuitos y Sistemas Lineales - Curso 2023

### TP Nº 6. Síntesis de Filtros Pasivos RC y LC



**Sugerencia:** Dado que el objetivo de los Trabajos Prácticos es utilizar los conceptos teóricos vistos para resolver problemas, se sugiere leer con detenimiento cada propuesta y contestar cada punto sin presuponer temas o asuntos conocidos, de forma que toda afirmación o decisión de opciones sea justificada. Esta sugerencia pretende ayudar a reafirmar conocimientos y a organizar la resolución de los ejercicios.

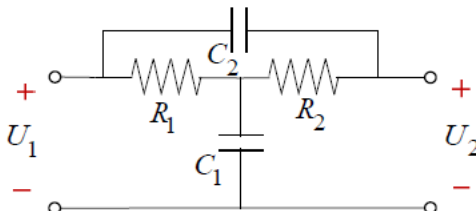
### Ejercicio 3

Se desea utilizar un filtro supresor de banda RC en configuración T puenteada con banda de supresión centrada en  $f_0=1\text{KHz}$ . A partir de simulaciones realizadas anteriormente, se determinó que en este caso utilizando  $\alpha = 10$  se obtiene una selectividad.

Diseñe el filtro correspondiente, utilizando valores comerciales de los componentes.

### Resolución

Si se utiliza la topología que sigue a continuación:



La transferencia resulta

$$T(s) = U_2/U_1 = \frac{s^2 C_1 R_1 C_2 R_2 + s C_2 (R_1 + R_2) + 1}{s^2 C_1 R_1 C_2 R_2 + s (C_1 R_1 + C_2 R_1 + C_2 R_2) + 1}$$

Proponiendo que:

$$R_1 = R_2 = R \quad C_1 = \frac{C_2}{\alpha} \quad C_2 = \alpha C \quad \alpha = \sqrt{C_2/C_1}$$

La frecuencia central del filtro resulta

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} = \frac{1}{2\pi RC}$$

Como la frecuencia central de la banda de rechazo es 1kHz, si se analiza el orden de la expresión:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \gg C = \frac{1}{2\pi f_0 R}$$

Dado que  $f_0$  debe ser 1 kHz, el factor  $f_0$  es de orden  $10^3$ . Como el factor  $2\pi$  es de orden 1 y resulta de utilidad para la selección de componentes que la resistencia equivalente sea de orden  $10^3$ , se obtiene que el capacitor equivalente  $C$  será del orden  $10^{-7}$ .

Por lo tanto, si se selecciona el primer valor de la lista E24 del apunte, el capacitor  $C$  resulta de  $0.1 \mu\text{F} = 100 \text{ nF}$ .

Por lo tanto,

$$R_1 = R_2 = R = \frac{1}{2\pi f_0 C} = 1591.5 \Omega \gg 1.6 \text{ k}\Omega$$

Los capacitores resultan:

$$C_1 = \frac{C}{\alpha} = \frac{100 \text{ nF}}{10} = 10 \text{ nF} \quad C_2 = \alpha C = 10 * 100 \text{ nF} = 1 \mu\text{F}$$

Con los valores comerciales seleccionados, el error en la frecuencia central resulta

$$\text{error} = \frac{\frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} - f_0}{f_0} * 100 = 0.53\%$$

El error en la frecuencia central resulta 2%

#### Ejercicio 4.

Diseñar un cuadripolo cuya relación  $|U_2/U_{20}|$  se corresponda con un filtro pasa-bajos *Butterworth* que satisfaga las siguientes especificaciones:

$R_g = R_c = 600 \Omega$ ,  $f_c = 2 \text{ kHz}$ , Atenuación a  $20 \text{ kHz} > 35 \text{ dB}$ .

#### Resolución

Cálculo del factor  $\varepsilon$  y del orden  $n$  del filtro con la aproximación de *Butterworth*

La atenuación en decibels resulta:

$$A(\omega) = 10 \log \left( 1 + \varepsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_B} \right)^{2n} \right) = 10 \log \left( 1 + \left( \frac{\omega}{\omega_C} \right)^{2n} \right)$$

En este caso, como la banda de paso ha sido definida con la frecuencia de corte de 3 dB,  $\varepsilon=1$ .

Por otra parte, el único punto de la banda de atenuación especificado debe cumplir con:

$$A(\omega_H) = 10 \log \left( 1 + \left( \frac{\omega_H}{\omega_C} \right)^{2n} \right) \geq A_{\min}$$

Los puntos de la banda de atenuación se especifican de modo que cumplan con:

$$n \geq \frac{\log \left[ \frac{10^{0,1 \cdot A_{\min}} - 1}{\varepsilon^2} \right]}{2 \log \left( \frac{\omega_H}{\omega_B} \right)} = \frac{\log \left[ \frac{10^{0,1 \cdot 35} - 1}{1} \right]}{2 \log \left( \frac{20 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^3} \right)} = 1,751 \quad \therefore n = 2$$

Es decir con la aproximación de *Butterworth* el  $n$  que se debería adoptar es 2, y por lo tanto los componentes requeridos para implementar el filtro especificado serían 2.

Topologías de las realizaciones con la aproximación de *Butterworth*

En este caso, como  $R_1=R_2$ ,  $t=1$  y por lo tanto, todos los ceros de  $|\rho_1(s)|^2$  se encuentran en el origen. Esto significa que las dos raíces  $\rho_{1a}(s)$  y  $\rho_{1b}(s)$  serán iguales. Por lo tanto sólo habrá 2 realizaciones posibles: una como impedancia y la otra como admitancia.

El filtro pasabajos de orden 2, desarrollado como admitancia tendrá la topología indicada en la **Fig. 1 (a)** y desarrollado como impedancia tendrá la topología indicada en la **Fig. 1 (b)**.



**Figura 1**

En cualquier caso, el número de elementos necesarios es 2 (1 capacitor y 1 inductor). En un caso de diseño real, serán los valores obtenidos para estos componentes los que determinen el circuito más adecuado.

Síntesis de una de las realizaciones posibles con la aproximación de *Butterworth*

$$t = \frac{4R_1R_2}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{4 \cdot 600 \cdot 600}{(600 + 600)^2} = 1$$

Determinación de las raíces de las singularidades de  $|\rho_1(s)|^2$

$$|\rho_1(s)|^2 = 1 - t \left| \frac{U_2}{U_{20}}(s) \right|^2$$

$$|\rho_1(s)|^2 = 1 - t \frac{1}{1 + \omega^{2n} \Big|_{\omega = \frac{s}{j}}} = \frac{1 + s^4 - t}{1 + s^4}$$

En este caso, como  $t=1$  resulta:

$$|\rho_1(s)|^2 = \frac{s^4}{1 + s^4}$$

Resultando los siguientes polos y ceros:

- Los polos de  $|\rho_1(s)|^2$  son 4, y se encuentran ubicados sobre una circunferencia de radio 1:  
 $-0,7071 \pm j 0,7071$  ;  $+0,7071 \pm j 0,7071$
- Los ceros de  $|\rho_1(s)|^2$  también son 4, y todos se encuentran ubicados en el origen

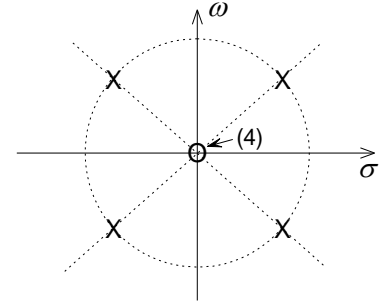


Diagrama cero-polar de  $|\rho_1(s)|^2$ .

Determinación de  $\rho_1(s)$

Se obtienen dos soluciones posibles:

- a) Considerando los polos de  $|\rho_1(s)|^2$  ubicados en el SPI y la mitad de los ceros de  $|\rho_1(s)|^2$  ubicados en el origen.

$$\rho_{1a}(s) = \frac{s^2}{[s - (-0,7071 + j0,7071)][s - (-0,7071 - j0,7071)]}$$

$$\rho_{1a}(s) = \frac{s^2}{s^2 + 1,4142s + 1}$$

- b) Considerando los polos de  $|\rho_1(s)|^2$  ubicados en el SPI y la mitad de los ceros de  $|\rho_1(s)|^2$  ubicados en el origen.

$$\rho_{1b}(s) = \frac{s^2}{[s - (-0,7071 + j0,7071)][s - (-0,7071 - j0,7071)]}$$

$$\rho_{1b}(s) = \frac{s^2}{s^2 + 1,4142s + 1}$$

Es decir, las dos raíces  $\rho_{1a}$  y  $\rho_{1b}$  son iguales:

$$\rho_1(s) = \rho_{1a}(s) = \rho_{1b}(s)$$

Determinación de las Impedancias y Admitancias de entrada

Al resultar  $\rho_{1a}$  y  $\rho_{1b}$  también serán iguales las impedancias y admitancias de entrada respectivas del cuadripolo cargado:

$$Z_{1a}(s) = Z_{1b}(s) = R_1 \left( \frac{1 - \rho_1(s)}{1 + \rho_1(s)} \right)^{\pm 1} \Rightarrow Z_1(s) = \left( \frac{1 - \rho_1(s)}{1 + \rho_1(s)} \right)^{\pm 1}$$

$$Y_{1a}(s) = Y_{1b}(s) = G_1 \left( \frac{1 + \rho_1(s)}{1 - \rho_1(s)} \right)^{\pm 1} \Rightarrow Y_1(s) = \left( \frac{1 + \rho_1(s)}{1 - \rho_1(s)} \right)^{\pm 1}$$

y por lo tanto habrá sólo dos realizaciones posibles (una como admitancia y otra como impedancia) y ninguna de ellas requerirá transformador de adaptación de impedancias para cumplir con el valor de la resistencia de carga especificado.

Como los ceros de transmisión se encuentran en infinito (filtro pasabajos), tendremos que remover polos de  $Z_1$  o  $Y_1$  en infinito (3ª forma canónica o 1ª forma de Cauer).

Es decir que con esta alternativa de ubicación de los ceros de  $\rho_1(s)$  para  $Z_1$  hay que considerar el exponente (-1) y para  $Y_1$  hay que considerarlo (+1).Entonces resulta:

$$Z_1(s) = Y_1(s) = \frac{1 + \rho_1(s)}{1 - \rho_1(s)} = \frac{1 + \frac{s^2}{s^2 + 1,4142s + 1}}{1 - \frac{s^2}{s^2 + 1,4142s + 1}} = \frac{2s^2 + 1,4142s + 1}{1,4142s + 1}$$

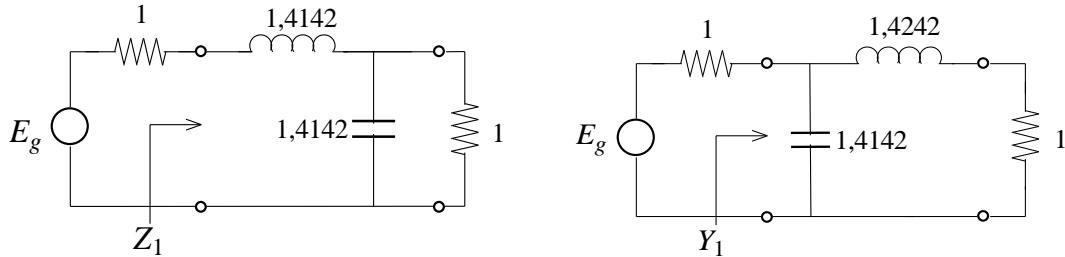
### Síntesis de las Impedancias y Admitancias de entrada

Como los ceros de transmisión se encuentran en infinito, tendremos que remover polos en infinito (3ª forma canónica o 1ª forma de Cauer).

Las 2 formas posibles de configuración ya mencionadas, 1 como impedancia  $Z_1$  y otra como admitancia:  $Y_1$ , deben obtenerse aplicando Cauer I y resolviendo por división continua, para  $Z_1 = Y_1$ , resultando:

$$Z_1(s) = Y_1(s) = 1,4142 s + \frac{1}{1,4142 s + 1}$$

Las cuales sintetizadas resultan en los siguientes circuitos pasabajos normalizados:



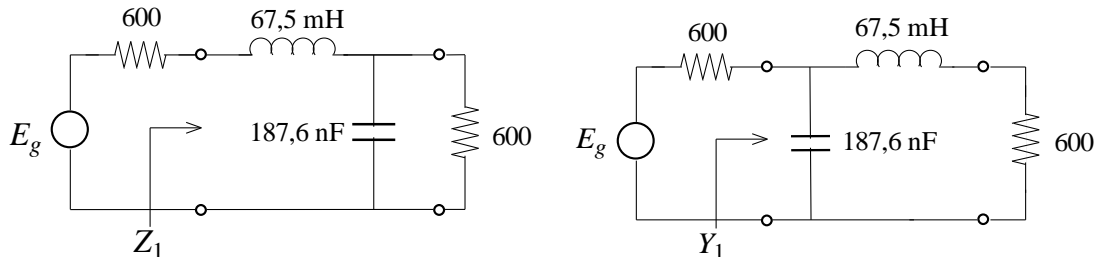
Los componentes desnormalizados resultan iguales para ambos circuitos:

$$R_1 = 600 \, \Omega \quad R_2 = 600 \, \Omega$$

$$L_1 = \frac{R_1}{\omega_C} \cdot 1,4142 = \frac{600}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^3} \cdot 1,4142 = 67,5 \, \text{mH}$$

$$C_2 = \frac{1}{\omega_C \cdot R_1} \cdot 1,4142 = \frac{1,4142}{4\pi \cdot 10^5 \cdot 50 \cdot 600} = 187,6 \, \text{nF}$$

Los circuitos finales resultan:

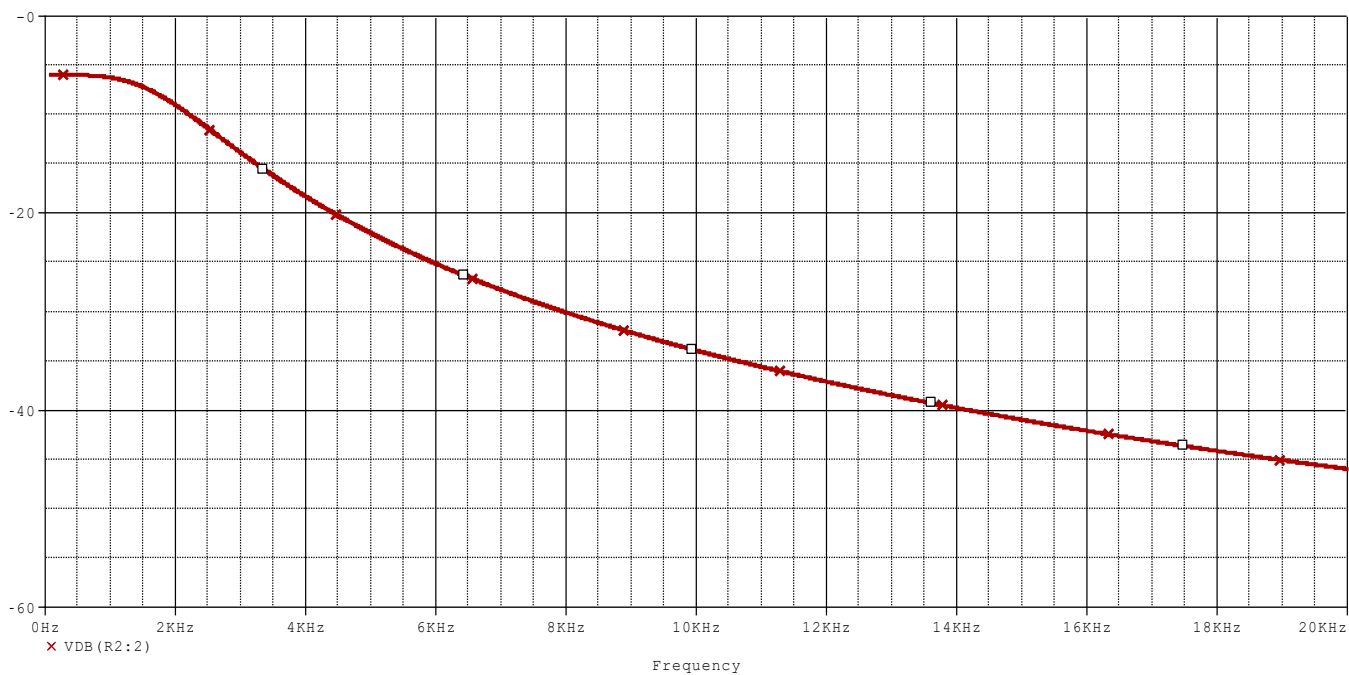
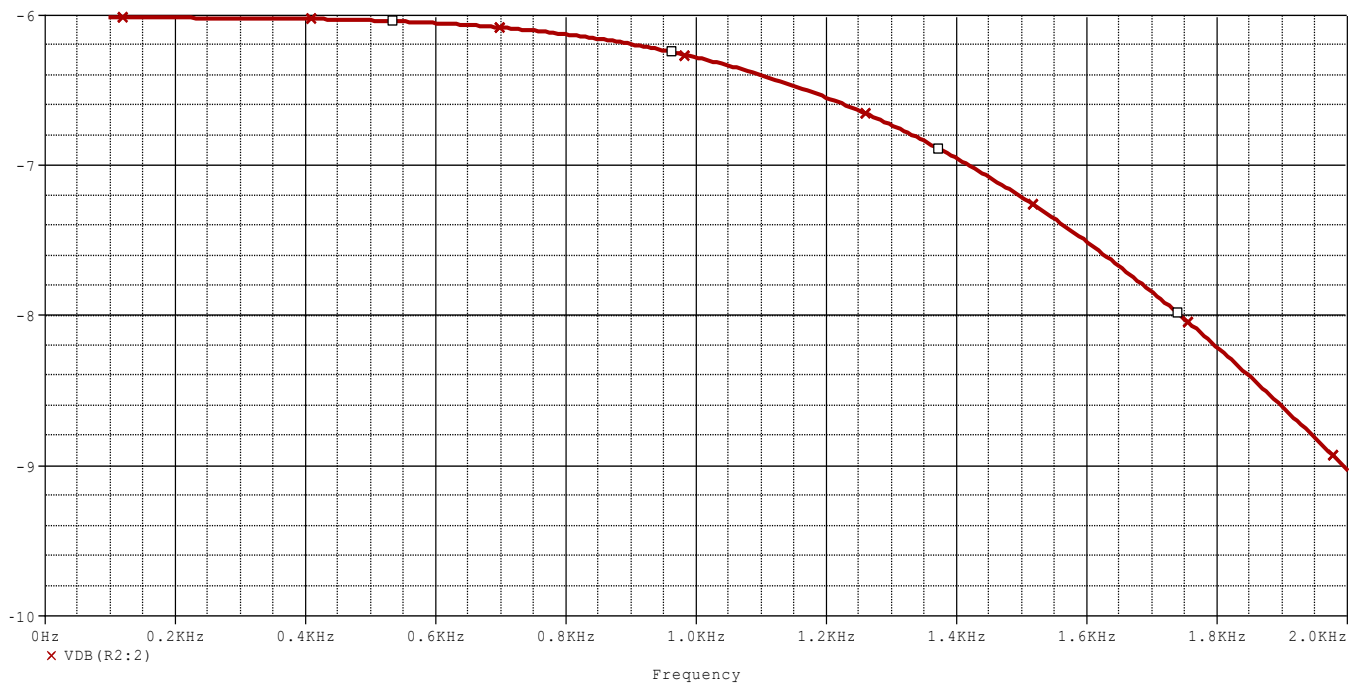


### Conclusiones:

Las dos realizaciones encontradas cumplen con las especificaciones. Por  $R_1 = R_2$ , resultó  $\rho_{1a} = \rho_{1b}$  y entonces  $Z_{1a} = Z_{1b}$  e  $Y_{1a} = Y_{1b}$ , por lo tanto las cuatro realizaciones posibles se redujeron a 2.

### Simulación:

Empleando los valores finales obtenidos para los componentes (desnormalizados), se obtiene la siguiente curva de transferencia.



Se aclara que la curva de transferencia dibujada es  $|U_2/U_g|$  y no  $|U_2/U_{20}|$ . Por lo tanto hay que tener en cuenta que la relación entre ambas es:

$$\left| \frac{U_2}{U_{20}} \right| = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left| \frac{U_2}{E_g} \right|$$

Es decir, la corrección que hay que aplicarle a la gráfica para obtener la relación  $|U_2/U_{20}|$  sería:

$$20 \log \frac{R_1 + R_2}{R_2} = 20 \log \frac{1200}{600} = +6 \text{ dB}$$

Como el valor asintótico para altas frecuencias de  $|U_2/U_g|$  es:

$$\left| \frac{U_2}{U_g} \right|_{\omega \rightarrow \infty} = 20 \log \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 20 \log \frac{600}{1200} = -6 \text{ dB}$$

## Ejercicio 8.

Se requiere diseñar un filtro *pasa banda* aplicando la aproximación a la amplitud de *Chebyshev* a la relación  $|U_2/U_g|$ , para cumplir con las siguientes especificaciones:

- El filtro estará alimentado por un generador de tensión  $U_g$  de resistencia interna  $R_G = 50 \Omega$  y cargado con una resistencia  $R_L = 300 \Omega$ .
- La frecuencia central de la banda de paso es  $f_0 = 480 \text{ kHz}$ .
- la atenuación debe ser mayor que 25 dB.
- La atenuación en un ancho de banda  $\Delta f = 40 \text{ kHz}$ , que se corresponde con la banda pasante del filtro, debe ser menor que 0,17 dB.
- A la frecuencia 410 kHz la atenuación debe ser mayor que 25 dB.

## Resolución

### Transformación de las especificaciones al filtro pasa bajos

De la especificación de la banda de paso se puede decir que como  $\Delta f/0,17 \text{ dB} \ll f_0$ , puede considerarse que las frecuencias  $f_1$  y  $f_2$  se encuentran simétricamente respecto de  $f_0$ .

Por lo tanto la frecuencia correspondiente al ancho de banda  $\Delta f/0,17 \text{ dB}$  en el dominio del pasa bajos equivalente resulta:

$$f_B = 40 \text{ kHz} \quad \omega_B = 251,33 \cdot 10^3 \text{ rad/s} \quad \text{y} \quad A_{\max} = 0,17 \text{ dB}$$

Por otra parte, de la especificación en la banda de atenuación, se tiene como dato:

$$f_1 = 410 \text{ kHz}.$$

Y sabiendo que, para el filtro pasa banda se cumple:

$$f_0 = \sqrt{f_1 f_2} \Rightarrow f_2 = \frac{f_0^2}{f_1} = \frac{(480 \cdot 10^3)^2}{410 \cdot 10^3} = 561,95 \cdot 10^3$$

Con lo cual:

$$\Delta f = f_2 - f_1 = 561,95 \cdot 10^3 - 410 \cdot 10^3 = 151,95 \cdot 10^3$$

Por lo tanto la frecuencia correspondiente al ancho de banda  $\Delta f/25 \text{ dB}$  en el dominio del pasabajos equivalente resulta:

$$f_H = 151,95 \text{ kHz} \quad \omega_H = 954,73 \cdot 10^3 \text{ rad/s} \quad \text{y} \quad A_{\min} = 25 \text{ dB}$$

### Cálculo del factor de rizado $\varepsilon$ y del orden $n$ del filtro con la aproximación de *Chebyshev*

La atenuación en decibels resulta:

$$A(\omega) = 10 \log \left( \frac{1}{|F(j\omega)|^2} \right) = 10 \log \left[ 1 + [\varepsilon V_n(\omega)]^2 \right] \quad [\text{dB}]$$

El coeficiente de ondulación  $\varepsilon$  se obtiene a partir de la especificación de la máxima atenuación admitida en la banda de paso. En efecto, la *atenuación máxima* en la banda de paso expresada en dB se corresponderá con los valores máximos de  $V_n(\omega)$  en la banda de paso, es decir:  $V_n(\omega) = 1$ . En consecuencia:

$$A_{\max} = 10 \log(1 + \varepsilon^2) \quad \therefore \quad \varepsilon = \sqrt{10^{A_{\max}/10} - 1}$$

Es decir,

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,17/10} - 1} = \sqrt{0,04} = 0,2$$

Por otra parte, el polinomio de *Chebyshev* de orden  $n$  puede escribirse como:

$$V_n(\omega) = \cos(n \cos^{-1} \omega) \quad \text{para } \omega \leq 1$$

$$V_n(\omega) = \cosh(n \cosh^{-1} \omega) \quad \text{para } \omega \gg 1$$

Es decir que la atenuación fuera de la banda de paso (banda de atenuación) puede escribirse como:

$$A(\omega) = 10 \log \left\{ 1 + [\varepsilon \cosh(n \cosh^{-1} \omega)]^2 \right\}$$

Un criterio de diseño habitual es especificar la *atenuación mínima* admitida a una determinada frecuencia  $\omega_H$  en la banda de atenuación, siendo entonces:

$$A\left(\frac{\omega_H}{\omega_B}\right) = 10 \log \left\{ 1 + \left[ \varepsilon \cosh \left( n \cosh^{-1} \frac{\omega_H}{\omega_B} \right) \right]^2 \right\} \geq A_{\min}$$

$$A\left(\frac{\omega_H}{\omega_B}\right) = 10 \log \left\{ 1 + \left( 10^{A_{\max}/10} - 1 \right) \left[ \cosh \left( n \cosh^{-1} \frac{\omega_H}{\omega_B} \right) \right]^2 \right\} \geq A_{\min}$$

Es decir:

$$n \geq \frac{\cosh^{-1} \sqrt{\left[ \left( 10^{0.1 A_{\min}} - 1 \right) / \left( 10^{0.1 A_{\max}} - 1 \right) \right]}}{\cosh^{-1} \left( \frac{\omega_H}{\omega_B} \right)}$$

Otra forma es considerar la aproximación asintótica dada por  $V_n(\omega) = 2^{n-1} \omega^n$ . Entonces:

$$A(\omega_H) \geq A_{\min} = 10 \log \left\{ 1 + \left( 10^{0.1 A_{\max}} - 1 \right) \left[ 2^{n-1} \omega^n \right]^2 \right\}$$

resultando:

$$n \geq \frac{\log \left[ 2 \sqrt{\frac{10^{0.1 A_{\min}} - 1}{10^{0.1 A_{\max}} - 1}} \right]}{\log \left( \frac{2\omega_H}{\omega_B} \right)}$$

Para los datos de este caso:

$$n \geq \frac{\cosh^{-1} \sqrt{\left[ \left( 10^{0.1 \cdot 25} - 1 \right) / \left( 10^{0.1 \cdot 17} - 1 \right) \right]}}{\cosh^{-1} \left( \frac{954,73 \cdot 10^3}{251,33 \cdot 10^3} \right)} = 2,577$$

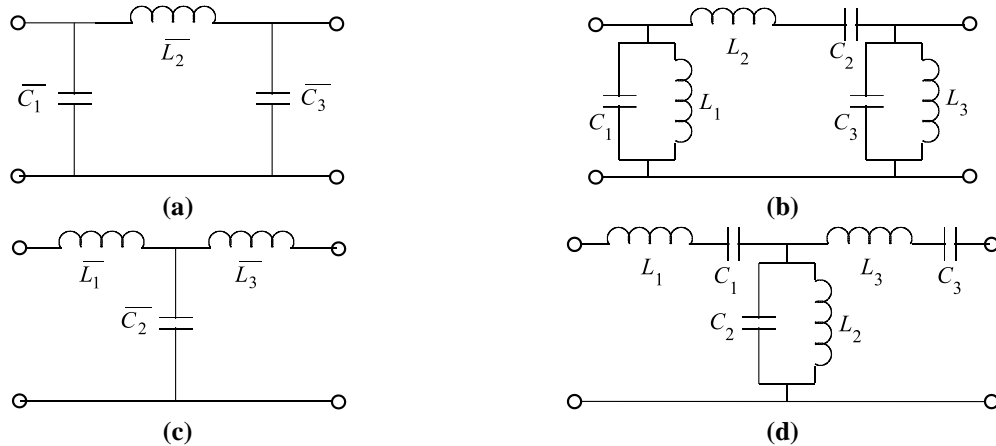
$$\text{o bien } n \geq \frac{\log \left[ 2 \sqrt{\left[ \left( 10^{0.1 \cdot 25} - 1 \right) / \left( 10^{0.1 \cdot 17} - 1 \right) \right]} \right]}{\log \left( 2 \frac{954,73 \cdot 10^3}{251,33 \cdot 10^3} \right)} = 2,555$$

Es decir con la aproximación de *Chebyshev* el  $n$  que se debería adoptar es 3, y por lo tanto los componentes requeridos para implementar el filtro pasa banda serían 6.

#### Topologías de las realizaciones con la aproximación de *Chebyshev*

Habría 4 realizaciones posibles: 2 como impedancia (una con  $\rho_{1a}(s)$  y otra con  $\rho_{1b}(s)$ ) y 2 como admitancia (una con  $\rho_{1a}(s)$  y otra con  $\rho_{1b}(s)$ ).

El filtro pasabajos de orden 3, desarrollado como admitancia tendrá la topología indicada en la **Fig. 1 (a)** y el pasabanda resultante la indicada en la **Fig. 1 (b)**. Desarrollado como impedancia tendrá la topología indicada en la **Fig. 1 (c)**, y el pasabanda resultante la indicada en la **Fig. 1 (d)**.



**Figura 1**

En cualquier caso, el número de elementos necesarios es 6 (3 capacitores y 3 inductores). En un caso de diseño real, serán los valores obtenidos para estos componentes los que determinen el circuito más adecuado.

### Síntesis de una de las realizaciones posibles con la aproximación de Chebyshev

$$t = \frac{4R_G R_L}{(R_G + R_L)^2} = \frac{4 \cdot 50 \cdot 300}{(50 + 300)^2} = 0.49$$

Determinación de las raíces de las singularidades de  $|\rho_1(s)|^2$

$$|\rho_1(s)|^2 = 1 - t \left| \frac{U_2(s)}{U_{20}(s)} \right|^2 = 1 - t \frac{1}{1 + \varepsilon^2 V_n^2(\omega) \Big|_{\omega = \frac{s}{j}}} = \frac{1 + \varepsilon^2 V_n^2(s) - t}{1 + \varepsilon^2 V_n^2(s)} = \frac{(1-t) + \varepsilon^2 V_n^2(s)}{1 + \varepsilon^2 V_n^2(s)}$$

En este caso tanto los polos como los ceros de  $|\rho_1(s)|^2$  serán de la forma:

$$s_k = \sigma_k + j\omega_k$$

siendo:

$$\sigma_k = \sin\left(\frac{k\pi}{2n}\right) \sinh(\varphi_2) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{k\pi}{2n}\right) \left[ \left( \sqrt{\frac{A}{\varepsilon^2} + 1} + \frac{\sqrt{A}}{\varepsilon} \right)^{1/n} - \left( \sqrt{\frac{A}{\varepsilon^2} + 1} + \frac{\sqrt{A}}{\varepsilon} \right)^{-1/n} \right]$$
$$\omega_k = \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right) \cosh(\varphi_2) = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right) \left[ \left( \sqrt{\frac{A}{\varepsilon^2} + 1} + \frac{\sqrt{A}}{\varepsilon} \right)^{1/n} + \left( \sqrt{\frac{A}{\varepsilon^2} + 1} + \frac{\sqrt{A}}{\varepsilon} \right)^{-1/n} \right]$$

$$k = 1, 3, 5, 4n-1$$

Determinación de los polos ( $A=1$ ):

$$\sigma_{kp} = \frac{1}{2} \sin\left(k \frac{\pi}{6}\right) \left[ \left( \sqrt{\frac{1}{0,2^2} + 1} + \frac{1}{0,2} \right)^{1/3} - \left( \sqrt{\frac{1}{0,2^2} + 1} + \frac{1}{0,2} \right)^{-1/3} \right]$$
$$\omega_{kp} = \frac{1}{2} \cos\left(k \frac{\pi}{6}\right) \left[ \left( \sqrt{\frac{1}{0,2^2} + 1} + \frac{1}{0,2} \right)^{1/3} + \left( \sqrt{\frac{1}{0,2^2} + 1} + \frac{1}{0,2} \right)^{-1/3} \right]$$

$$k = 1, 3, 5, 4n-1$$

Y para obtener los ceros, se considera:

$$A = 1 - t = 1 - 0,49 = 0,51 \quad \text{y} \quad \sqrt{A} = 0,714$$

$$\sigma_{kz} = \frac{1}{2} \sin\left(k \frac{\pi}{6}\right) \left[ \left( \sqrt{\frac{0,51}{0,2^2} + 1} + \frac{0,714}{0,2} \right)^{1/3} - \left( \sqrt{\frac{0,51}{0,2^2} + 1} + \frac{0,714}{0,2} \right)^{-1/3} \right]$$
$$\omega_{kz} = \frac{1}{2} \cos\left(k \frac{\pi}{6}\right) \left[ \left( \sqrt{\frac{0,51}{0,2^2} + 1} + \frac{0,714}{0,2} \right)^{1/3} + \left( \sqrt{\frac{0,51}{0,2^2} + 1} + \frac{0,714}{0,2} \right)^{-1/3} \right]$$

$$k = 1, 3, 5, 4n-1$$

Es decir

- Los polos de  $|\rho_1(s)|^2$  son 6:  
 $\pm 0,8499$  ;  $-0,4249 \pm j 1,1365$  ;  $+0,4249 \pm j 1,1365$   
y se encuentran ubicados sobre una elipse de semieje menor 0,8499 sobre el eje real, y semieje mayor 1,2133 sobre el eje imaginario:
- Los ceros de  $|\rho_1(s)|^2$  también son 6:  
 $\pm 0,7115$  ;  $-0,3557 \pm j 1,0628$  ;  $+0,3557 \pm j 1,0628$   
y se encuentran ubicados sobre una elipse de semieje menor 0,7115 sobre el eje real, y semieje mayor 1,1207 sobre el eje imaginario:



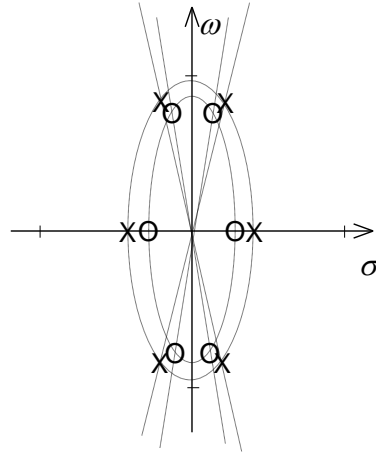


Diagrama cero-polar de  $|\rho_1(s)|^2$ .

#### Determinación de $\rho_1(s)$

Se obtienen dos soluciones posibles:

a) Considerando los polos de  $|\rho_1(s)|^2$  ubicados en el SPI y los ceros de  $|\rho_1(s)|^2$  ubicados en el SPI.

$$\rho_{1a}(s) = \frac{[s - (-0,7115)][s - (-0,3557 + j1,0628)][s - (-0,3557 - j1,0628)]}{[s - (-0,8499)][s - (-0,4249 + j1,1365)][s - (-0,4249 - j1,1365)]}$$

$$\rho_{1a}(s) = \frac{s^3 + 1,423s^2 + 1,762s + 0,8937}{s^3 + 1,7s^2 + 2,195s + 1,251}$$

b) Considerando los polos de  $|\rho_1(s)|^2$  ubicados en el SPI y los ceros de  $|\rho_1(s)|^2$  ubicados en el SPD.

$$\rho_{1b}(s) = \frac{[s - (0,7115)][s - (0,3557 + j1,0628)][s - (0,3557 - j1,0628)]}{[s - (-0,8499)][s - (-0,4249 + j1,1365)][s - (-0,4249 - j1,1365)]}$$

$$\rho_{1b}(s) = \frac{s^3 - 1,423s^2 + 1,762s - 0,8937}{s^3 + 1,7s^2 + 2,195s + 1,251}$$

#### Determinación de las Impedancias y Admitancias de entrada

a) Considerando los polos de  $|\rho_1(s)|^2$  ubicados en el SPI y los ceros de  $|\rho_1(s)|^2$  ubicados en el SPI, y normalizando impedancias respecto de  $R_1$  y admitancias respecto de  $G_1$ , resulta:

$$Z_{1a}(s) = R_1 \left( \frac{1 - \rho_{1a}(s)}{1 + \rho_{1a}(s)} \right)^{\pm 1} \Rightarrow Z_{1a}(s) = \left( \frac{1 - \rho_{1a}(s)}{1 + \rho_{1a}(s)} \right)^{\pm 1}$$

$$Y_{1a}(s) = G_1 \left( \frac{1 + \rho_{1a}(s)}{1 - \rho_{1a}(s)} \right)^{\pm 1} \Rightarrow Y_{1a}(s) = \left( \frac{1 + \rho_{1a}(s)}{1 - \rho_{1a}(s)} \right)^{\pm 1}$$

Como los ceros de transmisión se encuentran en infinito (filtro pasa bajos), tendremos que remover polos de  $Z_{1a}$  o  $Y_{1a}$  en infinito (3ª forma canónica o 1ª forma de Cauer).

Es decir que con esta alternativa de ubicación de los ceros de  $\rho_1(s)$  para  $Z_{1a}$  hay que considerar el exponente (+1) y para  $Y_{1a}$  hay que considerarlo (-1).Entonces resulta:

$$Z_{1a}(s) = Y_{1a}(s) = \frac{1 + \rho_{1a}(s)}{1 - \rho_{1a}(s)} = \frac{1 + \frac{s^3 + 1,423s^2 + 1,762s + 0,8937}{s^3 + 1,7s^2 + 2,195s + 1,251}}{1 - \frac{s^3 + 1,423s^2 + 1,762s + 0,8937}{s^3 + 1,7s^2 + 2,195s + 1,251}}$$

$$Z_{1a}(s) = Y_{1a}(s) = \left( \frac{s^3 + 1,561s^2 + 1,978s + 1,072}{0,1384s^2 + 0,2161s + 0,1787} \right)$$

b) Considerando los polos de  $|\rho_1(s)|^2$  ubicados en el SPI y los ceros de  $|\rho_1(s)|^2$  ubicados en el SPD, y normalizando impedancias respecto de  $R_1$  y admitancias respecto de  $G_1$ , resulta:

$$Z_{1b}(s) = R_1 \left( \frac{1 - \rho_{1b}(s)}{1 + \rho_{1b}(s)} \right)^{\pm 1} \Rightarrow Z_{1b}(s) = \left( \frac{1 - \rho_{1b}(s)}{1 + \rho_{1b}(s)} \right)^{\pm 1}$$

$$Y_{lb}(s) = G_1 \left( \frac{1 + \rho_{lb}(s)}{1 - \rho_{lb}(s)} \right)^{\pm 1} \Rightarrow Y_{lb}(s) = \left( \frac{1 + \rho_{lb}(s)}{1 - \rho_{lb}(s)} \right)^{\pm 1}$$

Como los ceros de transmisión se encuentran en infinito (filtro pasa bajos), tendremos que remover polos de  $Z_{lb}$  o  $Y_{lb}$  en infinito (3ª forma canónica o 1ª forma de Cauer).

Es decir que con esta alternativa de ubicación de los ceros de  $\rho_1(s)$  para  $Z_{lb}$  hay que considerar el exponente (+1) y para  $Y_{lb}$  hay que considerarlo (-1). Entonces resulta:

$$Z_{lb}(s) = Y_{lb}(s) = \frac{1 + \rho_{lb}(s)}{1 - \rho_{lb}(s)} = \frac{1 + \frac{s^3 - 1,423s^2 + 1,762s - 0,8937}{s^3 + 1,7s^2 + 2,195s + 1,251}}{1 - \frac{s^3 - 1,423s^2 + 1,762s - 0,8937}{s^3 + 1,7s^2 + 2,195s + 1,251}}$$

$$Z_{lb}(s) = Y_{lb}(s) = \left( \frac{s^3 + 0,1384s^2 + 1,978s + 0,1787}{1,561s^2 + 0,2161s + 1,072} \right)$$

### Síntesis de las Impedancias y Admitancias de entrada

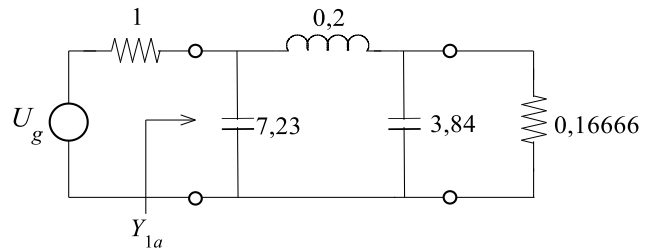
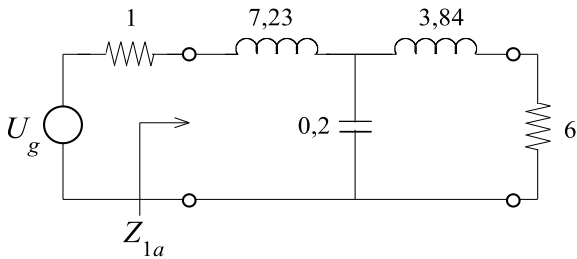
Como los ceros de transmisión se encuentran en infinito, tendremos que remover polos en infinito (3ª forma canónica o 1ª forma de Cauer).

Es decir que tendremos 4 formas posibles de configuración, dos como impedancias  $Z_{1a}$  y  $Z_{1b}$  y otras dos como admitancias:  $Y_{1a}$  y  $Y_{1b}$ .

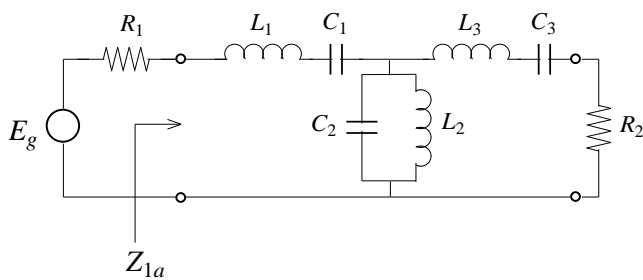
Aplicando Cauer I y resolviendo por división continua, para  $Z_{1a} = Y_{1a}$  resulta:

$$Z_{1a}(s) = Y_{1a}(s) = 7,23 s + \frac{1}{0,20 s + \frac{1}{3,84 s + 6}}$$

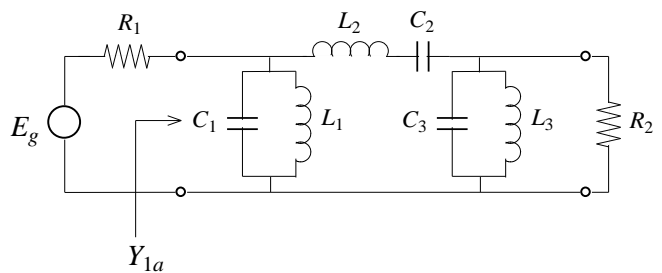
Las cuales sintetizadas resultan en los siguientes circuitos pasa bajos normalizados:



Los correspondientes circuitos pasa banda resultan (los valores indicados ya han sido desnormalizados):



$$\begin{aligned} R_1 &= 50 \, \Omega & R_2 &= 300 \, \Omega \\ L_1 &= 1,437 \, \text{mH} & C_1 &= 76,48 \, \text{pF} \\ L_2 &= 6,857 \, \mu\text{H} & C_2 &= 16,03 \, \text{nF} \\ L_3 &= 764,5 \, \mu\text{H} & C_3 &= 143,8 \, \text{pF} \end{aligned}$$

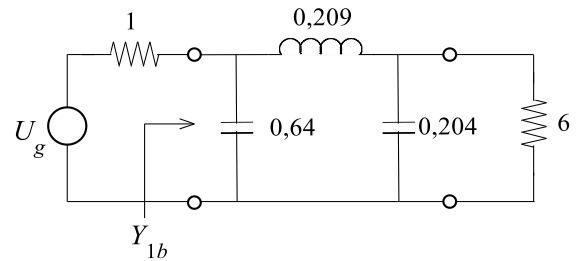
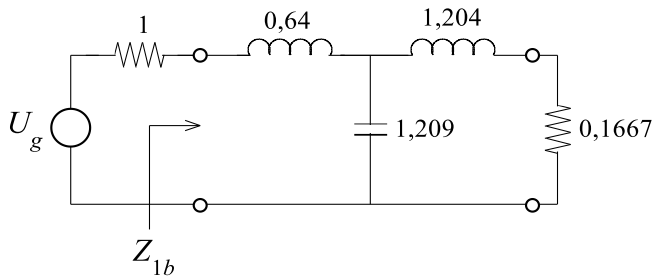


$$\begin{aligned} R_1 &= 50 \, \Omega & R_2 &= 8,334 \, \Omega \\ L_1 &= 191,2 \, \text{nH} & C_1 &= 575 \, \text{nF} \\ L_2 &= 40,1 \, \mu\text{H} & C_2 &= 2,74 \, \text{nF} \\ L_3 &= 359,5 \, \text{nH} & C_3 &= 305,8 \, \text{nF} \end{aligned}$$

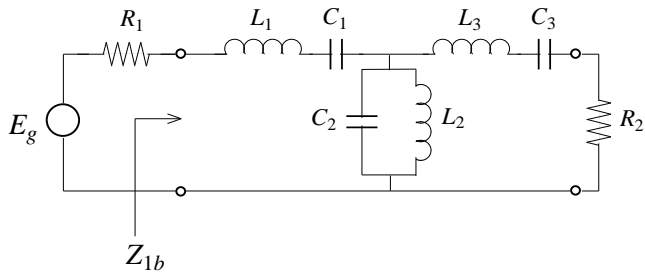
Y sintetizando por división continua (Cauer I) a  $Z_{1b} = Y_{1b}$  resulta:

$$Z_{1b}(s) = Y_{1b}(s) = 0,6405 s + \frac{1}{1,2089 s + \frac{1}{1,2043 s + \frac{1}{6}}}$$

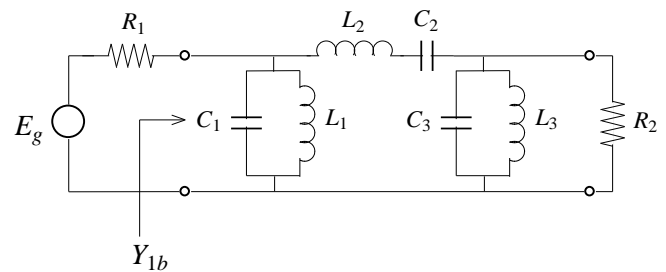
Las cuales sintetizadas resultan en los siguientes circuitos pasa bajos normalizados:



Los correspondientes circuitos pasa banda resultan (los valores indicados ya han sido desnormalizados):



$$\begin{aligned} R_1 &= 50 \, \Omega & R_2 &= 8,334 \, \Omega \\ L_1 &= 127,418 \, \mu\text{H} & C_1 &= 862,83 \, \text{pF} \\ L_2 &= 1,143 \, \mu\text{H} & C_2 &= 96,2 \, \text{nF} \\ L_3 &= 239,58 \, \mu\text{H} & C_3 &= 458,89 \, \text{pF} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} R_1 &= 50 \, \Omega & R_2 &= 300 \, \Omega \\ L_1 &= 2,157 \, \mu\text{H} & C_1 &= 50,97 \, \text{nF} \\ L_2 &= 240,5 \, \mu\text{H} & C_2 &= 4457,13 \, \text{pF} \\ L_3 &= 1,147 \, \mu\text{H} & C_3 &= 95,83 \, \text{nF} \end{aligned}$$

### Conclusiones:

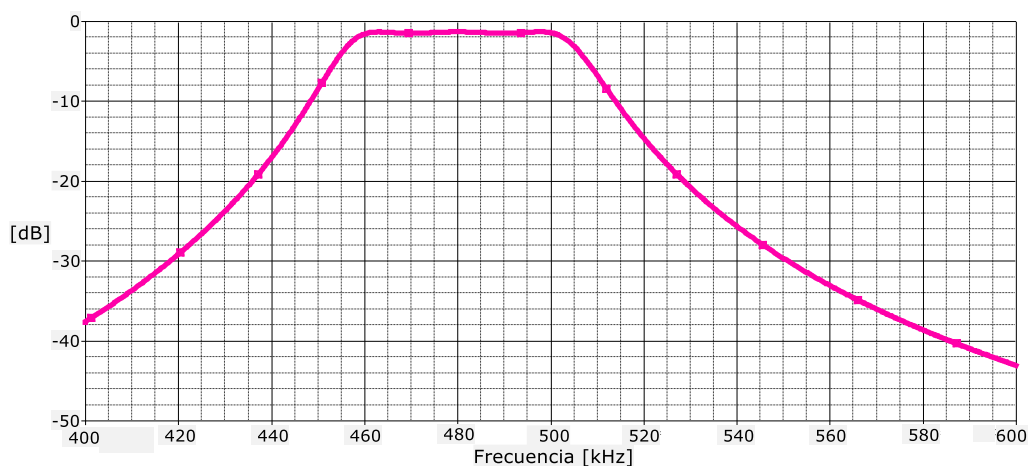
Se observa que sólo dos de las realizaciones  $Z_{1a}$  e  $Y_{1b}$  cumplen con las especificaciones de pérdidas de inserción y las impedancias de generador y de carga especificadas.

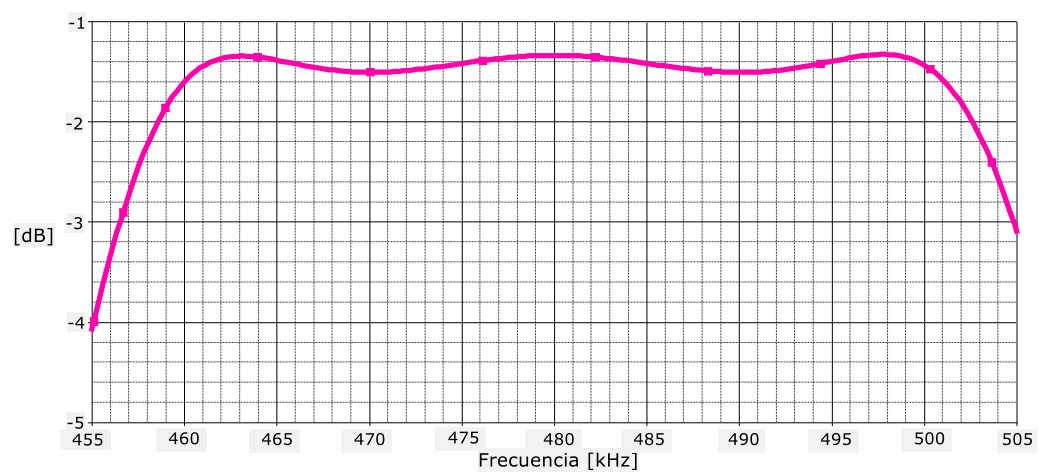
Las realizaciones  $Y_{1a}$  e  $Y_{1b}$  cumplen con la especificación de las pérdidas de inserción pero no cumplen con la especificación de la resistencia de carga  $R_2$ , a no ser que se disponga de un transformador para adaptar la resistencia de carga  $R_2$ .

Si hubiese sido  $R_1=R_2$ , las cuatro realizaciones hubieran cumplido con los datos especificados, sin necesidad de transformador.

### Simulación:

Empleando los valores finales obtenidos para los componentes (desnormalizados), se obtiene la siguiente curva de transferencia.







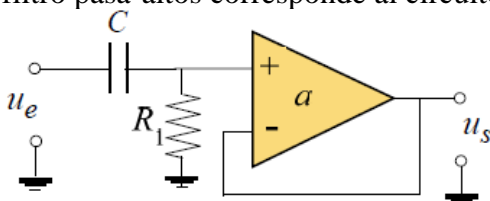
**Sugerencia:** Dado que el objetivo de los Trabajos Prácticos es utilizar los conceptos teóricos vistos para resolver problemas, se sugiere leer con detenimiento cada propuesta y contestar cada punto sin presuponer temas o asuntos conocidos, de forma que toda afirmación o decisión de opciones sea justificada. Esta sugerencia pretende ayudar a reafirmar conocimientos y a organizar la resolución de los ejercicios.

### Ejercicio 2

Diseñar un filtro pasa altos activo con frecuencia de corte 10 kHz.

### Resolución

La celda de primer orden de un filtro pasa-altos corresponde al circuito que se muestra en la figura:



La frecuencia de corte del filtro pasa-bajos propuesto resulta:

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

Por lo tanto, si se desea una frecuencia de corte de 10 KHz y se propone el uso de resistencias de 10 K $\Omega$

$$2\pi \, 10kHz = \frac{1}{10k\Omega \, C}$$

$$C = 1.59 \, nF$$

Por lo tanto, con un capacitor de 1.6 nF (disponible en la serie E24), es posible cumplir con los requerimientos del filtro.

## Ejercicio 4

Diseñar un filtro *pasa bajos* activo de Butterworth con una frecuencia de corte  $f_c=10$  kHz y una atenuación mínima de 36 dB a  $f=100$  kHz.

- Calcular el orden del filtro y representar el circuito en el dominio normalizado usando topología Sallen-Key.
- Representar el circuito real indicando los valores de cada componente, logrando que el mayor número posible de resistencias tenga un valor de 1 k $\Omega$ .
- Calcular las ganancias (en términos absolutos) del circuito real y las atenuaciones (en términos relativos a la ganancia DC – es decir, la atenuación en DC es 0 dB) para las frecuencias indicadas en la tabla.

$f$ [kHz]	G [dB]	A [dB]
0		
10		
100		

## Resolución

a) Dado que se requiere sintetizar un filtro pasa bajos mediante aproximación Butterworth, se procede al cálculo de los parámetros correspondientes.

- $f_H = 100$  KHz
- $f_c = 10$  KHz

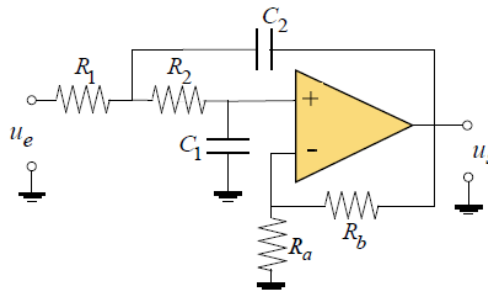
El coeficiente  $\varepsilon$  resulta

$$\varepsilon = \sqrt{10^{A/10} - 1} = \sqrt{10^{36/10} - 1} = 1$$

El orden del filtro resulta

$$n = \frac{\log\left(\frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{\varepsilon^2}\right)}{2 \log\left(\frac{\omega_H}{\omega_c}\right)} = \frac{\log\left(\frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{\varepsilon^2}\right)}{2 \log\left(\frac{f_H}{f_c}\right)} = \frac{\log\left(10^{\frac{36}{10}} - 1\right)}{2 \log\left(\frac{100 \text{ KHz}}{10 \text{ KHz}}\right)} = 1,79 \Rightarrow 2$$

Por lo tanto, el circuito resulta:



b) Siguiendo el método de diseño de filtros Sallen-Key presentado en el libro de la cátedra, se calcula la expresión de la aproximación de Butterworth normalizada:

$$|T(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \omega^{2n}} = \frac{1}{1 + \omega^4}$$

Reemplazando  $\omega$  por  $s/j$ , se obtiene:

$$|T(s)|^2 = \frac{1}{1 + s^4}$$

Los polos de la transferencia resultan:

$$s = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \pm j \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Los ceros de la transferencia se ubican en  $\infty$ .

Seleccionando los polos del semiplano izquierdo, se obtiene:

$$T(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

Si se compara dicha expresión con la transferencia genérica de un filtro pasa bajos de segundo orden:

$$T(s) = \frac{K}{\left(\frac{s}{\omega_c}\right)^2 + \frac{1}{Q_P} \left(\frac{s}{\omega_c}\right) + 1}$$

Comparando ambas expresiones, resulta:

$$\omega_c = 1 \quad Q_P = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Siguiendo la Estrategia III de diseño ( $R_1 = R_2$ ), se obtiene que

$$n = 4Q_P^2 = 4 * \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2$$

Si se selecciona un valor de capacidad comercial de 10 nF, se obtiene:

$$C_1 = C = 10 \text{ nF} \quad C_2 = nC = 20 \text{ nF}$$

Para la obtención de los valores de resistencias, es necesario considerar la expresión de la frecuencia de corte del filtro:

$$\omega_c = \frac{1}{RC\sqrt{mn}}$$

Dada la estrategia seguida,  $m=1$ . Por lo tanto,

$$R = \frac{1}{\omega_c C \sqrt{n}} = \frac{1}{10 \text{ nF} \cdot 2\pi 10 \text{ KHz} \sqrt{2}} = 1125.4 \Omega$$

Por lo tanto, los valores de los componentes resultan:

$$C_1 = 10 \text{ nF} \quad C_2 = 20 \text{ nF} \quad R_1 = 1,1 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 1,1 \text{ k}\Omega \quad R_a = \infty \quad R_b = 0$$

c) Para el cálculo de las frecuencias indicadas, se considera la transferencia ideal del circuito normalizado:

$$10 \log (|T(j\omega)|^2) = 10 \log \left( \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4} \right)$$

$f$ [kHz]	G [dB]	A [dB]
0	0 dB	0 dB
10	-3 dB	3 dB
100	-40 dB	40 dB

## Ejercicio 7

Diseñar un filtro Butterworth *pasa banda* activo con topología Sallen Key para cumplir con las siguientes especificaciones:

- Frecuencia central de la banda de paso  $f_0 = 50$  kHz.
- Para un ancho de banda  $\Delta f = 4$  kHz centrado en  $f_0$ , la relación  $|U_2/U_1|$  no debe apartarse en más de 1,4 dB respecto de su valor para  $f_0$ .
- Para la frecuencia 65 kHz la atenuación debe ser  $\geq 25$  dB.

## Resolución

Como  $f_0 > 10\Delta f$ , es necesario utilizar celdas Sallen-Key *pasa banda*. Para ello, se realiza la conversión de parámetros al *pasa bajos* equivalente.

La transformación *pasa banda* a *pasa bajos* es:

$$\bar{s} = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s}$$

Y teniendo en cuenta que:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$$

$$\omega_1\omega_2 = \omega_0^2$$

Resulta:

$$\omega_{1,2} = \pm \frac{\Delta\omega}{2} + \sqrt{\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)^2 + \omega_0^2}$$

Por lo tanto, si  $f_0 = 50$  kHz y  $\Delta f = 4$  kHz:

$$f_{1,2} = \pm \frac{4 \text{ kHz}}{2} + \sqrt{\left(\frac{4 \text{ kHz}}{2}\right)^2 + (50 \text{ kHz})^2}$$
$$f_1 = 48.04 \text{ kHz} \quad f_2 = 52.04 \text{ kHz}$$

Por lo tanto, en el dominio del *pasa bajos*:

$$\bar{f}_B = 52.04 \text{ kHz} - 48.04 \text{ kHz} = 4 \text{ kHz}$$

Para el caso de  $f_H$ , se conoce una de las frecuencias extremo del ancho de banda correspondiente. Por lo tanto:

$$f_3 f_4 = f_0^2$$
$$f_3 = \frac{f_0^2}{f_4} = \frac{(50 \text{ kHz})^2}{65 \text{ kHz}} = 38.461 \text{ kHz}$$

Lo que resulta:

$$\bar{f}_H = 65 \text{ kHz} - 38.46 \text{ kHz} = 26.54 \text{ kHz}$$

Los parámetros del filtro *pasa bajos* equivalente resultan entonces:

- $\bar{f}_H = 26.54 \text{ KHz}$ ;  $A_{min} = 25 \text{ dB}$
- $\bar{f}_B = 4 \text{ KHz}$ ;  $A_{max} = 1.4 \text{ dB}$

El coeficiente  $\varepsilon$  resulta

$$\varepsilon = \sqrt{10^{A_{max}/10} - 1} = \sqrt{10^{1.4/10} - 1} = 0.617$$

El orden del filtro resulta

$$n = \frac{\log\left(\frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{\varepsilon^2}\right)}{2 \log\left(\frac{\bar{\omega}_H}{\bar{\omega}_C}\right)} = \frac{\log\left(\frac{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}{\varepsilon^2}\right)}{2 \log\left(\frac{\bar{f}_H}{\bar{f}_C}\right)} = \frac{\log\left(10^{\frac{25}{10}} - 1\right)}{2 \log\left(\frac{26.54 \text{ KHz}}{4 \text{ KHz}}\right)} = 1.776 \Rightarrow 2$$

Siguiendo el método de diseño de filtros Sallen-Key presentado en el libro de la cátedra, se calcula la expresión de la aproximación de Butterworth normalizada:

$$|T(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \omega^{2n}} = \frac{1}{1 + 0.38 \omega^4}$$

Reemplazando  $\omega$  por  $s/j$ , se obtiene:



$$|T(s)|^2 = \frac{1}{1 + 0.38 s^4} = \frac{2.63}{s^4 + 2.63}$$

Los polos de la transferencia resultan:

$$s = \pm 0.9005 \pm 0.9005i$$

Los ceros de la transferencia se ubican en  $\infty$ .

Seleccinando los polos del semiplano izquierdo, se obtiene:

$$T(s) = \frac{\sqrt{2.63}}{(s + 0.9005 + 0.9005i)(s + 0.9005 - 0.9005i)} = \frac{1.622}{s^2 + 1.801s + 1.622}$$

$$T(s) = \frac{1.622}{\frac{s^2}{1.622} + 1.801 \frac{s}{1.622} + 1} = \frac{1.622}{\left(\frac{s}{\sqrt{1.622}}\right)^2 + \frac{1.801}{\sqrt{1.622}} \frac{s}{\sqrt{1.622}} + 1}$$

$$T(s) = \frac{1.622}{\left(\frac{s}{1.273}\right)^2 + 1.4141 \frac{s}{1.273} + 1}$$

La expresión de  $T(s)$  puede sintetizarse, entonces, mediante una celda Sallen Key de segundo orden pasa bajos. Por lo tanto, se requieren dos celdas de un filtro pasa banda, ya que el orden de dicho filtro resulta entonces 4.

Para los próximos pasos, es útil identificar los coeficientes del término de primer orden y el término de segundo orden del denominador:

$$a_i = \frac{1.4141}{1.273} = 1.11$$

$$b_i = \left(\frac{1}{1.273}\right)^2 = 0.617$$

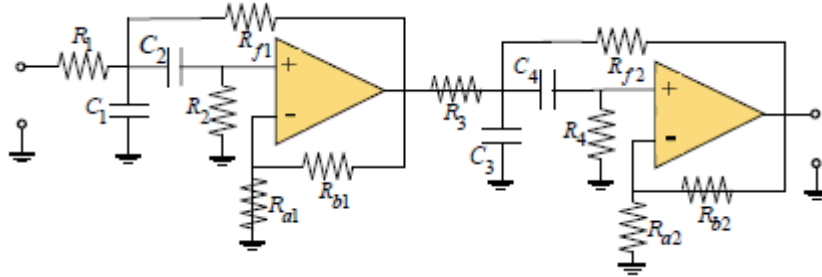
Si se realiza la conversión de pasa bajos a pasa banda:

$$\bar{s} = \frac{1}{\Delta\Omega} \left(s + \frac{1}{s}\right); \Delta\Omega = \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$$

Por lo tanto,

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{4 \text{ kHz}}{50 \text{ kHz}} = 0.08$$

Con los parámetros antes calculados, se calcula la sintonización de las dos etapas en cascada de los filtros requeridos. Para ello, se utiliza la Sintonía Escalonada.



Seleccinando que la frecuencia central de la primer etapa sea mayor que la frecuencia central de la segunda etapa:

$$\omega_{01} > \omega_{02}$$

Donde,

$$\omega_{01} = \alpha \omega_0; \omega_{02} = \frac{1}{\alpha} \omega_0$$

El factor  $\alpha$  es el denominado *factor de sintonía*, que puede calcularse en función de los parámetros antes calculados:

$$\alpha^8 - \frac{\Delta\Omega^2}{b_i} \alpha^6 - 2 \left( 1 + \frac{\Delta\Omega^2}{b_i} - \frac{1}{2} \left( \frac{a_i}{b_i} \Delta\Omega \right)^2 \right) \alpha^4 - \frac{\Delta\Omega^2}{b_i} \alpha^2 + 1 = 0$$

$$\alpha^8 - 0.0104 \alpha^6 - 2 \alpha^4 - 0.0104 \alpha^2 + 1 = 0$$

De las 8 posibles soluciones, se selecciona la real positiva mayor que 1, resultando

$$\alpha = 1.0367$$

Por lo tanto, los factores de mérito  $Q_p$  de cada etapa resultan:

$$Q_p = \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha} \frac{b_i}{a_i \Delta \Omega} = 13.8919$$

Las frecuencias centrales de cada etapa resultan:

$$\omega_{01} = \alpha \omega_0 = 325.7 \times 10^3; \omega_{02} = \frac{1}{\alpha} \omega_0 = 303.04 \times 10^3$$

Siguiendo con el diseño mediante la Topología I, es posible establecer la ganancia para las dos etapas de filtrado. Adoptando la serie E48 para una mayor disponibilidad de valores comerciales, se selecciona un factor de proporcionalidad  $m=1.4$ .

Por lo tanto,

$$K = 2 + \frac{2}{m} - \frac{\sqrt{2}}{Q_p \sqrt{m}} = 2 + \frac{2}{1.4} - \frac{\sqrt{2}}{13.9054 \sqrt{1.4}} = 3.343$$

Seleccionando resistencias de modo tal que

$$R_{a1} = R_{a2} = R_a; R_{b1} = R_{b2} = R_b$$

Se obtiene que si

$$R_a = 4.87 \text{ k}\Omega; R_b = 11.5 \text{ k}\Omega$$

La ganancia obtenida resulta:

$$K = 1 + \frac{R_b}{R_a} = 1 + \frac{11.5}{4.87} = 3.3614$$

Que cuenta con un error del orden de 0.6%

#### Diseño de Primera Celda

Para el diseño de la celda, es necesario considerar los siguientes parámetros:

- $Q_p = 13.892$
- $\omega_{01} = 325.7 \times 10^3$
- $m = 1.4$

Con dichos valores, debe cumplirse la siguiente ecuación:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{m} \frac{1}{RC}}$$

$$R_1 = R$$

$$R_2 = mR$$

Por lo tanto, se intenta con distintos valores comerciales de  $C$  hasta obtener valores de  $R_1$  y  $R_2$  que resulten comerciales y permitan disponer de la frecuencia central deseada.

Tras iterar, se obtiene que si se selecciona una capacidad de 6.2 nF

$$R = \sqrt{\frac{2}{m} \frac{1}{\omega_0 C}} = 591.9 \Omega$$

Por lo tanto,

$$R_1 = R_f = 591.9 \Omega$$

$$R_2 = mR = 828.7 \Omega$$

Los valores comerciales seleccionados resultan:

$$C_1 = 6.2 \text{ nF} \quad C_2 = 6.2 \text{ nF} \quad R_1 = R_f = 590 \Omega \quad R_2 = 825 \Omega \quad R_{a1} = 4.87 \text{ k}\Omega \quad R_{b1} = 11.5 \text{ k}\Omega$$

#### Diseño de Segunda Celda

Para el diseño de la celda, es necesario considerar los siguientes parámetros:

- $Q_p = 13.892$
- $\omega_{01} = 303.04 \times 10^3$
- $m = 1.4$

Con dichos valores, debe cumplirse la siguiente ecuación:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{m} \frac{1}{RC}}$$

$$R_1 = R$$

$$R_2 = mR$$

Por lo tanto, se intenta con distintos valores comerciales de  $C$  hasta obtener valores de  $R_1$  y  $R_2$  que resulten comerciales y permitan disponer de la frecuencia central deseada.

Tras iterar, se obtiene que si se selecciona una capacidad de 15 pF

$$R = \sqrt{\frac{2}{m} \frac{1}{\omega_0 C}} = 1095.6 \Omega$$

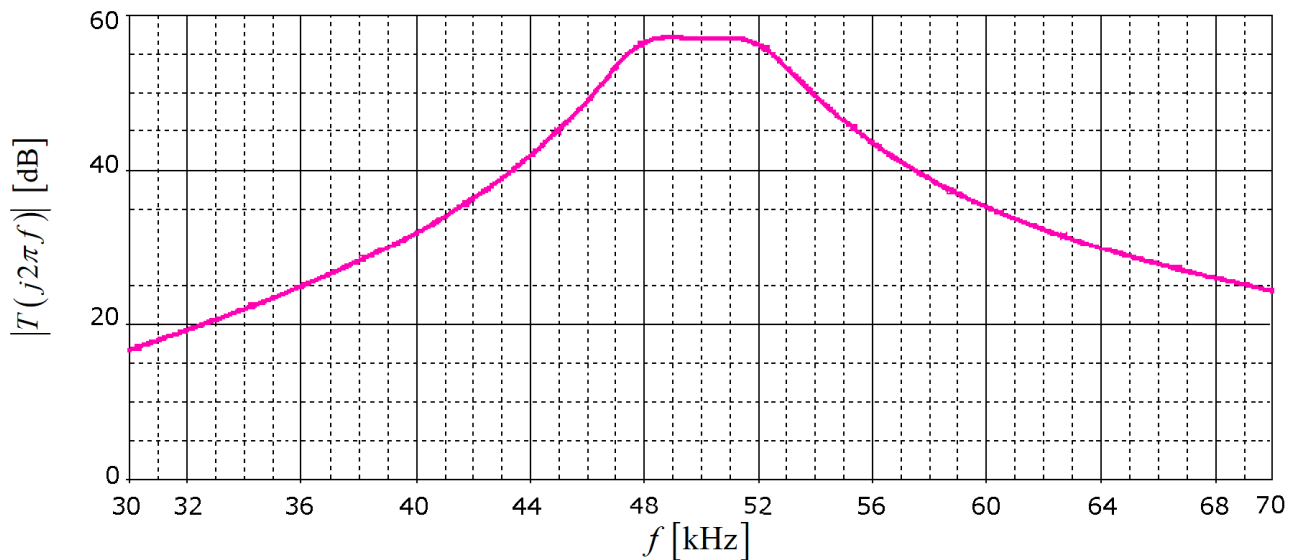
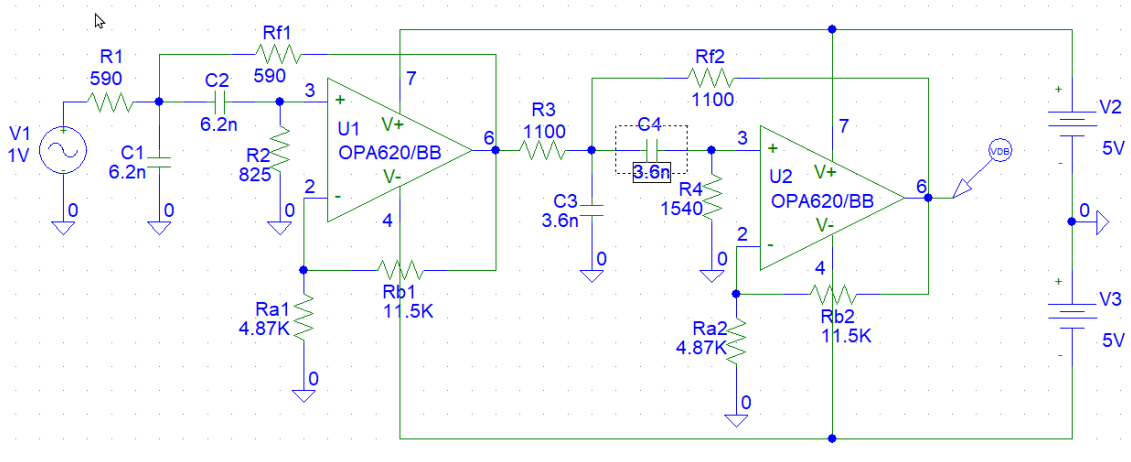
Por lo tanto,

$$R_1 = R_f = 1095.6 \Omega$$

$$R_2 = mR = 1533.8 \Omega$$

Los valores comerciales seleccionados resultan:

$$C_1 = 3.6 \text{ nF} \quad C_2 = 3.6 \text{ nF} \quad R_1 = R_f = 1100 \Omega \quad R_2 = 1540 \Omega \quad R_{a1} = 4.87 \text{ k}\Omega \quad R_{b1} = 11.5 \text{ k}\Omega$$



### Ejercicio 9

Realizar el análisis de sensibilidad respecto a  $R_2$  para el filtro diseñado en el Ejercicio 4.

### Resolución

La sensibilidad de una función  $f(x,y)$  respecto a una variable  $x$  se calcula como

$$S_x^f = \frac{x}{f} \frac{df}{dx}$$

En el caso particular de un filtro pasa-bajos con topología Sallen-Key, es importante recordar que

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$Q_P = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{R_1 C_1 + R_2 C_1 + R_1 C_2 (1 - K)}$$

Calculando las derivadas de ambas expresiones respecto de  $R_2$  se obtiene

$$S_{R_2}^{\omega_c} = -0.5$$

$$S_{R_2}^{Q_P} = 0.5 - Q_P \sqrt{\frac{R_2 C_1}{R_1 C_2}}$$

En el caso del ejercicio 4, por la estrategia de diseño seguida, resulta  $R_1 = R_2$ ,  $C_2 = nC_1$ , de manera que:

$$R_1 = R_2 = R; C_1 = \frac{2Q_P}{R\omega_c}; C_2 = \frac{1}{2RQ_P\omega_c}$$

Con estos valores, si se evalúa la expresión de  $Q_P$ , se obtiene

$$Q_P = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{(C_1 + C_1 + C_2(1 - K))}$$

Por lo tanto,  $Q_P$  no depende de  $R_2$ .



**Sugerencia:** Dado que el objetivo de los Trabajos Prácticos es utilizar los conceptos teóricos vistos para resolver problemas, se sugiere leer con detenimiento cada propuesta y contestar cada punto sin presuponer temas o asuntos conocidos, de forma que toda afirmación o decisión de opciones sea justificada. Esta sugerencia pretende ayudar a reafirmar conocimientos y a organizar la resolución de los ejercicios.

### Ejercicio 1

Obtener la respuesta al impulso de un filtro *pasa bajos* digital ideal con frecuencia de muestreo 10 kHz, de desfase nulo y cuya banda de paso es 2.5 kHz.

### Resolución

La ventana de filtrado ideal se obtiene utilizando la secuencia  $h_{LP}[n]$

$$h_{LP}[n] = \frac{\Omega_C}{\pi} \text{sinc}(n\Omega_C); -n_0 < n < n_0$$

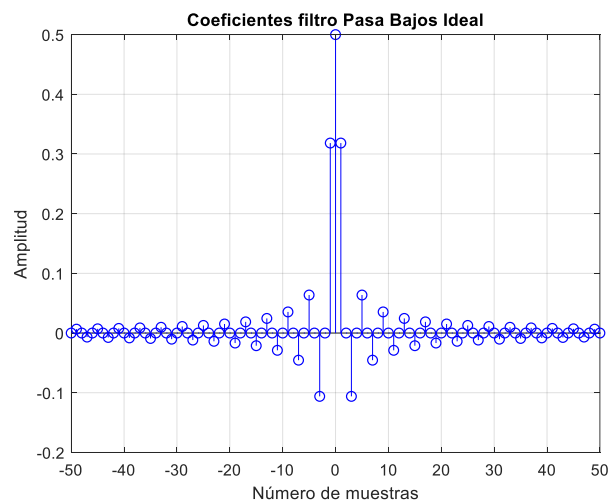
Donde

$$\Omega_C = 2\pi \frac{f_c}{f_s} = 2\pi \frac{2.5 \text{ kHz}}{10 \text{ kHz}} = \frac{\pi}{2}$$

Por lo tanto, la secuencia resulta:

$$h_{LP}[n] = \frac{1}{2} \text{sinc}\left(n \frac{\pi}{2}\right); -n_0 < n < n_0$$

Si se calcula para un filtro de  $N=100$ , se obtiene:



## Ejercicio 4

Diseñar un filtro FIR *pasa bajos* que cumpla las siguientes especificaciones:

- Frecuencia de muestreo: 12 kHz
- Frecuencia de corte: 3,6 kHz
- Banda de atenuación: 4,8 kHz
- Atenuación en la banda de atenuación: > 13 dB

Obtener los coeficientes del filtro.

## Resolución

A partir de las especificaciones establecidas, se obtienen los parámetros correspondientes del filtro:

$$\alpha_p = 3 \text{ dB} \quad \alpha_s = 13 \text{ dB}$$

Las frecuencias normalizadas de la banda de transición resultan:

$$\Omega_p = 2\pi \frac{3600}{12000} = 0.6\pi \quad \Omega_s = 2\pi \frac{4800}{12000} = 0.8\pi$$

A partir de los parámetros obtenidos, se calcula la frecuencia de corte del filtro y el orden apropiado

$$\Omega_c = \frac{1}{2}(\Omega_p + \Omega_s) = 0.7\pi$$
$$N \approx \frac{1.8\pi}{\Omega_s - \Omega_p} = \frac{1.8}{0.8 - 0.6} = 9$$

Por lo tanto, el número de muestras del filtro será:

$$N_m = N + 1 = 10$$

$$n_0 = \frac{N_m}{2} = 10$$

Mediante los parámetros obtenidos, se obtiene la secuencia de valores correspondiente a la respuesta ideal del filtro:

$$h_{LP}[n] = 0.7 \text{ sinc}(n 0.7\pi); -10 < n < 10$$

En Matlab, pueden obtenerse los coeficientes con el siguiente código

```
fmuestreo = 12000; %frecuencia de muestreo
fp = 3600; %Frecuencias de la banda de transicion
fs = 4800;
alpha_p = 3; %atenuacionmaxima en dB
alpha_s = 13; %atenuacionminima dB
omega_p = 2*pi*fp/fmuestreo;
omega_s = 2*pi*fs/fmuestreo;
omega_c = 0.5*(omega_s+omega_p);
N = round(1.8*pi/abs(omega_p-omega_s)); %N resulta del redondeo al entero mas cercano
```

```
Nm = N+1;
n0=floor(Nm/2);
n=-n0:n0;
%Recordar que en matlab, sinc(x) en realidad corresponde a sinc(pi*x)
h_ideal=(omega_c/pi)*sinc(omega_c*n/pi);
```

Los primeros valores obtenidos resultan:

```
{-0.0636619772367581, 0.0467744641894320, 0.0327877214361155, -0.151365345728131,
0.257518107400242, 0.700000000000000, 0.257518107400242, -0.151365345728131,
0.0327877214361155, 0.0467744641894320}
```

Con dicha secuencia, se calcula la respuesta impulsional del filtro como el producto de la secuencia ideal con la ventana deseada. En este caso, para las especificaciones del filtro resulta suficiente utilizar la ventana rectangular

$$w[n] = \begin{cases} 1; & |n| \leq 10 \\ 0; & |n| > 10 \end{cases}$$

El siguiente código de Matlab permite el cálculo de la respuesta impulsional

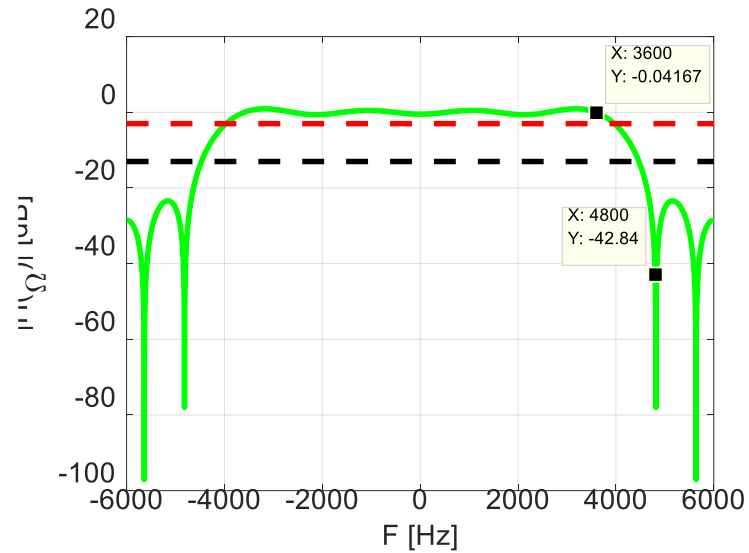
```
%Calculo de la ventana rectangular
w = rectwin(length(n))';
```

```
%Obtencion de la respuesta al impulso
h=h_ideal.*w;
```

Los primeros valores obtenidos resultan:

```
{-0.0636619772367581, 0.0467744641894320, 0.0327877214361155, -0.151365345728131,
0.257518107400242, 0.7000000000000000, 0.257518107400242, -0.151365345728131,
0.0327877214361155, 0.0467744641894320}
```

La respuesta en frecuencia del filtro resulta:



## Ejercicio 5

Diseñar un filtro FIR *pasa altos* que cumpla las siguientes especificaciones:

- Frecuencia de muestreo: 20 kHz
- Atenuación menor a 0.1 dB para frecuencias mayores a 7,5 kHz
- Atenuación mayor a 50 dB para frecuencias menores a 6,5 kHz

Utilizar una ventana apropiada.

## Resolución

A partir de las especificaciones establecidas, se obtienen los parámetros correspondientes del filtro:

$$\alpha_p = 0.1 \text{ dB} \quad \alpha_s = 50 \text{ dB}$$

Las frecuencias normalizadas de la banda de transición resultan:

$$\Omega_p = 2\pi \frac{7500}{20000} = \frac{3\pi}{4} \quad \Omega_s = 2\pi \frac{6500}{20000} = 0.65\pi$$

A partir de los parámetros obtenidos, se calcula la frecuencia de corte del filtro y el orden apropiado

$$\Omega_c = \frac{1}{2}(\Omega_p + \Omega_s) = 0.7\pi$$
$$N \approx \frac{6.6\pi}{\Omega_p - \Omega_s} = \frac{6.6}{0.75 - 0.65} = 66$$

Por lo tanto, el número de muestras del filtro será:

$$N_m = N + 1 = 67$$

$$n_0 = \frac{N_m - 1}{2} = 33$$

Mediante los parámetros obtenidos, se obtiene la secuencia de valores correspondiente a la respuesta ideal del filtro:

$$h_{HP}[n] = \delta[n] - 0.7 \operatorname{sinc}(n 0.7\pi); -33 < n < 33$$

En Matlab, pueden obtenerse los coeficientes con el siguiente código

```
fmuestreo = 20000; %frecuencia de muestreo
fp = 7500; %Frecuencias de la banda de transicion
fs = 6500;
alpha_p = 0.1; %atenuacionmaxima en dB
alpha_s = 50; %atenuacionminima dB
omega_p = 2*pi*fp/fmuestreo;
omega_s = 2*pi*fs/fmuestreo;
omega_c = 0.5*(omega_s+omega_p);
N = round(6.6*pi/abs(omega_p-omega_s)); %N resulta del redondeo al entero mas cercano

Nm = N+1;
n0=floor(Nm/2);
n=-n0:n0;
%Recordar que en matlab, sinc(x) en realidad corresponde a sinc(pi*x)
h_ideal=-(omega_c/pi)*sinc(omega_c*n/pi);
h_ideal(n0+1)=1-(omega_c/pi);
```

Los primeros valores obtenidos resultan:

{0.00298070194873773, -0.00946033410800820, 0.00830703572258846, 1.04082600637838e-17, -0.00887993473793939, 0.0108118104091522, -0.00364308015956832, -0.00719607141375871, 0.0127323954473516, -0.00779574403157201}

Con dicha secuencia, se calcula la respuesta impulsional del filtro como el producto de la secuencia ideal con la ventana deseada. En este caso, para las especificaciones del filtro resulta apropiado utilizar la ventana de Hamming

$$w[n] = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos\left(\pi \frac{n_0 - |n|}{n_0}\right); & |n| \leq 33 \\ 0; & |n| > 33 \end{cases}$$



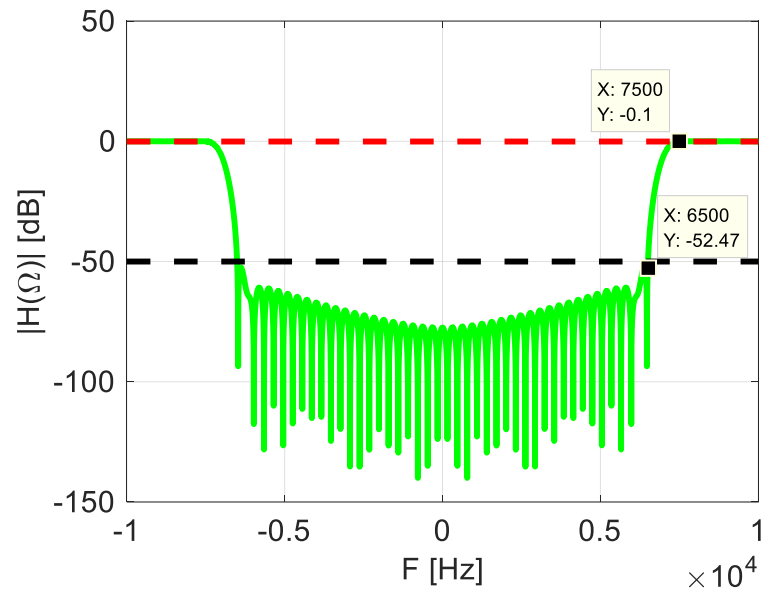
El siguiente código de Matlab permite el cálculo de la respuesta impulsional

```
%Calculo de la ventana de Hamming  
w = hamming(length(n))';  
%Obtencion de la respuesta al impulso  
h=h_ideal.*w;
```

Los primeros valores obtenidos resultan:

```
{0.000238456155899019, -0.000776531806290409, 0.000733617578207583,  
1.02660033101690e-18, -0.00100299529581720, 0.00141781425727844, -0.000557476421039838,  
-0.00128389122923314, 0.00263665427451317, -0.00186134351429307}
```

La respuesta en frecuencia del filtro resulta:



## Ejercicio 9

Se pretende diseñar un filtro digital cuya transferencia se aproxime a la siguiente función transferencia normalizada:

$$T(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

Utilizar el método de respuesta al impulso invariante para obtener la función transferencia  $H(z)$  del filtro digital, considerando una frecuencia de corte de 3 dB de 150 Hz y una frecuencia de muestreo  $f_s = 1,28$  kHz.

## Resolución

Dado que se requiere utilizar el método de invarianza al impulso, se evalúan los polos de  $H(s)$  para hacer la transformación que sigue:

$$T(s) = \frac{1}{s+a} \gg H(z) = \frac{1}{1 + e^{-aT_s} z^{-1}}$$

Por lo tanto,

$$T(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} = \frac{j\sqrt{2}/2}{s + \frac{\sqrt{2}}{2} + j\sqrt{2}/2} - \frac{j\sqrt{2}/2}{s + \frac{\sqrt{2}}{2} - j\sqrt{2}/2}$$

Desnormalizando respecto de  $\omega_c = 2\pi f_c = 8042,48$  rad/s:

$$T(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_c s + \omega_c^2} = \frac{j\sqrt{2}\omega_c/2}{s + \frac{\sqrt{2}\omega_c}{2} + j\sqrt{2}\omega_c/2} - \frac{j\sqrt{2}\omega_c/2}{s + \frac{\sqrt{2}\omega_c}{2} - j\sqrt{2}\omega_c/2}$$

Aplicando el método de invarianza al impulso

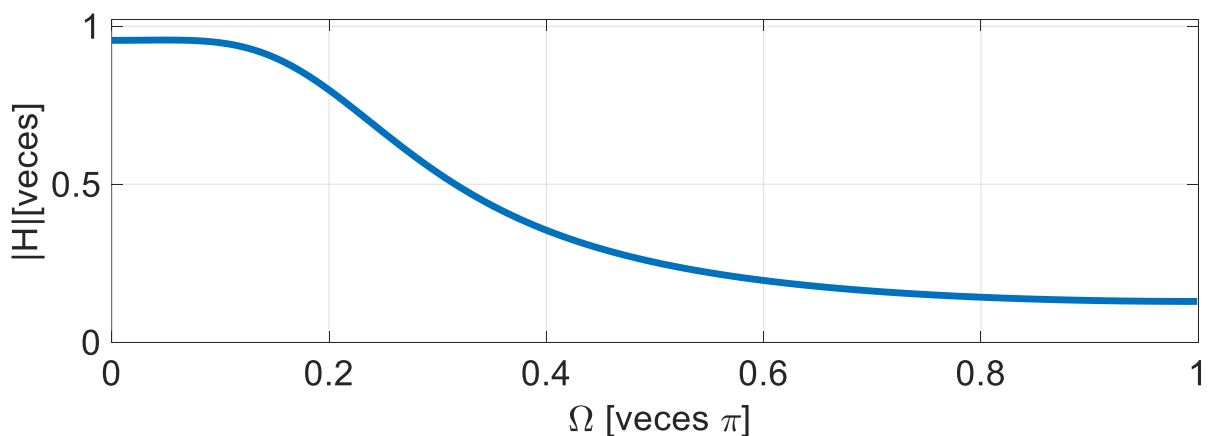
$$H(z) = \frac{j\sqrt{2}\omega_c/2}{1 + e^{-\left(\frac{\sqrt{2}\omega_c}{2} + \frac{j\sqrt{2}\omega_c}{2}\right)T_s} z^{-1}} - \frac{j\sqrt{2}\omega_c/2}{1 + e^{-\left(\frac{\sqrt{2}\omega_c}{2} - \frac{j\sqrt{2}\omega_c}{2}\right)T_s} z^{-1}}$$

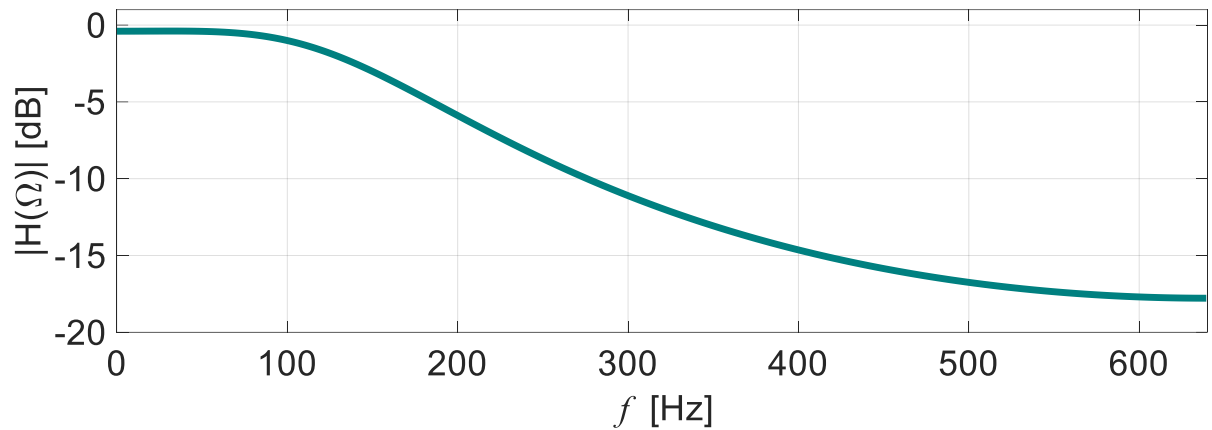
Y además hay que escalar a  $H(z)$  multiplicando por  $T_s$ :

$$H(z) = \omega_c T_s \frac{\sqrt{2}e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\omega_c T_s} \operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\omega_c T_s\right) z^{-1}}{1 - 2e^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\omega_c T_s} \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\omega_c T_s\right) z^{-1} + e^{-\sqrt{2}\omega_c T_s} z^{-2}}$$

Como  $T_s = 1/(1.28 \text{ kHz})$ ,  $H(z)$  resulta, teniendo en cuenta que es necesario escalarla en  $T_s$

$$H(z) = \frac{0,3078z^{-1}}{1 - 1.031z^{-1} + 0.353z^{-2}}$$





```

clc
fs=1.28e3;
wC=2*pi*150;
Ts=1/fs;

X=wC*Ts;      % Variable auxiliar
R2=sqrt(2);   % Variable auxiliar
R22=R2/2;     % Variable auxiliar
Nz=[0 X*R2*exp(-R22*X)*sin(R22*X)];
Dz=[1 -2*exp(-R22*X)*cos(R22*X) exp(-R2*X)];
Hz=tf(Nz, Dz, 1/fs, 'variable', 'z^-1')
% Verificación conimpinvar()
Ns=[wC^2];
Ds=[1 sqrt(2)*wC wC^2];
[Nz1,Dz1] =impinvar(Ns,Ds,fs);
Hz=tf(Nz1, Dz1, 1/fs, 'variable', 'z^-1')

%% Gráfica de la Magnitud de H(W)en veces
figure('Name', 'Respuesta en Frecuencia en Veces',
'NumberTitle','off','Color',[1,1,1]);
[H, W]=freqz(Nz, Dz, 1000);
plot(W/pi, abs(H), 'LineWidth', 5)
grid on
ax1 = gca;
set(ax1, 'XAxisLocation','bottom','YAxisLocation','left', 'Box', 'on',
'FontName','Arial', 'FontSize',26)
axis([0,1, 0,1.02])
xlabel('\fontname{Times}\fontsize{26}\Omega [veces \pi]');
ylabel('\fontname{Arial}\fontsize{26}|H(\Omega)|[veces]');
%% Gráfica de la Magnitud de H(W)en dB entre 0 y 640 Hz
figure('Name', 'Respuesta en Frecuencia en dB entre 0 y 20 kHz',
'NumberTitle','off','Color',[1,1,1]);
plot(W*fs/(2*pi),20*log10(abs(H)), 'LineWidth', 5, 'Color', [0,0.5,0.5])
grid on
ax2 = gca;
set(ax2, 'XAxisLocation','bottom','YAxisLocation','left', 'Box', 'on',
'FontName','Arial', 'FontSize',26)
axis([0,640, -20,1])
xlabel('\fontname{Times}\fontsize{26}\it f \rm\fontname{Arial} [Hz]');
ylabel('\fontname{Arial}\fontsize{26}|H(\Omega)| [dB]');

```

## Ejercicio 10

Mediante el método de respuesta al impulso invariante, diseñar un filtro digital Butterworth *pasa bajos* que satisfaga las siguientes especificaciones:

- Frecuencia de muestreo: 10 kHz
- Atenuación < 1 dB para frecuencias menores a 1250 Hz
- Atenuación > 9 dB para frecuencias mayores a 3000 Hz

### Resolución

Dado que se requiere la síntesis de un filtro pasa-bajos de aproximación Butterworth, se procede al cálculo de los parámetros correspondientes.

- $f_B = 1.25 \text{ KHz}; A_{\max} = 1 \text{ dB}$
- $f_H = 3 \text{ KHz}; A_{\min} = 9 \text{ dB}$

El coeficiente  $\varepsilon$  resulta

$$\varepsilon = \sqrt{10^{A/10} - 1} = \sqrt{10^{1/10} - 1} = 0.51$$

El orden del filtro resulta

$$n = \frac{\log\left(\frac{10^{\frac{A_{\min}}{10}} - 1}{\varepsilon^2}\right)}{2 \log\left(\frac{\omega_H}{\omega_C}\right)} = \frac{\log\left(\frac{10^{\frac{A_{\min}}{10}} - 1}{\varepsilon^2}\right)}{2 \log\left(\frac{f_H}{f_C}\right)} = \frac{\log\left(10^{\frac{9}{10}} - 1\right)}{2 \log\left(\frac{3 \text{ KHz}}{1.25 \text{ KHz}}\right)} = 1.87 \Rightarrow 2$$

Entonces, la expresión de la aproximación de Butterworth normalizada respecto a  $\omega_B$  es

$$|T(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 \omega^{2n}} = \frac{1}{1 + 0.26 \omega^4}$$

Reemplazando  $\omega$  por  $s/j$ , se obtiene:

$$|T(s)|^2 = \frac{1}{1 + 0.26 s^4} = \frac{3,8621}{s^4 + 3,8621}$$

Los polos de la transferencia resultan:

$$s = \pm 0.9902 \pm j0.9902$$

Seleccionando los polos del semiplano izquierdo, y operando, se obtiene la siguiente función de transferencia:

$$T(s) = \frac{1.9661}{(s + 0.9902 + j0.9902)(s + 0.9902 - j0.9902)} = \frac{1.9661}{s^2 + 1.9804 s + 1.961}$$

Desarrollando en fracciones parciales:

$$T(s) = \frac{j1.0015}{(s + 0.9902 + j0.9902)} - \frac{j1.0015}{(s + 0.9902 - j0.9902)}$$

Desnormalizando respecto a la frecuencia,  $s = \frac{\bar{s}}{\omega_B}$

$$T(s) = \frac{j1.0015}{\left(\frac{s}{\omega_B} + 0.9902 + j0.9902\right)} + \frac{-j1.0015}{\left(\frac{s}{\omega_B} + 0.9902 - j0.9902\right)}$$
$$T(s) = \frac{j1.0015 \omega_B}{(s + 0.9902 \omega_B + j0.9902 \omega_B)} + \frac{-j1.0015 \omega_B}{(s + 0.9902 \omega_B - j0.9902 \omega_B)}$$

$$T(s) = \frac{j7.866 \cdot 10^3}{(s + 7.777 \cdot 10^3 + j7.777 \cdot 10^3)} + \frac{-j7.866 \cdot 10^3}{(s + 7.777 \cdot 10^3 - j7.777 \cdot 10^3)}$$

Dado que se requiere utilizar el método de invarianza al impulso, se evalúan los polos de  $T(s)$  para hacer la transformación que sigue:

$$T(s) = \frac{1}{s + a} \gg H(z) = \frac{1}{1 + e^{-aT_s} z^{-1}}$$

Reemplazando, se obtiene

$$H(z) = \frac{j7.866 \cdot 10^3}{1 - e^{-(7.777 \cdot 10^3 + j7.777 \cdot 10^3)T_s} z^{-1}} + \frac{-j7.866 \cdot 10^3}{1 - e^{-(7.777 \cdot 10^3 - j7.777 \cdot 10^3)T_s} z^{-1}}$$

Operando y simplificando la expresión:

$$H(z) = \frac{j7.866 \cdot 10^3 (-e^{j(7.777 \cdot 10^3 T_s)} z^{-1}) - j7.866 \cdot 10^3 (-e^{-j(7.777 \cdot 10^3 T_s)} z^{-1})}{(1 - e^{-(7.777 \cdot 10^3 + j7.777 \cdot 10^3)T_s} z^{-1})(1 - e^{-(7.777 \cdot 10^3 - j7.777 \cdot 10^3)T_s} z^{-2})}$$

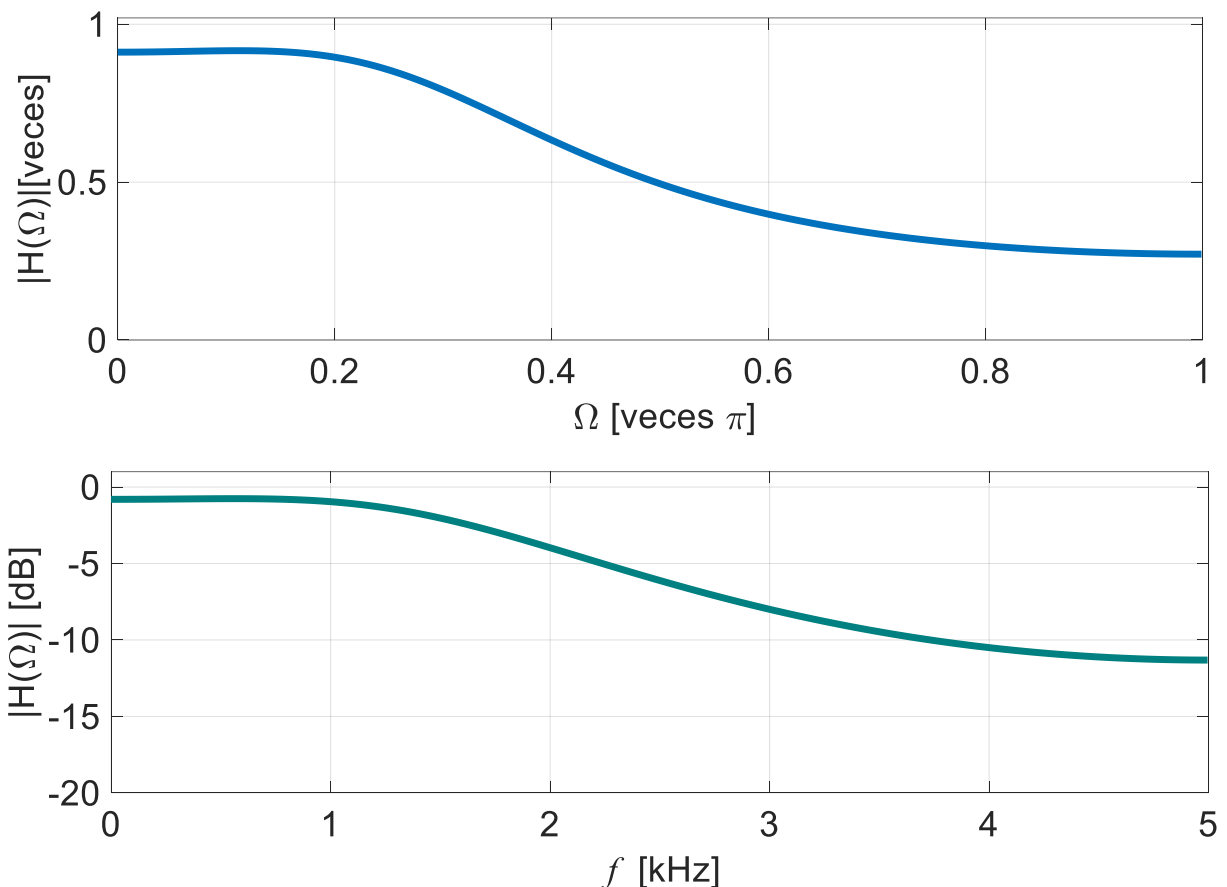
escalando en  $T_s$  la expresión anterior:

$$H(z) = \frac{T_s \cdot 7.866 \cdot 10^3 \cdot e^{-7.777 \cdot 10^3 T_s} (e^{j(7.777 \cdot 10^3 T_s - \frac{\pi}{2})} + e^{-j(7.777 \cdot 10^3 T_s - \frac{\pi}{2})}) z^{-1}}{1 - (e^{-(7.777 \cdot 10^3 T_s)} \cdot (e^{j(7.777 \cdot 10^3 T_s)} + e^{-j(7.777 \cdot 10^3 T_s)})) z^{-1} + e^{-(2 \cdot 7.777 \cdot 10^3 T_s)} z^{-2}}$$

$$H(z) = \frac{T_s \cdot 7.866 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot \cos\left(7.777 \cdot 10^3 T_s - \frac{\pi}{2}\right) z^{-1}}{1 - (2e^{-(7.777 \cdot 10^3 T_s)} \cdot \cos(7.777 \cdot 10^3 T_s)) z^{-1} + e^{-(2 \cdot 7.777 \cdot 10^3 T_s)} z^{-2}}$$

se llega a la expresión de la transferencia del filtro en el dominio digital

$$H(z) = \frac{0.5027 z^{-1}}{1 - 0.6548 z^{-1} + 0.2111 z^{-2}}$$



El siguiente código de Matlab permite el cálculo de la transformación del filtro del dominio analógico al dominio digital realizando el método de invarianza al impulso

```
clc
close all
fS=10*10^3; % Frecuencia de muestreo en Hz
ts = 1/fS; % Período de muestreo
wB=2*pi*1250; % Pulsación predefinida del límite de la banda de paso
Ns=[1.9661*wB^2]; % coeficientes del numerador de T(s)
Ds=[1 1.9804*wB 1.961*(wB^2)]; % Idem denominador

%% Obtención de la función de transferencia T(s)
Ts=tf(Ns, Ds) % Función T(s) escrita en formato normal
```

```

%% Obtener H(z^-1) aplicando a T(s) la transformación de resp. al imp. invariante
a1=2*7.866E3*ts*exp(-7.777E3*ts)*cos(7.777E3*ts-pi/2);
Nz=[0 a1]; % H(z) se debe escalar multiplicándola por ts
b0=1;
b1=-2*exp(-7.777E3*ts)*cos(7.777E3*ts);
b2=exp(-2*7.777E3*ts);
Dz=[b0 b1 b2];
fprintf(['\nH(z^-1) obtenida analíticamente:\n'])
Hz=tf(Nz, Dz, 1/fs, 'variable', 'z^-1') % Función H(z) escrita en formato normal
% Verificación conimpinvar()
[Nz1, Dz1]=impinvar(Ns, Ds, fs); % Función H(z) discreta (coeficientes del
numerador y denominador)
fprintf(['\nH(z^-1) obtenida medianteimpinvar():\n'])
Hz=tf(Nz1, Dz1, 1/fs, 'variable', 'z^-1') % Función H(z) escrita en formato normal
%% Gráfica de la Magnitud de H(W) en veces
figure('Name', 'Respuesta en Frecuencia en Veces',
'NumberTitle', 'off', 'Color', [1,1,1]);
[H, W]=freqz(Nz, Dz, 1000);
plot(W/pi, abs(H), 'LineWidth', 5)
grid on
ax1 = gca;
set(ax1, 'XAxisLocation','bottom','YAxisLocation','left', 'Box', 'on',
'FontName','Arial', 'FontSize',26)
axis([0,1, 0,1.02])
xlabel('\fontname{Times}\fontsize{26}\fontname{Arial} \Omega [veces \pi]');
ylabel('\fontname{Arial}\fontsize{26}|H(\Omega)| [veces]');
%% Gráfica de la Magnitud de H(W) en dB entre 0 y fs/2 Hz
figure('Name', 'Respuesta en Frecuencia en dB entre 0 y 20 kHz',
'NumberTitle', 'off', 'Color', [1,1,1]);
plot(W*fs/(2000*pi), 20*log10(abs(H)), 'LineWidth', 5, 'Color', [0,0.5,0.5])
grid on
ax2 = gca;
set(ax2, 'XAxisLocation','bottom','YAxisLocation','left', 'Box', 'on',
'FontName','Arial', 'FontSize',26)
axis([0,fs/2000, -20,1])
xlabel('\fontname{Times}\fontsize{26}\it f \rm\fontname{Arial} [kHz]');
ylabel('\fontname{Arial}\fontsize{26}|H(\Omega)| [dB]');

```