Inga vizsgálata

Márton Tamás

Eötvös Lóránd Tudományegyetem, Informatikus Fizikus

Számítógépes szimulációk laboratórium.
II. jegyzőkönyv.
Inga.

Táblázatok jegyzéke

Tartalomjegyzék

Ábrák jegyzéke

1. Fizikai probléma ismertetése

Ideális esetben az inga mozgásegyenlete az alábbi:

$$\frac{\partial^2\Theta}{\partial t^2} = -\frac{g}{l}\Theta. \tag{1.1}$$

A modellünkben definiálhatok egy súrlódási erőt is, mint csillapítási tényezőt:

$$\frac{\partial^2\Theta}{\partial t^2} = -\frac{g}{l}\Theta - q\frac{\partial\Theta}{\partial t}. \tag{1.2}$$

Valamint tovább bővíthetem még egy gerjesztő erővel is:

$$\frac{\partial^2\Theta}{\partial t^2} = -\frac{g}{l}\Theta - q\frac{\partial\Theta}{\partial t} + F_D sin(\Omega_D t). \tag{1.3}$$

Az egyenletekből látható, hogy a kezdő feltételek megválasztásától függ az inga viselkedése. A jegyzőkönyv megírásához a szimulációt négy különböző esetben vizsgáltam:

1. lineáris matematikai inga.
2. nem lineáris csillapított inga.
3. nem lineáris gerjesztett inga.
4. nem lineáris csillapítással gerjesztett inga.

2. A megoldási módszerek ismertetése

A differenciál egyenletet négy különböző numerikus eljárással vizsgáltam:

1. Euler-módszer
2. Euler-Cromer-módszer
3. Negyedrendű Runge-Kutta-módszer
4. Negyedrendű adaptív lépéshosszú Runge-Kutta-módszer

A szimulációkat az alábbi kezdőparaméterekkel vizsgáltam :

1. táblázat. Az inga kezdőparaméterei

Módszer	$1/n$	$L[m]$	q	$\Omega_D[1/s]$	F_D	$\Theta_0[rad]$	$\omega[1/s]$	t_{max} [s]
Matematikai	l	12	0	0	0	0.2	0	100
Csillapított	n	12	0.4	0	0	1	0	100
Gerjesztett	n	12	0	0.5	0.1	1	0	100
Csill.-gerj.	n	12	0.4	0.5	0.1	1	0	100

Ahol a paraméterek jelentése a következők:

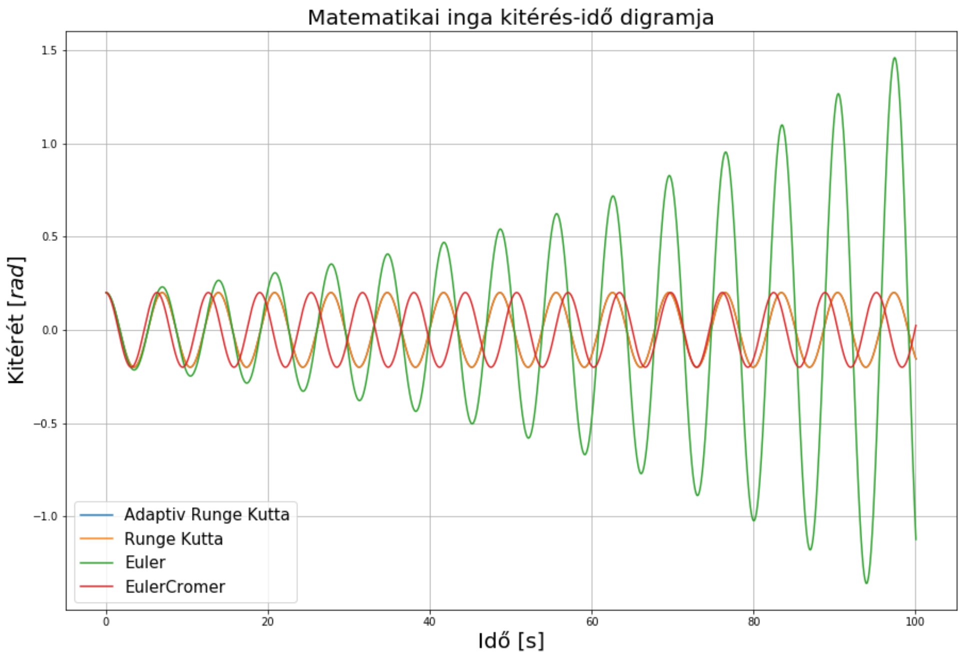
- 1/n : lineáris vagy nem lineáris a viselkedés
- L : az inga hossza méterben
- q : csillapítási tényező
- Ω_D : gerjesztés körfrekvenciája
- F_D : gerjesztés amplitúdója
- Ω_0 : kezdeti kitérési szöge az ingának
- ω_0 : kezdeti szögsebessége az ingának
- t_{max} : integrációs idő

3. Eredmények ismertetése

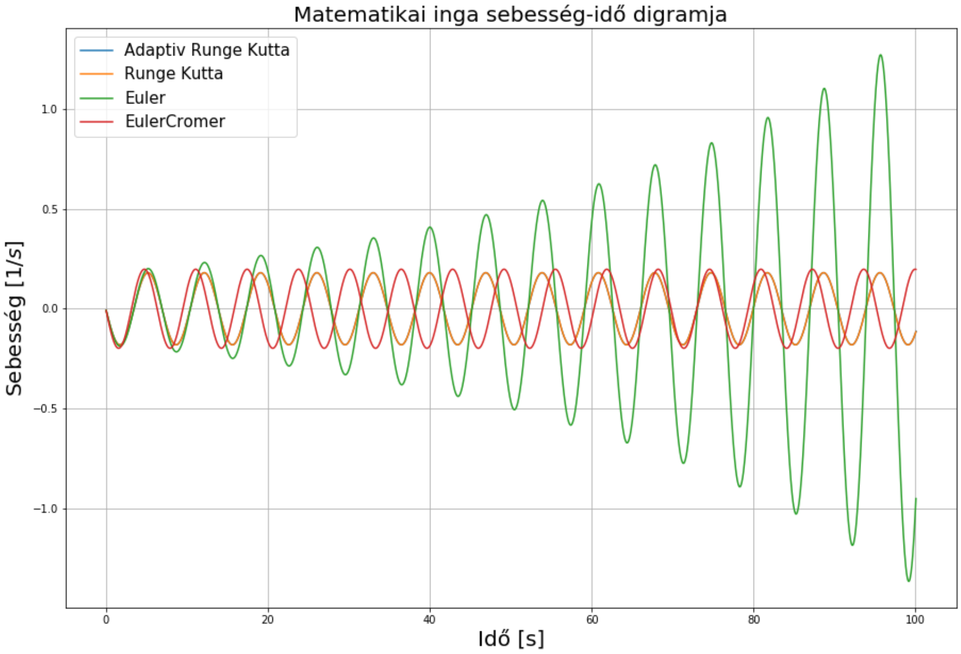
Az alábbi fejezetben bemutatom az ingák kitérés - idő, szögsebesség - idő, energia - idő, valamint a fázistér diagramjait, amikről a következők leolvashatók:

1. a matematikai inga esetében látszik az Euler–módszer energia meg nem tartása,
2. a csillapított inga esetében a négy módszer ugyan olyan megoldást ad, és a csillapítás szépen megállítja a rendszert,
3. a gerjesztett inga esetében az Euler–módszer energia meg nem tartása továbbra is szembetűnő, illetve a fázistér struktúrája a gerjesztés miatt a várt módon deformálódott.
4. az egyszerre csillapított és gerjesztett inga esetében a négy módszer szinte tökéletesen ugyan azt a megoldást adják, a fázistérben a kezdő időpontokban van egy kicsi eltérés köztük, de a utána egymásba konvergálnak.

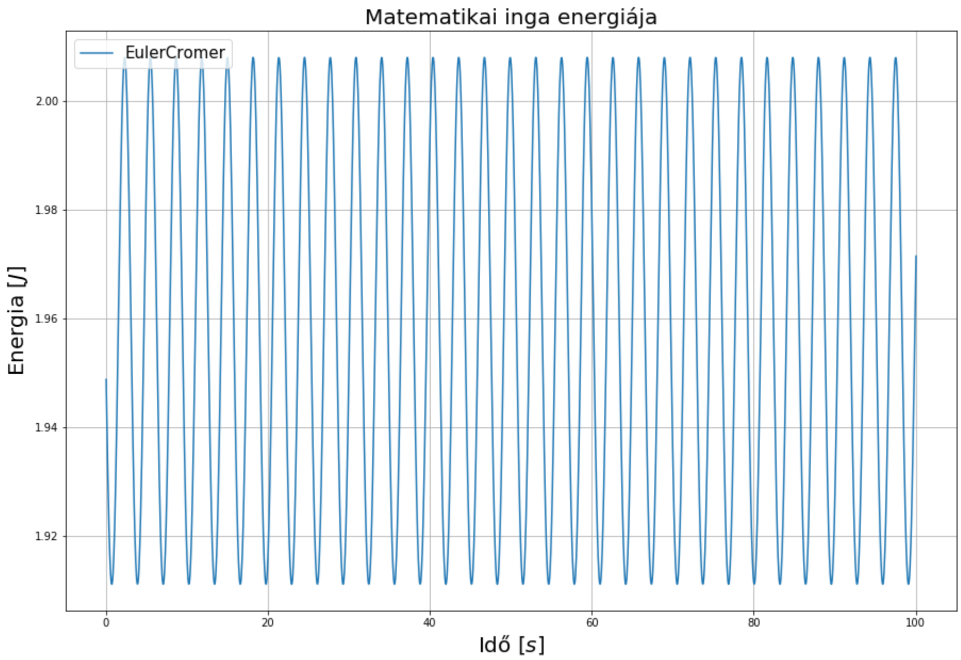
3.1. Matematikai inga



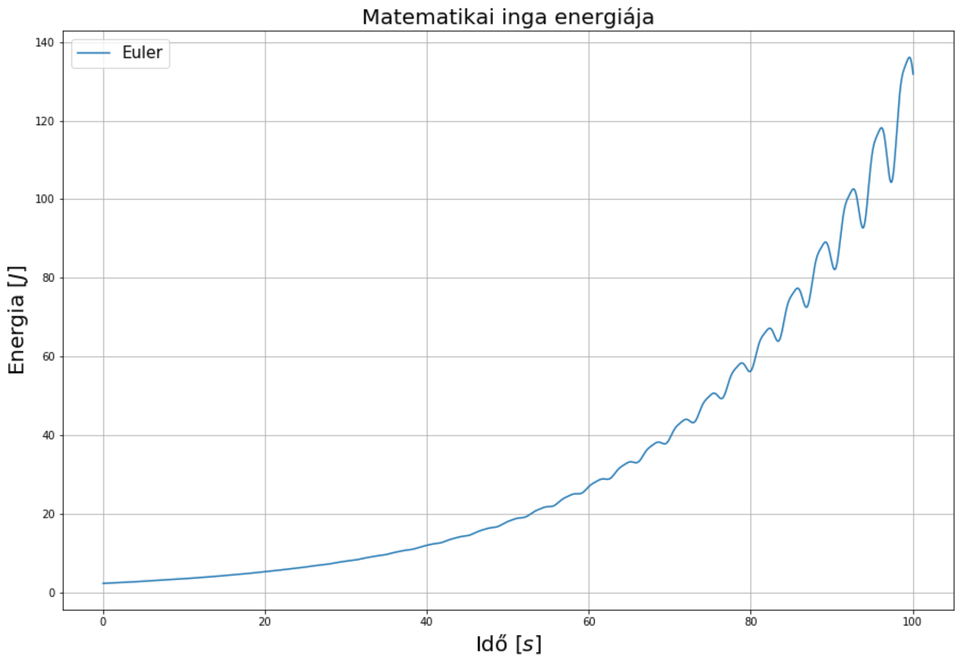
3.1.1. ábra. *Matematikai inga kitérés-idő grafikonja*



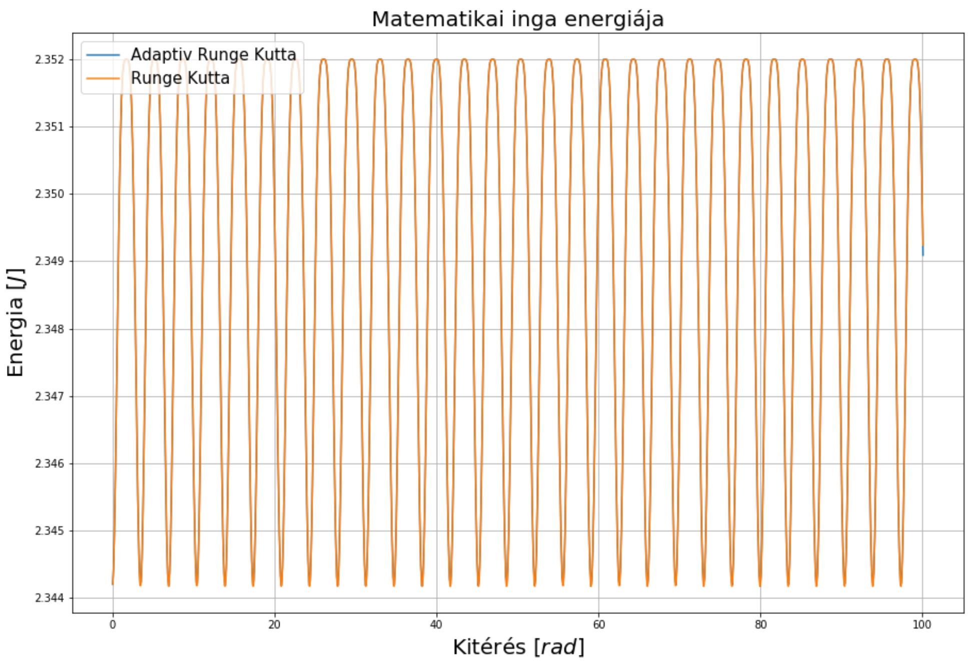
3.1.2. ábra. *Matematikai inga sebesség-idő grafikonja*



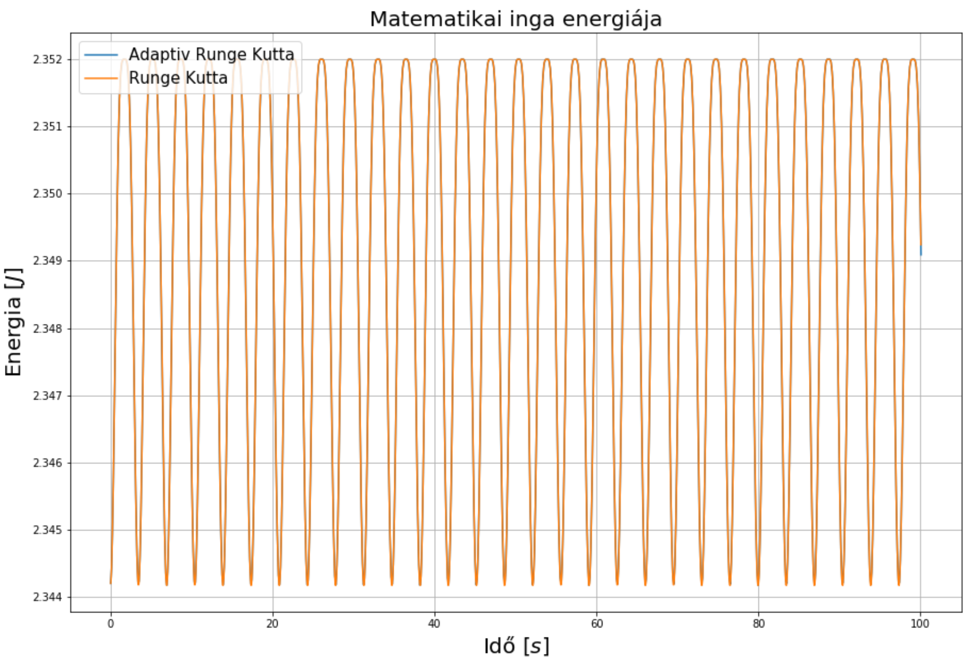
3.1.3. ábra. *Matematikai inga energia-idő grafikonja.*



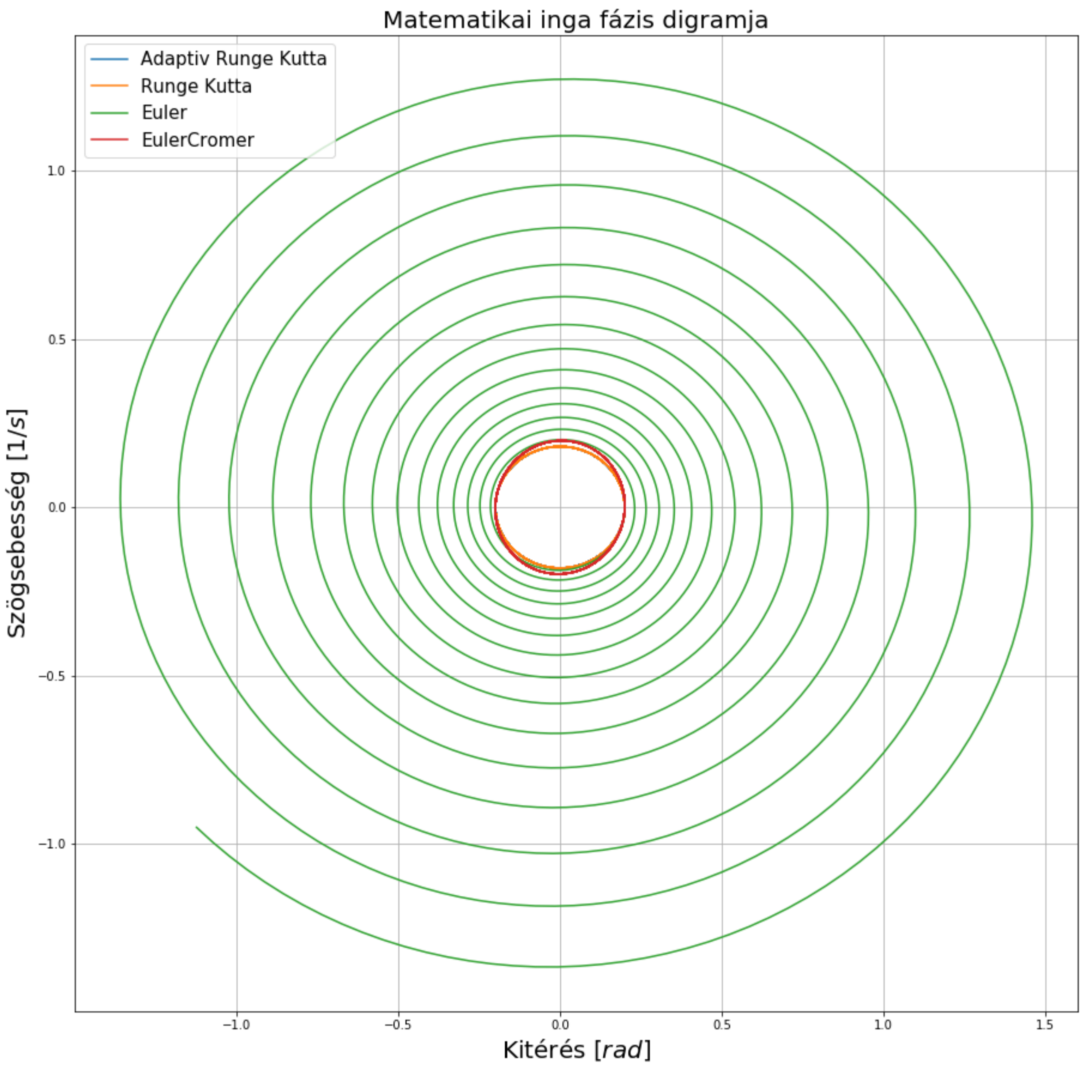
3.1.4. ábra. *Matematikai inga energia-idő grafikonja.*



3.1.5. ábra. *Matematikai inga energia-idő grafikonja.*

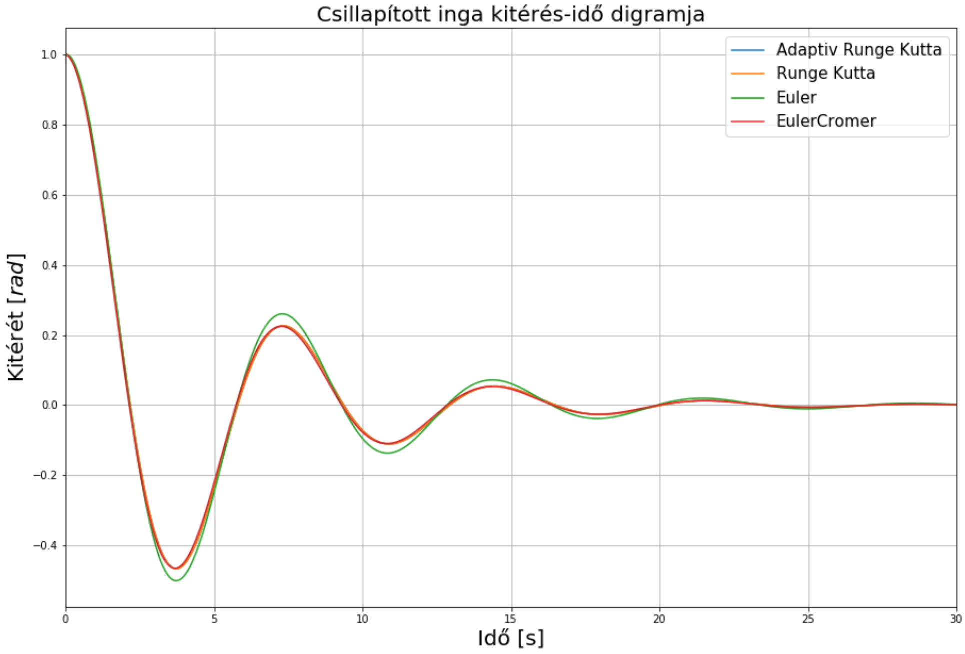


3.1.6. ábra. *Matematikai inga energia-idő grafikonja.*

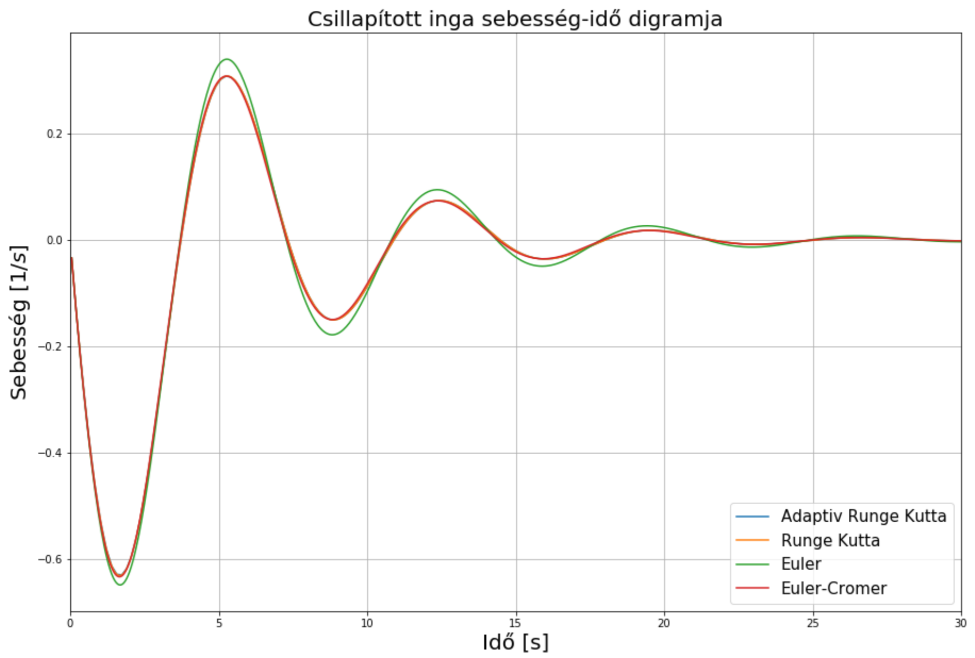


3.1.7. ábra. *Matematikai inga fázis diagramja.*

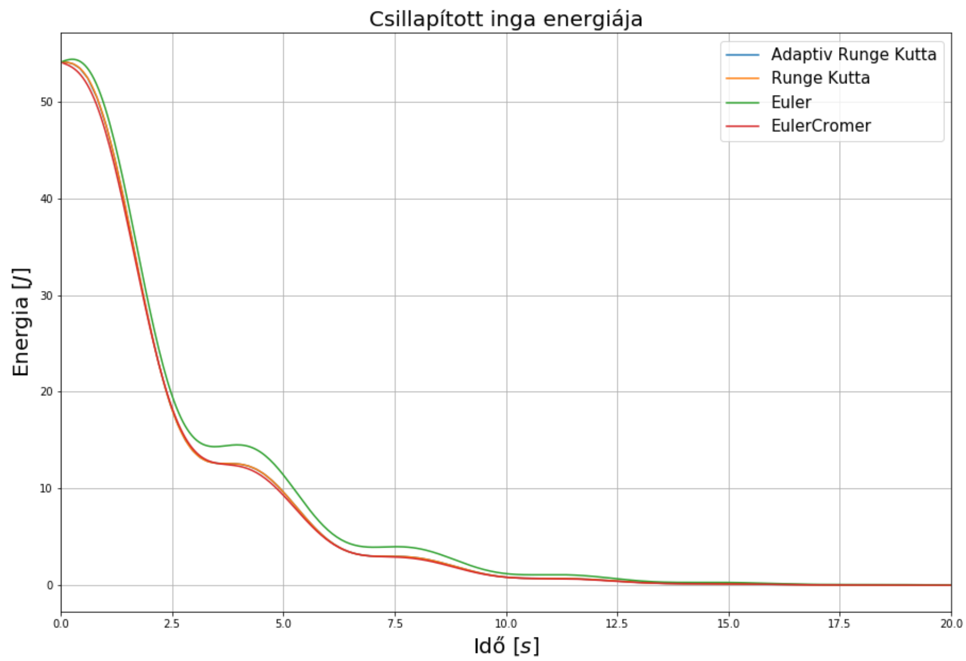
3.2. Csillapított inga



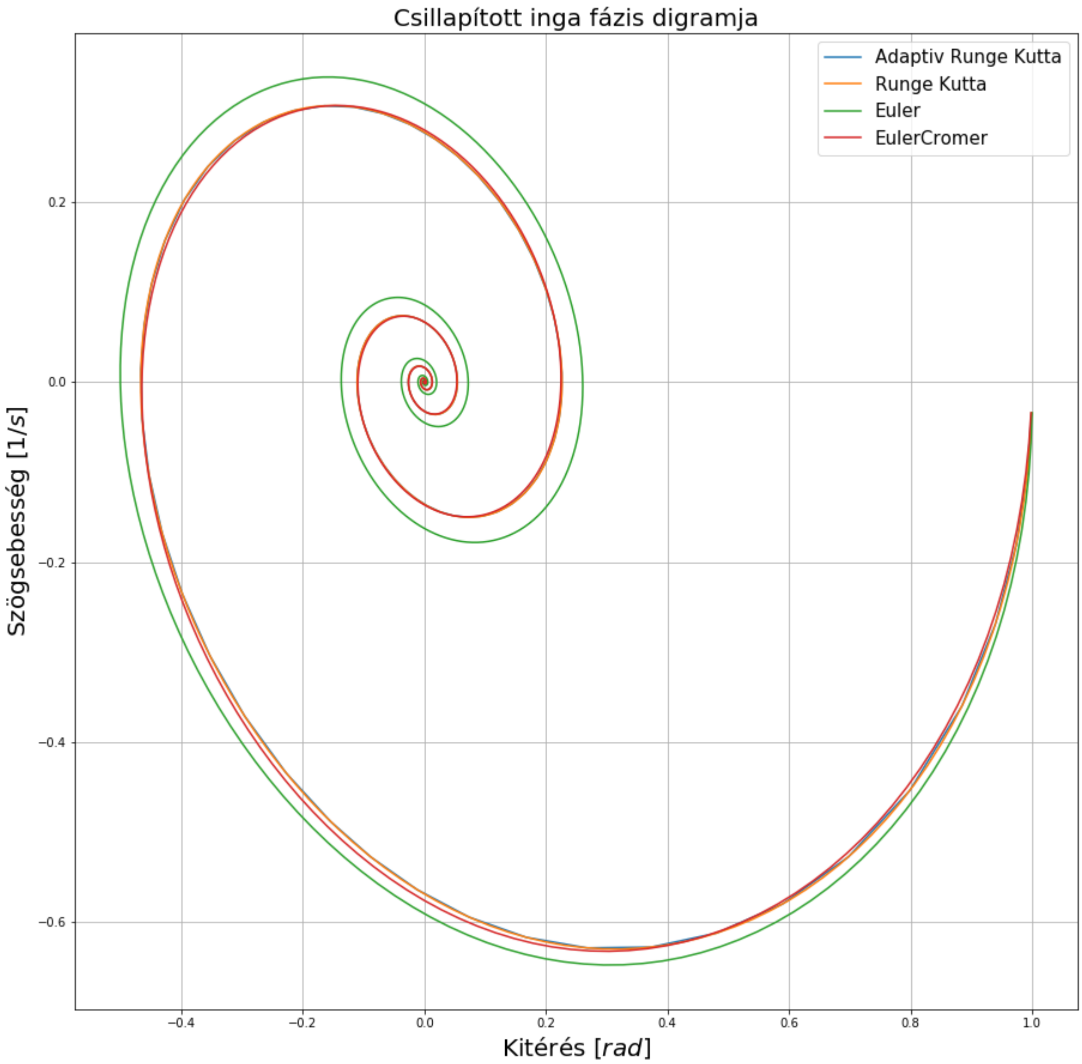
3.2.1. ábra. *Csillapított inga kitérés-idő grafikonja*



3.2.1. ábra. *Csillapított inga sebesség-idő grafikonja*

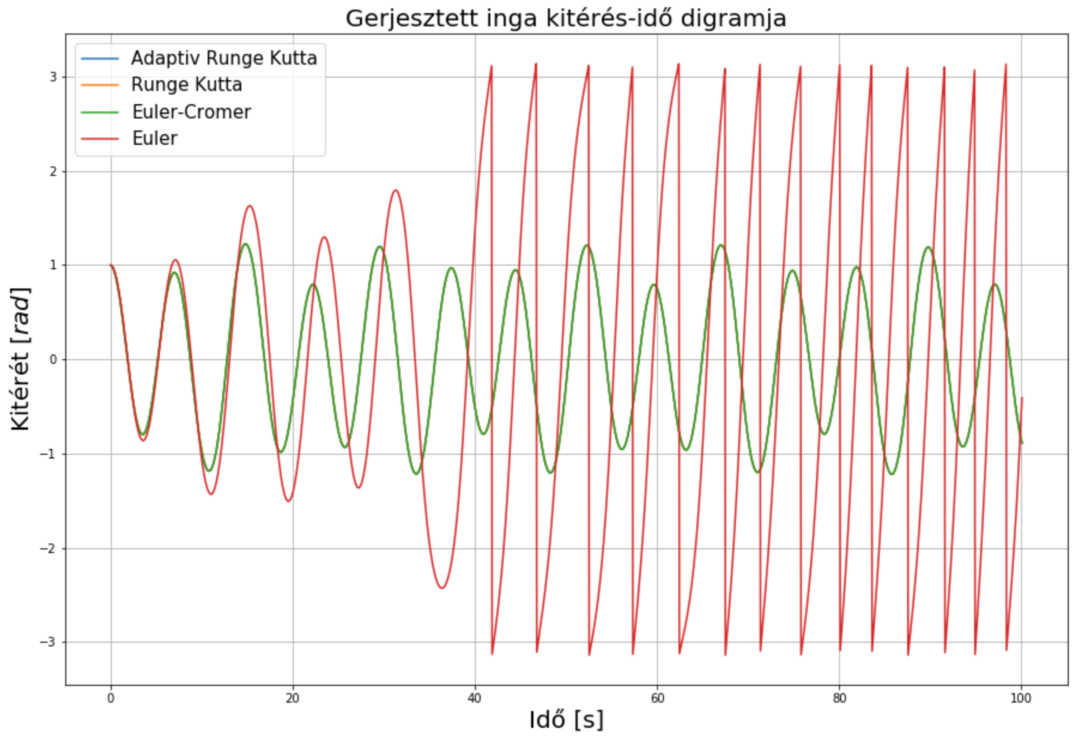


3.2.2. ábra. *Csillapított inga energia-idő grafikonja.*

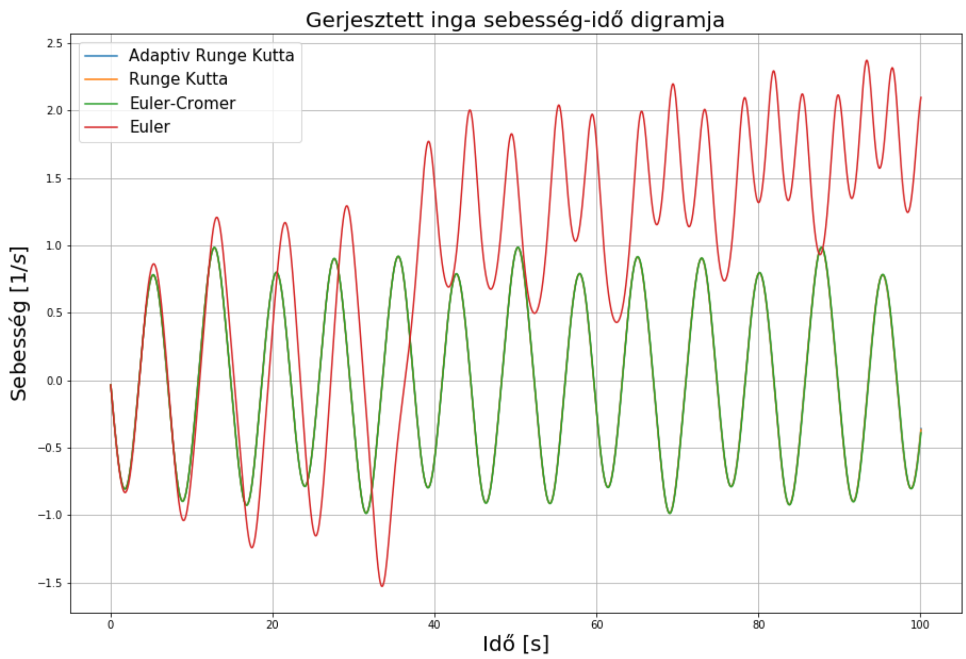


3.2.3. ábra. *Csillapított inga fázis diagramja.*

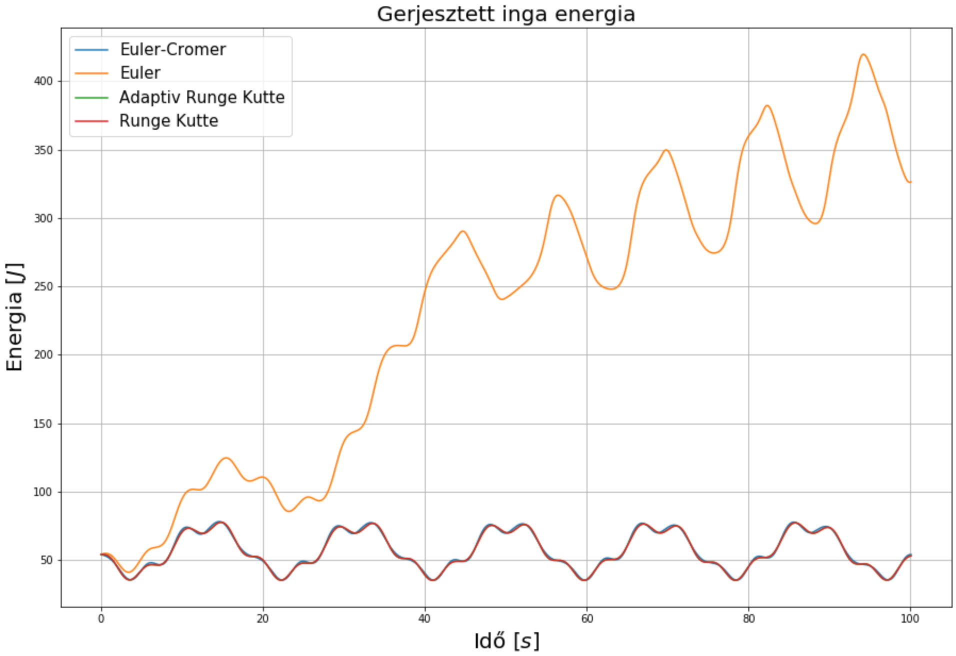
3.3. Gerjesztett inga



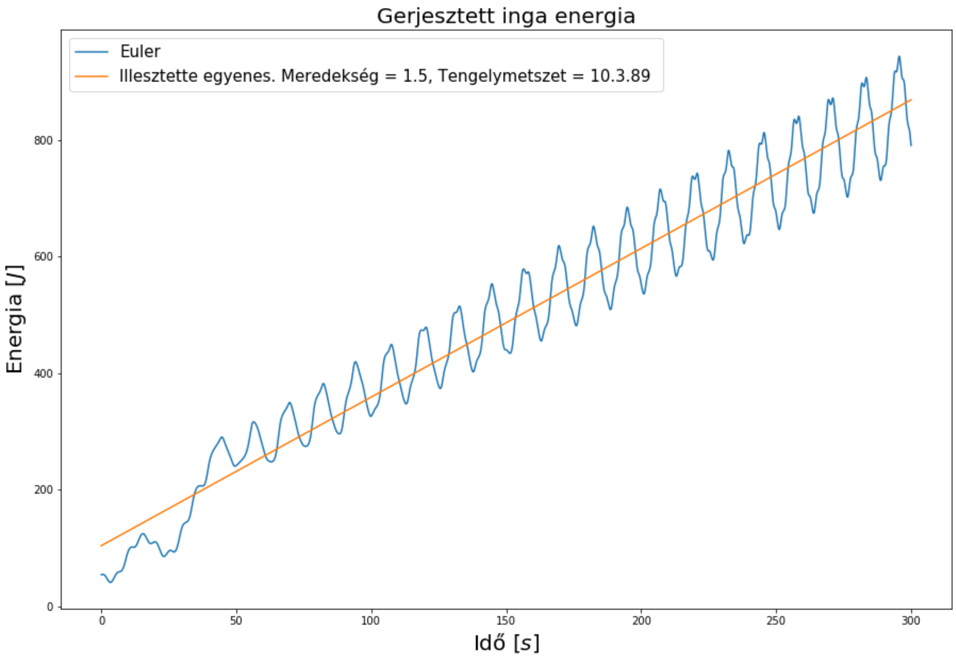
3.3.1. ábra. *Gerjesztett inga kitérés-idő grafikonja*



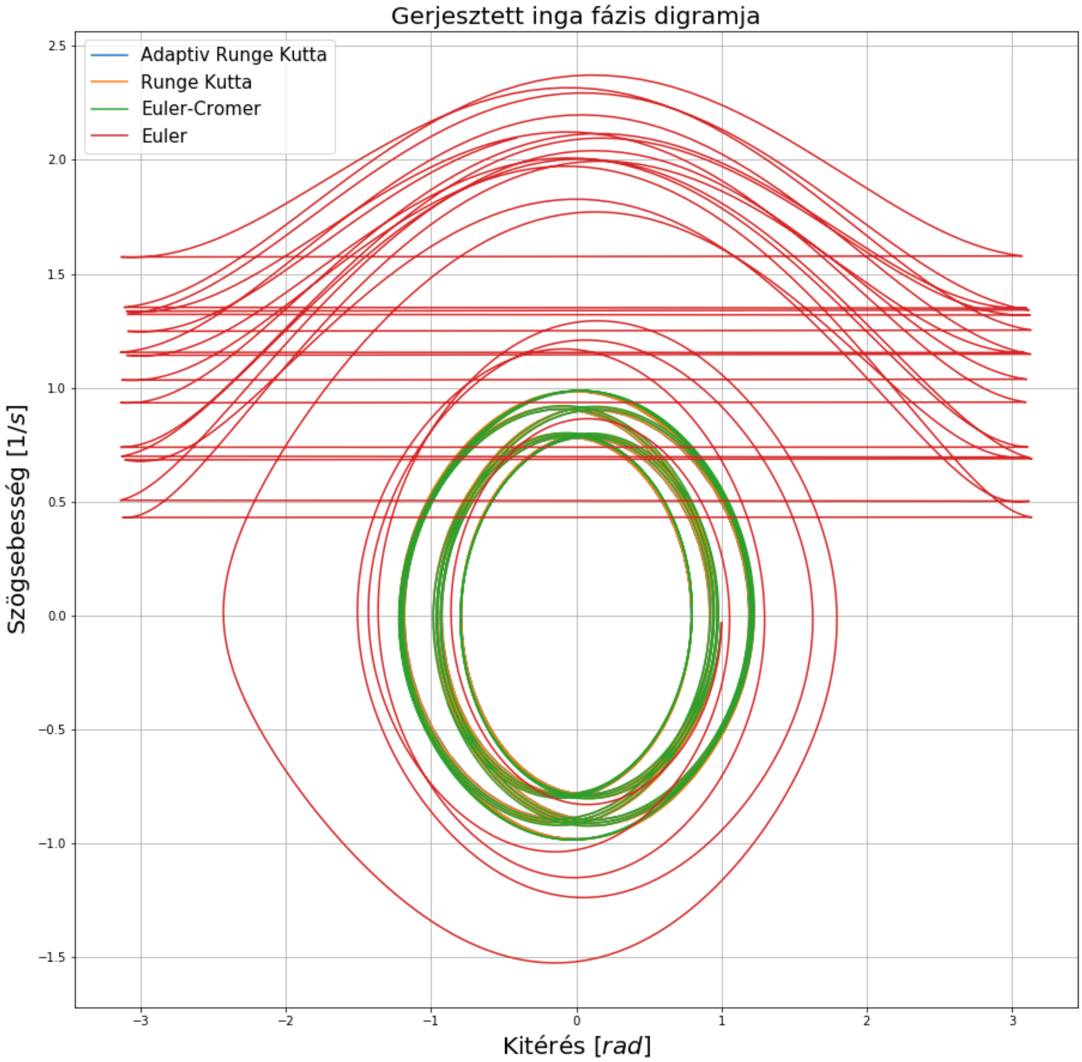
3.3.2. ábra. *Gerjesztett inga sebesség-idő grafikonja*



3.3.2. ábra. *Gerjesztett inga energia-idő grafikonja.*

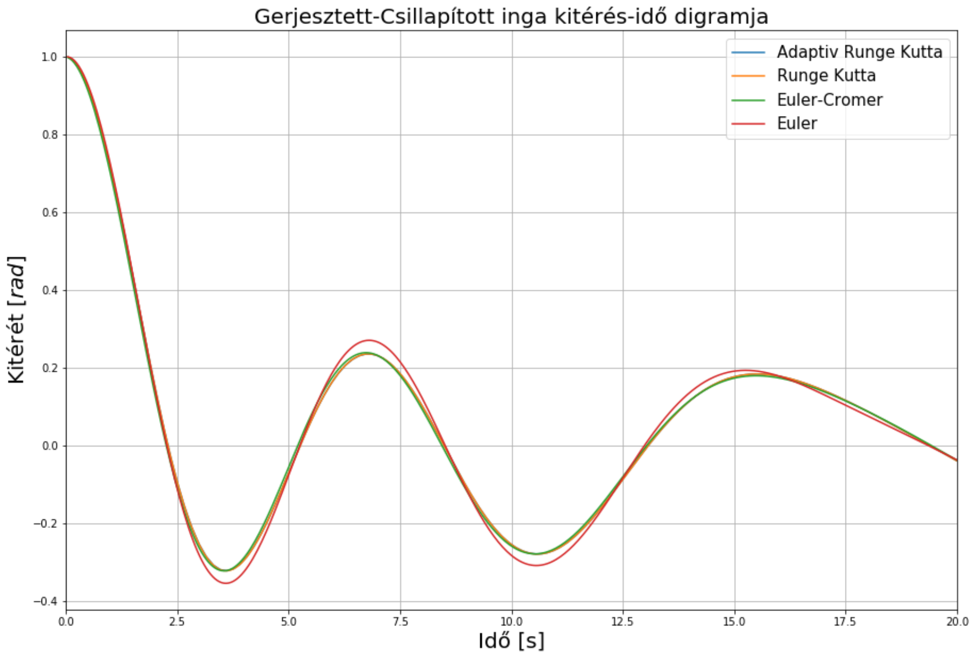


3.3.3. ábra. *Gerjesztett inga energia-idő grafikonja hosszabb időre vizsgálva.*

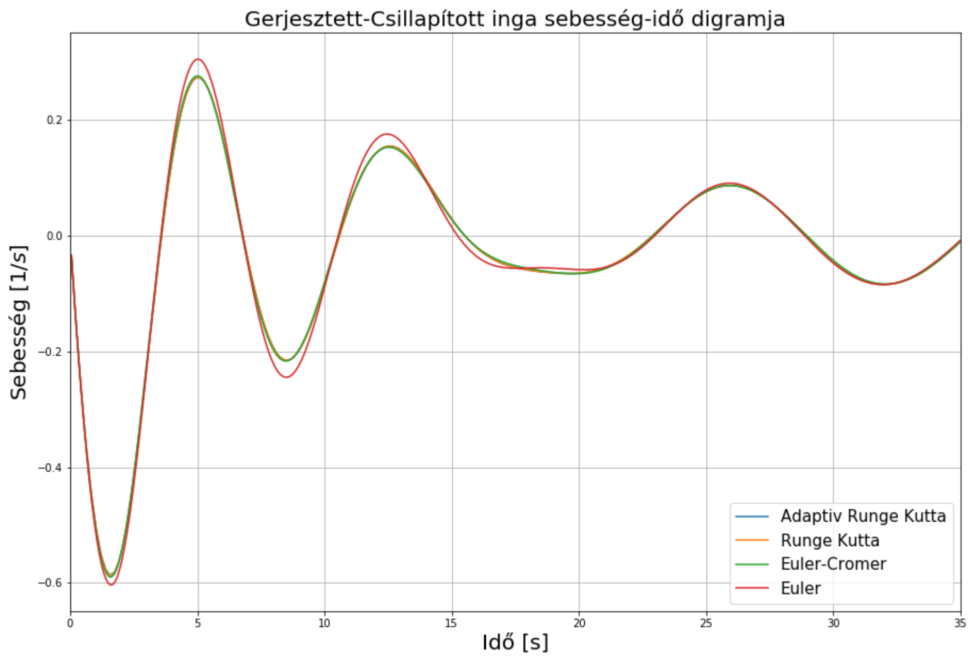


3.3.3. ábra. *Gerjesztett inga fázis diagramja.*

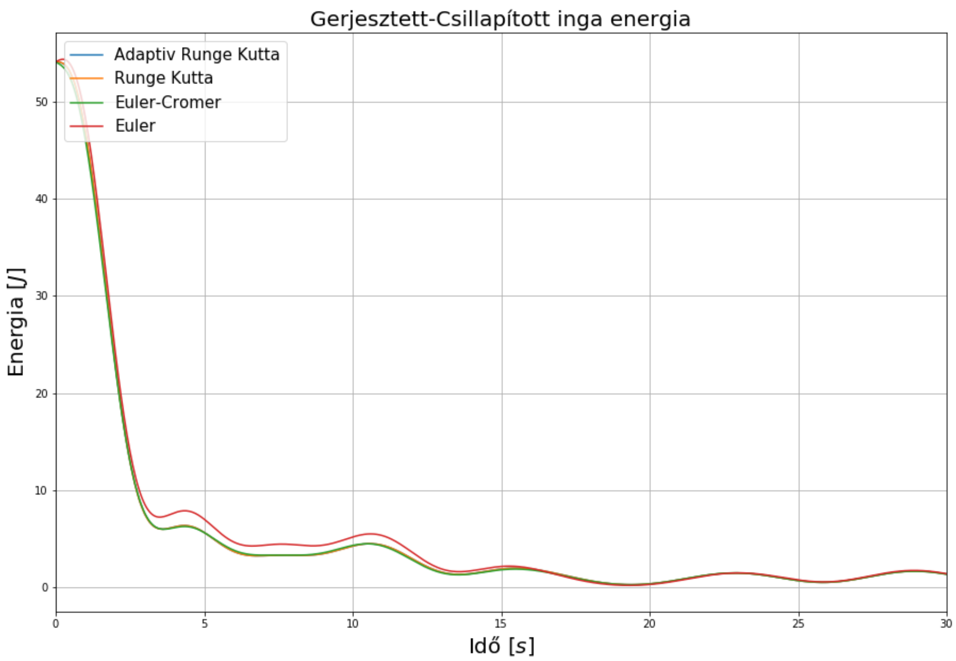
3.4. Gerjesztetve csillapított inga



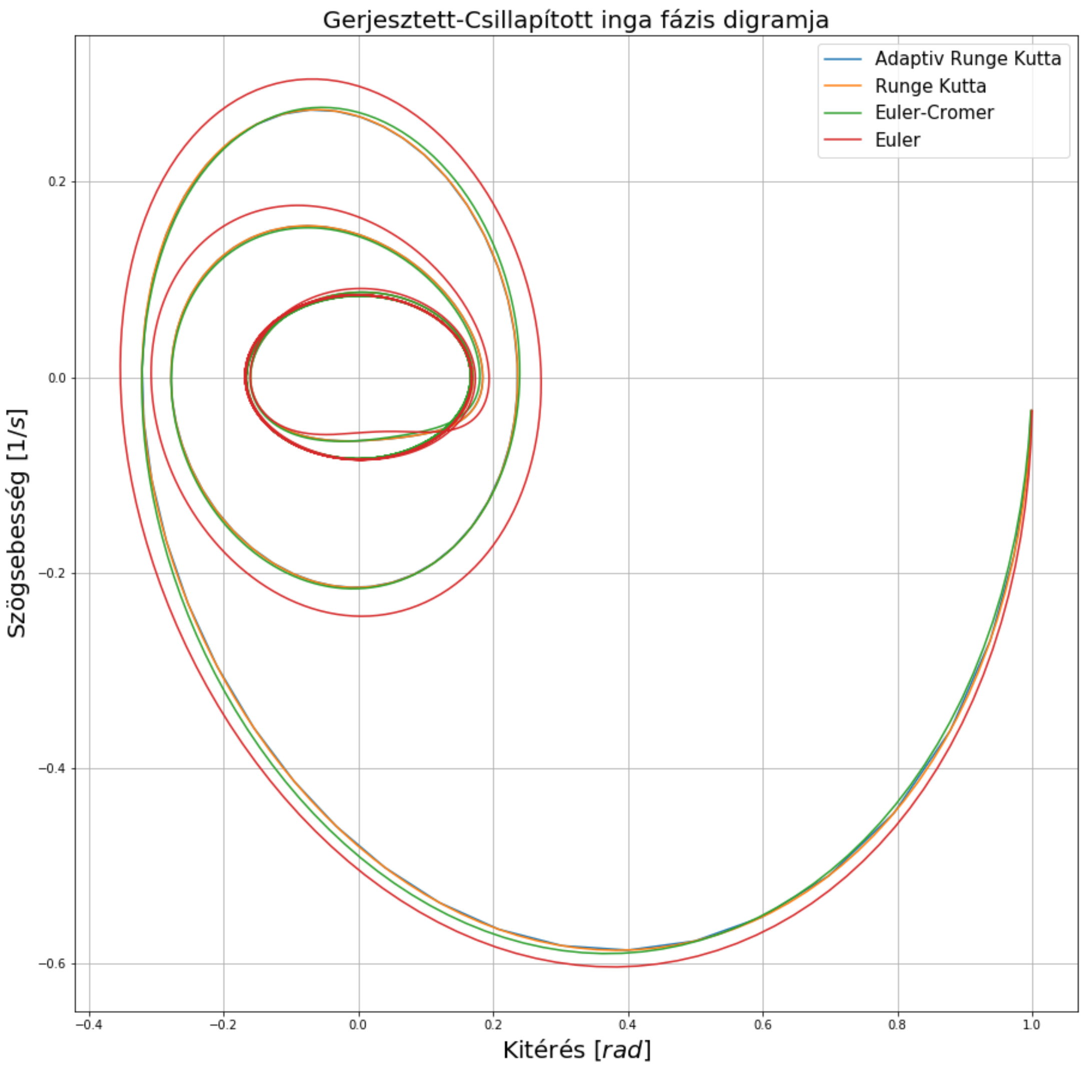
3.4.1. ábra. *Gerjesztve csillapított inga kitérés-idő grafikonja*



3.4.2. ábra. *Gerjesztve csillapított inga sebesség-idő grafikonja*



3.4.3. ábra. *Gerjesztve csillapított inga energia-idő grafikonja.*



3.4.4. ábra. *Gerjesztve csillapított inga fázis diagramja.*