A nehézségi gyorsulás mérése megfordítható ingával

Klasszikus fizika laboratórium, Csütörtöki csoport

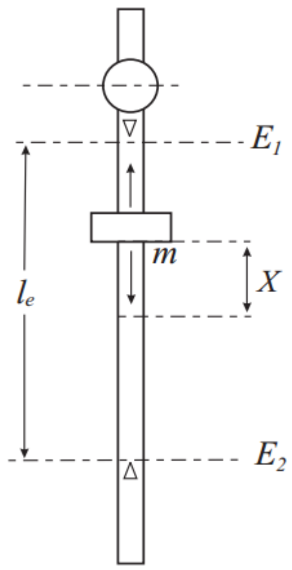
Márton Tamás

November 9

Bevezetés

A nehézségi gyorsulás nagy pontosságú mérésére alkalmas a megfordítható, másnéven reverziós inga, amely a fizikai inga egyik fajtája. A súlypont helyzete és az inga tehetetlenségi nyomatéka a két ék között (E_1 és E_2 között) elhelyezhető m tömegű tolósúllyal változtatható. Az ékek közötti távolság (l_e) ismeretében a nehézségi gyorsulás meghatározható a következő összefüggés alapján:

$$g = \frac{4\pi^2 l_e}{T^2} \tag{1}$$



1. ábra. A reverziós inga sematikus rajza

Ahol a képletben T a mért lengésidőt, g pedig a nehézségi gyorsulást jelöli, l_e pedig az ábrán jelölt, két ék közötti távolságot. Az X majd a később mért érték, pedig a két ék közötti távolság felétől mérendő. A mérés során a megfordítható inga lengésideje akkor egyezik majd meg megfordítás után, ha a két lengésidőkre illesztett görbe metszi egymást. Ebben a pontban kell majd pontosító méréseket végezni.

A mérés

A mérési összeállítás, hibaszámítás

A méréshez szükségünk volt egy megfordítható ingára, valamint az inga lengésidejét mérő villa alakú az ingalengésidejét mérő elektronikus egységre. A berendezés esetünkben 10 teljes lengés idejét méri, melynek idejét az elektronikus kijelzőn meg is jeleníti. Ha az ingát kissé kitérítjük a számláló nem indul el automatikusan, csak a *START* gomb megnyomása után. Ezt minden alkalommal valamelyik szélső helyzetben tettem, hogy a mérésünk a lehető legpontosabban a 10 teljes lengés legyen.

A hibaszámítás során figyelembe kell vennünk a hibaterjedést a nehézségi gyorsulás kiszámítása során:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l_e}{l_e} + 2\frac{\Delta T}{T} \tag{2}$$

Valamint figyelembe kell vennük, hogy a fizikai inga lengésidejére vonatkozó képlet csak kis kitérések esetén érvényes, a pontos képlet:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_e}{g}(1+\frac{1}{4}sin^2\frac{\alpha}{2}+\frac{9}{64}sin^4\frac{\alpha}{2}+\frac{25}{256}sin^6\frac{\alpha}{2}+...)} \approx 2\pi\sqrt{\frac{l_e}{g}} \qquad (3)$$

Ezen felül figyelembe kell venni a hidrodinamikai korrekciót is, mivel az inga tolja maga előtt a levegőt. Ezt figyelembe véve:

$$\Delta T_{korr} = 0.8\frac{\rho_{lev}}{\rho_{inga}}T \qquad (4)$$

A mérés menete

Több mérési feladatot kell elvégeznünk:

(i) 10 teljes lengés idejének mérése, mindkét ékre vonatkozólag a tolósúly helyzetének (a korábban említett X érték) függvényében, $5cm$-es lépésközzel. $\rightarrow$ *Ez két T(X) görbét eredményez majd.*

(ii) A két $T(X)$ görbe metszéspontjai körül $3cm$-es környezetében új, pontosabb méréseket kell végezni, szintén 10 lengés idejét mérve, mindkét ékre nézve. Az így kapott pontokra $(helyzet, T)$, egyenest kell illeszteni, és ez által kell a metszéspontokat meghatározni, majd hibabecslést végezni.

(iii) Az eddigi adatokból már meg tudjuk határozni a nehézségi gyorsulást és annak hibáját. Valamint meg kell becsülni a szisztematikus hibák nagyságát, és szükség esetén a mérési eredményt is módosítani kell.

(iv) A súlypontmérés hibájának becslése azokban a pontokban ahol a lengésidő megegyezik.

(v) Mérni kell a súlypont helyzetét a tolósúly több X értéke esetén is. Ábrázolni ezt egy $s(x)$ függvényen. Meg kell állapítani, hogy melyikek x érték esetén kapnánk a triviális megoldást, azaz, amikor a súlypontok távolsága megegyezik a két felfüggesztett esetben.

A mért adatok

T_1 lesz azon periódus idők jelzésere, amikor az 1-es ékre tesszük az ingát és értelemszerűen T_2, amikor a 2-esre. Ezeket s-ban, míg X értékét cm-ben mérjük majd. A skálán jelzett előjerekre figyelni kell, mivel az ingán a mérés során fordítunk egyet, attól függően, hogy melyik ékre akasztottuk. Az ékek közötti távolság, azzal az ingával, amivel a mérést végeztem: $l_e = 1.0033 \pm 0.0002$ cm. A mérési eredmények táblázatba foglalva:

x[cm]	*10T_1[s]*	*10T_2[s]*
-40	20.093	20.094
-35	20.016	20.041
-30	19.946	19.993
-25	19.889	19.955
-20	19.841	19.924
-15	19.803	19.904
-10	19.776	19.889
-5	19.760	19.882
0	19.755	19.884
5	19.763	19.894
10	19.783	19.788
15	19.818	19.932
20	19.863	19.962
25	19.924	20.000
30	19.998	20.042
35	20.088	20.093
40	20.195	20.147

Ezen adatokból készült ábra: 1. számú melléklet.

Az illesztés negyedfokú polinom esetén mutatta a legjobb egyezést. Ezeknek a függvényeknek a hozzarendelése a következő: Két metszéspont van az ábrán, az $x = -38$ cm-es pontnál és a másik metszéspont 35 cm környékén van. Az itt végzett méréseket 1 cm pontosságúak.

x[cm]	10T_1[s]	10T_2[s]	x[cm]	10T_1[s]	10T_2[s]
33	20.054	20.075	-42	20.126	20.118
34	20.071	20.086	-41	20.108	20.107
35	20.088	20.096	-40	20.095	20.095
36	20.110	20.105	-39	20.077	20.084
37	20.131	20.116	-38	20.060	20.070
38	20.151	20.128	-37	20.041	20.060
39	20.171	20.139	-36	20.032	20.050

Ezekre a pontokra egyenekeseket illesztve a következő ábrákat készítettem:

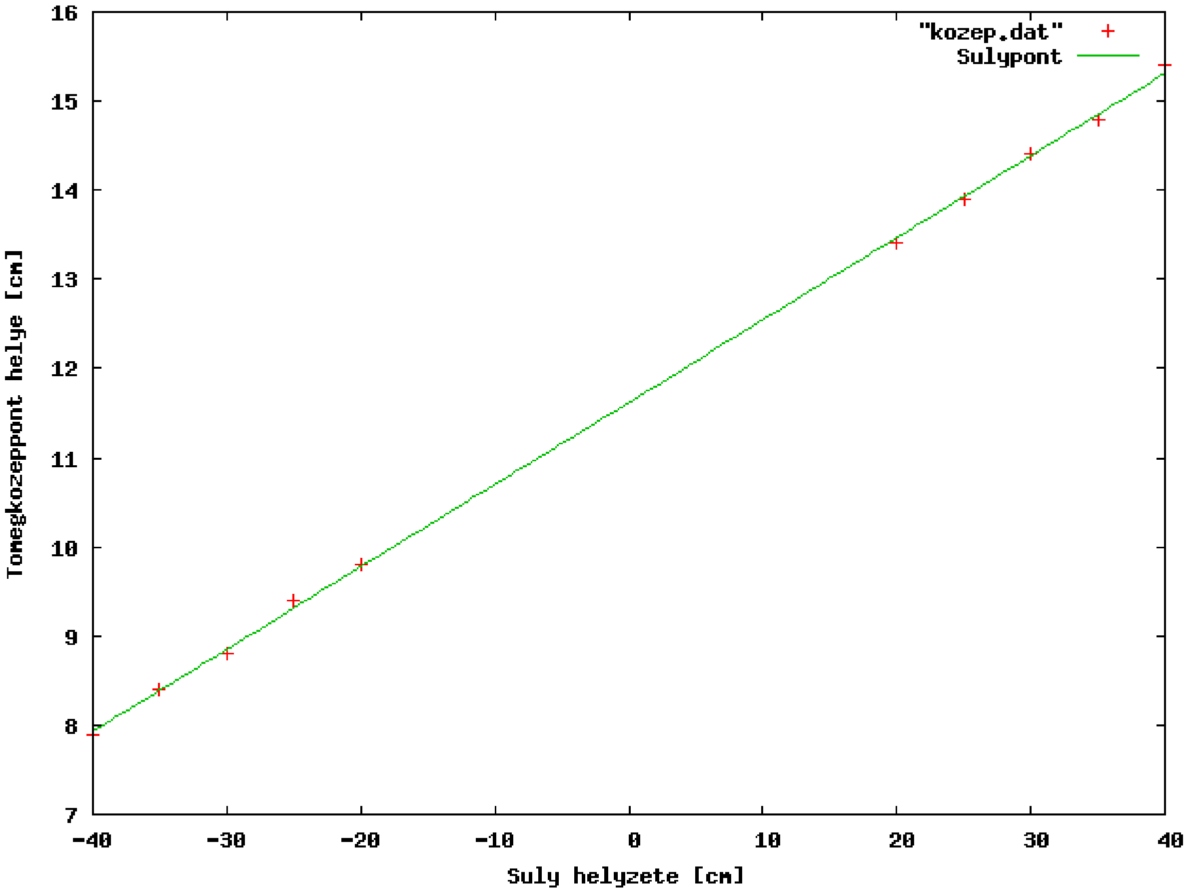
2. számú melléklet
3. számú melléklet

A hibát majd csak később veszem figyelembe.

Majd az egyensúlyi helyzetet is megkerestem a mozgósúly 5 cm-enként eltolásával:

x[cm]	s(x)[cm]
40	15.4
35	14.8
30	14.4
25	13.9
20	13.4
-20	9.8
-25	9.4
-30	8.8
-35	8.4
-40	7.9

Az ezekre a pontokra illesztett egyenes, megadja a súlypont helyét x függvényében:



Ennek az egyenesnek a hozzárendelése a következő:

$$s(x) = 0.0922632x + 11.62$$

A mérés kiértékelése

A hosszú ingánál l_e=$(1,00110,0002)m$ a két ék távolsága. A nehézségi gyorsulástebből és a metszéspontokban mért lengésidőből a következő képlettel számolhatjuk:

$$g = \frac{4^2 l_e}{T_2}$$

A lengésidő méréséhez további korrekciókat kell kiszámolnunk. Először is a hidrosztatikus korrekciót, ami a levegő felhajtóerejéből származik.
Ezt a következőképpen számoljuk:

$$\Delta T_{kor} r = 0,8 \frac{\rho_{lev}}{\rho_{inga}} T = 0,$$

Ezt ki kell vonnunk a mért lengésidőből, mivel nagyságrendje beleesik a lengésidőpontosságába.
A következő korrekció, ami az inga kitérítésének nagyságából adódik. Mérőszalaggal lemértük mekkora szögben térítettük ki körülbelül az ingát.
A kitérítésszögét: $3,3$-nak mértük. A könyvben lévő táblázat alapján a kitérítésből adódott szisztematikus hibát megbecsülhetjük, amire körülbelül$0,01\%$ adódott.
Ez alapjána lengésidő korrekciója: $0,0002s$, amit ugyancsak ki kell vonni a mért lengésidőből.
Tehát a korrekciók figyelembevételével az inga keresett lengésideje:

T=(2,0108640,0003)s

A nehézségi gyorsulás hibáját a hibaterjedés szabályai szerint számoljuk:

$$\frac{g}{g} = \frac{l_e}{l_e} + 2\frac{\Delta T}{T}$$

Behelyettesítés után a mért nehézségi gyorsulás:

g=$(9,79540 \pm 0.005)\frac{m}{s^2}$

Ez jól illik a Budapesti nehézségi gyorsulás irodalmi érték éhez.