# Az elemi töltés meghatározása

A mérés végzője: Haffner Domonkos, Márton Tamás, Polónyi Szabolcs

A mérés ideje: 2018. 03. 19.

A mérés leadásának ideje: 2017. 04. 09.

Hétfő délelőtti csoport

# 1. A mérés rövid leírása

Mérésünkben Robert Millikan 1910-ben elvégzett kísérletét szeretnék reprodukálni, melyben homogén, de változtatható nagyságú elektromos térbe töltött olajcseppeket juttatunk. Az elektron töltését az olajcseppek mozgását figyelve, sebességét megmérve határozzuk meg. Az elektromos teret egy síkkondenzátor segítségével állítjuk elő, mely 2 lemeze közé helyezzük az olajcseppeket. Az itt megfigyelt cseppecskék egyenletes sebességgel esnek, vagy emelkednek a töltöttségüktől függően. A mozgásegyenlet az olajcseppecskére ható gravitációs, felhajtó, illetve a közegben ható Stokes-féle súrlódási erő segítségével írható fel, ahol az utóbbi:

$$F_s = 6\pi\eta r v$$

Ahol r az olajcsepp sugara, v a sebessége, η pedig a levegő belső súrlódási együtthatója. Így a mozgásegyenlet a következőképp néz ki:

$$F_s + F_{fel} = F_g$$

Behelyettesítve a megfelelő összefüggéseket, a mozgásegyenlet a következőképp néz ki:

$$6\pi\eta r v + \frac{4}{3} r^3 \pi \rho_{lev} \cdot g = \frac{4}{3} r^3 \pi \rho_{ol} \cdot g$$

$$6\pi\eta r v = \frac{4}{3} r^3 \pi \left(\rho_{ol} - \rho_{lev}\right) g$$

Ahol $\rho_0$ az olaj, $\rho_{lev}$ pedig a levegő sűrűsége, g a gravitációs gyorsulás. Ebből kifejezhetjük a cseppek sugarát, mely a következő összefüggéshez vezet:

$$r = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v}{2 \cdot \left(\rho_{ol} - \rho_{lev}\right) \cdot g}}$$

Ha homogén E elektromos térrel dolgozunk, a fenti egyenlet módosul egy q*U/d faktorral. Ez a következőkhöz vezet:

$$qU/d = 4/3\pi r^3(\rho_o - \rho_l)g + 6\pi\eta r v_{fel}$$

$$qU/d = -4/3\pi r^3(\rho_o - \rho_l)g + 6\pi\eta r v_{le}$$

Melybe r-et behelyettesítve és q-t kifejezve:

$$q = \frac{1}{U}d\frac{4}{3}\pi\left(\frac{9}{2}\eta v_0\right)^{\frac{3}{2}}\left[(\rho_o - \rho_l)\,g\right]^{-\frac{1}{2}} + \frac{6\pi\eta d}{U}v_{fel}\left(\frac{9}{2}\frac{\eta v_0}{(\varrho_o - \rho_l)g)}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$q = -\frac{1}{U}d\frac{4}{3}\pi\left(\frac{9}{2}\eta v_0\right)^{\frac{3}{2}}\left[(\rho_o - \rho_l)\,g\right]^{-\frac{1}{2}} + \frac{6\pi\eta d}{U}v_{le}\left(\frac{9}{2}\frac{\eta v_0}{(\varrho_o - \rho_l)g)}\right)^{\frac{1}{2}}$$

A kondenzátorra nagyjából 500 V feszültséget kapcsolatunk, de ezt minden mérésnél külön rögzítettük. A lemezek közé a külső burkolat kis lyukán egy pumpával olajcseppeket porlasztottunk, majd egy mikroszkóp segítségével figyeltük, hogy adott idő alatt mekkora távolságot tettek meg a cseppek. Ehhez segített a mikroszkóp okulárjában lévő felosztás. Azt mértük, hogy 10 nagy beosztás nagyjából 5 mm volt, tehát 1 beosztás 0,5 mm.

## 2. A mérés kiértékelése

Első lépésben meg kellett mérni a laborban uralkodó hőmérsékletet és nyomást, hiszen ezek is befolyásolják a Stokes-törvény érvényességét.

T = 25,1°C = 298,25 K

P = 1,005 bar = $1{,}005 \cdot 10^5$

A levegő viszkozitását a Sutherland-formula alapján lehet kiszámítani:

$$\eta = \eta_0\sqrt{\frac{T}{T_0}}\cdot\frac{1+\frac{C}{T_0}}{1+\frac{C}{T}}$$

$\eta = 1{,}831 \cdot 10^{-5}$ Pas

Ahol $\eta_0$ = 1,708 $10^{-5}$ Pas, C=113 K, illetve $T_0$ = 273 K, T pedig a levegő Kelvinben mért hőmérséklete.

Ezen kívül még a következő adatokra lesz szükségünk a számításokhoz:

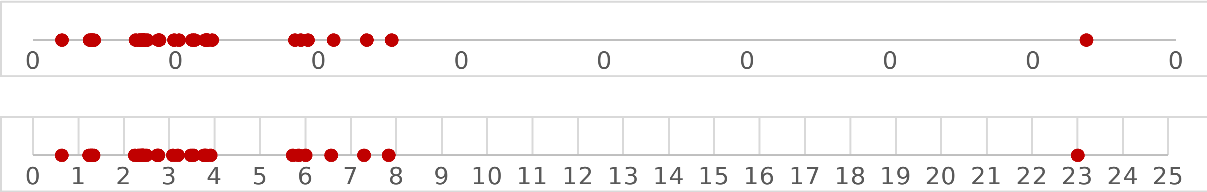
- olaj sűrűsége: 875 $kg/m^3$
- levegő sűrűsége: 1,29 $kg/m^3$
- kondenzátor fegyverzeteinek távolsága: d = 6mm

| Csepp | $T_{sima}$ [s] | Beoszt. | U [V] | $T_{fesz}$ [s] | Csepp | $T_{sima}$ [s] | Beoszt. | U [V] | $T_{fesz}$ [s] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 19,87 | 2 | 502 | 2,81 | 16. | 12,59 | 2 | 497 | 10,78 |
| 2. | 31,53 | 2 | 500 | 6,19 | 17. | 16,65 | 2 | 497 | 16,94 |
| 3. | 10,50 | 2 | 499 | 5,03 | 18. | 17,54 | 2 | 496 | 15,84 |
| 4. | 15,56 | 2 | 498 | 21,91 | 19. | 18,43 | 2 | 496 | 1,53 |
| 5. | 10,44 | 2 | 498 | 30,94 | 20. | 10,94 | 2 | 496 | 28,78 |
| 6. | 9,28 | 2 | 497 | 28,31 | 21. | 16,69 | 2 | 495 | 7,54 |
| 7. | 11,47 | 2 | 496 | 6,06 | 22. | 39,46 | 2 | 496 | 5,93 |
| 8. | 18,18 | 2 | 496 | 7,78 | 23. | 8,63 | 2 | 497 | 5,90 |
| 9. | 24,44 | 2 | 497 | 28,65 | 24. | 34,16 | 2 | 497 | 5,91 |
| 10. | 14,41 | 2 | 497 | 10,32 | 25. | 34,12 | 2 | 496 | 6,9 |
| 11. | 29,84 | 2 | 497 | 18,53 | 26. | 17,10 | 2 | 495 | 15,21 |
| 12. | 23,21 | 2 | 497 | 30,03 | 27. | 19,14 | 2 | 497 | 12,68 |
| 13. | 7,44 | 2 | 495 | 15,94 | 28. | 9,97 | 2 | 496 | 8,11 |
| 14. | 22,34 | 2 | 495 | 10,73 | 29. | 13,44 | 2 | 495 | 10,41 |
| 15. | 7,93 | 2 | 496 | 10,59 | 30. | 7,12 | 2 | 496 | 13,08 |

A térerősséget az E=U/d képletből számoltuk ki. A következő táblázat a számolt sugarakat és töltésértékeket tartalmazza.

| Csepp | r [m] | Töltés [C] | Csepp | r [m] | Töltés [C] |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 3,19149E-05 | 3,686E-18 | 16. | 4,0094E-05 | 6,269E-19 |
| 2. | 2,53355E-05 | 4,421E-19 | 17. | 3,48646E-05 | 3,770E-19 |
| 3. | 4,39033E-05 | 1,168E-18 | 18. | 3,39686E-05 | 3,713E-19 |
| 4. | 3,60651E-05 | 3,592E-19 | 19. | 3,31382E-05 | 2,135E-19 |
| 5. | 4,40293E-05 | 5,111E-19 | 20. | 4,30114E-05 | 4,937E-19 |
| 6. | 4,67001E-05 | 6,067E-19 | 21. | 3,48228E-05 | 6,113E-19 |
| 7. | 4,20059E-05 | 9,620E-19 | 22. | 2,26471E-05 | 3,997E-19 |
| 8. | 3,33653E-05 | 5,572E-19 | 23. | 4,84269E-05 | 1,255E-18 |
| 9. | 2,87767E-05 | 1,982E-19 | 24. | 2,43407E-05 | 4,387E-19 |
| 10. | 3,74766E-05 | 5,659E-19 | 25. | 2,4355E-05 | 3,861E-19 |
| 11. | 2,60431E-05 | 2,069E-19 | 26. | 3,44028E-05 | 3,896E-19 |
| 12. | 2,95294E-05 | 2,048E-19 | 27. | 3,25178E-05 | 3,871E-19 |
| 13. | 5,21561E-05 | 9,374E-19 | 28. | 4,50551E-05 | 9,167E-19 |
| 14. | 3,00989E-05 | 3,820E-19 | 29. | 3,88054E-05 | 6,031E-19 |
| 15. | 5,05191E-05 | 1,014E-19 | 30. | 5,33153E-05 | 1,052E-18 |

A kiszámolt töltéseket egy számegyenesen helyeztük el, hogy demonstráljuk azok csak diszkrét értékeket vehet fel:



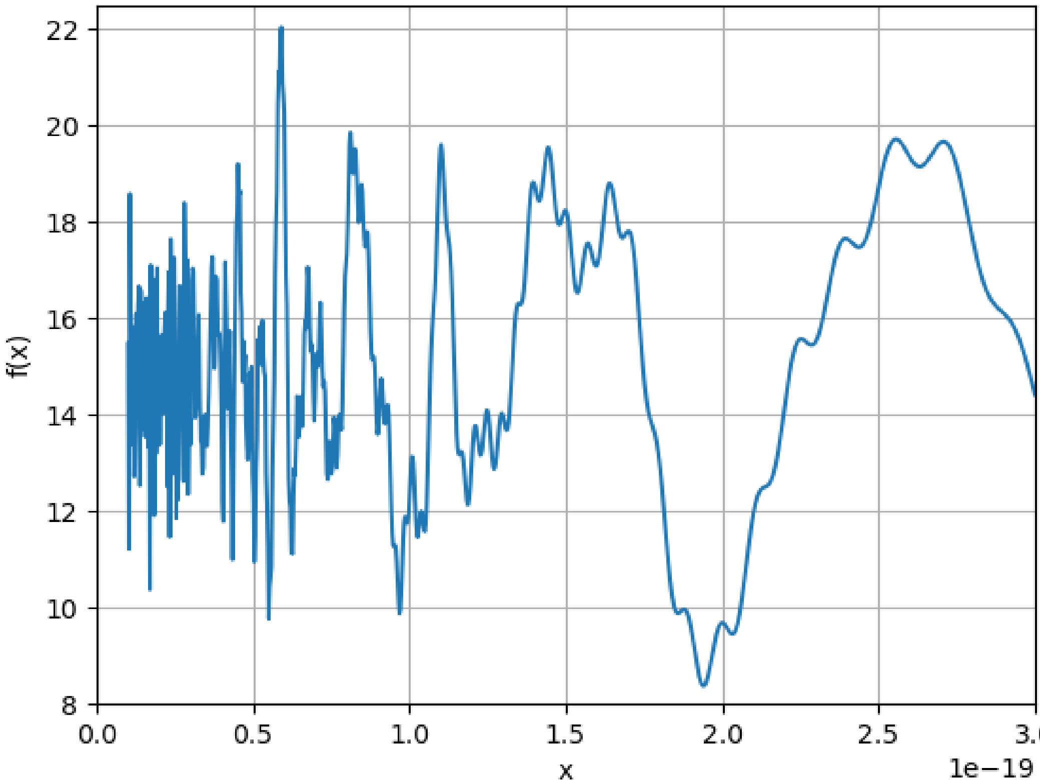

*1. ábra A számolt töltésértékek valamint azok e-vel redukált értékei számegyenesen ábrázolva*

Ha feltételezzük, hogy a cseppek mért töltései az elemi töltés egész számú többszörösei akkor a legnagyobb közös osztó megkeresésével megadhatjuk az elemi töltés értékét. Mivel a mérés pontossága nem elég nagy, ezért a szokott módszerhez képest máshogy kell megtalálnunk a legnagyobb közös osztót. Így a következő függvényalakot vesszük különböző x-ekre:

$$f(x)=\sum_{i}^{N}\sin^2\left(\pi\frac{q_i}{x}\right)$$

Ha a $q_i$ –k egész számú többszörösei az x-nek a sin függvény ott nullát ad. A mérés során azonban nem pontosan egész számú többszöröseit kapjuk x-nek a $q_i/x$ értékek közel vannak egy egész számhoz, ezért a $\sin^2$ kis értékeket ad vissza. A sok mérés szummája pedig kiejti a mérési bizonytalanságot. A fentiek következménye, hogy az f(x) függvény az x=e helyen lokális minimummal rendelkezik. Továbbá az e/2, e/3 stb. helyek is ezért a legnagyobb x-nél lévő minimum adja az elemi töltés nagyságát.

A függvény ábrázolásához a Python nevű programot használtuk. A $q_i$ töltésértékeket felhasználva és az x értékeket $10^{-20}$ és $3\times10^{-19}$ között változtatva 1000 mintavételezési ponttal ábrázoltuk a függvényt. (2. ábra)




*2. ábra Az f(x) függvény az elemi töltés meghatározásához*

A függvény utolsó szakaszán (2e-19 – 3e-19) ugyan megjelennek apró minimum helyek, azonban ezeket figyelmen kívül hagytuk. Az utolsó (és legjobban kivehető) minimumhely pixel koordinátáit leolvasva a rajzoló program ablakából az elemi töltés nagysága két tizedes jegy pontossággal megadhatjuk, tekintve a hiba nagyságát (amit a mikroszkóp nagyításának kalibrálásakor mértünk és +/-0.05 [m]-nek becsültük, így összességében 10%-os hibát kaptunk a végeredményben.)ez elegendő is.

$$q_e = (1{,}94 \pm 0.15) \cdot 10^{-19} C$$