

## **16. Diffúzió**

A mérést végezte: Tóth Tímea, Görgei Anna, Márton Tamás

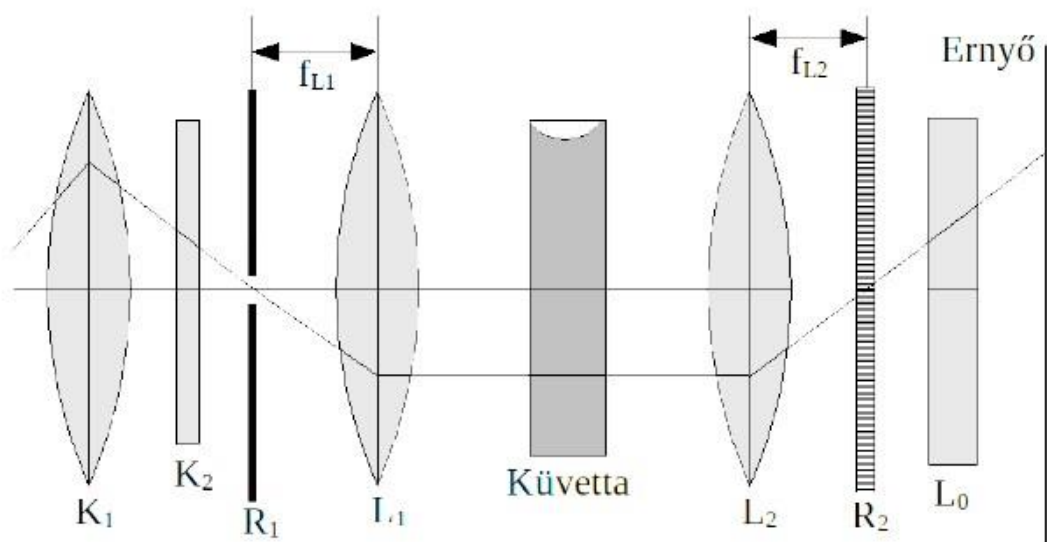
Mérés időpontja: 2018. 04. 09.

## A mérés célja

A mérés célja az volt, hogy meghatározzuk a  $\text{ZnSO}_4$  vizes oldatának diffúziós együtthatóját különböző koncentrációk mellett.

## Mérőeszközök:

- $\text{ZnSO}_4$  oldat
- küvetta
- optikai lencserendszer (nagyítás=9)
- fényképezőgép
- stopper



## A mérés elve:

Diffúzió akkor lép fel, ha egy rendszerben inhomogenitás van, vagyis a rendszer egyes komponenseinek eloszlása térben nem egyenletes. Ilyenkor az egyensúlyi állapot beállta anyagáramlással jár együtt, és ezt nevezzük diffúciónak. A mérés során a nemegyensúlyi állapot koncentráció-eloszlásának időbeli lefolyását követtük nyomon. 1, 1/2 és 1/3 mólos oldatokkal végeztük a mérést. 1 mólos az az oldat, melynek  $1 \text{ dm}^3$ -ében 1 mol oldott anyag van. Ezeket az oldatokat elkészítettük, majd a küvettaiban lévő desztillált víz alá rétegeztük, hogy legyen „nulla állapot”, vagyis amikor még éppen nem indul meg a diffúzió. Ezek után időről időre fényképet készítettünk (minden oldatnál 7 darabot, kivéve az 1/3 mólos esetében, ahol 9-et) a kivetített Gauss-görbéről. A mért görbét az ImageJ program segítségével értékeltük ki, ennek használata során a mérésleíráshoz tartozó fájl utasításait követtük.

## A fénykép készítések pontos időértékei:

Kép sorszama	1. mérés	2. mérés	3. mérés
	1 mol	1/2 mol	1/3 mol
1	128 s	5 s	8 s
2	247 s	125 s	133 s
3	360 s	247 s	246 s
4	482 s	486 s	360 s
5	780 s	784 s	480 s
6	1145 s	1147 s	600 s
7	1800 s	1800 s	780 s
8	-	-	1140 s
9	-	-	1200 s

## A diffúziós együttható mérése:

A diffúzió folyamatát a két Fick-törvény együttes értelmezése írja le. Ha ezt egy kétkomponensű rendszerre alkalmazzuk, ahol az egyik komponens az oldószer, a másik pedig az oldott anyag, és ez a rendszer 1 dimenziós, akkor a vizsgálandó anyag  $c(x,t)$  koncentrációjára fennáll a következő összefüggés, amely egyben a diffúziós egyenlet:

$$\frac{\delta c}{\delta t} = D \left( \frac{\delta^2 c}{\delta x^2} \right)$$

A kezdő pillanatban tehát  $x=0$  és  $t=0$ -ban még nincs diffúzió. Az egyenlet megoldása a következő alakot ölti:

$$c(x, t) = \frac{c_0}{2} \left( 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\varepsilon} \exp(-s^2) ds \right)$$

$$\varepsilon = \frac{x}{\sqrt{4Dt}}$$

$c_0$  a kiindulási koncentráció, vagyis minden  $t=0$  és  $x<0$  helyen  $c(x)=c_0$ . A koncentráció-gradiens hely- és időfüggése:

$$\left( \frac{\delta c}{\delta x} \right)_{T,p} = \frac{c_0}{2\sqrt{Dt\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)$$

Ez a függvény  $x=0$  helyen maximummal rendelkezik, értéke:

$$M = \frac{\delta c}{\delta x} (x = 0) = \frac{c_0}{2\sqrt{Dt\pi}}$$

A kiindulási  $c_0$  koncentráció pedig a görbe alatti területtel arányos.

$$F = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\delta c}{\delta x} dx = c_0$$

$$\frac{F}{M} = 2\sqrt{Dt\pi}$$

Ha tehát meghatározzuk az F/M arányt, és ennek négyzetét az idő függvényében ábrázoljuk, akkor egy egyenest kapunk melynek meredeksége a D diffúziós állandóval arányos lesz. A mérést Schlieren-módszerrel végeztük, amelynek lényege, hogy a törésmutató gradiens a beeső párhuzamos fénynyaláb hullámfrontját megdeformálja, és az ebből származó eltérüléseket vizsgáljuk.

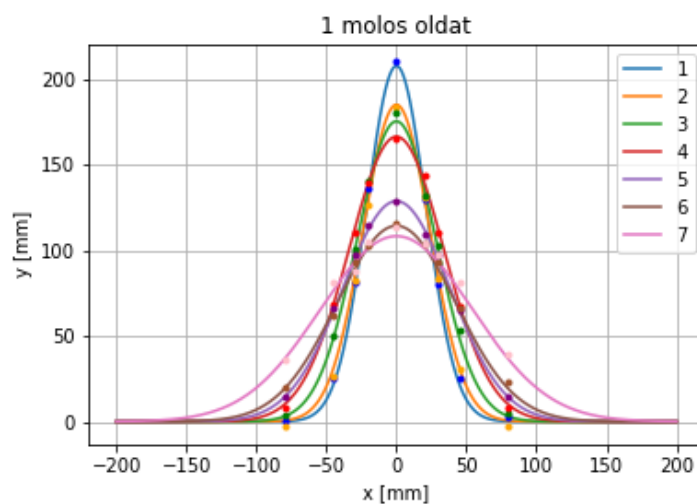
## Kiértékelés

A kiértékelő program a fényképeken szereplő görbékre Gauss-görbét illesztett, visszaadta az illesztett görbe paramétereit, a maximum magasságát és a görbe alatti területet. A kapott paramétereket felhasználva ábrázoltuk az azonos koncentrációhoz tartozó görbéket egy grafikonon. A görbék maximumát az  $x=0$  értékhez toltuk el úgy, hogy a görbe alakja közben ne változzon. Mindhárom esetben megfigyelhető, hogy az idő múlásával a Gauss-görbék maximuma csökkent, a félértékszélességük nőtt.

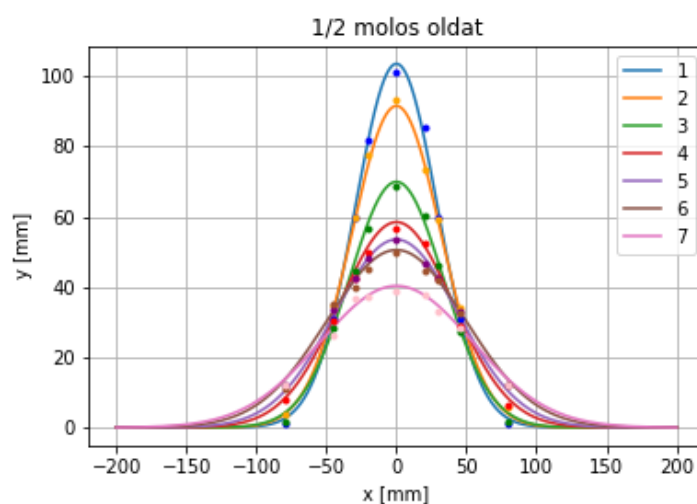
A program által illesztett görbe egyenlete:

$$y = a + (b - a) * \exp\left(-\frac{(x - c)^2}{2d^2}\right)$$

1 mólos oldat				
A kép sorszama	A program által illesztett paraméterek			
	a	b	c	d
1	141.81190	349.41980	239.59008	21.17148
2	77.46754	262.45544	220.96994	23.84616
3	63.81627	239.08834	188.39728	28.12160
4	341.55755	507.91832	424.12146	33.72128
5	122.22043	250.97050	227.02073	38.10818
6	401.41014	515.72959	409.04664	42.28677
7	37.11431	145.39326	287.75415	54.23425

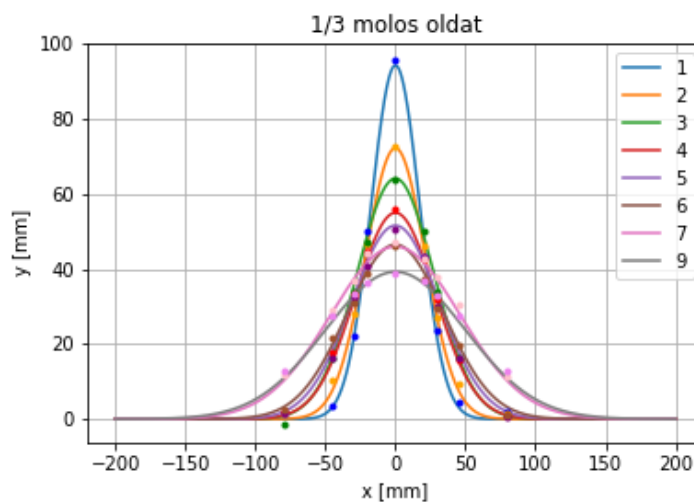


1/2 molos oldat				
A kép sorszám	A program által illesztett paraméterek			
	a	b	c	d
1	67.58364	171.06577	226.10205	29.36049
2	35.35179	126.84555	205.91470	31.73213
3	107.45803	177.37865	181.82747	33.58598
4	107.47920	165.93479	202.68129	40.35488
5	116.34960	169.84631	192.79770	44.04680
6	115.74192	166.27187	174.10914	49.23639
7	106.32227	146.62411	252.02912	54.35000



1/3 mólus oldat				
A kép sorszáma	A program által illesztett paraméterek			
	a	b	c	d
1	99.78616	194.00909	211.78824	17.33232
2	132.85361	205.03490	189.57786	21.26985
3	91.35704	155.47120	151.42674	27.38744
4	99.82203	154.78707	135.48435	28.28453
5	106.17753	157.74384	143.79139	31.28581
6	115.33020	161.83519	106.92136	34.55009
7	84.13145	130.09819	142.71920	46.04505
8	79.18799	125.12052	183.24335	63.65038
9	89.90514	129.14268	325.20521	49.90191

Az 1/3 mólus oldat esetén a nyolcadik fénykép kiértékelése során egy olyan görbét kaptunk, amely nem illett be a többi közé, ezért ezt az ábrán nem tüntettük fel, és a további számolás során sem használtuk fel.



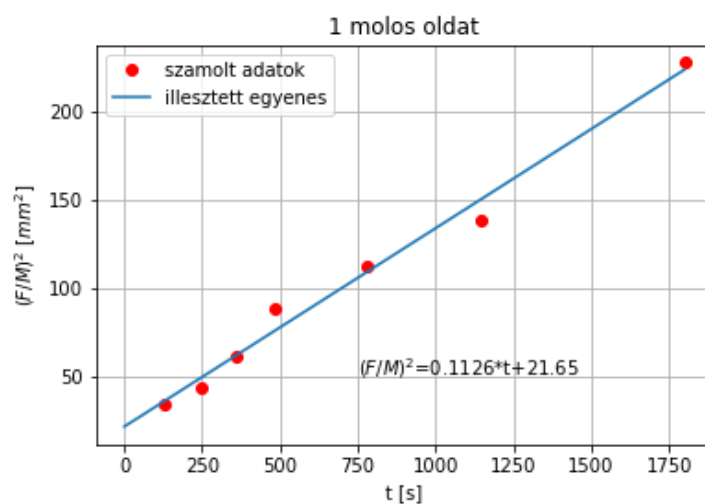
Az illesztés során kapott Gauss-görbékéből meghatározható a diffúziós állandó. A mérés során az optikai rendszer nagyítása 9 volt, a görbe alatti területet ezzel leosztottuk, a hányadost ezután F-fel jelöljük. Az ismert görbe alatti terület (F), maximális magasság (M) és az idő alapján egyenest illesztettünk a következő egyenlet szerint:

$$\left(\frac{F}{M}\right)^2 = 4\pi Dt.$$

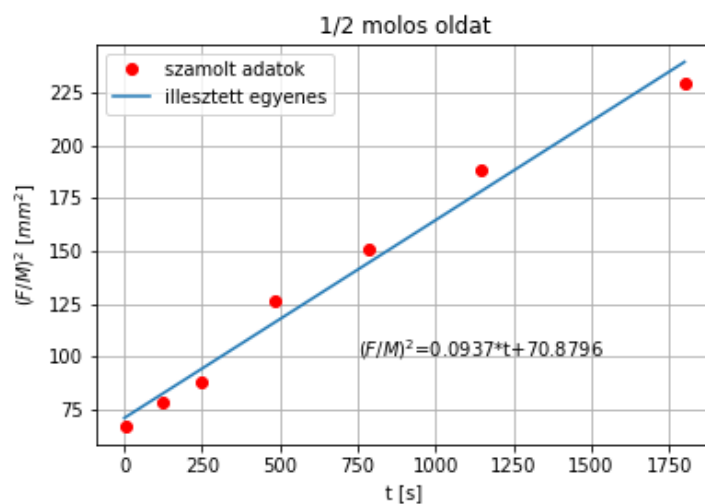
Az illesztett egyenes meredeksége (m) a diffúziós állandóval (D) a következőképpen arányos:

$$m = 4\pi D.$$

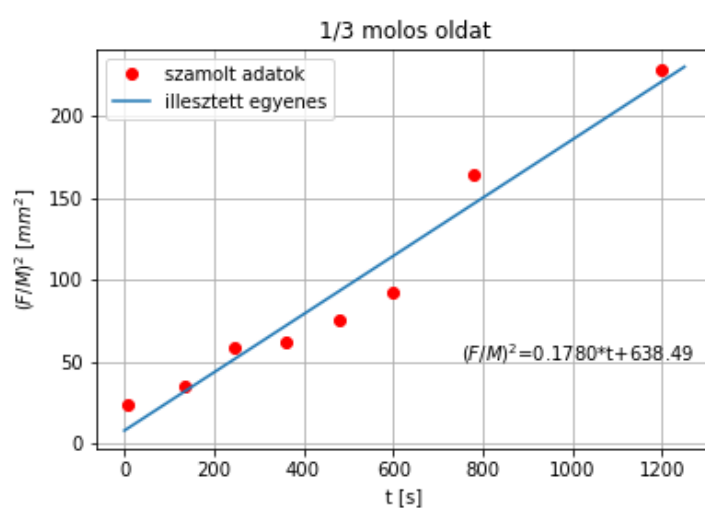
1 mólos oldat				
A kép sorszáma	t [s]	F [mm <sup>2</sup> ]	M [mm]	(F/M) <sup>2</sup> [mm <sup>2</sup> ]
1	128	1224.17	207.61	34,77
2	247	1228.60	184.99	44,11
3	360	1372.78	175.27	61,34
4	482	1562.44	166.36	88,21
5	780	1366.51	128.75	112,65
6	1145	1346.39	114.32	138,71
7	1800	1635.55	108.28	228,16



1/2 mólos oldat				
A kép sorszáma	t [s]	F [mm <sup>2</sup> ]	M [mm]	(F/M) <sup>2</sup> [mm <sup>2</sup> ]
1	5	846.21	103.48	66,87
2	125	808.61	91.49	78,11
3	247	654.05	69.92	87,50
4	486	657.01	58.46	126,32
5	784	656.28	53.50	150,50
6	1147	693.00	50.53	188,05
7	1800	610.06	40.30	229,14



1/3 molos oldat				
A kép sorszáma	t [s]	F [mm <sup>2</sup> ]	M [mm]	(F/M) <sup>2</sup> [mm <sup>2</sup> ]
1	8	454.84	94.22	23,30
2	133	427.60	72.18	35,09
3	246	489.05	64.11	58,18
4	360	433.00	54.97	62,06
5	480	449.33	51.57	75,93
6	600	447.50	46.50	92,60
7	780	589.49	45.97	164,46
9	1200	593.95	39.24	229,14





Az illesztéshez használt egyenes egyenlete:

$$y = m * x + b.$$

	m [mm <sup>2</sup> ]	Δm [mm <sup>2</sup> ]	b [mm <sup>2</sup> ]	Δb [mm <sup>2</sup> ]	D [mm <sup>2</sup> /s]	ΔD [mm <sup>2</sup> /s]
1 mólos	0.1126	±0.00574	21.653	±5.1332	0.00896	±0.000457
1/2 mólos	0.0937	±0.00584	70.880	±5.1690	0.00745	±0.000465
1/3 mólos	0.1780	±0.01561	7.8826	±1.3100	0.01417	±0.001242

## Összegzés:

A mérésünkben sikeresen ki tudtuk számítani a diffúziós együtthatókat, és az eloszlások jól látszottak, bár néhány hibaforrás azért így is akadt:

- A mérőberendezés nem volt megfelelően beállítva, és mivel ez speciális hozzáértést igényelt, így kellett vele mérnünk. Ebből következően a kivetített Gauss-görbék teljesen elkentek lettek és homályosak, emiatt nem tudtunk numerikusan pontokat leolvasni róla, csak szemmel való leolvasással; a továbbiakban ezekre illesztettünk. Valószínűleg innen ered az az „outlier” görbe az 1/3 molos mérésnél, melyet nem vettünk bele az ábrázolásba.
- A küveták valószínűleg nem voltak megfelelően megtisztítva, ami befolyásolhatta a diffúzió folyamatát. (A mérés közben sem desztillált vízzel tisztítottuk őket, hanem csapvízzel).
- Ugyanez igaz lehetett a fecskendőre és a szilikon csőre, amivel adagoltuk az oldatot, illetve ha esetleg buborék került bele, az is adhatott hibát a keveredésnél.
- A desztillált víz alá való rétegzése az oldatnak nagy precizitást igényel, egy kis kézremegés is már keveredést okozhat, illetve a szilikon cső kiemelése sem lehet tökéletes. Pozitívum viszont, hogy amikor ezt a műveletet végeztük, jól látható volt a két áttetsző folyadék közti határfelület.
- Egyéb hibaforrások lehetnek még a használt folyadékok tisztasága, a lencsék tisztasága a leképezésnél, illetve a fényképezőgép megfelelő exponálása, bár ez csak a szemmel való leolvasásban fontos. Ideális esetben a kapott fényképet számítógép ki tudná értékelni.

## Hivatkozások:

<http://wigner.elte.hu/koltai/labor/parts/modern16.pdf>