



Telekomunikacijski sustavi i mreže

-Zbirka riješenih zadataka-

1. Signali.....	3
2. Informacija	8
3. Kodiranje.....	15
4. Kanal	27
5. Modulacija.....	32
6. Promet	37
Prilozi	43

Dr. sc. Predrag Valožić

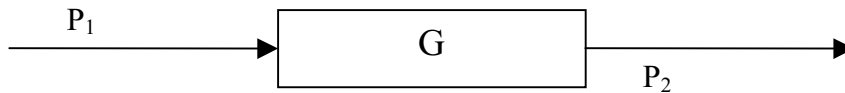
Zagreb, 2002.

Literatura:

1. M. Kos, I. Lovrek, S. Šarić
Teorija informacija, zbirka zadataka
Elektrotehnički fakultet, Zagreb, 1991.
2. Rajko Jamnik
Elementi teorije informacije
Državna založba Slovenije, Ljubljana 1974
3. Željko Pauše
Vjerojatnost, informacija, stohastički procesi
Školska knjiga, Zagreb, 1974

1. Signali

1.1. Za prijenosni sustav prema shemi, zadano je: $P_1=7$ dBm, $P_2=3$ W. Izraziti P_1 u [W], P_2 u [dBm], te izračunati pojačanje G prijenosnog sustava. Pojačanje izraziti kao faktor, te u [dB].



Rješenje:

$$P_1 = \exp(P_1[\text{dBm}]/10)$$

$$P_1 = 10^{7/10} = 5,01 \text{ mW}$$

$$P_1 = 0,005 \text{ W}$$

$$P_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

$$P_2 = 10 \cdot \log(P_2[\text{mW}])$$

$$P_2 = 10 \cdot \log(3000)$$

$$P_2 = 34,77 \text{ dB}$$

$$G = P_2[\text{mW}]/P_1[\text{mW}]$$

$$G = 3000 / 5,01$$

$$G = 598,8$$

$$G_{\text{dB}} = 10 \cdot \log(G)$$

$$G_{\text{dB}} = 10 \cdot \log(598,8)$$

$$G_{\text{dB}} = 27,77 \text{ dB}$$

$$G_{\text{dB}} = P_{2\text{dB}} - P_{1\text{dB}}$$

$$G_{\text{dB}} = 34,77 - 7$$

$$G_{\text{dB}} = 27,77 \text{ dB}$$

1.2. Kao u zadatku 1.1., zadano je:

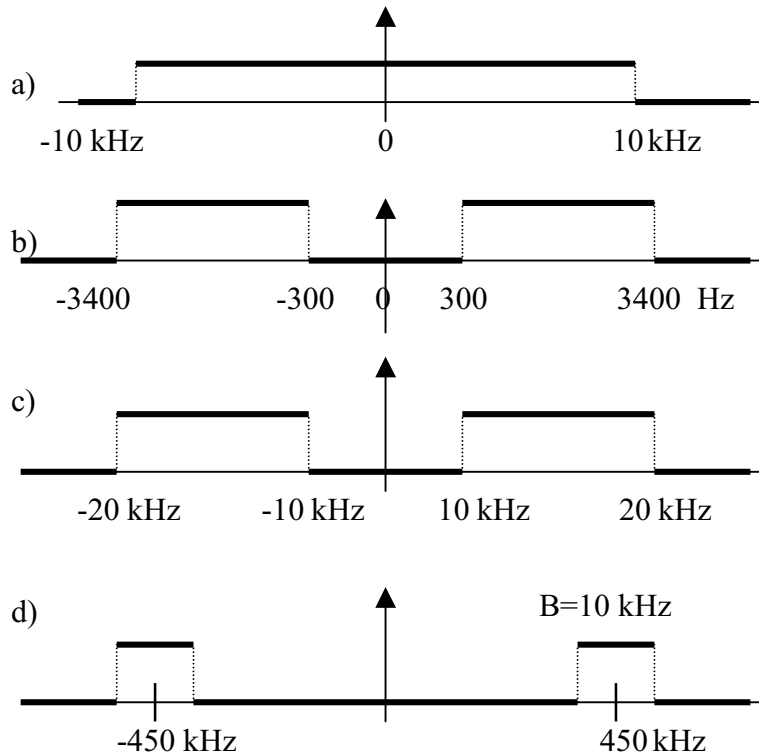
$$P_1 = -20 \text{ dBm}; P_2 = 10 \text{ W} \quad R: P_1=10\mu\text{W}=10^{-5}\text{W}; P_2=40 \text{ dBm}; G=10^6; G=60 \text{ dB}$$

$$P_1 = -4 \text{ dBm}; P_2 = 0,1 \text{ W} \quad R: P_1=0,4\text{mW}=4 \cdot 10^{-4}\text{W}; P_2=20 \text{ dBm}; G=250; G=24 \text{ dB}$$

1.3. Kao u zadatku 1.1., zadano je P_1 [dBm] i P_2 [W]:

P_1 [dBm]	P_2 [W]	P_1 [W]	P_2 [dBm]	G	G [dB]
10	1	0,01	30	100	20
-5	0,01	0,000316228	10	31,6227766	15
-7	0,001	0,000199526	0	5,011872336	7
3	10	0,001995262	40	5011,872336	37
6	20	0,003981072	43,01029996	5023,772863	37
30	0,0001	1	-10	0,0001	-40
-40	1	0,0000001	30	10000000	70

1.4. Odrediti frekvenciju uzorkovanja (sempliranje) za signale zadanih spektara:



(Odgovori: a) $f_s > 20 \text{ kHz}$, b) $f_s > 6800 \text{ Hz}$, c) $f_s > 40 \text{ kHz}$, d) $f_s > 910 \text{ kHz}$)

1.5. Odrediti omjer snage signala i snage šuma kvantiziranja na otporu $R=50\Omega$. Kvantiziranje je sa $N = 2^8 = 256$ razina. Signali su:

- a) Harmonijski signal amplitude $U_{\max} = 10 \text{ V}$.
- b) Gaussov slučajni signal $\sigma = 3 \text{ V}$.

Rješenje:

a) Snaga harmonijskog signala jednaka je:

$$P_s = \frac{U_{\max}^2}{2R} \quad (1)$$

Snaga šuma kvantiziranja izračuna se prema izrazu:

$$P_{NKV} = \frac{\Delta^2}{12 \cdot R} \quad (2)$$

Minimalna vrijednost signala je $-U_{\max}$ maksimalna je U_{\max} , te se raspon vrijednosti od $-U_{\max}$ do U_{\max} , $U_{pp}=20\text{V}$ dijeli na $N=256$ segmenata veličine Δ :

$$\Delta = 20 / 256 = 78,125 \text{ mV}.$$

Omjer signal-šum kvantiziranja je :

$$S / N_{Kv} = \frac{P_S}{P_{NKv}} \quad (3)$$

$$P_S = 10^2 / 2 \cdot 50 = 1W,$$

$$P_{NKv} = (2 \cdot 10 / 256)^2 / (12 \cdot 50) = 10,172 \mu W$$

$$S/N_{kv} = P_S / P_{NKv} = 1 / (10,172 \cdot 10^{-6}) = 98304$$

$$S/N_{kv \text{ dB}} = 10 \cdot \log (P_s / P_{NK}) = \mathbf{49,926 \text{ dB}}$$

Uvrštavanjem (1) i (2) u (3), dobije se:

$$S / N_{Kv} = \frac{P_S}{P_{NK}}$$

$$S / N_{Kv} = \frac{\frac{U_{\max}^2}{2 \cdot R}}{\frac{\Delta^2}{12 \cdot R}}$$

$$\Delta = 2 \cdot U_{\max} / N$$

$$S / N_{Kv} = \frac{12 \cdot U_{\max}^2}{2 \cdot 4 \cdot U^2} N^2$$

$$S / N_{Kv} = \frac{3}{2} N^2$$

Logaritmiranjem i množenjem sa 10, dobijemo S/N_{kv} u decibelima:

$$S / N_{KvbB} = 10 \cdot \log \left(\frac{3}{2} N^2 \right)$$

$$S / N_{KvbB} = 10 \cdot \log \left(\frac{3}{2} \right) + 10 \cdot \log (N^2)$$

$$S / N_{KvbB} = 1,76 + 20 \cdot \log N$$

$$N = 2^n$$

$$S / N_{KvbB} = 1,76 + 20 \cdot n \cdot \log 2 \text{ [dB]}$$

$$\log 2 \approx 0,3$$

$$S / N_{KvbB} = 1,76 + 6 \cdot n \text{ [dB]}$$

Za $n = 8$ dobije se:

$$S/N_{kv} = 1,76 + 6 \cdot 8 = \mathbf{49,76 \text{ [dB]}} \quad (4)$$

Mala razlika u rezultatu nastaje od približne vrijednosti za

$$\log 2 = 0,3010299 \approx 0,3$$

Ne smije se zaboraviti na početne uvjete, tj. da izraz (4) vrijedi za harmonijski signal kojemu je U_{pp} kvantiziran s $N=2^n$ razina.

b) Snaga Gaussova signala je

$$P_G = \frac{\sigma^2}{R} = 3^2 / 50 = 0,18 \text{ W.}$$

Veličinu Δ određujemo za raspon vrijednosti signala od $\pm 4\sigma$ i $N=256$:

$$\Delta = 2 \cdot 4 \cdot \sigma / N = 8 \cdot 3 / 256 = 93,75 \text{ mV}$$

Snaga šuma kvantiziranja jest:

$$P_{Nkv} = \Delta^2 / (12 \cdot R) = 14,648 \text{ } \mu\text{W}$$

Omjer snaga signala i šuma kvantiziranja je:

$$S / N_{kv} = \frac{P_G}{P_{NK}}$$

$$S/N_{kv} = 0,18 / 14,648 \cdot 10^{-6} = 12288$$

$$S/N_{kvdB} = 10 \cdot \log(12288) = \mathbf{40,849 \text{ dB}}$$

1.6. Odrediti omjer snaga signala i šuma kvantiziranja (S/N_{kv}) za harmonijski signal amplitude $U_{max}=10 \text{ V}$. Kvantiziranje je 7-bitovno ($n=7$, $N=128$). Što će se dogoditi, ako se amplituda signala smanji na $U_{max}=1 \text{ V}$, a da se režim rada A/D pretvarača ne promijeni? Izlazni otpor D/A pretvarača je 50Ω .

Rješenje:

Omjer S/N_{kv} izračunavamo kao količnik snage signala P_S i snage šuma kvantiziranja P_{Nkv} :

$$P_S = U_{max}^2 / 2R = 10^2 / 2 \cdot 50 = 1 \text{ W}$$

$$\Delta = 2 \cdot U_{\max} / N = 2 \cdot 10 / 128 = 0,15625 \text{ V}$$

$$P_{N_{kv}} = \Delta^2 / 12 \cdot R = 40,69 \cdot 10^{-6} = 40,69 \text{ } \mu\text{W}$$

$$S/N_{kv} = P_S / P_{N_{kv}} = 1 / 40,69 \cdot 10^{-6} = 24576$$

$$S/N_{kvdB} = 10 \log S/N_{kv} = 10 \log 24576 = 43,9 \text{ dB}$$

Promjenom amplitude signala, mijenja se i njegova snaga, ali ne i snaga šuma kvantiziranja budući da ona ovisi samo o Δ koji se ne mijenja:

$$P_S = 1^2 / 2 \cdot 50 = 0,01 \text{ W} = 10 \text{ mW}$$

$$S/N_{kv} = 0,01 / 40,69 \cdot 10^{-6} = 245,76$$

$$S/N_{kvdB} = 10 \log S/N_{kv} = 10 \log 245,76 = 23,9 \text{ dB}$$

Dakle, smanjenjem amplitude signala 10 puta, snaga signala smanjila se 100 puta (-20 dB), te se i S/N_{kvdB} smanjio za 20 dB; sa 43,9 dB na 23,9 dB.

1.7. Odrediti najmanju širinu frekvencijskog pojasa za prijenos signala monokromatskog SVGA video terminala slijedećih karakteristika:

- Broj slika u sekundi 75
- Vodoravna razlučivost 800 točkica
- Vertikalna razlučivost 600 redaka (linija)

Rješenje:

U sekundi mora se prenijeti signal od

$$n = 75 \cdot 800 \cdot 600 = 36.000.000 \text{ točkica (pixels)}$$

$$f_{\max} = 36.000.000 / 2 = 18.000.000 \text{ Hz} = 18 \text{ MHz.}$$

Dakle, frekvencijski pojas signala je od 0 Hz do minimalno 18 MHz.

1.8. U lokalnoj mreži (LAN) brzina prijenosa podataka je 100 Mb/s, a signal je binarni, bipolarni. Odrediti minimalnu širinu frekvencijskog pojasa kabelskog prijenosnog sustava.

Rješenje:

Trajanje impulsa u LAN-u brzine prijenosa 100 Mb/s je

$$T = 1 / 10^8 = 10^{-8} = 10 \text{ ns.}$$

Kako je prijenosni sustav binaran, to je brzina prijenosa informacije jednaka brzini telegrafiranja:

$$V_{TG} = 100 \text{ MBd}$$

$$f_{\max} = V_{TG} / 2 = 50 \text{ MHz.}$$

2. Informacija

2.1. Stranice kocke označene su znamenkama od 1 do 6.

- a) Koja je vjerojatnost da bacanjem kocke dobijemo neparan broj?
- b) Koja je vjerojatnost da bacanjem kocke dobijemo broj manji od 3?
- c) Koja je vjerojatnost da bacanjem kocke dobijemo broj manji ili jednak 3?
- d) Koja je vjerojatnost da bacanjem kocke dobijemo broj ne manji od 3?
- e) Koja je vjerojatnost da bacanjem kocke dobijemo broj ne manji ili jednak 3?

Rješenje:

Prostor elementarnih događaja u eksperimentu bacanja kocke možemo označiti na slijedeći način:

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{Događaji: Kocka je pala na...} \\ \text{Vjerojatnosti događaja.} \end{array}$$

- a) Za slučajni događaj A, (bacanjem kocke dobili smo neparan broj) vjerojatnost određujemo iz broja povoljnih ishoda u prostoru elementarnih događaja; povoljni su ishodi ispisani masno:

$$\Omega = \{1, \mathbf{2}, 3, \mathbf{4}, 5, \mathbf{6}\}, \text{ te je vjerojatnost}$$

$$P(A) = P(2) + P(4) + P(6) = 3 \cdot 1/6 = 1/2 = 0,5 = 50\%$$

- b) Za slučajni događaj B, (bacanjem kocke dobili smo broj x manji od 3) = $(x < 3)$, povoljni su ishodi iz $\Omega = \{1, \mathbf{2}, 3, 4, 5, 6\}$, te je vjerojatnost

$$P(B) = 2/6 = 1/3 = 0,333... = 33,3\%$$

- c) Za slučajni događaj C, (bacanjem kocke dobili smo broj x manji ili jednak 3) = $(x \leq 3)$, povoljni su ishodi $\Omega = \{1, \mathbf{2}, \mathbf{3}, 4, 5, 6\}$, te je

$$P(C) = 3/6 = 1/2 = 0,5 = 50\%$$

- d) Slučajni događaj D, (bacanjem kocke dobijemo broj x ne manji od 3) suprotan je od događaja B, $\bar{D} = (x < 3) = B$ povoljni su ishodi $\Omega = \{1, 2, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}\}$, te je vjerojatnost

$$P(D) = 4/6 = 2/3 = 0,666... = 66,6\%$$

Isto dobijemo i iz formule za vjerojatnost suprotnog događaja:

$$P(D) = 1 - P(\bar{D}) = 1 - P(B) = 1 - 1/3 = 2/3.$$

- e) Slično prethodnom slučaju, događaj E, (bacanjem kocke dobijemo broj x ne manji ili jednak 3, suprotan je događaju C, $\bar{E} = (x < 3) = C$, povoljni su ishodi iz $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$, te je vjerojatnost

$$P(E) = 3/6 = 1/2 = 0,5 = 50\%$$

Isti rezultat dobijemo pomoću formule:

$$P(E) = 1 - P(\bar{E}) = 1 - P(C) = 1 - 1/2 = 1/2.$$

2.2. Telegrafskim sustavom odašilje se riječ **SIGNAL**. Pod utjecajem smetnji dolazi do pogrešaka u prijenosu s vjerojatnostima P_e ovisnim o simbolu koji se prenosi: $P_{eS}=0,05$; $P_{eI}=0,08$; $P_{eG}=0,1$; $P_{eN}=0,08$; $P_{eA}=0,05$ i $P_{eL}=0,1$. Smetnje djeluju neovisno od slova do slova. Koja je vjerojatnost pogrešnog prijema barem jednog znaka odaslane riječi?

Rješenje:

Pogrešan prijem barem jednog znaka, suprotan je događaj od ispravnog prijema svih odaslanih znakova. Vjerojatnost ispravnog prijema jednaka je umnošku vjerojatnosti ispravnog prijema svakog pojedinog znaka:

$$P_{\text{ispravno}} = (1-0,05) \cdot (1-0,08) \cdot (1-0,1) \cdot (1-0,08) \cdot (1-0,05) \cdot (1-0,1)$$

$$P_{\text{ispravno}} = 0,95 \cdot 0,92 \cdot 0,9 \cdot 0,92 \cdot 0,95 \cdot 0,9 = 0,62$$

$$P_{\text{barem jedna pogreška}} = 1 - P_{\text{ispravno}} = 0,38$$

2.3. Po kanalu za prijenos podataka odašilje se poruka u obliku slijeda brojeva. Vjerojatnosti odašiljanja znamenaka i vjerojatnosti pogrešaka uslijed smetnji, dane su u tablici:

Znamenka	Vjerojatnosti	
	Odašiljanja P_i	Pogreške P_{ei}
0	0,10	0,01
1	0,08	0,03
2	0,12	0,03
3	0,06	0,02
4	0,14	0,02
5	0,10	0,06
6	0,09	0,03
7	0,10	0,04
8	0,11	0,03
9	0,10	0,01
Σ	1,00	

Odrediti prosječnu vjerojatnost pogreške u prijenosu P_e .

Rješenje:

Znamenka	Vjerojatnosti		$P_i \cdot P_{ei}$
	Odašiljanja P_i	Pogreške P_{ei}	
0	0,10	0,01	0,001
1	0,08	0,03	0,0024
2	0,12	0,03	0,0036
3	0,06	0,02	0,0012
4	0,14	0,02	0,0028
5	0,10	0,06	0,006
6	0,09	0,03	0,0027
7	0,10	0,04	0,004
8	0,11	0,03	0,0033
9	0,10	0,01	0,001
		$\Sigma =$	0,028

Prosječna vjerojatnost pogreške, u stvari, matematičko je očekivanje slučajne varijable - vjerojatnosti pogreške:

$$P_e = \sum_{i=1}^{10} P_i P_{ei} = 0,028$$

2.4. Izračunati entropije slijedećih pokusa:

- Bacanja novčića;
- Bacanja kocke;
- Bacanja novčića i kocke;
- Bacanja dvaju kocaka;
- Zbroja ishoda bacanja dvaju kocaka;
- Izvlačenja karte iz špila 52 karte;

Rješenje:

- Bacanje novčića N ima dva moguća ishoda (pismo i glava) s podjednakim vjerojatnostima $P_P = 1/2$ i $P_G = 1/2$, te je entropija:

$$H[X] = -\sum_{i=1}^2 p_i \log p_i$$

$$H_N = -1/2 \cdot \lg 1/2 - 1/2 \cdot \lg 1/2$$

$$H_N = 0,5 \cdot 1 + 0,5 \cdot 1 = 1 \text{ [b]}$$

- Bacanje kocke K ima šest mogućih ishoda $\Omega_K = \{1,2,3,4,5,6\}$ s podjednakim vjerojatnostima $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = P_6 = 1/6$, te je entropija:

$$H_K = 6 \cdot (-1/6 \cdot \lg 1/6)$$

$$H_K = \lg 6$$

$$\lg 6 = \frac{\log 6}{\log 2} = \frac{0,77815}{0,30103} = 2,58496$$

$$H_K = 2,58496 \text{ [b]}$$

- c. Bacanje novčića i kocke ima 12 jednako vjerojatnih, mogućih ishoda

$\Omega_{NK} = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6\}$, $P_i = 1/12$, te je entropija:

$$H_{NK} = 12 \cdot (-1/12 \cdot \lg 1/12)$$

$$H_{NK} = \lg 12$$

$$H_{NK} = 3,58496 \text{ [b]}$$

Zapažamo, da vrijedi $H_{NK} = H_N + H_K$

- d. Bacanje dvaju kocaka ima 36 mogućih, jednako vjerojatnih ishoda

$\Omega_{KK} = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, \dots, 64, 65, 66\}$, $P_i = 1/36$, te je entropija:

$$H_{KK} = 36 \cdot (-1/36 \cdot \lg 1/36)$$

$$H_{KK} = \lg 36$$

$$H_{KK} = 5,16992 \text{ [b]}.$$

Zapažamo, da vrijedi $H_{KK} = 2 \cdot H_K$

- e. Zbroj bacanja dvaju kocaka opisan je slučajnom varijablom:

$$c = \left\{ \begin{array}{cccccccccccc} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 1/36 & 2/36 & 3/36 & 4/36 & 5/36 & 6/36 & 5/36 & 4/36 & 3/36 & 2/36 & 1/36 \end{array} \right\}$$

Entropija slučajne varijable **c** je:

$$H_C = 2 \cdot 1/36 \cdot \lg 1/36 + 2 \cdot 2/36 \cdot \lg 2/36 + 2 \cdot 3/36 \cdot \lg 3/36 + 2 \cdot 4/36 \cdot \lg 4/36 + 2 \cdot 5/36 \cdot \lg 5/36 + 6/36 \cdot \lg 6/36$$

$$H_C = 3,274402 \text{ [b]}$$

Zapažamo, da je $H_C \ll H_{KK}$, te da je $H_C < \lg 11 = 3,459432$.

- f. Izvlačenje karte iz špila od 52 karte ima 52 moguća, jednako vjerojatna ishoda, te entropija iznosi:

$$H = \lg 52 = 5,70044 \text{ [b]}$$

2.5. Pokus **X** je bacanje kocke. Koliko informacije o ishodu bacanja nosi poruka **Y**:

"Pao je paran broj" ?

Rješenje:

Neizvjesnost ishoda bacanja kocke je:

$$H[X] = \lg 6$$

$$H[X] = \log 6 / \log 2$$

$$H[X] = 2,585 \text{ [b]}$$

Neizvjesnost o ishodu bacanja X po prijemu navedene vijesti Y iznosi

$$H[X/Y] = \text{ld } 3$$

$$H[X/Y] = 1,585 \text{ [b]}.$$

Količina informacije I koju nosi poruka Y jednaka je :

$$I[X/Y] = 2,585 - 1,585 = 1 \text{ [b]}.$$

Do jednakog rezultata možemo doći i drugačijim razmatranjem:

Ishod bacanja kocke može biti paran (2,4,6) ili neparan broj (1,3,5). Kako su vjerojatnosti obaju ishoda podjednake: $P_p = P_n = 3/6 = 1/2 = 0,5$, to je entropija $H = 1$ bit. Poruka koja tu neizvjesnost u potpunosti otklanja - "Pao je paran broj" - sadrži informaciju od 1 bit.

2.6. Na izlazu koda informacije dobije se binarni niz. Prosječno, na 1000 binarnih simbola 550 simbola je 0, a 450 simbola je 1. Izračunati vjerojatnosti pojavljivanja simbola 0 i 1: P_0 i P_1 , količine informacije koju nose pojedinačni binarni simboli: I_0 , I_1 , te entropiju binarnog niza na izlazu koda H i maksimalnu moguću vrijednost entropije binarnog niza H_{\max} . U kojem bi slučaju binarni niz imao maksimalnu entropiju?

Rješenje:

$$P_0 = n_0/n = 550/1000 = 0,55 = 55\%$$

$$P_1 = n_1/n = 450/1000 = 0,45 = 45\%$$

$$I(0) = H(0) = -\text{ld } 0,55 = 0,8625 \text{ [b]}$$

$$I(1) = H(1) = -\text{ld } 0,45 = 1,15201 \text{ [b]}$$

$$H = -P(0) \cdot \text{ld } P(0) - P(1) \cdot \text{ld } P(1)$$

$$H = 0,55 \cdot 0,8625 + 0,45 \cdot 1,15201 = 0,9918 \text{ [b]}$$

$$H_{\max} = \text{ld } 2 = 1 \text{ [b]}$$

Maksimalna je entropija kada su vjerojatnosti simbola 0 i 1 podjednake (0,5).

2.7. Špil karata ima 52 različite karte. Koliko informacije o nasumice izvučenoj karti nose različite obavijesti:

- Karta je crvene boje.
- Karta je "srce".
- Karta je "slika".
- Karta je "dečko".

e) Karta je "dečko, srce".

Rješenje:

U primjeru 2.4., vidjeli smo da je entropija izvlačenja karte iz špila od 52 karte $H[X]=5,7$ bita. Poruke koje, manje - više, otklanjaju tu neizvjesnost nose manju - veću količinu informacije:

Obavijest Y	Preostala neizvjesnost	Informacija u obavijesti
<i>Karta je crvene boje.</i>	U špilu je 26 crvenih i 26 crnih karata, te je preostala neizvjesnost $H[X/Y] = \lg 26 = 4,7$ [b].	$I[Y] = 5,7 - 4,7 = 1$ [b] Crveno ili crno; 1 bit.
<i>Karta je "srce".</i>	U špilu ima 13 "srca", te je preostala neizvjesnost $H[X/Y] = \lg 13 = 3,7$ [b].	$I[Y] = 5,7 - 3,7 = 2$ [b] Srce, karo, pik, tref; 2 bita.
<i>Karta je "slika".</i>	U špilu ima 16 slika (4 x as, dečko, dama, kralj); $H[X/Y] = \lg 16 = 4$ [b].	$I[Y] = 5,7 - 4 = 1,7$ [b]
<i>Karta je "dečko".</i>	U špilu su 4 dečka; $H[X/Y] = \lg 4 = 2$ [b].	$I[Y] = 5,7 - 2 = 3,7$ [b]
<i>Karta je "dečko, srce".</i>	Nema dileme oko izvučene karte; neizvjesnost je u potpunosti otklonjena: $H[X/Y]=0$	$I[Y] = 5,7$ [b].

2.8. Izvor informacije ima pet mogućih stanja $x=\{x_i\}$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$, s vjerojatnostima $P_1=0,3$; $P_2=0,1$; $P_3=0,25$; $P_4=0,2$; $P_5=0,15$. Odrediti sadržaj informacije svakog stanja izvora informacije pojedinačno, te entropiju izvora informacije. Koja je maksimalna moguće vrijednost entropije?

Rješenje:

Stanja	P_i	$H_i = -\lg P_i$ [b]	$P_i \cdot H_i$
x_1	0,3	1,737	0,521
x_2	0,1	3,322	0,332
x_3	0,25	2	0,5
x_4	0,2	2,322	0,464
x_5	0,15	2,737	0,411
Ukupno	1		$H = 2,228$ [b]

$$H_{\max} = \lg 5 = 2,321928 \text{ [b]}$$

2.9. Izvor informacije je govornik kojem je govorni signal ograničen na frekvencijski pojas od 300 Hz do 4 kHz. Amplitude su kvantizirane s $N=256$ razina vrijednosti. Uzorkovanje A/D pretvarača je s minimalnom mogućom frekvencijom, a kodiranje je binarno. Odrediti izdašnost izvora informacije.

Rješenje:

Najviša frekvencija signala je 4 kHz, te je najmanja frekvencija za korektno uzorkovanje $f_s=8$ kHz, što znači, da će biti 8000 uzoraka u sekundi. Uzorkovanje s 256 razina zahtijeva 8-bitne binarne riječi za kodiranje ($2^8=256$), tj., 8 bita po uzorku. Izdašnost izvora informacije iznosi:

$$8000 \cdot 8 = 64.000 \text{ b/s ili } 64 \text{ kb/s.}$$

2.10. Pretpostavimo, da iz špila od 32 karte 1000 puta u sekundi izvlačimo kartu. Koju količinu informacije generira tako definirani proces?

Rješenje:

Pojedinačno izvlačenje karte iz špila od 32 karte ima neizvjesnost od

$$H(k) = \lg 32$$

$$H(k) = 5 \text{ b}$$

Ako se izvlači 1000 karata u sekundi, generirana količina informacije je:

$$I = 1000 \cdot 5 \text{ b} = 5 \text{ kb/s.}$$

Dakle, **izdašnost** izvora informacije je 5 kb/s.

3. Kodiranje

3.1. Izvor¹ informacije je daljinski upravljani sustav s tri ventila V_1 , V_2 i V_3 . Svaki od ventila može biti u jednom od dva položaja: otvoren ili zatvoren. Promatranjem rada objekta ustanovljeno je, da se u prosjeku, od 100 aktiviranja ventila 70 puta se pokreće prvi ventil, 20 puta drugi i 10 puta treći ventil. Kodirati poruke, te odrediti ekonomičnost kodova.

Rješenje:

Od svakog ventila V_i prenosi se prema nadzornoj stanici jedna od dvije moguće poruke:

x_{iz} ... ventil V_i je zatvoren ili

x_{io} ... ventil V_i je otvoren.

Poruke o stanju sustava možemo formirati na slijedeći način:

Poruka	Ravnomjerni	$P(x_i)$	Neravnomjerni					n_i
x_{1z}	001	0,35	0				0	1
x_{1o}	010	0,35	1	0			10	2
x_{2z}	011	0,1	1	1	0	0	1100	4
x_{2o}	100	0,1	1	1	0	1	1101	4
x_{3z}	101	0,05	1	1	1	0	1110	4
x_{3o}	111	0,05	1	1	1	1	1111	4

Kodiramo li poruke ravnomjrnim kodom, trebati ćemo 3 binarna simbola po poruci (6 poruka, $2^3=8 > 6$), te je ekonomičnost kodiranja:

$$ek_r = \frac{H(X)}{\bar{n}}$$

$$ek_r = 2,156 / 3 = \mathbf{0,7187} \text{ [b/bin. simb.]}$$

Srednja duljina neravnomjernog koda jednaka je:

$$\bar{n} = \sum_{i=1}^6 P(x_i) \cdot n_i$$

$$\bar{n} = 0,35 \cdot 1 + 0,35 \cdot 2 + 0,1 \cdot 4 + 0,1 \cdot 4 + 0,05 \cdot 4 + 0,05 \cdot 4 = 2,25 [\text{bin.simb.}]$$

Ekonomičnost neravnomjernog koda jednaka je:

$$ek_n = 2,156 / 2,25 = \mathbf{0,95822} \text{ [b/bin.simb.]}$$

¹ Iz lit. [1]

3.2. U posudi je 1000 kuglica, i to: 350 bijelih, 120 crvenih, 96 plavih, 124 žutih, 100 zelenih, 50 ljubičastih i 160 sivih.

f) Prosječna duljina neravnomjernog koda $\bar{n} = 2,636$ [bin. simb.], te je ekonomičnost neravnomjernog koda:

$$ek_n = 2,557 / 2,636 = 0,97 \text{ [b/bin.simb.]}$$

Vidimo, da je neravnomjerni kod ekonomičniji, budući da svaki binarni simbol u prosjeku, nosi veću količinu informacije.

3.3. Definirana je slučajne varijabla:

$$x = \left\{ \begin{array}{cccccccc} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ 0,40 & 0,24 & 0,15 & 0,10 & 0,01 & 0,04 & 0,03 & 0,03 \end{array} \right\}$$

- Odrediti pojedinačne i prosječnu količinu informacije ishoda slučajne varijable.
- Kodirati neravnomjernim kodom poruke o realizaciji događaja x_0 do x_7 .

Rješenje:

a)

	P_i	$I_i = -\lg P_i$	$P_i I_i$
x_0	0,4	1,3219	0,5288
x_1	0,24	2,0589	0,4941
x_2	0,15	2,7370	0,4106
x_3	0,1	3,322	0,332
x_4	0,01	6,644	0,066
x_5	0,04	4,644	0,186
x_6	0,03	5,0589	0,1518
x_7	0,03	5,0589	0,1518
Σ	1,00		2,3211

Prosječna količina
informacije po poruci je
 $H(X) = 2,3211$ [b]

b)

	P_i					Kod	n_i	$P_i n_i$
x_0	0,4	0	0			00	2	0,8
x_1	0,24	0	1			01	2	0,48
x_2	0,15	1	0	0		100	3	0,45
x_3	0,1	1	0	1		101	3	0,3
x_5	0,04	1	1	0	0	1100	4	0,16
x_6	0,03	1	1	0	1	1101	4	0,12
x_7	0,03	1	1	1	0	1110	4	0,12
x_4	0,01	1	1	1	1	1111	4	0,04
Σ	1,00							2,47

Prosječna duljina neravnomjernog koda je 2,47 binarna elementa.

Ekonomičnost koda je:

$$ek = 2,3211 / 2,47 = 0,9397 \text{ [b/bin.simb.]}$$

3.4. Kodirati binarnom simbolima troznamenkaste brojeve (000 do 999):

- Kao cjelovit broj.
- Svaku znamenku pojedinačno (BCD).

Ako su sve znamenke i brojevi jednako vjerojatni, usporediti ekonomičnost prvog i drugog koda.

Rješenje:

Troznamenkastih brojeva ima ukupno 1000, te je za kodiranje dovoljno 10 binarnih simbola ($2^{10} = 1024 > 1000$). Ako kodiramo znamenku po znamenku, potrebno je 4 binarna simbola po znamenki ($2^4 = 16 > 10$), te je za tri znamenke potrebno ukupno 12 binarnih simbola. Dakle, prvi je način ekonomičniji u omjeru 10/12! Pojedinačno, ekonomičnost prvog koda dobivamo iz omjera entropije izvora informacije $H(X)$ tj. količine informacije I koju nosi poruka (broj) i broja binarnih simbola:

$$I = \lg 1000 = 9,966 \text{ [b]}$$

$$ek_a = H(X) / \bar{n} = 9,966 / 10 = 0,9966 \text{ [b/binarnom simbolu]}$$

$$ek_b = 9,966 / 12 = 0,8305 \text{ [b/binarnom simbolu]}$$

Očito, ekonomičnije je kodiranje cjelovitih brojeva!

3.5. Odrediti optimalni, neravnomjerni kôd za abecedu, ako su vjerojatnosti pojavljivanja slova dane tablicom:

Razmak	0,1710	G	0,0166	P	0,0204
A	0,0967	H	0,0065	R	0,0382
B	0,0155	I	0,0742	S	0,0420
C	0,0067	J	0,0435	Š	0,0086
Ć	0,0049	K	0,0298	T	0,0367
Č	0,0084	L	0,0306	U	0,0364
D	0,0319	M	0,0313	V	0,0306
E	0,0770	N	0,0464	Z	0,0144
F	0,0011	O	0,0754	Ž	0,0052

Rješenje:

Razmak	0,1710	0	0	0					
A	0,0967	0	0	1					
E	0,0770	0	1	0					
O	0,0754	0	1	1	0				
I	0,0742	0	1	1	1				
N	0,0464	1	0	0	0				
J	0,0435	1	0	0	1	0			
S	0,0420	1	0	0	1	1			
R	0,0382	1	0	1	0				
T	0,0367	1	0	1	1	0			
U	0,0364	1	0	1	1	1			
D	0,0319	1	1	0	0	0			
M	0,0313	1	1	0	0	1			
L	0,0306	1	1	0	1	0			
V	0,0306	1	1	0	1	1			
K	0,0298	1	1	1	0	0			
P	0,0204	1	1	1	0	1	0		
G	0,0166	1	1	1	0	1	1		
B	0,0155	1	1	1	1	0	0		
Z	0,0144	1	1	1	1	0	1	0	
Š	0,0086	1	1	1	1	0	1	1	
Č	0,0084	1	1	1	1	1	0	0	
C	0,0067	1	1	1	1	1	0	1	
H	0,0065	1	1	1	1	1	1	0	0
Ž	0,0052	1	1	1	1	1	1	0	1
Ć	0,0049	1	1	1	1	1	1	1	0
F	0,0011	1	1	1	1	1	1	1	1

3.6. Kodirati Hammingovim kodom H(4,3) binarnu sekvencu 1101 0010 0110 0001

Rješenje:

	1	2	3	4	5	6	7
	k_1	k_2	m_1	k_3	m_2	m_3	m_4
I. informacijski blok			1		1	0	1
$k_1 = m_1 \oplus m_2 \oplus m_4$	1						
$k_2 = m_1 \oplus m_3 \oplus m_4$		0					
$k_3 = m_2 \oplus m_3 \oplus m_4$				0			
Zaštićeni I. blok	1	0	1	0	1	0	1
II. informacijski blok			0		0	1	0
$k_1 = m_1 \oplus m_2 \oplus m_4$	0						
$k_2 = m_1 \oplus m_3 \oplus m_4$		1					
$k_3 = m_2 \oplus m_3 \oplus m_4$				1			
Zaštićeni II. blok	0	1	0	1	0	1	0
III. informacijski blok			0		1	1	0
$k_1 = m_1 \oplus m_2 \oplus m_4$	1						
$k_2 = m_1 \oplus m_3 \oplus m_4$		1					
$k_3 = m_2 \oplus m_3 \oplus m_4$				0			
Zaštićeni III. blok	1	1	0	0	1	1	0
IV. informacijski blok			0		0	0	1
$k_1 = m_1 \oplus m_2 \oplus m_4$	1						
$k_2 = m_1 \oplus m_3 \oplus m_4$		1					
$k_3 = m_2 \oplus m_3 \oplus m_4$				1			
Zaštićeni IV. blok	1	1	0	1	0	0	1

Koder odašilje redundantni niz:

1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 0 0 1

3.7. Neka tijekom prijenosa binarnog niza iz prethodnog primjera nastanu pogreške u 5. binarnom elementu II bloka i u 1. binarnom elementu III bloka. Primljeni niz je:

1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0 0 1 0 0 1 1 1 0 1 0 0 1

Dekodirati primljeni niz i otkloniti pogreške.

Rješenje:

Primljeni slijed binarnih elemenata podjeli se u blokove po sedam elemenata. Proviđi se kontrola i ispravlja blok po blok. Po modulu dva brajaju se odgovarajući binarni elementi, dobiju se novi kontrolni elementi, koji u slijedu, u obliku binarnog broja, ukazuju na lokaciju pogrešnog binarnog elementa. Ispravljanje se svodi na logičku inverziju naznačenog binarnog elementa.

	1	2	3	4	5	6	7
1. blok	1	0	1	0	1	0	1
\oplus							
1, 3, 5, 7	1		1		1		1 = 0
2, 3, 6, 7		0	1			0	1 = 0
4, 5, 6, 7				0	1	0	1 = 0

Lokacija pogreške je 000 = 0, što znači da pogreške u ovome segmentu **nema**.

Ispravno primljen informacijski niz: **1 1 0 1**

2. blok	0	1	0	1	1	1	0
\oplus							
1, 3, 5, 7	0		0		1		0 = 1
2, 3, 6, 7		1	0			1	0 = 0
4, 5, 6, 7				1	1	1	0 = 1

Lokacija pogreške je 101 = 5, što znači pogrešan je 5. binarni element.

Ispravno primljen informacijski niz : **0 0 1 0**

3. blok	0	1	0	0	1	1	0
\oplus							
1, 3, 5, 7	0		0		1		0 = 1
2, 3, 6, 7		1	0			1	0 = 0
4, 5, 6, 7				0	1	1	0 = 0

Lokacija pogreške je 001 = 1, što znači pogrešan je 1. binarni element.

Ispravno primljen informacijski niz: **0 1 1 0**

4. blok	1	1	0	1	0	0	1
\oplus							
1, 3, 5, 7	1		0		0		1 = 0
2, 3, 6, 7		1	0			0	1 = 0
4, 5, 6, 7				1	0	0	1 = 0

Lokacija pogreške je 000 = 0, što znači da nema pogreške u prijenosu 4. bloka.

Ispravno primljen informacijski niz: **0 0 0 1**

Dakle, odaslana je poruka: 1101 0010 0110 0001

3.8. Kodirati Hammingovim kodom $H(4,3)$ niz binarnih simbola:

1 1 0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 1 1 0 1 0

(01111000110011100110001001011011010)

3.9. Dekodirati Hammingov kôd, otkloniti pogreške i ispisati niz informacijskih binarnih simbola. Primljen je binarni niz:

0 1 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1 0 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 0

(110010111010001011010)

3.10. Pomoću tablice optimalno (neravnomjerno) kodirane abecede (primjer 3.5.) kodirati riječ "VIJEST". Zatim, primijeniti sigurnosni kôd $H(4,3)$. Ispisati dobiveni niz binarnih simbola.

Rz	000	G	111011	P	111010
A	001	H	11111100	R	1010
B	111100	I	0111	S	10011
C	1111101	J	10010	Š	1111011
Č	1111100	K	11100	T	10110
Ć	11111110	L	11011	U	10111
D	11000	M	11001	V	11010
E	010	N	1000	Z	1111010
F	11111111	O	0110	Ž	11111101

Rješenje:

Kodiramo "VIJEST" primjenom tablice kodova:

V	I	J	E	S	T
11010	0111	10010	010	10011	10110

Ukupni niz binarnih simbola 110100111100100101001110110 proširimo s jednom "0" na kraju kako bi imali 7 skupina po 4 binarnih simbola i kodiramo Hammingovim kodom $H(4,3)$:

1101 0011 1100 1001 0100 1110 1100

inform.	1101	0011	1100	1001	0100	1110	1100
kontr.	100	100	011	001	101	000	011
ukupno	1010101	1000011	0111100	0011001	1001100	0010110	0111100

Konačni binarni niz je:

1010101 1000011 0111100 0011001 1001100 0010110 0111100

3.11. Abecedu (26 slova i razmak) kodirati ravnomjernim binarnim kodom. Zatim, primjenom dobivenog kôda kodirati riječ “ZAGREB”. Nastali binarni slijed sigurnosno kodirati kodom H(4,3).

Rješenje:

Rz	00000	I	01001	R	10010
A	00001	J	01010	S	10011
B	00010	K	01011	T	10100
C	00011	L	01100	U	10101
D	00100	M	01101	V	10110
E	00101	N	01110	W	10111
F	00110	O	01111	X	11000
G	00111	P	10000	Y	11001
H	01000	Q	10001	Z	11010

Kodiramo slovo po slovo:

Z	A	G	R	E	B
11010	00001	00111	10010	00101	00010

Ukupni binarni niz kodiramo kodom H(4,3):

1101	0000	0100	1111	0010	0010	1000	1000
1010101	0000000	1001100	1111111	0101010	0101010	1110000	1110000

3.12. Ravnomjernim binarnim kodom kodirana je abeceda, te je taj kôd primijenjen za kodiranje poruke. Binarna je poruka sigurnosno kodirana kodom H(4,3). Primitljivi je binarni niz: **1100101 1001001 1110110 1101110 0100001 0001101 0000001**

Koji je sadržaj odaslane poruke?

Rješenje:

Dekodiramo Hammingov kôd:

	1100101	1001001	1110110	1101110	0100001	0001101	0000001
s1	1	0	1	0	1	0	1
s2	0	1	1	0	0	1	1
s3	0	0	0	1	1	1	1
greška	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
ispravno	0100101	1101001	1100110	1100110	0100101	0001111	0000000
inform.	0101	0001	0110	0110	0101	0111	0000

Binarni niz:

0101000101100110010101110000,

podijelimo u skupine po pet binarnih elemenata:

01010 00101 10011 00101 01110 000

Posljednja tri binarna elementa (000) suvišna su!

Primjenjujemo tablicu koda:

Rz	00000	I	01001	R	10010
A	00001	J	01010	S	10011
B	00010	K	01011	T	10100
C	00011	L	01100	U	10101
D	00100	M	01101	V	10110
E	00101	N	01110	W	10111
F	00110	O	01111	X	11000
G	00111	P	10000	Y	11001
H	01000	Q	10001	Z	11010

Dekodiramo poruku:

01010	00101	10011	00101	01110
J	E	S	E	N

3.13. Odrediti CRC sekvencu za izvornu poruku "ZAGREB" kodiranu kodom N^o2 (prilog 5.). Kontrolna sekvenca duljine $k=6$ je $P(x) = 110101$.

Rješenje:

Z	A	G	R	E	B
10001	11000	01011	01010	10000	10011

Sekvenca poruke $G(x)$ duljine je $m = 6 \cdot 5 = 30$ binarnih simbola:

$G(x) = 100011100001011010101000010011$

Pogrešku tijekom prijenosa predočimo sekvencom pogreške:

$$E(x) = 0000000001000000000010000000011000,$$

Nakon prijema dobijemo sekvencu $H(x) = F(x) \oplus E(x) =$

$$10001110000101101010100001001111001 \oplus$$

$$0000000001000000000010000000011000 =$$

$$H(x) = 10001110010101101010000001001100001$$

U sekvenci $H(x)$ pogreške su ispisane masnim simbolima.

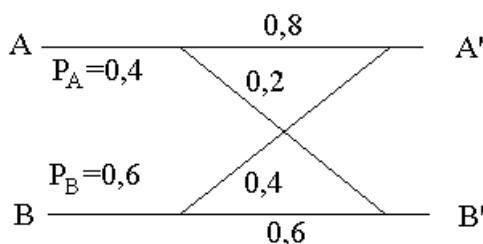
Provjeramo CRC paritet dijeljenjem sekvence $H(x)$ sekvencom $P(x)$:

$$\begin{array}{r}
 100011100101011010100001001100001 \quad / \quad 110101 \\
 \underline{110101} \\
 101101 \\
 \underline{110101} \\
 110000 \\
 \underline{110101} \\
 101010 \\
 \underline{110101} \\
 111111 \\
 \underline{110101} \\
 101001 \\
 \underline{110101} \\
 111001 \\
 \underline{110101} \\
 110001 \\
 \underline{110101} \\
 100010 \\
 \underline{110101} \\
 101110 \\
 \underline{110101} \\
 110110 \\
 \underline{110101} \\
 110001 \\
 \underline{110101} \\
 100001 \\
 \underline{110101} \\
 101001 \\
 \underline{110101} \\
 111000 \\
 \underline{110101} \\
 110100 \\
 \underline{110101} \\
 101
 \end{array}
 = R(x)$$

Ostatak dijeljenja $R(x) = ...101$ ukazuje na postojanje jedne ili više pogrešaka u primljenoj sekvenci, te se od otpremnika traži ponavljanje poruke (ARQ).

4. Kanal

4.1. Definiran je binarni kanal, te vjerojatnosti pojave pojedinih binarnih simbola na ulazu kanala, te vjerojatnosti ispravnog i pogrešnog prijenosa. Odrediti vjerojatnosti da su na izlazu kanala binarni simboli A' ili B', ako su se na ulazu kanala simboli A odnosno B. Koja je vjerojatnost da je odaslan simbol A, ako je primljen simbol A? Koja je vjerojatnost $P_{B/A'}$ da je odaslan simbol B, ako je primljen simbol A?



Slika 1. Binarni kanal

Rješenje:

$$P_{A'} = P_A \cdot 0,8 + P_B \cdot 0,4 = 0,4 \cdot 0,8 + 0,6 \cdot 0,4 = 0,32 + 0,24 = 0,56$$

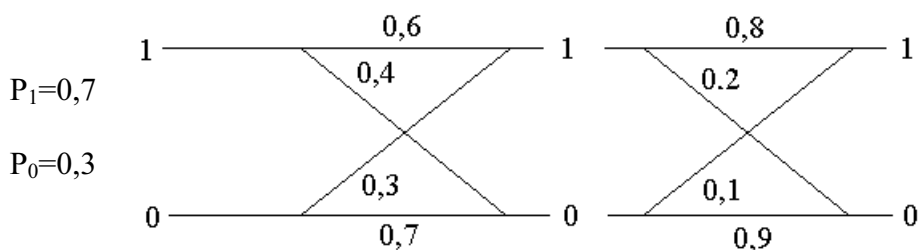
$$P_{B'} = P_B \cdot 0,6 + P_A \cdot 0,2 = 0,6 \cdot 0,6 + 0,4 \cdot 0,2 = 0,36 + 0,08 = 0,44$$

$$P_{A/A'} = P_{AA'} / P_{A'} = 0,4 \cdot 0,8 / 0,56 = 0,32 / 0,56 = 0,571$$

$$P_{B/A'} = P_{BA'} / P_{A'} = 0,6 \cdot 0,4 / 0,56 = 0,24 / 0,56 = 0,429$$

$$(P_{A/B'} = 0,182; P_{B/B'} = 0,818)$$

4.2. Dva binarna kanala kaskadno su povezana. Odrediti vjerojatnosti pojavljivanja binarnih simbola na izlazu kanala.



Slika 1. Dva kaskadno spojena binarna kanala

$$(0,457 \text{ i } 0,543)$$

4.3. Odrediti kapacitet binarnog simetričnog kanala, ako je vjerojatnost pogreške $P_e=0,15$.

Rješenje:

Budući nije zadana brzina prijenosa, može se izračunati relativna promjena C_r u kapacitetu kanala u odnosu na BSC bez pogreške u prijenosu, ili pretpostaviti da je kapacitet kanala bez pogreške C_0 :

$$C_r = 1 + P_e \lg P_e + (1 - P_e) \lg (1 - P_e)$$

$$C_r = 1 + 0,15 \lg 0,15 + 0,85 \lg 0,85$$

$$C_r = 0,39 \cdot C_0$$

Kapacitet kanala bez pogreške je 1 [b/s], a uz pogrešku od 15% biti će 0,39 [b/s].

4.4. Odrediti kapacitet BSC ako je vjerojatnost pogreške $P_e=0,05$.

$$(0,7136 \cdot C_0)$$

4.5. Odrediti kapacitet BSC ako je vjerojatnost ispravnog prijenosa $P=0,9$. Brzina prijenosa binarnih simbola je $C_0 = 10$ kb/s.

Rješenje:

Ako je vjerojatnost ispravnog prijenosa $P=0,9$, vjerojatnost pogrešnog prijenosa u BSC-u je $P_e=0,1$, te je kapacitet kanala u usporedbi s BSC-om u kojem nema pogrešaka:

$$C = 10^4 \cdot [1 + P_e \lg P_e + (1 - P_e) \lg (1 - P_e)]$$

$$C = 10^4 \cdot (1 + 0,1 \lg 0,1 + 0,9 \lg 0,9) = 5,31 \text{ kb/s}$$

4.6. Binarnim simetričnim kanalom može se prenositi 4,8 kb/s. Koliko je informacije moguće prenijeti tim kanalom, ako je vjerojatnost pogreške u prijenosu $P_e=10^{-7}, 10^{-3}, 10^{-1}$?

$$(4799,9884 \text{ b/s}; 4745,24 \text{ b/s}; 2548,82 \text{ b/s})$$

4.7. Odrediti kapacitet dva kaskadno vezana BSC-a ako je vjerojatnost pogreške prvoga $P_{e1}=0,05$, a drugoga $P_{e2}=0,1$. Brzina prijenosa je 14,4 kb/s.

Rješenje:

Kao prvo, moramo izračunati ukupnu vjerojatnost pogreške u prijenosu binarnih simbola. Pogreška nastaje u jednom ili u drugom kanalu, ali ako nastane u jednom i drugom kanalu, tada to nije pogreška! Vjerojatnost pogreške P_e je:

$$P_e = P_{e1} (1 - P_{e2}) + P_{e2} (1 - P_{e1})$$

$$P_e = 0,05 \cdot 0,9 + 0,1 \cdot 0,95 = 0,14$$

Do istog rezultata dolazimo i slijedećim razmatranjem:

Ispravan je prijenos ako jedan i drugi kanal ispravno prenesu binarni simbol **ili** ako u jednom i drugom kanalu imamo pogrešku, tj:

$$P = P_1 \cdot P_2 + P_{e1} \cdot P_{e2}$$

$$P = (1 - 0,05) \cdot (1 - 0,1) + 0,05 \cdot 0,1 = 0,86$$

Tada je vjerojatnost pogreške:

$$P_e = 1 - P = 1 - 0,86 = 0,14$$

Nakon što smo izračunali vjerojatnost pogreške ukupnog BSC-a, možemo odrediti i kapacitet ukupnog kanala:

$$C = 14400 \cdot [1 + P_e \lg P_e + (1 - P_e) \lg (1 - P_e)]$$

$$C = 14400 \cdot (1 + 0,14 \lg 0,14 + 0,86 \lg 0,86)$$

$$C = 5897 \text{ b/s}$$

4.8. Četiri binarna kanala podjednakih brzina prijenosa 9,8 kb/s i jednakih vjerojatnosti pogrešaka $P_{e1}=10\%$, povezani su kaskadno. Koji je kapacitet ukupnog kanala?

Rješenje:

Pogreška u ukupnom kanalu nastaje kada je pogrešan prijenos u jednom ili u tri od ukupno četiri kaskadno vezanih kanala, ali ne i kada su pogrešno prenijeti binarni simboli u dva ili u sva četiri kanala. Dakle, vjerojatnost pogreške je:

$$P_e = 4 \cdot P_{e1} \cdot (1 - P_{e1})^3 + 4 \cdot P_{e1}^3 \cdot (1 - P_{e1})$$

$$P_e = 4 \cdot 0,1 \cdot 0,9^3 + 4 \cdot 0,1^3 \cdot 0,9 = \mathbf{0,2952}$$

Kapacitet kanala jednak je:

$$C = 9800 [1 + 0,2952 \cdot \lg 0,2952 + (1 - 0,2952) \cdot \lg (1 - 0,2952)]$$

$$C = 9800 \cdot (1 - 0,5196 - 0,2121)$$

$$C = 9800 \cdot 0,2683 = \mathbf{1222 \text{ b/s}}$$

4.9. Odrediti vjerojatnost pogreške u 8 i 12 kaskadno povezanih BSC-a ako je u svakom od njih pojedinačno vjerojatnost pogreške 10%. (41,61%, 46,56%)

4.10. Vjerojatnost pogreške u BSC-u je $P_e=10^{-3}$. Odrediti vjerojatnost pogreške u prijenosu informacijskih binarnih elemenata, ako je primijenjen sigurnosni kôd H(4,3). $C_0=10$ kb/s.

Rješenje:

Do vjerojatnosti pogreške doći ćemo promatranjem ispravnog prijenosa. Ako nema zaštitnog kodiranja, vjerojatnost **ispravnog** prijenosa **četvorke** binarnih elemenata je:

$$P_{K4} = P^4 = (1 - P_e)^4$$

$$P_{K4} = 0,999^4 = 0,996006$$

Vjerojatnost pogrešnog prijenosa četvorke je

$$P_{e4} = 1 - P_{K4} = 0,003994 \approx 4 \cdot 10^{-3} \quad (1)$$

Ako je poruka kodirana zaštitim kodom H(4,3), informacija je ispravno prenijeta ako je **sedmorica** binarnih elemenata ispravno prenijeta, ali i ako je nastala samo jedna pogreška u sedmorci. Dakle, vjerojatnost ispravnog prijenosa je:

$$P_{K7} = P_K^7 + 7 \cdot P_e P_K^6$$

$$P_{K7} = 0,999^7 + 7 \cdot 0,001 \cdot 0,999^6$$

$$P_{K7} = 0,993021 + 0,0069581 = 0,9999791$$

Vjerojatnost pogreške informacijske četvorke je

$$P_{e7} = 1 - P_{K7} = 2,09 \cdot 10^{-5} \quad (2)$$

Rezultat (2) približno je 200 puta manji od rezultata (1), te bi za primjenu Hammingovog koda u ovom slučaju rekli, da ima procesno pojačanje 200.

Po jednom binarnom simbolu informacijske četvorke, vjerojatnost pogreške je:

$$P_{e1} = 1 - (P_7)^{1/4}$$

$$P_{e1} = 1 - (0,9999791)^{1/4}$$

$$P_{e1} = 5,22 \cdot 10^{-6}$$

Što je s kapacitetom kanala?

Ako je pogreška $P_e = 10^{-3}$, kapacitet je :

$$C_4 = 10000 [1 + 10^{-3} \lg 10^{-3} + (1-10^{-3}) \lg (1-10^{-3})]$$

$$C_4 = 10000 [1 - 0,0099658 - 0,0014419]$$

$$C_4 = 9885,9 \text{ b/s} = 9,8859 \text{ kb/s}$$

Primjenom zaštitnog koda, vjerojatnost pogreške je manja ($P_{e1} = 5,22 \cdot 10^{-6}$), što bi moglo navesti na zaključak da se kapacitet kanala **povećao!** Međutim, ne smije se zaboraviti da za prijenos informacije koristimo samo 4/7 binarnih simbola.

$$C_7 = C_0 \cdot 4/7 \cdot [1 + 5,22 \cdot 10^{-6} \lg 5,22 \cdot 10^{-6} + (1 - 5,22 \cdot 10^{-6}) \lg (1 - 5,22 \cdot 10^{-6})]$$

$$C_7 = 10000 \cdot 4/7 \cdot [1 - 0,0000916 - 0,00000753]$$

$$C_7 = 10000 \cdot 4/7 \cdot 0,9999$$

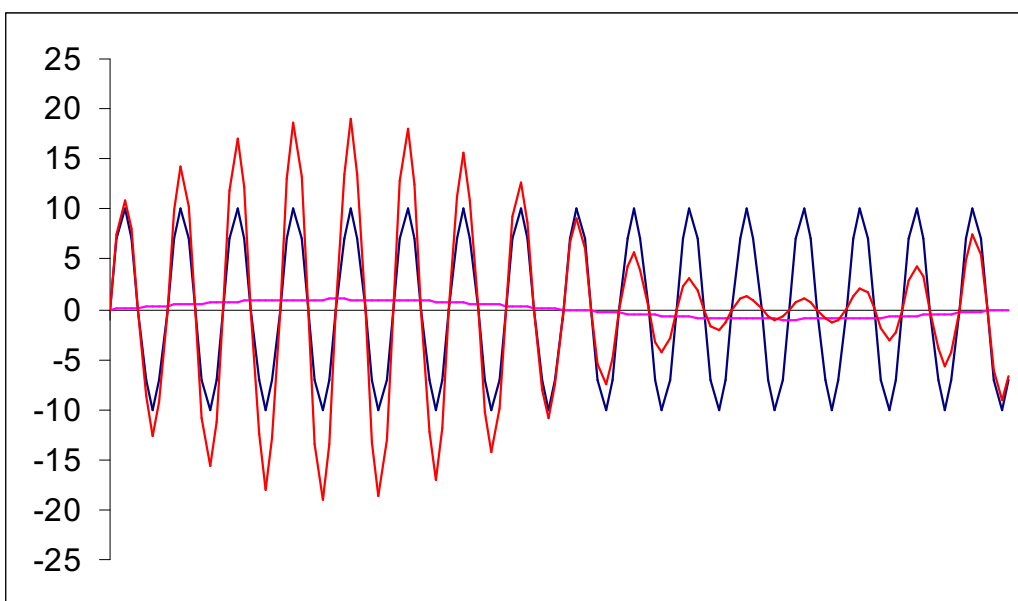
$$C_7 = 5713,72 \text{ b/s} = 5,713 \text{ kb/s}$$

Dakle, efektivni kapacitet kanala se smanjio. To je **cijena sigurnijeg** prijenosa informacije.

5. Modulacija

5.1. Odrediti ukupnu snagu AM signala na teretu otpora $R=50\ \Omega$, ako je amplituda nosećeg signala $A_0=10\text{ V}$, frekvencija 100kHz , modulacijski signal sinusni frekvencije $f_m=1\text{kHz}$, koeficijent amplitudne modulacije $m=0,9$. Nacrtati spektar AM signala.

Rješenje:



Slika 1. AM signal, $m = 0,9 = 90\%$

Snaga nosećeg signala je:

$$P_0 = \frac{A_0^2}{2 \cdot R} = \frac{10^2}{2 \cdot 50} = 1\text{ W}$$

Amplitude gornje i donje bočne komponente jednake su i iznose:

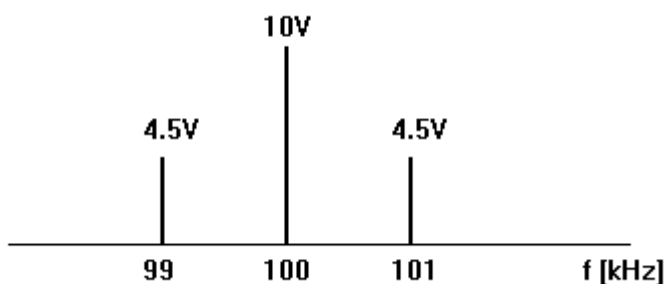
$$U_{GB} = U_{DB} = A_0 \frac{m}{2} = 10 \frac{0,9}{2} = 4,5\text{ V}$$

Snaga donje ili gornje bočne komponente iznosi:

$$P_{GB} = P_{DB} = \frac{(A_0 m / 2)^2}{R} = \frac{(10 \cdot 0,9 / 2)^2}{2 \cdot 50} = 0,2025\text{ W}$$

Ukupna snaga AM signala, jednaka je :

$$P_{AM} = P_0 + P_{GB} + P_{DB} = 1 + 0,2025 + 0,2025 = 1,405\text{ W}$$



Slika 2. Spektar amplituda AM signala

5.2. Modulacijski signal sadrži 5 komponenata frekvencija $f = i \cdot 400$ Hz i amplituda $A_i = 10/i$, $i = 1, 2, 3, 4$ i 5 . Ukupni koeficijent AM treba biti $m_{AM} = 1$, a osjetljivost modulatora za sve frekvencije jednaka je. Amplituda nosača jest 10V, frekvencija 1MHz. Odrediti pojedinačne koeficijente amplitudne modulacije, snagu AM signala, te snage nosača i ukupnu snagu gornjeg i donjeg bočnog pojasa. Koji frekvencijski pojas zauzima AM signal? Teret je impedancije 50Ω .

Rješenje:

Zbroj amplituda jednog bočnog pojasa manji je ili jednak $m \cdot A_0 / 2$, tako da zajedno s drugim bočnim pojasom i nosačem, promjena amplitude iznosi $\pm m \cdot A_0$. To znači:

$$A_0 \frac{m}{2} = \sum_{i=1}^5 \frac{m_i A_0}{2} = \frac{A_0}{2} \sum_{i=1}^5 m_i$$

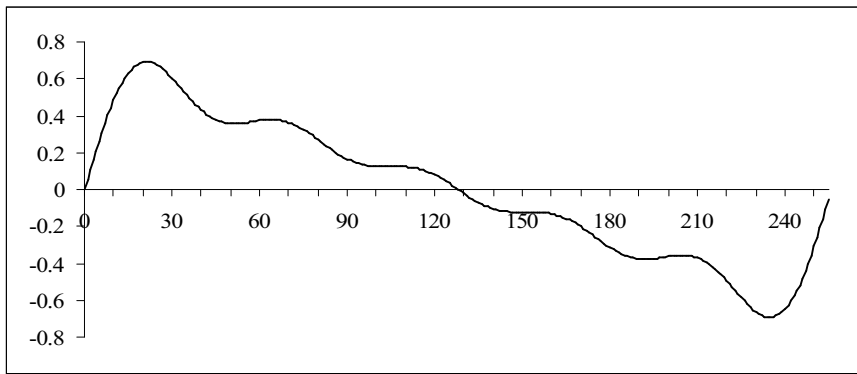
$$10 \cdot 1/2 = m_i \cdot 10 (1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5)$$

$$1 = m_i \cdot 4,567 \quad m_i = 1/4,567 = 0,21898$$

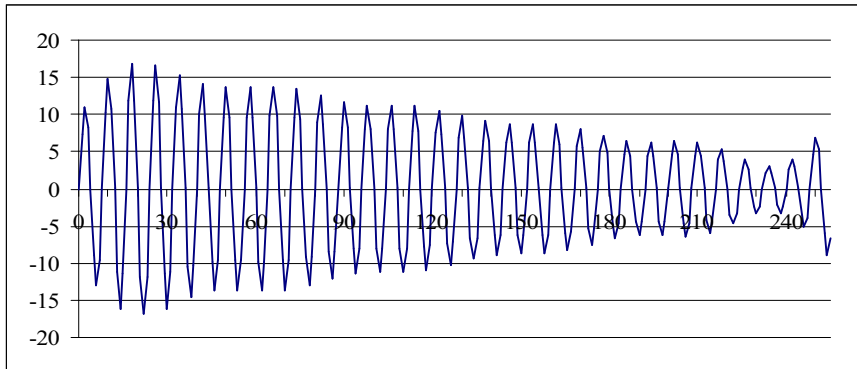
i	0	1	2	3	4	5	
m_i		0,438	0,219	0,146	0,11	0,088	$\Sigma=1,001$
A_i	10	2,189	1,095	0,73	0,55	0,44 V	
P_i	1000	47,92	12	5,33	3,02	1,94 mW	

$$P_{AM} = P_0 + 2 \sum_{i=1}^5 P_i = 1140,42 \text{ mW}$$

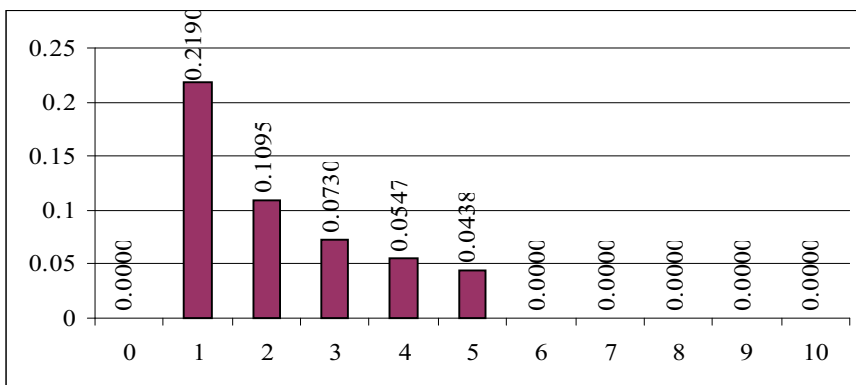
Udio snage dva bočna pojasa u ukupnoj snazi signala, iznosi samo 14%.



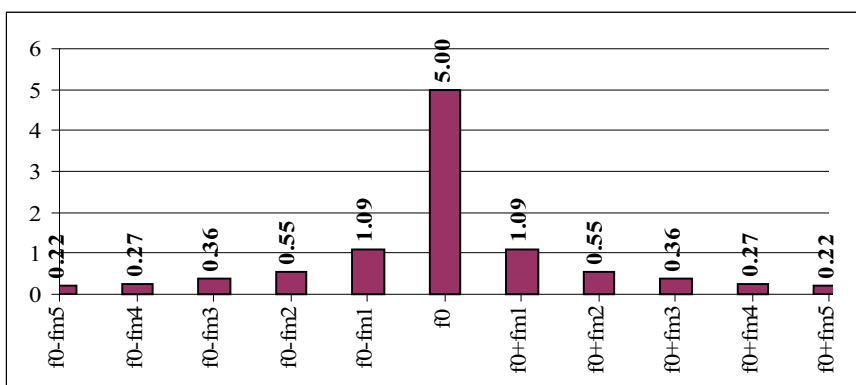
Slika 1. Modulacijski signal



Slika 2. AM signal



Slika 3. Spektar amplituda modulacijskog signala



Slika 4. Spektar amplituda AM signala

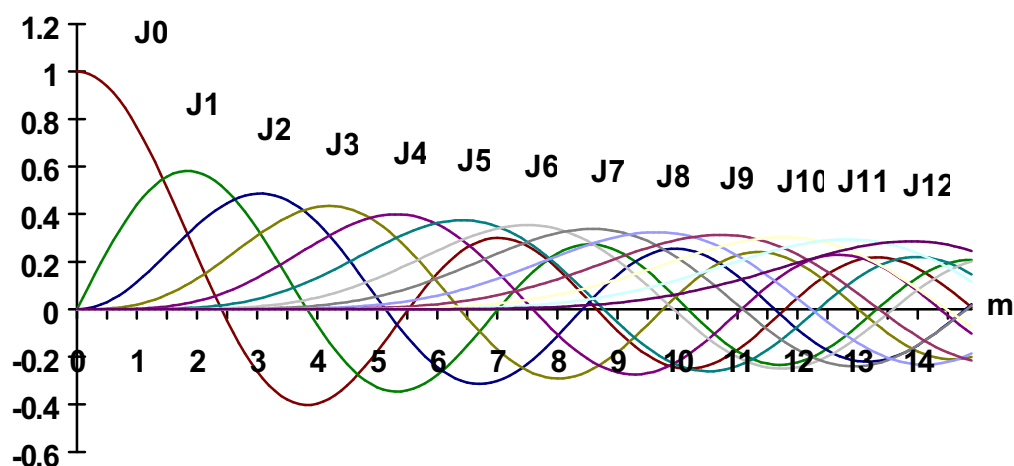
5.3. Odrediti spektar FM signala, ako je modulacijska frekvencija $f_m = 3$ kHz, devijacija frekvencije $\Delta f = 12$ kHz, frekvencija nosača $f_0 = 30$ MHz, a amplituda nosećeg signala $A_0 = 10$ V.

Rješenje:

Amplitude komponenti spektra jednake su:

$$Y_i = A_0 \cdot J_n(m)$$

$J_n(m)$ je Besselova funkcija prve vrste, reda n i argumenta m . Grafovi Besselovih funkcija prikazani su na slici 1., tablice su u privitku 3.



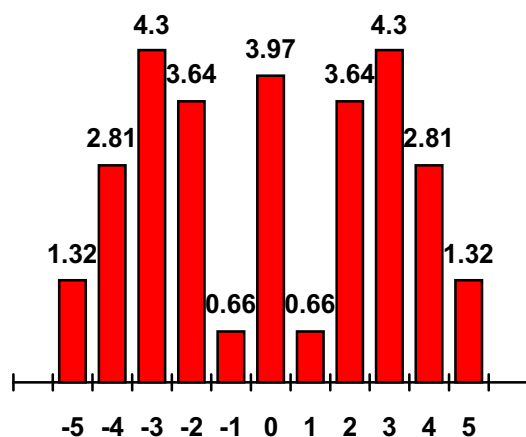
Slika 1. Grafovi Besselovih funkcija $J_n(m)$

Argument Besselovih funkcija jednak je indeksu modulacije, što je za FM signal u ovom primjeru:

$$m_{FM} = \frac{\Delta f_{\max}}{f_m} = \frac{12}{3} = 4$$

Amplitude komponenata spektra su:

$J_0(4) =$	- 0,39715	$Y_0 =$	3,97 V
$J_1(4) =$	- 0,06604	$Y_1 =$	0,66 V
$J_2(4) =$	0,364128	$Y_2 =$	3,64 V
$J_3(4) =$	0,43017	$Y_3 =$	4,30 V
$J_4(4) =$	0,28112	$Y_4 =$	2,81 V
$J_5(4) =$	0,13208	$Y_5 =$	1,32 V



Slika 2. Spektar amplituda FM signala

Praktična širina frekvencijskog pojasa određuje se izrazom:

$$B_{FM} = 2 \cdot (\Delta f + f_{mg})$$

$$B_{FM} = 2 \cdot (12 + 3) = 30 \text{ kHz}$$

Uz $f_m = 3 \text{ kHz}$, to znači, da bi komunikacijskim kanalom širine 30 kHz uz f_0 moglo proći po 5 komponenata s "gornje" i "donje" strane f_0 .

Amplituda komponente	Kvadrat amplitude
1,32	1,7424
2,81	7,8961
4,30	18,49
3,64	13,2496
0,66	0,4356
3,97	15,7609
0,66	0,4356
3,64	13,2496
4,30	18,49
2,81	7,8961
1,32	1,7424
Σ	99,3883

Snaga FM signala računata kao zbroj snaga komponenti je 0,993883 W.

Snaga signala ne ovisi o promjeni frekvencije (FM) što iznosi:

$$P_{FM} = \frac{A_0^2}{2 \cdot R} = \frac{10^2}{2 \cdot 50} = 1 \text{ W}$$

Mala razlika u izračunatim snagama dolazi od ograničenja frekvencijskog pojasa u tablici na samo po 5 bočnih komponenata u svakom od bočnih pojasa.

6. Promet

6.1. Tijekom vremenskog intervala $t = 400$ s, za uslugu se prijavilo 1000 korisnika. Odrediti intenzitet pojavljivanja korisnika λ i srednje vrijeme ulazaka (pristizanja) korisnika T_a .

Rješenje:

$$\lambda = 1000 / 400 = 2,5 \text{ korisnika u sekundi.}$$

$$T_a = 1/\lambda = 400 / 1000 = 0,4 \text{ s.}$$

6.2. Dvadeset ($N=20$) kupaca: k_1 do k_{20} , pristiglo je na blagajnu samoposluživanja prema redosljedu, te u trenutcima t_i prikazanim u tablici:

k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9	k_{10}	k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_{14}	k_{15}	k_{16}	k_{17}	k_{18}	k_{19}	k_{20}
2,5	0,1	0,0	3,1	6,3	8,3	0,7	9,8	5,5	0,7	8,7	8,6	6,5	3,3	1,0	8,6	4,1	1,2	0,2	9,1

Vrijeme je u minutama. Odrediti intenzitet λ i srednje vrijeme ulazaka T_a , te izračunati međudolazna vremena i njihovu srednju vrijednost.

Rješenje:

Prvi je na blagajnu došao kupac k_3 , u trenutku $t_3=0'$, a posljednji je k_8 u trenutku $t_8=9,8'$. 20 kupaca stiglo je na blagajnu u vremenskom intervalu od $9,8'$, te je intenzitet ulazaka u sustav posluživanja:

$$\lambda = 20 / 9,8 = 2,04 \text{ kupaca u minuti.}$$

Srednje vrijeme ulazaka je

$$T_a=0,49'$$

Međudolazna vremena t_i u trećem su retku tablice:

	k_3	k_2	k_{19}	k_7	k_{10}	k_{15}	k_{18}	k_1	k_4	k_{14}	k_{17}	k_9	k_5	k_{13}	k_6	k_{12}	k_{16}	k_{11}	k_{20}	k_8
t_{ai}	0	0,1	0,2	0,7	0,7	1	1,2	2,5	3,1	3,3	4,1	5,5	6,3	6,5	8,3	8,6	8,6	8,7	9,1	9,8
t_i	0	0,1	0,1	0,5	0	0,3	0,2	1,3	0,6	0,2	0,8	1,4	0,8	0,2	1,8	0,3	0	0,1	0,4	0,7

Srednju vrijednost međudolaznih vremena izračunamo na slijedeći način:

$$\bar{T} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{20} t_i = 0,49'$$

6.3. Intenzitet ulazaka clijenata u sustav posluživanja je $\lambda = 100$ [1/h]. Koja je vjerojatnost da se u vremenskom intervalu od $t=10'$ pojavi 10 clijenata? Koja je vjerojatnost da se formira rep čekanja, ako posluživanje traje $t_s=2,4'$, a poslužitelja je $m=6$?

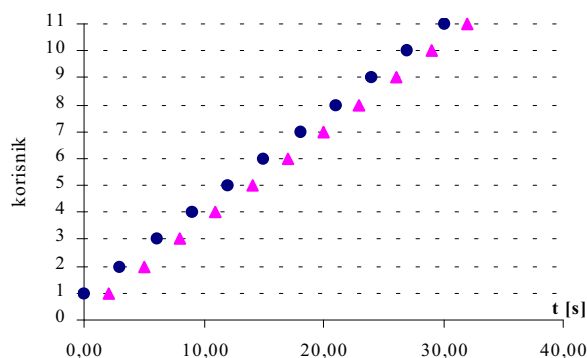
Rješenje:

Razdioba broja clijenata je Poissonova:

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}$$

Za $n = 10$ i $\lambda = 100$ [1/h] i $t=10'/60' = 1/6$, dobijemo:

Proces posluživanja prikazan je grafički. Posluživanje korisnika se ne "preklapa", blokade nema, te je dovoljan samo jedan poslužitelj, $n = 1$, sustav je D/D/1.



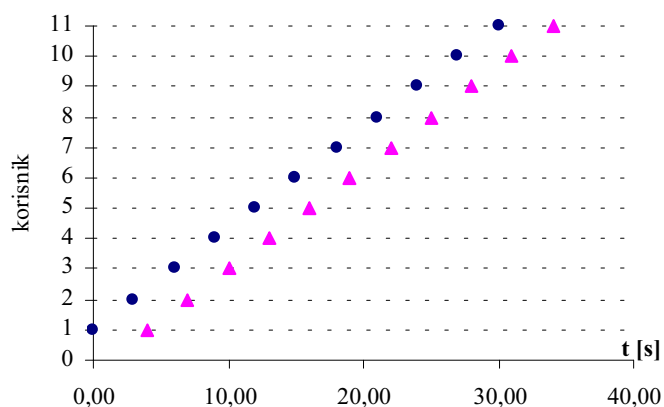
● Ulaz korisnika ▲ Izlaz, korisnik poslužen

Ako je posluživanje $t_{si} = 4$ s, situacija se mijenja:

	min	max		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
korisnik														
ulaz [s]	3	3		0,00	3,00	6,00	9,00	12,00	15,00	18,00	21,00	24,00	27,00	30,00
međudolazno vrijeme [s]	0,00	3,00		0,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00
usluga [s]	4	4		4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00
izlaz [s]				4,00	7,00	10,00	13,00	16,00	19,00	22,00	25,00	28,00	31,00	34,00
blokada					*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Iz tablice i slike, vidljivo je da je nakon prvog klijenta sustav u blokadi. Moguća su rješenja:

- * Blokirani klijenti čekaju, rep čekanja.
- * Blokirani klijent se ne poslužuje, gubici sustava.
- * Uvodi se drugi poslužitelj, D/D/2. Sustav je skuplji.



● Ulaz korisnika ▲ Izlaz, korisnik poslužen

6.5. Koliko je poslužitelja potrebno u sustavu D/D/ n , ako je $t_{ai}=10'$, posluživanje traje $t_{si}=35''$?

($n=4$)

6.6. Analizirati ponašanje sustava M/D/ n , ako je $\lambda=10$ [1/s], a posluživanje traje $t_{si}=8$ s.

6.7. Izračunati vjerojatnost blokiranja $n=4$ kanala prijenosne linije koja povezuje dva telefonska komutacijska centra. Promet je $A=2$ Erl.

Rješenje:

Sustav je M/G/4, te je vjerojatnost blokiranja kanala određena Erlangovom B formulom:

$$B_c(n, A) = \frac{\frac{A^n}{n!}}{\sum_{i=0}^n \frac{A^i}{i!}}$$

$$B_c(4;2) = \frac{\frac{2^4}{4!}}{1 + 2 + \frac{2^2}{2!} + \frac{2^3}{3!} + \frac{2^4}{4!}} = \frac{\frac{16}{24}}{1 + 2 + \frac{4}{2} + \frac{8}{6} + \frac{16}{24}} = \frac{2}{21} = 9,5\%$$

Vjerojatnost blokiranja kanala je $B_c=0,095$. Kvaliteta usluge je

$$QoS = 1 - B_c = 1 - 0,095 = 0,905$$

To znači, da je vjerojatnost uspješne komunikacije 90,5%.

6.8. Kako se promjeni kvaliteta usluge, ako se u prethodnom primjeru promet promijeni za 0,5 Erl? Broj kanala ostaje nepromijenjen, $n=4$.

Rješenje:

- a) Ako se promet poveća, sa 2 Erl na $A=2,5$ Erl, primjenom Erlangove B formule, dobije se:

$$B_c(4;2,5) = \frac{\frac{2,5^4}{4!}}{1 + 2,5 + \frac{2,5^2}{2!} + \frac{2,5^3}{3!} + \frac{2,5^4}{4!}} = \frac{\frac{39,0625}{24}}{1 + 2,5 + \frac{6,25}{2} + \frac{15,625}{6} + \frac{39,0625}{24}} = 15\%$$

Kvaliteta usluge $QoS = 0,85$ manja je nego li kada je promet bio 2 Erl.

- b) Ako se promet smanji, sa 2 Erl na $A=1,5$ Erl, primjenom Erlangove B formule, dobije se:

$$B_c(4;1,5) = \frac{\frac{1,5^4}{4!}}{1 + 1,5 + \frac{1,5^2}{2!} + \frac{1,5^3}{3!} + \frac{1,5^4}{4!}} = \frac{\frac{5,0625}{24}}{1 + 1,5 + \frac{2,25}{2} + \frac{3,375}{6} + \frac{5,0625}{24}} = 4,8\%$$

Kvaliteta usluge $QoS = 0,953$, bolja je nego li kada je promet bio 2 Erl.

6.9. Usmjerivač u računalnoj mreži može poslužiti do 400 paketa u sekundi. Paketi iz više izvora pristižu prosječnom učestalošću od 300 paketa u sekundi. Odrediti faktor opterećenja usmjerivača i vjerojatnost da pristigli paket čeka na otpremu više od 10 ms, ako je model sustava posluživanja M/M/1.

Rješenje:

Iz zadanih podataka, vidi se da je intenzitet ulazaka paketa u sustav posluživanja:

$$\lambda = 300 \text{ 1/s}$$

Srednje međudolazno vrijeme je

$$T_A = 1/\lambda = 1/300 = 3,33.. \text{ ms}$$

Intenzitet posluživanja usmjerivača je

$$\mu = 400 \text{ 1/s}$$

Srednja vrijednost trajanja posluživanja je

$$T_S = 1/\mu = 1/400 = 2,5 \text{ ms}$$

Opterećenje poslužitelja - usmjerivača je

$$\rho = \lambda / \mu = 300 / 400 = 0,75 = 75\%$$

Vjerojatnost čekanja paketa u repu usmjerivača više od $t_w = 0,01 \text{ s}$ za M/M/1 sustav posluživanja računamo primjenom formule (jednadžba² 5.3.20) za raspodjelu vremena čekanja:

$$W(t) = 1 - \exp(2 \cdot v \cdot t / \sigma^2)$$

$$v = \rho - 1 = 0,75 - 1 = -0,25$$

Za M/M/1 model (Sinković, str. 96) je

$$\sigma^2 = 2 \lambda T_S^2 = 2 \rho T_S = 2 \cdot 0,75 \cdot 0,0025 = 0,00375$$

Vjerojatnost čekanja dužeg od 10 ms je:

$$P_w(0,01) = 1 - W(0,01)$$

$$P_w(0,01) = \exp(-2 \cdot 0,25 \cdot 0,01 / 0,00375) = 0,2636$$

6.10. U lokalnoj računalnoj mreži, prosječna brzina obrade i prijenosa podataka je 10 Mb/s. Paketi duljine 1 kB pristižu srednjom učestalošću od 800 1/s. Odrediti srednje međudolazno vrijeme, brzinu i trajanje obrade paketa i opterećenje procesora. Koja je vjerojatnost, da paket čeka na otpremu duže od dvostrukog, trostrukog ... trajanja obrade?

Rješenje:

$$\text{Srednje međudolazno vrijeme je } T_A = 1/\lambda = 1/800 = 1,25 \text{ ms}$$

$$\text{Brzina obrade i prijenosa paketa je } \mu = 10.000.000 / 1.000 \cdot 8 = 1250 \text{ [1/s]}$$

$$\text{Srednje trajanje obrade jednog paketa je } T_S = 1/\mu = 0,8 \text{ ms}$$

$$\text{Opterećenje procesora je } \rho = \lambda / \mu = 800 / 1250 = 0,64 = 64\%$$

Ako pretpostavimo da je model posluživanja M/M/1, tada je:

$$v = \rho - 1 = 0,64 - 1 = -0,36$$

$$\sigma^2 = 2 \cdot \lambda \cdot T_S^2 = 2 \cdot 800 \cdot (8 \cdot 10^{-3})^2 = 0,001204$$

$$W(t) = 1 - \exp(2 \cdot v \cdot t / \sigma^2)$$

² Vjekoslav Sinković, **Informacijske mreže**, Školska knjiga, Zagreb, 1994.

Za $t = 2 \cdot T_S = 1,6 \text{ ms}$, dobije se $W(0,0016) = 0,3246$

Za $t = 3 \cdot T_S = 2,4 \text{ ms}$, dobije se $W(0,0024) = 0,185 \dots$

k	1	2	3	4	5	6	7
$W(k \cdot T_S)$	0,57	0,3246	0,185	0,105	0,06	0,034	0,0195

Srednje vrijeme čekanja (Sinković, 5.4.1.):

$$T_W = \rho \cdot T_S / (1-\rho) = 0,64 \cdot 0,0008 / (1-0,64) = 1,42 \text{ ms}$$

Srednji broj paketa u repu (S.5.4.2.):

$$L_W = \lambda \cdot T_W = 800 \cdot 0,00142 = 1,14$$

Srednje vrijeme zadržavanja u sustavu (usluga+čekanje, S.5.4.3.):

$$T_Q = T_S + T_W = 0,8 + 1,42 = 2,22 \text{ ms}$$

$$T_Q = T_S / (1-\rho) = 0,8 / (1-0,64) = 2,22 \text{ ms}$$

Srednji broj paketa u sustavu je (S.5.4.4.):

$$L_Q = \lambda \cdot T_Q = 800 \cdot 0,00222 = 1,78$$

6.11. Što se mijenja u prethodnom primjeru, ako je model M/D/1? Parametri su podjednaki.

Rješenje:

Srednje međudolazno vrijeme je $T_A = 1/\lambda = 1/800 = 1,25 \text{ ms}$

Sustav posluživanja je s determiniranom raspodjelom, te je brzina obrade konstanta a ne srednja vrijednost kao u prethodnom primjeru:

brzina obrade i prijenosa paketa je $\mu = 10.000.000 / 1.000 \cdot 8 = 1250 \text{ [1/s]}$

Podjednak je i zaključak za trajanje obrade paketa:

Trajanje obrade jednog paketa je $T_S = 1/\mu = 0,8 \text{ ms}$

Opterećenje procesora je $\rho = \lambda / \mu = 800 / 1250 = 0,64 = 64\%$

Opterećenje procesora ostalo je srednja vrijednost!

Za M/D/1, parametar $v = \rho - 1$, ali je $\sigma^2 = \lambda \cdot T_S^2$, tako da je vrijeme čekanja:

$$T_W = -\sigma^2 / 2v = \lambda \cdot T_S^2 / 2 \cdot (1-\rho) = \rho \cdot T_S / 2 \cdot (1-\rho) = 0,64 \cdot 0,0008 / 2 \cdot (1-0,64) = 0,71 \text{ ms}$$

$$L_W = \lambda \cdot T_W = 800 \cdot 0,00071 = 0,57$$

$$T_Q = T_S + T_W = 0,8 + 0,71 = 1,51 \text{ ms}$$

$$T_Q = T_S \cdot (1-\rho/2) / (1-\rho) = 0,8 \cdot (1-0,64/2) / (1-0,64) = 1,51 \text{ ms}$$

$$L_Q = \lambda \cdot T_Q = 800 \cdot 0,00151 = 1,21$$

Prilozi

1. Vjerojatnost i statistika

1.1. Kombinatorika

Kada na raspolaganju imamo n elemenata, možemo od njih sastavljati različite skupine od k elemenata. Ako je $k = n$ i mijenjamo raspored tih n elemenata, imamo tzv. **permutacije**. Broj različitih permutacija P_n određen je izrazom:

$$P_n = n!$$

Ako tvorimo skupine koje sadrže neki drugi broj elemenata $k \neq n$, tada govorimo o **varijacijama**. Ako nije dopušteno ponavljanje istog elementa u varijaciji, (varijacije bez ponavljanja) broj varijacija k -tog reda od n elemenata V_n^k je:

$$V_n^k = n(n-1)(n-2)\dots[n-(k-1)]$$

Vidimo, da vrijedi $P_n = V_n^n$ dakle, permutacije i varijacije bez ponavljanja n -tog reda od n elemenata isto su što i permutacije n elemenata!

Ako je ponavljanje dopušteno, imamo **varijacije s ponavljanjem**, kojih za k -ti red od n elemenata imamo ukupno \bar{V}_n^k :

$$\bar{V}_n^k = n^k$$

Moguće je, da je raspored elemenata u skupini nebitan, važno je samo kojih je k elemenata od ukupno n uvršteno. Tada govorimo o **kombinacijama** k -tog reda od n elemenata, kojih ima ukupno:

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Primjer:

Neka su elementi $\{a,b,c,d,e\}$, dakle $n=5$.

Broj permutacija je $P_n = n! = 5! = 120$. Navedimo nekoliko:

abcde, abced, acbde...

Broj varijacija ovisi o redu. Bez ponavljanja ima ih:

$$V_5^1 = 5 : a, b, c, d, e$$

$$V_5^2 = 5 \cdot 4 = 20 : ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de, ba, ca, da, ea, cb, db, eb, dc, ec \text{ i } ed.$$

$$V_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 : abc, abd, abe, bcd, bce, cde, \dots cba \dots$$

$$V_5^4 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120 : abcd, abce, bcde, \dots$$

$$V_5^5 = 5! = 120 : abcde, abced, acbde, \dots$$

Broj varijacija s ponavljanjem je:

$$\overline{V}_5^1 = 5^1 = 5 : a, b, c, d, e.$$

$$\overline{V}_5^2 = 5^2 = 25 : aa, ab, ac, ad, ae, ba, bb, bc, bd, be, ca, cb, cc, \dots ee.$$

$$\overline{V}_5^3 = 5^3 = 125 : aaa, aab, aac, aad, aae, aba, \dots eee.$$

$$\overline{V}_5^4 = 5^4 = 625 : aaaa, aaab, aaac, \dots eeee.$$

$$\overline{V}_5^5 = 5^5 = 3125 : aaaaa, aaaab, \dots eeeee.$$

Broj kombinacija je:

$$C_5^1 = \binom{5}{1} = \frac{5!}{1! (5-1)!} = \frac{5!}{1!4!} = 5 : a, b, c, d, e.$$

$$C_5^2 = \binom{5}{2} = \frac{5!}{2! (5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = 10 : ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce i de.$$

$$C_5^3 = \binom{5}{3} = \frac{5!}{3! (5-3)!} = \frac{5!}{3!2!} = 10 : abc, abd, abe, acd, ace, ade, bcd, bce, bde i cde.$$

$$C_5^4 = \binom{5}{4} = \frac{5!}{4! (5-4)!} = \frac{5!}{4!1!} = 5 : abcd, abce, abde, acde i bcde.$$

$$C_5^5 = \binom{5}{5} = \frac{5!}{5! (5-5)!} = \frac{5!}{5!0!} = 1 : abcde.$$

1.2. Vjerojatnost

Vjerojatnost slučajnog događaja A je

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{broj povoljnih slucajeva za A}}{\text{broj mogucih slucajeva za A}}$$

Formula za totalnu ili potpunu vjerojatnost:

$$P(B) = \sum_{i=1}^k P(H_i)P(B/H_i)$$

B je događaj koji se ostvario zajedno s nekom od hipoteza H_i , $i = 1, 2, \dots, k$, ili kao posljedica jedne od H_i . H_i su po parovima međusobno isključivi događaji.

Bayes-ova formula:

$$P(H_i/B) = \frac{P(H_i)P(B/H_i)}{\sum_{i=1}^k P(H_i)P(B/H_i)}, \quad i=1, 2, \dots, k$$

1.3. Slučajna varijabla

Matematičko očekivanje slučajne varijable X je:

$$m = E[X] = \sum_{i=1}^k x_i p_i$$

Disperzija slučajne varijable računa se prema formuli:

$$D[X] = E\left[(X - E[X])^2\right]$$

$$D[X] = \sum_{i=1}^k (x_i - E[X])^2 p_i$$

Standardna devijacija je mjera rasipanja slučajne varijable u odnosu na matematičko očekivanje:

$$\sigma = \sqrt{D[X]}$$

Za zbroj slučajnih varijabli vrijedi:

$$E[X + Y] = E[X] + E[Y]$$

Za umnožak nezavisnih slučajnih varijabli vrijedi:

$$E[X \cdot Y] = E[X] \cdot E[Y]$$

Za zbroj nezavisnih slučajnih varijabli vrijedi:

$$D[X + Y] = D[X] + D[Y]$$

1.4. Statistika

Srednja vrijednost k uzoraka je:

$$\bar{x} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i$$

Disperzija uzoraka računa se prema formuli:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2$$

1.5. Kodiranje

Ekonomičnost koda:

$$e_k = H(X) / \bar{n}, \text{ gdje je}$$

$H(X)$ entropija izvora informacije jednaka je količini informacije u polaznoj poruci.

\bar{n} je srednja vrijednost dužine koda.

1.6. Informacija i kapacitet kanala

Entropija jedne poruke čija je vjerojatnost p_i

$$H(x_i) = -\log_2 p_i$$

Entropija izvora informacije

$$H(X) = -\sum_{i=1}^k p_i \cdot \log_2(p_i)$$

\log_2 - dualni logaritam, logaritam baze 2

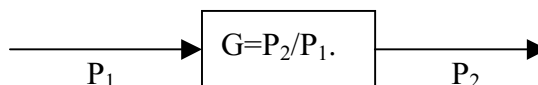
$$\log_2 x = \log x / \log 2$$

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	*	6,644	5,644	5,059	4,644	4,322	4,059	3,837	3,644	3,474
0,10	3,322	3,184	3,059	2,943	2,837	2,737	2,644	2,556	2,474	2,396
0,20	2,322	2,252	2,184	2,120	2,059	2,000	1,943	1,889	1,837	1,786
0,30	1,737	1,690	1,644	1,599	1,556	1,515	1,474	1,434	1,396	1,358
0,40	1,322	1,286	1,252	1,218	1,184	1,152	1,120	1,089	1,059	1,029
0,50	1,000	0,971	0,943	0,916	0,889	0,862	0,837	0,811	0,786	0,761
0,60	0,737	0,713	0,690	0,667	0,644	0,621	0,599	0,578	0,556	0,535
0,70	0,515	0,494	0,474	0,454	0,434	0,415	0,396	0,377	0,358	0,340
0,80	0,322	0,304	0,286	0,269	0,252	0,234	0,218	0,201	0,184	0,168
0,90	0,152	0,136	0,120	0,105	0,089	0,074	0,059	0,044	0,029	0,014

Tablica logaritama baze 2, vrijednosti su pomnožene s -1

2. dB

Pojačanje snage sustava definirano je omjerom snaga izlaznog i ulaznog signala:



Ako je broj G prevelik ili jako mali, pogodnije je logaritmirati dobivenu veličinu i dobiveni logaritam pomnožiti s 10. Tako dobijemo pojačanje izraženo u [dB]:

$$G_{dB} = 10 \cdot \log (P_2/P_1)$$

Ako su ulazna i izlazna impedancija sustava podjednake, do pojačanja u dB možemo doći i iz omjera napona ili struja:

$$G_{dB} = 20 \log (U_2/U_1) = 20 \log (I_2/I_1)$$

P2/P1	dB	U2/U1	dB
1	0,000	1,000	0,000
10	10,000	3,162	10,000
100	20,000	10,000	20,000
1000	30,000	31,623	30,000
2	3,010	1,414	3,010
3	4,771	1,732	4,771
4	6,021	2,000	6,021
5	6,990	2,236	6,990
6	7,782	2,449	7,782
8	9,031	2,828	9,031
20	13,010	4,472	13,010
30	14,771	5,477	14,771
40	16,021	6,325	16,021
50	16,990	7,071	16,990
60	17,782	7,746	17,782
80	19,031	8,944	19,031
200	23,010	14,142	23,010
400	26,021	20,000	26,021
500	26,990	22,361	26,990
2000	33,010	44,721	33,010
4000	36,021	63,246	36,021
20000	43,010	141,421	43,010
40000	46,021	200,000	46,021

Ako definiramo referentnu razinu snage, napona ili struje, tada je moguće primjenom decibela izraziti i samu razinu signala. Kada je referentna snaga $P_0=1$ mW, snagu signala iskazujemo u [dBm], gdje “m” ukazuje, da je snaga signala za toliko [dB] veća ili manja od referentne vrijednosti 1 mW.

$$P[\text{dBm}] = 10 \cdot \log (P[\text{mW}])$$

$$P[\text{dBm}] = 10 \cdot \log (1000 \cdot P[\text{W}])$$

Inverzna pretvorba moguća je prema formuli:

$$P[\text{mW}] = 10^{P[\text{dBm}]/10}$$

$$P[\text{W}] = 10^{P[\text{dBm}]/10}/1000$$

P	P[W]	P[mW]	P[dBm]
1 mW	0,001	1	0,000
2 mW	0,002	2	3,010
4 mW	0,004	4	6,021
5 mW	0,005	5	6,990
6 mW	0,006	6	7,782
8 mW	0,008	8	9,031
10 mW	0,01	10	10,000
1 W	1	1000	30,000
2 W	2	2000	33,010
10 W	10	10000	40,000
20 W	20	20000	43,010
30 W	30	30000	44,771
40 W	40	40000	46,021
50 W	50	50000	46,990
100 W	100	100000	50,000
1 kW	1000	1000000	60,000
10 kW	10000	10000000	70,000
1 μW	1,00E-06	0,001	-30,000
1 nW	1,00E-09	0,000001	-60,000
1 pW	1,00E-12	0,000000001	-90,000
2 μW	2,00E-06	0,002	-26,990
4 μW	4,00E-06	0,004	-23,979
10 nW	1,00E-08	0,00001	-50,000

3. Besselove funkcije $J_n(x)$

red x	n = 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.0	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.1	0.997502	0.049938	0.001249	0.000021	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.2	0.990025	0.099501	0.004983	0.000166	0.000004	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.3	0.977626	0.148319	0.011166	0.000559	0.000021	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.4	0.960398	0.196027	0.019735	0.001320	0.000066	0.000003	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.5	0.938470	0.242268	0.030604	0.002564	0.000161	0.000008	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.6	0.912005	0.286701	0.043665	0.004400	0.000331	0.000020	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.7	0.881201	0.328996	0.058787	0.006930	0.000610	0.000043	0.000003	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.8	0.846287	0.368842	0.075818	0.010247	0.001033	0.000083	0.000006	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.9	0.807524	0.405950	0.094586	0.014434	0.001641	0.000149	0.000011	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
1.0	0.765198	0.440051	0.114903	0.019563	0.002477	0.000250	0.000021	0.000002	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
1.1	0.719622	0.470902	0.136564	0.025695	0.003588	0.000399	0.000037	0.000003	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
1.2	0.671133	0.498289	0.159349	0.032874	0.005023	0.000610	0.000062	0.000005	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
1.3	0.620086	0.522023	0.183027	0.041136	0.006831	0.000901	0.000099	0.000009	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
1.4	0.566855	0.541948	0.207356	0.050498	0.009063	0.001290	0.000152	0.000015	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
1.5	0.511828	0.557937	0.232088	0.060964	0.011768	0.001799	0.000228	0.000025	0.000002	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
1.6	0.455402	0.569896	0.256968	0.072523	0.014995	0.002452	0.000332	0.000038	0.000004	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
1.7	0.397985	0.577765	0.281739	0.085150	0.018790	0.003275	0.000472	0.000058	0.000006	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000
1.8	0.339986	0.581517	0.306144	0.098802	0.023197	0.004294	0.000657	0.000086	0.000010	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000
1.9	0.281819	0.581157	0.329926	0.113423	0.028253	0.005538	0.000897	0.000124	0.000015	0.000002	0.000000	0.000000	0.000000
2.0	0.223891	0.576725	0.352834	0.128943	0.033996	0.007040	0.001202	0.000175	0.000022	0.000002	0.000000	0.000000	0.000000
2.1	0.166607	0.568292	0.374624	0.145277	0.040453	0.008828	0.001587	0.000243	0.000032	0.000004	0.000000	0.000000	0.000000
2.2	0.110362	0.555963	0.395059	0.162325	0.047647	0.010937	0.002066	0.000332	0.000046	0.000006	0.000001	0.000000	0.000000
2.3	0.055540	0.539873	0.413915	0.179979	0.055596	0.013397	0.002653	0.000447	0.000065	0.000008	0.000001	0.000000	0.000000
2.4	0.002508	0.520185	0.430980	0.198115	0.064307	0.016242	0.003367	0.000593	0.000091	0.000012	0.000001	0.000000	0.000000
2.5	-0.048384	0.497094	0.446059	0.216600	0.073782	0.019502	0.004225	0.000777	0.000124	0.000018	0.000002	0.000000	0.000000
2.6	-0.096805	0.470818	0.458973	0.235294	0.084013	0.023207	0.005246	0.001005	0.000167	0.000025	0.000003	0.000000	0.000000
2.7	-0.142449	0.441601	0.469562	0.254045	0.094984	0.027388	0.006452	0.001287	0.000223	0.000034	0.000005	0.000001	0.000000
2.8	-0.185036	0.409709	0.477685	0.272699	0.106669	0.032069	0.007863	0.001631	0.000294	0.000047	0.000007	0.000001	0.000000
2.9	-0.224312	0.375427	0.483227	0.291093	0.119033	0.037276	0.009503	0.002048	0.000383	0.000063	0.000009	0.000001	0.000000
3.0	-0.260052	0.339059	0.486091	0.309063	0.132034	0.043028	0.011394	0.002547	0.000493	0.000084	0.000013	0.000002	0.000000
3.1	-0.292064	0.300921	0.486207	0.326443	0.145618	0.049345	0.013559	0.003142	0.000630	0.000112	0.000018	0.000003	0.000000
3.2	-0.320188	0.261343	0.483528	0.343066	0.159722	0.056238	0.016022	0.003845	0.000798	0.000146	0.000024	0.000004	0.000000
3.3	-0.344296	0.220663	0.478032	0.358769	0.174275	0.063717	0.018806	0.004669	0.001002	0.000190	0.000032	0.000005	0.000001
3.4	-0.364296	0.179226	0.469723	0.373389	0.189199	0.071785	0.021934	0.005630	0.001248	0.000244	0.000043	0.000007	0.000001
3.5	-0.380128	0.137378	0.458629	0.386770	0.204405	0.080442	0.025429	0.006743	0.001543	0.000311	0.000056	0.000009	0.000001
3.6	-0.391769	0.095466	0.444805	0.398763	0.219799	0.089680	0.029311	0.008024	0.001894	0.000393	0.000073	0.000012	0.000002
3.7	-0.399230	0.053834	0.428330	0.409225	0.235279	0.099485	0.033601	0.009490	0.002309	0.000494	0.000094	0.000016	0.000003
3.8	-0.402556	0.012821	0.409304	0.418026	0.250736	0.109840	0.038316	0.011159	0.002797	0.000616	0.000121	0.000022	0.000003
3.9	-0.401826	-0.027244	0.387855	0.425044	0.266059	0.120718	0.043474	0.013048	0.003366	0.000763	0.000154	0.000028	0.000005
4.0	-0.397150	-0.066043	0.364128	0.430171	0.281129	0.132087	0.049088	0.015176	0.004029	0.000939	0.000195	0.000037	0.000006
4.1	-0.388670	-0.103273	0.338292	0.433315	0.295827	0.143908	0.055168	0.017560	0.004794	0.001148	0.000245	0.000047	0.000008
4.2	-0.376557	-0.138647	0.310535	0.434394	0.310029	0.156136	0.061725	0.020220	0.005674	0.001395	0.000306	0.000060	0.000011
4.3	-0.361011	-0.171897	0.281059	0.433347	0.323611	0.168720	0.068761	0.023171	0.006681	0.001686	0.000379	0.000077	0.000014
4.4	-0.342257	-0.202776	0.250086	0.430127	0.336450	0.181601	0.076279	0.026433	0.007827	0.002027	0.000467	0.000097	0.000018
4.5	-0.320543	-0.231060	0.217849	0.424704	0.348423	0.194715	0.084276	0.030022	0.009126	0.002425	0.000573	0.000122	0.000024
4.6	-0.296138	-0.256553	0.184593	0.417069	0.359409	0.207991	0.092745	0.033953	0.010591	0.002885	0.000699	0.000152	0.000030
4.7	-0.269331	-0.279081	0.150573	0.407228	0.369292	0.221355	0.101676	0.038242	0.012237	0.003417	0.000847	0.000189	0.000038
4.8	-0.240425	-0.298500	0.116050	0.395209	0.377960	0.234725	0.111051	0.042901	0.014079	0.004027	0.001023	0.000234	0.000049

red x	n = 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4.9	-0.209738	-0.314695	0.081292	0.381055	0.385307	0.248017	0.120850	0.047943	0.016130	0.004725	0.001228	0.000287	0.000061
5.0	-0.177597	-0.327579	0.046565	0.364831	0.391232	0.261141	0.131049	0.053376	0.018405	0.005520	0.001468	0.000351	0.000076
5.1	-0.144335	-0.337097	0.012140	0.346619	0.395647	0.274004	0.141616	0.059209	0.020920	0.006422	0.001747	0.000427	0.000095
5.2	-0.110290	-0.343223	-0.021718	0.326517	0.398468	0.286512	0.152515	0.065447	0.023689	0.007441	0.002069	0.000517	0.000117
5.3	-0.075803	-0.345961	-0.054748	0.304641	0.399625	0.298567	0.163708	0.072093	0.026725	0.008588	0.002441	0.000623	0.000144
5.4	-0.041210	-0.345345	-0.086695	0.281126	0.399058	0.310070	0.175147	0.079145	0.030044	0.009873	0.002868	0.000747	0.000177
5.5	-0.006844	-0.341438	-0.117315	0.256118	0.396717	0.320925	0.186783	0.086601	0.033657	0.011309	0.003356	0.000893	0.000216
5.6	0.026971	-0.334333	-0.146375	0.229779	0.392567	0.331031	0.198560	0.094455	0.037577	0.012907	0.003912	0.001062	0.000262
5.7	0.059920	-0.324148	-0.173656	0.202284	0.386586	0.340294	0.210420	0.102696	0.041815	0.014680	0.004543	0.001259	0.000316
5.8	0.091703	-0.311028	-0.198954	0.173818	0.378766	0.348617	0.222298	0.111310	0.046381	0.016639	0.005256	0.001486	0.000381
5.9	0.122033	-0.295142	-0.222082	0.144579	0.369111	0.355911	0.234127	0.120281	0.051285	0.018797	0.006061	0.001748	0.000456
6.0	0.150645	-0.276684	-0.242873	0.114768	0.357642	0.362087	0.245837	0.129587	0.056532	0.021165	0.006964	0.002048	0.000545
6.1	0.177291	-0.255865	-0.261182	0.084598	0.344393	0.367065	0.257352	0.139202	0.062128	0.023757	0.007975	0.002391	0.000649
6.2	0.201747	-0.232917	-0.276882	0.054283	0.329414	0.370767	0.268597	0.149099	0.068077	0.026585	0.009104	0.002782	0.000769
6.3	0.223812	-0.208087	-0.289871	0.024042	0.312768	0.373124	0.279493	0.159243	0.074380	0.029658	0.010359	0.003226	0.000908
6.4	0.243311	-0.181638	-0.300072	-0.005908	0.294534	0.374075	0.289958	0.169597	0.081035	0.032990	0.011750	0.003729	0.001069
6.5	0.260095	-0.153841	-0.307430	-0.035347	0.274803	0.373565	0.299913	0.180121	0.088039	0.036590	0.013288	0.004297	0.001254
6.6	0.274043	-0.124980	-0.311916	-0.064060	0.253680	0.371551	0.309276	0.190769	0.095385	0.040468	0.014983	0.004935	0.001466
6.7	0.285065	-0.095342	-0.313525	-0.091837	0.231283	0.367996	0.317964	0.201493	0.103065	0.044633	0.016845	0.005651	0.001709
6.8	0.293096	-0.065219	-0.312278	-0.118474	0.207742	0.362876	0.325899	0.212241	0.111067	0.049093	0.018885	0.006451	0.001986
6.9	0.298102	-0.034902	-0.308219	-0.143775	0.183197	0.356177	0.333002	0.222957	0.119375	0.053853	0.021113	0.007343	0.002300
7.0	0.300079	-0.004683	-0.301417	-0.167556	0.157798	0.347896	0.339197	0.233584	0.127971	0.058921	0.023539	0.008335	0.002656
7.1	0.299051	0.025153	-0.291966	-0.189641	0.131706	0.338042	0.344410	0.244059	0.136833	0.064298	0.026175	0.009434	0.003058
7.2	0.295071	0.054327	-0.279980	-0.209872	0.105087	0.326635	0.348573	0.254320	0.145938	0.069987	0.029029	0.010649	0.003510
7.3	0.288217	0.082570	-0.265595	-0.228102	0.078114	0.313706	0.351621	0.264300	0.155257	0.075988	0.032112	0.011989	0.004019
7.4	0.278596	0.109625	-0.248968	-0.244202	0.050966	0.299301	0.353494	0.273933	0.164758	0.082300	0.035432	0.013461	0.004589
7.5	0.266340	0.135248	-0.230273	-0.258061	0.023825	0.283474	0.354141	0.283151	0.174408	0.088919	0.038998	0.015076	0.005225
7.6	0.251602	0.159214	-0.209703	-0.269584	-0.003126	0.266293	0.353512	0.291884	0.184168	0.095839	0.042819	0.016842	0.005934
7.7	0.234559	0.181313	-0.187465	-0.278697	-0.029702	0.247838	0.351569	0.300062	0.193998	0.103051	0.046900	0.018768	0.006722
7.8	0.215408	0.201357	-0.163778	-0.285346	-0.055719	0.228198	0.348280	0.307618	0.203854	0.110545	0.051249	0.020863	0.007595
7.9	0.194362	0.219179	-0.138873	-0.289495	-0.080996	0.207474	0.343621	0.314482	0.213690	0.118307	0.055870	0.023136	0.008560
8.0	0.171651	0.234636	-0.112992	-0.291132	-0.105357	0.185775	0.337576	0.320589	0.223455	0.126321	0.060767	0.025597	0.009624
8.1	0.147517	0.247608	-0.086380	-0.290264	-0.128631	0.163222	0.330139	0.325873	0.233099	0.134569	0.065943	0.028253	0.010794
8.2	0.122215	0.257999	-0.059289	-0.286920	-0.150653	0.139942	0.321313	0.330273	0.242567	0.143029	0.071399	0.031114	0.012079
8.3	0.096006	0.265739	-0.031973	-0.281148	-0.171267	0.116071	0.311112	0.333729	0.251804	0.151677	0.077134	0.034188	0.013485
8.4	0.069157	0.270786	-0.004684	-0.273017	-0.190328	0.091752	0.299557	0.336186	0.260753	0.160486	0.083147	0.037482	0.015020
8.5	0.041939	0.273122	0.022325	-0.262616	-0.207701	0.067133	0.286681	0.337593	0.269355	0.169427	0.089433	0.041003	0.016692
8.6	0.014623	0.272755	0.048808	-0.250053	-0.223264	0.042366	0.272527	0.337904	0.277550	0.178467	0.095987	0.044758	0.018510
8.7	-0.012523	0.269719	0.074527	-0.235454	-0.236909	0.017606	0.257146	0.337078	0.285278	0.187572	0.102801	0.048752	0.020481
8.8	-0.039234	0.264074	0.099251	-0.218960	-0.248541	-0.006987	0.240602	0.335080	0.292480	0.196702	0.109865	0.052991	0.022613
8.9	-0.065253	0.255902	0.122759	-0.200730	-0.258083	-0.031255	0.222965	0.331882	0.299096	0.205819	0.117168	0.057479	0.024915
9.0	-0.090334	0.245312	0.144847	-0.180935	-0.265471	-0.055039	0.204317	0.327461	0.305067	0.214881	0.124694	0.062217	0.027393
9.1	-0.114239	0.232431	0.165323	-0.159761	-0.270660	-0.078182	0.184746	0.321803	0.310335	0.223841	0.132428	0.067209	0.030056
9.2	-0.136748	0.217409	0.184011	-0.137404	-0.273622	-0.100529	0.164352	0.314901	0.314845	0.232656	0.140351	0.072455	0.032910
9.3	-0.157655	0.200414	0.200755	-0.114068	-0.274347	-0.121930	0.143240	0.306755	0.318542	0.241275	0.148441	0.077953	0.035964
9.4	-0.176772	0.181632	0.215417	-0.089966	-0.272842	-0.142240	0.121522	0.297375	0.321376	0.249649	0.156675	0.083701	0.039222
9.5	-0.193929	0.161264	0.227879	-0.065315	-0.269131	-0.161321	0.099319	0.286777	0.323300	0.257728	0.165026	0.089696	0.042692
9.6	-0.208979	0.139525	0.238046	-0.040339	-0.263258	-0.179043	0.076755	0.274987	0.324267	0.265459	0.173468	0.095933	0.046378
9.7	-0.221795	0.116639	0.245845	-0.015259	-0.255283	-0.195284	0.053960	0.262038	0.324240	0.272790	0.181968	0.102403	0.050285
9.8	-0.232276	0.092840	0.251223	0.009700	-0.245284	-0.209932	0.031068	0.247974	0.323181	0.279668	0.190495	0.109098	0.054418
9.9	-0.240341	0.068370	0.254153	0.034318	-0.233354	-0.222887	0.008215	0.232845	0.321061	0.286041	0.199014	0.116007	0.058779

red x	n = 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10.0	-0.245936	0.043473	0.254630	0.058379	-0.219603	-0.234062	-0.014459	0.216711	0.317854	0.291856	0.207486	0.123117	0.063370
10.1	-0.249030	0.018396	0.252672	0.081673	-0.204154	-0.243379	-0.036815	0.199638	0.313541	0.297061	0.215874	0.130413	0.068193
10.2	-0.249617	-0.006616	0.248320	0.103996	-0.187146	-0.250777	-0.058714	0.181702	0.308108	0.301606	0.224137	0.137879	0.073248
10.3	-0.247717	-0.031318	0.241636	0.125157	-0.168729	-0.256208	-0.080017	0.162984	0.301549	0.305442	0.232233	0.145495	0.078534
10.4	-0.243372	-0.055473	0.232704	0.144974	-0.149065	-0.259640	-0.100589	0.143576	0.293864	0.308522	0.240117	0.153241	0.084047
10.5	-0.236648	-0.078850	0.221629	0.163280	-0.128326	-0.261053	-0.120295	0.123572	0.285058	0.310802	0.247746	0.161094	0.089785
10.6	-0.227635	-0.101229	0.208535	0.179921	-0.106693	-0.260444	-0.139009	0.103076	0.275147	0.312240	0.255072	0.169029	0.095742
10.7	-0.216443	-0.122399	0.193564	0.194760	-0.084353	-0.257828	-0.156607	0.082193	0.264150	0.312797	0.262051	0.177018	0.101911
10.8	-0.203202	-0.142167	0.176875	0.207676	-0.061499	-0.253231	-0.172974	0.061038	0.252097	0.312439	0.268635	0.185033	0.108284
10.9	-0.188062	-0.160350	0.158640	0.218566	-0.038329	-0.246697	-0.187999	0.039726	0.239023	0.311134	0.274776	0.193042	0.114851
11.0	-0.171190	-0.176785	0.139048	0.227348	-0.015040	-0.238286	-0.201584	0.018376	0.224972	0.308856	0.280428	0.201014	0.121600
11.1	-0.152768	-0.191328	0.118295	0.233957	0.008169	-0.228070	-0.213637	-0.002889	0.209993	0.305582	0.285545	0.208913	0.128518
11.2	-0.132992	-0.203853	0.096590	0.238349	0.031098	-0.216137	-0.224077	-0.023946	0.194145	0.301296	0.290080	0.216704	0.135589
11.3	-0.112068	-0.214255	0.074147	0.240502	0.053553	-0.202588	-0.232835	-0.044670	0.177492	0.295985	0.293989	0.224350	0.142798
11.4	-0.090214	-0.222451	0.051188	0.240411	0.075344	-0.187538	-0.239851	-0.064937	0.160104	0.289645	0.297229	0.231810	0.150124
11.5	-0.067654	-0.228379	0.027936	0.238095	0.096288	-0.171113	-0.245081	-0.084624	0.142060	0.282274	0.299759	0.239047	0.157548
11.6	-0.044616	-0.232000	0.004616	0.233592	0.116208	-0.153449	-0.248491	-0.103611	0.123443	0.273878	0.301539	0.246018	0.165046
11.7	-0.021331	-0.233300	-0.018549	0.226959	0.134938	-0.134693	-0.250061	-0.121779	0.104342	0.264469	0.302533	0.252682	0.172595
11.8	0.001967	-0.232285	-0.041337	0.218272	0.152323	-0.115002	-0.249783	-0.139014	0.084851	0.254066	0.302707	0.258998	0.180170
11.9	0.025050	-0.228983	-0.063534	0.207627	0.168220	-0.094538	-0.247664	-0.155207	0.065068	0.242693	0.302031	0.264922	0.187741
12.0	0.047689	-0.223447	-0.084930	0.195137	0.182499	-0.073471	-0.243725	-0.170254	0.045095	0.230381	0.300476	0.270412	0.195280
12.1	0.069667	-0.215749	-0.105328	0.180930	0.195045	-0.051974	-0.237999	-0.184058	0.025040	0.217168	0.298020	0.275427	0.202757
12.2	0.090770	-0.205982	-0.124538	0.165150	0.205759	-0.030226	-0.230534	-0.196529	0.005009	0.203099	0.294644	0.279925	0.210138
12.3	0.111079	-0.194259	-0.142385	0.147955	0.214558	-0.008405	-0.221391	-0.207586	-0.014886	0.188223	0.290334	0.283865	0.217392
12.4	0.129562	-0.180710	-0.158708	0.129514	0.221376	0.013309	-0.210643	-0.217157	-0.034534	0.172597	0.285078	0.287206	0.224482
12.5	0.146885	-0.165484	-0.173361	0.110008	0.226165	0.034738	-0.198375	-0.225178	-0.053824	0.156283	0.278872	0.289912	0.231373
12.6	0.162609	-0.148742	-0.186217	0.089626	0.228896	0.055705	-0.184686	-0.231596	-0.072643	0.139351	0.271716	0.291944	0.238028
12.7	0.176590	-0.130662	-0.197164	0.068563	0.229557	0.076039	-0.169683	-0.236370	-0.090882	0.121873	0.263615	0.293269	0.244410
12.8	0.188704	-0.111431	-0.206112	0.047021	0.228154	0.095575	-0.153486	-0.239468	-0.108432	0.103928	0.254581	0.293854	0.250481
12.9	0.198846	-0.091247	-0.212989	0.025205	0.224713	0.114152	-0.136223	-0.240871	-0.125187	0.085600	0.244629	0.293670	0.256203
13.0	0.206931	-0.070317	-0.217744	0.003320	0.219277	0.131620	-0.118031	-0.240571	-0.141046	0.066976	0.233782	0.292688	0.261537
13.1	0.212895	-0.048850	-0.220346	-0.018429	0.211906	0.147837	-0.099053	-0.238573	-0.155910	0.048148	0.222068	0.290887	0.266444
13.2	0.216695	-0.027064	-0.220786	-0.039838	0.202679	0.162674	-0.079441	-0.234893	-0.169688	0.029210	0.209520	0.288245	0.270887
13.3	0.218311	-0.005174	-0.219076	-0.060710	0.191689	0.176012	-0.059349	-0.229560	-0.182293	0.010260	0.196179	0.284745	0.274829
13.4	0.217743	0.016604	-0.215246	-0.080852	0.179045	0.187745	-0.038937	-0.222614	-0.193644	-0.008603	0.182088	0.280376	0.278231
13.5	0.215013	0.038057	-0.209350	-0.100079	0.164873	0.197782	-0.018367	-0.214108	-0.203671	-0.027279	0.167298	0.275129	0.281060
13.6	0.210165	0.058975	-0.201459	-0.118217	0.149307	0.206046	0.002197	-0.204107	-0.212307	-0.045666	0.151866	0.268999	0.283280
13.7	0.203265	0.079156	-0.191663	-0.135103	0.132498	0.212475	0.022594	-0.192685	-0.219498	-0.063663	0.135853	0.261989	0.284858
13.8	0.194395	0.098409	-0.180071	-0.150585	0.114604	0.217024	0.042660	-0.179928	-0.225195	-0.081168	0.119324	0.254101	0.285765
13.9	0.183660	0.116550	-0.166806	-0.164527	0.095795	0.219662	0.062236	-0.165933	-0.229363	-0.098082	0.102350	0.245349	0.285971
14.0	0.171182	0.133410	-0.152009	-0.176806	0.076245	0.220378	0.081168	-0.150805	-0.231973	-0.114307	0.085007	0.235745	0.285450
14.1	0.157099	0.148831	-0.135834	-0.187319	0.056138	0.219174	0.099306	-0.134658	-0.233009	-0.129749	0.067372	0.225312	0.284179
14.2	0.141566	0.162674	-0.118447	-0.195976	0.035659	0.216071	0.116505	-0.117615	-0.232464	-0.144315	0.049529	0.214074	0.282135
14.3	0.124751	0.174815	-0.100023	-0.202707	0.014997	0.211104	0.132630	-0.099806	-0.230342	-0.157920	0.031562	0.202062	0.279303
14.4	0.106836	0.185147	-0.080749	-0.207461	-0.005658	0.204328	0.147555	-0.081364	-0.226659	-0.170479	0.013560	0.189313	0.275668
14.5	0.088015	0.193585	-0.060816	-0.210205	-0.026118	0.195809	0.161162	-0.062432	-0.221441	-0.181917	-0.004387	0.175866	0.271218
14.6	0.068491	0.200062	-0.040420	-0.210925	-0.046197	0.185630	0.173346	-0.043153	-0.214725	-0.192162	-0.022187	0.161768	0.265948
14.7	0.048476	0.204531	-0.019763	-0.209626	-0.065712	0.173890	0.184011	-0.023674	-0.206558	-0.201151	-0.039749	0.147070	0.259854
14.8	0.028189	0.206970	0.000957	-0.206332	-0.084488	0.160697	0.193077	-0.004145	-0.196998	-0.208825	-0.056979	0.131827	0.252938
14.9	0.007858	0.207375	0.021539	-0.201087	-0.102357	0.146177	0.200476	0.015284	-0.186114	-0.215137	-0.073783	0.116099	0.245205

4. Standardna Gaussova razdioba $N(0,1)$

4.1. Tablica funkcije gustoće vjerojatnosti $\varphi(x)$, standardne Gaussove razdiobe $N(0,1)$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.3989423	0.3989223	0.3988625	0.3987628	0.3986233	0.3984439	0.3982248	0.3979661	0.3976677	0.3973298
0.1	0.3969525	0.3965360	0.3960802	0.3955854	0.3950517	0.3944793	0.3938684	0.3932190	0.3925315	0.3918060
0.2	0.3910427	0.3902419	0.3894038	0.3885286	0.3876166	0.3866681	0.3856834	0.3846627	0.3836063	0.3825146
0.3	0.3813878	0.3802264	0.3790305	0.3778007	0.3765372	0.3752403	0.3739106	0.3725483	0.3711539	0.3697277
0.4	0.3682701	0.3667817	0.3652627	0.3637136	0.3621349	0.3605270	0.3588903	0.3572253	0.3555325	0.3538124
0.5	0.3520653	0.3502919	0.3484925	0.3466677	0.3448180	0.3429439	0.3410458	0.3391243	0.3371799	0.3352132
0.6	0.3332246	0.3312147	0.3291840	0.3271330	0.3250623	0.3229724	0.3208638	0.3187371	0.3165929	0.3144317
0.7	0.3122539	0.3100603	0.3078513	0.3056274	0.3033893	0.3011374	0.2988724	0.2965948	0.2943050	0.2920038
0.8	0.2896916	0.2873689	0.2850364	0.2826945	0.2803438	0.2779849	0.2756182	0.2732444	0.2708640	0.2684774
0.9	0.2660852	0.2636880	0.2612863	0.2588805	0.2564713	0.2540591	0.2516443	0.2492277	0.2468095	0.2443904
1.0	0.2419707	0.2395511	0.2371320	0.2347138	0.2322970	0.2298821	0.2274696	0.2250599	0.2226535	0.2202508
1.1	0.2178522	0.2154582	0.2130691	0.2106856	0.2083078	0.2059363	0.2035714	0.2012135	0.1988631	0.1965205
1.2	0.1941861	0.1918602	0.1895432	0.1872354	0.1849373	0.1826491	0.1803712	0.1781038	0.1758474	0.1736022
1.3	0.1713686	0.1691468	0.1669370	0.1647397	0.1625551	0.1603833	0.1582248	0.1560797	0.1539483	0.1518308
1.4	0.1497275	0.1476385	0.1455641	0.1435046	0.1414600	0.1394306	0.1374165	0.1354181	0.1334353	0.1314684
1.5	0.1295176	0.1275830	0.1256646	0.1237628	0.1218775	0.1200090	0.1181573	0.1163225	0.1145048	0.1127042
1.6	0.1109208	0.1091548	0.1074061	0.1056748	0.1039611	0.1022649	0.1005864	0.0989255	0.0972823	0.0956568
1.7	0.0940491	0.0924591	0.0908870	0.0893326	0.0877961	0.0862773	0.0847764	0.0832932	0.0818278	0.0803801
1.8	0.0789502	0.0775379	0.0761433	0.0747663	0.0734068	0.0720649	0.0707404	0.0694333	0.0681436	0.0668711
1.9	0.0656158	0.0643777	0.0631566	0.0619524	0.0607652	0.0595947	0.0584409	0.0573038	0.0561831	0.0550789
2.0	0.0539910	0.0529192	0.0518636	0.0508239	0.0498001	0.0487920	0.0477996	0.0468226	0.0458611	0.0449148
2.1	0.0439836	0.0430674	0.0421661	0.0412795	0.0404076	0.0395500	0.0387069	0.0378779	0.0370629	0.0362619
2.2	0.0354746	0.0347009	0.0339408	0.0331939	0.0324603	0.0317397	0.0310319	0.0303370	0.0296546	0.0289847
2.3	0.0283270	0.0276816	0.0270481	0.0264265	0.0258166	0.0252182	0.0246313	0.0240556	0.0234910	0.0229374
2.4	0.0223945	0.0218624	0.0213407	0.0208294	0.0203284	0.0198374	0.0193563	0.0188850	0.0184233	0.0179711
2.5	0.0175283	0.0170947	0.0166701	0.0162545	0.0158476	0.0154493	0.0150596	0.0146782	0.0143051	0.0139401
2.6	0.0135830	0.0132337	0.0128921	0.0125581	0.0122315	0.0119122	0.0116001	0.0112951	0.0109969	0.0107056
2.7	0.0104209	0.0101428	0.0098712	0.0096058	0.0093466	0.0090936	0.0088465	0.0086052	0.0083697	0.0081398
2.8	0.0079155	0.0076965	0.0074829	0.0072744	0.0070711	0.0068728	0.0066793	0.0064907	0.0063067	0.0061274
2.9	0.0059525	0.0057821	0.0056160	0.0054541	0.0052963	0.0051426	0.0049929	0.0048470	0.0047050	0.0045666
3.0	0.0044318	0.0043007	0.0041729	0.0040486	0.0039276	0.0038098	0.0036951	0.0035836	0.0034751	0.0033695
3.1	0.0032668	0.0031669	0.0030698	0.0029754	0.0028835	0.0027943	0.0027075	0.0026231	0.0025412	0.0024615
3.2	0.0023841	0.0023089	0.0022358	0.0021649	0.0020960	0.0020290	0.0019641	0.0019010	0.0018397	0.0017803
3.3	0.0017226	0.0016666	0.0016122	0.0015595	0.0015084	0.0014587	0.0014106	0.0013639	0.0013187	0.0012748
3.4	0.0012322	0.0011910	0.0011510	0.0011122	0.0010747	0.0010383	0.0010030	0.0009689	0.0009358	0.0009037
3.5	0.0008727	0.0008426	0.0008135	0.0007853	0.0007581	0.0007317	0.0007061	0.0006814	0.0006575	0.0006343
3.6	0.0006119	0.0005902	0.0005693	0.0005490	0.0005294	0.0005105	0.0004921	0.0004744	0.0004573	0.0004408
3.7	0.0004248	0.0004093	0.0003944	0.0003800	0.0003661	0.0003526	0.0003396	0.0003271	0.0003149	0.0003032
3.8	0.0002919	0.0002810	0.0002705	0.0002604	0.0002506	0.0002411	0.0002320	0.0002232	0.0002147	0.0002065
3.9	0.0001987	0.0001910	0.0001837	0.0001766	0.0001698	0.0001633	0.0001569	0.0001508	0.0001449	0.0001393
4.0	0.0001338	0.0001286	0.0001235	0.0001186	0.0001140	0.0001094	0.0001051	0.0001009	0.0000969	0.0000930
4.1	0.0000893	0.0000857	0.0000822	0.0000789	0.0000757	0.0000726	0.0000697	0.0000668	0.0000641	0.0000615
4.2	0.0000589	0.0000565	0.0000542	0.0000519	0.0000498	0.0000477	0.0000457	0.0000438	0.0000420	0.0000402
4.3	0.0000385	0.0000369	0.0000354	0.0000339	0.0000324	0.0000310	0.0000297	0.0000284	0.0000272	0.0000261
4.4	0.0000249	0.0000239	0.0000228	0.0000218	0.0000209	0.0000200	0.0000191	0.0000183	0.0000175	0.0000167
4.5	0.0000160	0.0000153	0.0000146	0.0000140	0.0000133	0.0000127	0.0000122	0.0000116	0.0000111	0.0000106
4.6	0.0000101	0.0000097	0.0000092	0.0000088	0.0000084	0.0000080	0.0000077	0.0000073	0.0000070	0.0000067
4.7	0.0000064	0.0000061	0.0000058	0.0000055	0.0000053	0.0000050	0.0000048	0.0000046	0.0000044	0.0000042
4.8	0.0000040	0.0000038	0.0000036	0.0000034	0.0000033	0.0000031	0.0000030	0.0000028	0.0000027	0.0000026
4.9	0.0000024	0.0000023	0.0000022	0.0000021	0.0000020	0.0000019	0.0000018	0.0000017	0.0000016	0.0000016

4.2. Tablica funkcije vjerojatnosti $\Phi(x)$, standardne Gaussove razdiobe $N(0,1)$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000000	0.5039893	0.5079782	0.5119664	0.5159533	0.5199386	0.5239220	0.5279029	0.5318811	0.5358561
0.1	0.5398275	0.5437949	0.5477580	0.5517164	0.5556695	0.5596172	0.5635589	0.5674944	0.5714231	0.5753448
0.2	0.5792591	0.5831655	0.5870637	0.5909534	0.5948341	0.5987055	0.6025673	0.6064190	0.6102604	0.6140910
0.3	0.6179105	0.6217185	0.6255148	0.6292990	0.6330707	0.6368296	0.6405753	0.6443076	0.6480261	0.6517305
0.4	0.6554205	0.6590958	0.6627560	0.6664009	0.6700301	0.6736434	0.6772405	0.6808211	0.6843849	0.6879316
0.5	0.6914610	0.6949728	0.6984667	0.7019425	0.7053999	0.7088387	0.7122587	0.7156595	0.7190411	0.7224030
0.6	0.7257452	0.7290674	0.7323694	0.7356510	0.7389120	0.7421521	0.7453713	0.7485693	0.7517460	0.7549011
0.7	0.7580345	0.7611461	0.7642357	0.7673030	0.7703481	0.7733708	0.7763708	0.7793482	0.7823026	0.7852342
0.8	0.7881427	0.7910280	0.7938900	0.7967287	0.7995438	0.8023355	0.8051035	0.8078478	0.8105684	0.8132651
0.9	0.8159379	0.8185867	0.8212116	0.8238125	0.8263892	0.8289419	0.8314704	0.8339747	0.8364549	0.8389109
1.0	0.8413427	0.8437503	0.8461338	0.8484930	0.8508280	0.8531389	0.8554257	0.8576883	0.8599269	0.8621414
1.1	0.8643319	0.8664985	0.8686411	0.8707599	0.8728549	0.8749261	0.8769736	0.8789976	0.8809979	0.8829749
1.2	0.8849284	0.8868586	0.8887656	0.8906495	0.8925104	0.8943483	0.8961634	0.8979558	0.8997256	0.9014728
1.3	0.9031977	0.9049002	0.9065807	0.9082390	0.9098755	0.9114902	0.9130832	0.9146548	0.9162049	0.9177338
1.4	0.9192416	0.9207284	0.9221944	0.9236398	0.9250646	0.9264691	0.9278533	0.9292175	0.9305617	0.9318862
1.5	0.9331912	0.9344767	0.9357429	0.9369901	0.9382183	0.9394277	0.9406185	0.9417909	0.9429451	0.9440811
1.6	0.9451992	0.9462996	0.9473824	0.9484478	0.9494960	0.9505271	0.9515414	0.9525389	0.9535200	0.9544847
1.7	0.9554332	0.9563657	0.9572825	0.9581836	0.9590692	0.9599396	0.9607949	0.9616352	0.9624608	0.9632718
1.8	0.9640685	0.9648509	0.9656193	0.9663739	0.9671148	0.9678421	0.9685561	0.9692570	0.9699449	0.9706200
1.9	0.9712824	0.9719324	0.9725700	0.9731956	0.9738092	0.9744110	0.9750012	0.9755799	0.9761473	0.9767036
2.0	0.9772490	0.9777835	0.9783074	0.9788209	0.9793240	0.9798170	0.9802999	0.9807730	0.9812364	0.9816903
2.1	0.9821348	0.9825701	0.9829962	0.9834135	0.9838219	0.9842217	0.9846130	0.9849959	0.9853706	0.9857372
2.2	0.9860959	0.9864468	0.9867900	0.9871257	0.9875549	0.9879774	0.9883956	0.9888096	0.9892196	0.9896253
2.3	0.9895554	0.9898290	0.9900964	0.9903576	0.9906128	0.9908620	0.9911055	0.9913432	0.9915754	0.9918020
2.4	0.9920233	0.9922393	0.9924502	0.9926560	0.9928568	0.9930528	0.9932440	0.9934305	0.9936125	0.9937900
2.5	0.9939631	0.9941319	0.9942965	0.9944570	0.9946135	0.9947661	0.9949148	0.9950597	0.9952009	0.9953385
2.6	0.9954726	0.9956032	0.9957305	0.9958544	0.9959751	0.9960927	0.9962072	0.9963186	0.9964272	0.9965328
2.7	0.9966356	0.9967357	0.9968331	0.9969278	0.9970200	0.9971097	0.9971970	0.9972819	0.9973644	0.9974447
2.8	0.9975227	0.9975986	0.9976724	0.9977442	0.9978139	0.9978816	0.9979475	0.9980115	0.9980736	0.9981340
2.9	0.9981927	0.9982497	0.9983051	0.9983588	0.9984110	0.9984617	0.9985109	0.9985586	0.9986050	0.9986500
3.0	0.9986937	0.9987360	0.9987771	0.9988170	0.9988557	0.9988932	0.9989296	0.9989649	0.9989991	0.9990323
3.1	0.9990645	0.9990957	0.9991259	0.9991552	0.9991836	0.9992111	0.9992377	0.9992636	0.9992886	0.9993128
3.2	0.9993363	0.9993590	0.9993810	0.9994023	0.9994229	0.9994429	0.9994622	0.9994809	0.9994990	0.9995165
3.3	0.9995335	0.9995499	0.9995657	0.9995811	0.9995959	0.9996102	0.9996241	0.9996375	0.9996505	0.9996630
3.4	0.9996752	0.9996869	0.9996982	0.9997091	0.9997197	0.9997299	0.9997397	0.9997493	0.9997585	0.9997673
3.5	0.9997759	0.9997842	0.9997922	0.9997999	0.9998074	0.9998146	0.9998215	0.9998282	0.9998346	0.9998409
3.6	0.9998469	0.9998527	0.9998583	0.9998637	0.9998689	0.9998739	0.9998787	0.9998834	0.9998879	0.9998922
3.7	0.9998964	0.9999004	0.9999042	0.9999080	0.9999116	0.9999150	0.9999184	0.9999216	0.9999247	0.9999276
3.8	0.9999305	0.9999333	0.9999359	0.9999385	0.9999409	0.9999433	0.9999456	0.9999478	0.9999499	0.9999519
3.9	0.9999538	0.9999557	0.9999575	0.9999593	0.9999609	0.9999625	0.9999641	0.9999655	0.9999670	0.9999683
4.0	0.9999696	0.9999709	0.9999721	0.9999733	0.9999744	0.9999755	0.9999765	0.9999775	0.9999784	0.9999793
4.1	0.9999802	0.9999811	0.9999819	0.9999826	0.9999834	0.9999841	0.9999848	0.9999854	0.9999861	0.9999867
4.2	0.9999872	0.9999878	0.9999883	0.9999888	0.9999893	0.9999898	0.9999902	0.9999907	0.9999911	0.9999915
4.3	0.9999918	0.9999922	0.9999925	0.9999929	0.9999932	0.9999935	0.9999938	0.9999941	0.9999943	0.9999946
4.4	0.9999948	0.9999951	0.9999953	0.9999955	0.9999957	0.9999959	0.9999961	0.9999963	0.9999964	0.9999966
4.5	0.9999968	0.9999969	0.9999971	0.9999972	0.9999973	0.9999974	0.9999976	0.9999977	0.9999978	0.9999979
4.6	0.9999980	0.9999981	0.9999982	0.9999983	0.9999983	0.9999984	0.9999985	0.9999986	0.9999986	0.9999987
4.7	0.9999988	0.9999988	0.9999989	0.9999989	0.9999990	0.9999990	0.9999991	0.9999991	0.9999992	0.9999992
4.8	0.9999992	0.9999993	0.9999993	0.9999994	0.9999994	0.9999994	0.9999994	0.9999995	0.9999995	0.9999995
4.9	0.9999995	0.9999996	0.9999996	0.9999996	0.9999996	0.9999996	0.9999997	0.9999997	0.9999997	0.9999997

5. Kod N°2

s l o v a				posebni znakovi	
A	11000	N	00110		00010
B	10011	O	00011		01000
C	01110	P	01101	slova	11111
D	10010	Q	11101	brojke	11011
E	10000	R	01010	razmak	00100
F	10110	S	10100		00000
G	01011	T	00001		
H	00101	U	11100		
I	01100	V	01111		
J	11010	W	11001		
K	11110	X	10111		
L	01001	Y	10101		
M	00111	Z	10001		

Međunarodni kod N° 2