

|                  |       |                                   |
|------------------|-------|-----------------------------------|
| jméno a příjmení | login | cvičící<br>Fuchs / Hliněná / Tůma |
|------------------|-------|-----------------------------------|

**IDM, 3. 1. 2024**

|   |   |   |   |   |   |   |          |
|---|---|---|---|---|---|---|----------|
| T | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|---|----------|

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** a písemky za **60 bodů**. Z testu musíte získat **aspoň 15 bodů**, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

## TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte následující tvrzení: Nejvýše tři relace nejsou tranzitivní.

Odpověď: čtyři nebo více relací nejsou tranzitivní

2. Rozhodněte, zda pro množinu  $M = \{1, 2, 3, 4\}$  a relaci  $R = \{[1, 2], [2, 3], [3, 1]\}$  platí formule

$$\forall a, b \in M: ([a, b] \in R \wedge [b, a] \in R) \Rightarrow [b, b] \in R.$$

Odpověď:

3. Najděte alespoň jednu dvojici přirozených čísel  $m, n$ , pro kterou platí:  $m < n \Rightarrow m - 3 = n$ .

Odpověď:

4. Rozhodněte, zda platí:  $\forall A, B: 2 \in A \Rightarrow 2 \in A \cap B$ .

Odpověď:

5. Uveďte příklad množin  $A, B$ , pro které platí  $\{\emptyset\} \in A \setminus B$ .

Odpověď:

6.  $A = \{2\}, B = \{1, \{2\}\}$ . Určete  $A \triangle B$ .

Odpověď:

7.  $S = \{[a, b], [b, c], [d, d]\}$ . Určete  $S^{-1} \circ S$ .

Odpověď:

8.  $R = \{[a, a], [a, b], [b, a], [b, c], [c, b], [c, c]\}$ . Je  $R$  tranzitivní relace na množině  $M = \{a, b, c, d\}$ ?

Odpověď:

9. Na množině  $M = \{a, b, c\}$  určete operaci  $\circ$  tak, aby grupoid  $(M, \circ)$  měl právě dva podgrupoidy.

Odpověď: nechat uzavřené áčko a porušit všechny zbytek

10. Nakreslete svaz na množině  $\{a, b, c, d, e\}$ , který je distributivní a není komplementární.

Odpověď:

# PÍSEMKÁ

*Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.*

1. Nechť  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Najděte všechny dvojice množin  $X, Y$ , pro které platí:

$$X \cup Y = M \wedge (M \setminus X) \cap Y = \{1, 2, 3\} \wedge |X \setminus Y| = 2.$$

- 2.** Dokažte, že pro všechna přirozená čísla  $n$  platí:

$$2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + (4n + 2) = 2(n + 1)(2n + 1).$$

- 3.** Je zadána relace  $R = \{[m, n] \in \mathbb{Z}^2 : 2 \mid (mn)\}$ . Zjistěte, zda relace  $R$  na množině  $\mathbb{Z}$  je a) reflexivní, b) ireflexivní, c) symetrická, d) antisymetrická, e) tranzitivní. Svoje tvrzení zdůvodněte.

- #### 4. Necht'

$$A = \{m \in \mathbb{N} : 1 \leq m \leq 6\}, B = \{m \in \mathbb{N} : 4 \leq m < 11\}, \\ R = \{[m, n] \in A \times B : 5 \mid (m + n)\}, S = \{[m, n] \in B \times A : m + n = 12\}.$$

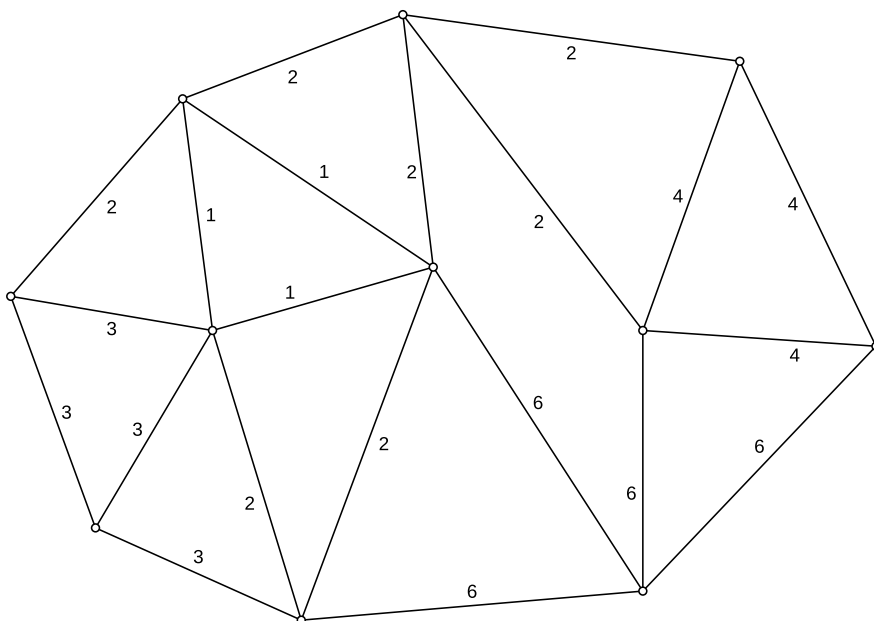
Určete vyjmenováním prvků relaci a)  $R$ , b)  $S$ , c)  $R \circ S$ , d)  $S \circ R$ .

5. Na množině  $M = \{a, b, c, d\}$  je dána operace  $\circ$  tabulkou:

| $\circ$ | $a$                   | $b$                   | $c$                          | $d$                   |
|---------|-----------------------|-----------------------|------------------------------|-----------------------|
| $a$     | $a$                   | $a$                   | <u><math>a</math></u>        | $d$                   |
| $b$     | $b$                   | $b$                   | <u><math>b</math></u>        | $d$                   |
| $c$     | <u><math>a</math></u> | <u><math>b</math></u> | <b><u><math>c</math></u></b> | <u><math>d</math></u> |
| $d$     | $d$                   | $d$                   | <u><math>d</math></u>        | $d$                   |

- a) Vypište všechny podgrupoidy grupoidu  $(M, \circ)$ .  
b) Je  $(M, \circ)$  pologrupa?  
c) Je  $(M, \circ)$  grupa?

- 6. a)** Najděte minimální kostru grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.



- b) Určete přirozená čísla  $a, b, c$  tak, aby množina  $\{a, b, c, 2, 3, 4\}$  uspořádaná relací dělitelnosti byl komplementární svaz. Nakreslete hasseovský diagram tohoto svazu.