jméno a příjmení	login	cvičící
		Fuchs / Hliněná / Tůma

IDM, 15. 1. 2024

T	1	2	3	4	5	6	Σ

*Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** a písemky za **60 bodů**. Z testu musíte získat **aspoň 15 bodů**, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.*

TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte následující tvrzení: Jestliže je relace diagonální, pak je symetrická i antisymetrická.

Odpověď: klasická negace jen přepsat do slov:
negace je diagonální a není symetrická a nebo není asymetrická

2. Rozhodněte, zda pro množinu $M = \{1,2,3,4\}$ a relaci $R = \{[1,2],[1,3]\}$ platí formule

$$\forall a,b,c \in M \colon \big([b,a] \in R \wedge [c,a] \in R\big) \Rightarrow b = c.$$

Odpověď:

3. Nechť $s_n = 1 + 3 + 5 + \cdots + (4n-1)$. Určete s_{n+1}.

Odpověď: Jako v matematické indukci
1+3+5+...+(4n-1) +(4n+1)+(4n+3)

4. $A = \{\{a\}\}, B = \{a\}$. Určete $\mathcal{P}(A \cup B)$.

Odpověď:

5. $A = \{1,2,3,4\}, B = \{1,3,4,6\}, C = \{2,3,4,6\}$. Určete $A \triangle B \triangle C$.

Odpověď:

6. Funkce $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ je dána předpisem $f(x) = |2-x|$. Určete $f^{-1}\big(\{0,1\}\big)$.

Odpověď: úplně klasicky, ale máme 3 různé body

7. $S = \{[a,b],[c,c],[d,b]\}$. Určete S^{-1}.

Odpověď:

8. Napište rozklad množiny $M = \{a,b,c,d,e,f\}$ určený relací ekvivalence

$$R = \{[a,a],[b,b],[c,c],[d,d],[d,e],[d,f],[e,d],[e,e],[e,f],[f,d],[f,e],[f,f]\}.$$

Odpověď: {{a},{b},{c},{d,e,f}}

9. Na množině reálných čísel je dána operace $\circ$ následovně: $a \circ b = a + b - 1$. Je operace $\circ$ komutativní?

Odpověď:

10. Na množině $\{a,b,c,d,e,f\}$ nakreslete svaz, který není komplementární.

Odpověď:

PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. Nechť $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Najděte všechny dvojice množin X, Y, pro které platí:

$$X \cup Y = M \ \wedge \ X \cap Y = \emptyset \ \wedge \ \forall x \in X \ \exists y \in Y : x - y = 2.$$

pro všechny X platí takové Y, že x-2 = 2

2. Dokažte, že pro libovolné dvě množiny A, B platí:

$$A \setminus (A \setminus B) = A \cap B.$$

3. Je zadána relace $R = \{[m, n] \in \mathbb{R}^2 : m + n \leq 1\}$. Zjistěte, zda relace R na množině $\mathbb{R}$ je a) reflexivní, b) ireflexivní, c) symetrická, d) antisymetrická, e) tranzitivní. Svoje tvrzení zdůvodněte.

relace může nebýt reflexivní ani ireflexivní najednou

4. Na množině $A = \{1, 2, 4, 8, 12, 24\}$ je dána relace $\sim$ následovně: $a \sim b \Leftrightarrow a \mid b$.

a) Dokažte, že relace $\sim$ je uspořádání na množině A. Nakreslete hasseovský diagram.

b) Dokažte, že $(A, \sim)$ je svazově uspořádaná množina. Určete operace infima a suprema.

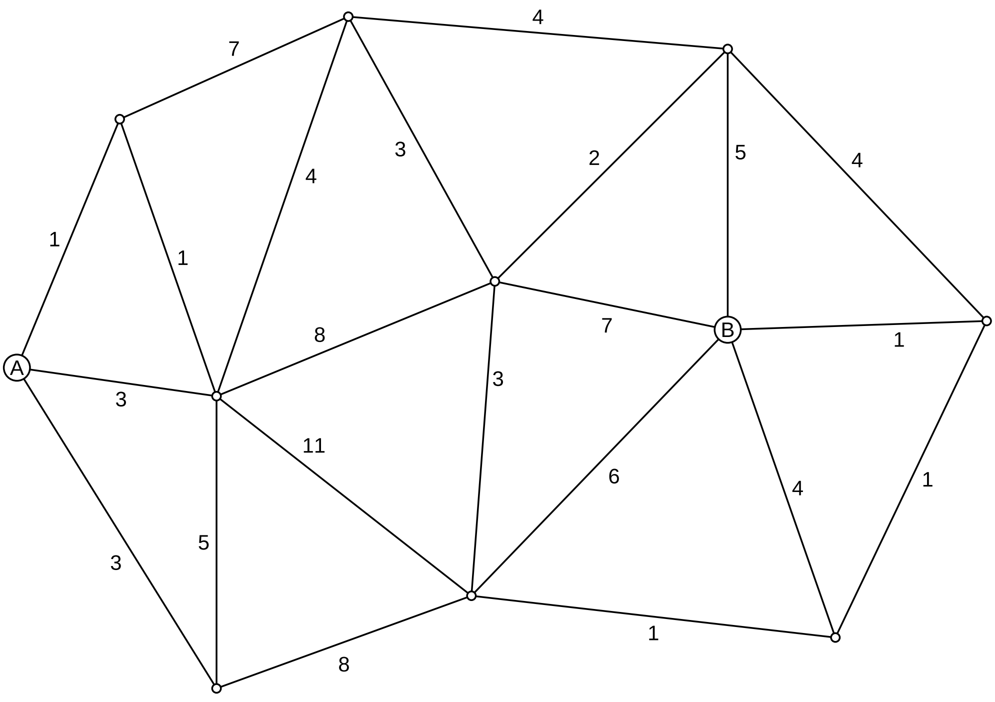
c) Zjistěte, zda je tento svaz distributivní, modulární a komplementární.

5. Na množině $M = \{a, b, c, d, e, f\}$ je dán rozklad $\mathcal{S} = \{\{a, b, c\}, \{d\}, \{e, f\}\}$.

a) Určete relaci ekvivalence R, která je dána rozkladem $\mathcal{S}$.

b) Na množině M určete operaci $\circ$ tak, aby R byla kongruence na M vzhledem k operaci $\circ$ a aby faktorová algebra byla grupa.

6. a) Najděte nejkratší cestu z vrcholu A do vrcholu B v grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.



b) Je možné graf s posloupností stupňů $3, 3, 3, 3, 3, 3$ nakreslit rovinně?