

jméno a příjmení	login	cvičící Fuchs / Hliněná / Tůma
------------------	-------	-----------------------------------

## IDM, zadání R

T	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
---	---	---	---	---	---	---	----------

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** a písemky za **60 bodů**. Z testu musíte získat **aspoň 15 bodů**, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

## TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte:  $\exists x \in \mathbb{R}: x > 2 \Rightarrow (x^2 > 4 \vee x < 3)$ .

Odpověď:

2. Rozhodněte, zda pro relaci  $R = \{[1, 2], [1, 3]\}$  platí formule

$$\forall a, b, c: ([a, b] \in R \wedge [b, c] \in R) \Rightarrow [c, a] \in R.$$

Odpověď:

0 implikace whatever je PRAVDA

3. Nechť  $s_n = (n + 3) + (n + 4) + \dots + (4n + 2)$ . Určete  $s_2$ .

Odpověď: sčítat všechny elementy než dostanu  $(4 \cdot 2 + 2)$

4. Rozhodněte, zda pro libovolné množiny  $A, B, C$  platí:  $C \subseteq A \Rightarrow C \subseteq A \cap B$ .

Odpověď:

5.  $A = \{1\}, B = \{2, \{1\}\}$ . Určete  $B \times A$ .

Odpověď:

6.  $A = \{(1)\}, B = \{(1), 2\}$ . Platí  $A \in B$ ?

Odpověď:

7.  $R = \{[1, 1], [2, 3], [4, 3]\}$ . Určete  $R \circ R$ .

Odpověď:

8. Napište relaci ekvivalence k rozkladu  $\mathcal{S} = \{\{a, c\}, \{b\}, \{d\}\}$  množiny  $A = \{a, b, c, d\}$ .

Odpověď: zopakuju každý prvek kvůli reflexivitě, a pak ještě symetrie  $\{a, c\}$

9. Na množině  $\mathbb{R}$  je dána operace  $\star$  následovně:  $a \star b = b$ . Je operace  $\star$  komutativní?

Odpověď:

10. Nakreslete graf s posloupností stupňů 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 4.

Graf:

# PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. a) O množině  $M$  víme:  $|\mathcal{P}(M)| = 4$ ,  $\{5\} \in \mathcal{P}(M)$ ,  $\{\{\emptyset\}\} \subseteq \mathcal{P}(M)$ . 0 je dělitelná dvojkou! můžeme dostat záporná čísla (protože nekontrolujeme, zda výsledek je v M)  
 b) Najděte relace  $R, S, T$  tak, aby  $R \circ (S \cap T) = (R \circ S) \cap (R \circ T)$ .  
 c) Najděte relace  $R, S, T$  tak, aby  $R \circ (S \cap T) \neq (R \circ S) \cap (R \circ T)$ .

2. Dokažte, že pro všechna přirozená čísla  $n$  platí:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (4n + 1) = (2n + 1)^2.$$

3. Na množině  $M = \{n \in \mathbb{N} : 1 \leq n < 10\}$  je dána relace  $R$  následovně:

$$[a, b] \in R \iff 2|(a - b).$$

Zjistěte, zda relace  $R$  je a) reflexivní, b) symetrická, c) antisymetrická, d) tranzitivní, e) relací ekvivalence, f) relací uspořádání. Svoje tvrzení zdůvodněte.

4. Nechť  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ . Na množině  $\mathcal{P}(Y) \setminus \mathcal{P}(X)$  je dána relace  $\sim$  následovně:

$$A \sim B \iff A \setminus B = \emptyset.$$

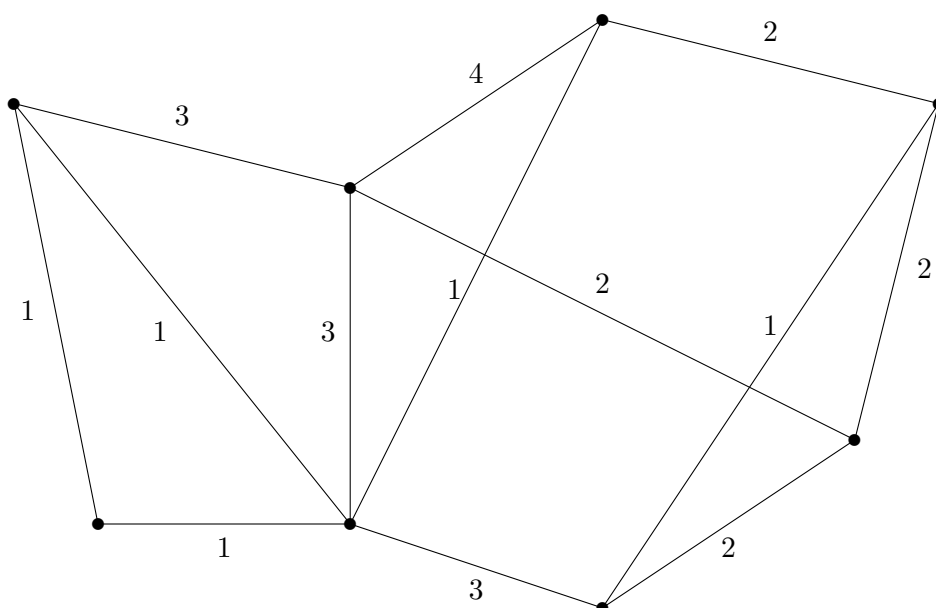
Ukažte, že relace  $\sim$  je na množině  $\mathcal{P}(Y) \setminus \mathcal{P}(X)$  uspořádání, a nakreslete hasseovský diagram.

5. Na množině  $M = \{a, b, c, d\}$  je dána operace  $\circ$ :

$\circ$	$a$	$b$	$c$	$d$
$a$	$b$	$b$	$a$	$c$
$b$	$b$	$b$	$b$	$c$
$c$	$a$	$b$	$c$	$d$
$d$	$c$	$c$	$d$	$c$

- a) Je  $(M, \circ)$  pologrupa?  
 b) Vypište všechny dvouprvkové podgrupoidy  $(M, \circ)$ . vyzkoušet kombinace na jednom řádku (jako roznásobení všech možných kombinací)

6. a) Najděte minimální kostru grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.



- b) Je možné nakreslit graf s posloupností stupňů 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3 bez překřížení hran?

$$m \leq 3v - 6$$