jméno a příjmení	login	cvičící
		Fuchs / Hliněná / Tůma

IDM, 30. 1. 2024

T	1	2	3	4	5	6	Σ

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za ***20 bodů*** *a písemky za* ***60 bodů****. Z testu musíte získat* ***aspoň 15 bodů****, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.*

TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte: $\forall a, b \in \mathbb{R}\colon a = b \Rightarrow (a \leq b \wedge a \geq b)$.

odstranit nebo rovno ofc

Odpověď:

2. Na množině $M = \{a, b, c\}$ udejte příklad neprázdné relace, která není symetrická ani antisymetrická.

{(a,b), (b,a), (a,c)}

Odpověď:

3. $A = \{[1, 2]\}, B = \{1\}, C = \{\{2\}\}$. Určete $A \setminus (B \times C)$.

Odpověď:

4. $A = \langle 0, 3\rangle, B = \langle 1, 4\rangle$. Určete $A \setminus B$.

Odpověď:

5. Funkce $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ je dána předpisem $f(x) = |2 + x|$. Určete $f^{-1}(\{0\})$.

Odpověď:

6. $R = \{[1, 2], [1, 3]\}$. Je relace R zobrazení?

Odpověď: JEDNO X MUSÍ MÍT VŽDY JEDNO Y

7. $R = \{[1, 2], [2, 3], [3, 3]\}$. Určete $R \circ R$.

Odpověď:

8. Existuje na množině $\{a, b, c, d, e\}$ Booleův svaz? TODO:

Odpověď:

9. Na množině $M = \{a, b\}$ je dána operace $\star$ tabulkou:

$\star$	a	b
a	a	b
b	b	a

Je $(M, \star)$ grupa?

Odpověď:

10. Existuje graf s posloupností stupňů $1, 1, 1, 1, 2$? Odpověď stručně zdůvodněte.

Odpověď:

PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. Nechť $M = \{1, 3, 6, 9, 12\}$. Najděte všechny dvojice množin X, Y, pro které platí:

$$X \cup Y = M \ \wedge \ X \setminus Y = X \ \wedge \ \forall x \in X \ \exists y \in Y : x \,|\, y.$$

alespoň jeden prvek z množiny y děleno alespoň jeden prvek z množiny x musí vyjít bez zbytku

2. Dokažte, že pro všechna přirozená čísla n platí:

$$3 + 5 + 7 + 9 + \cdots + (4n + 3) = (2n + 1)\,(2n + 3)\,.$$

3. Je zadána relace $R = \big\{[m, n] \in \mathbb{Z}^2 : 3\,|\,(mn)\big\}$. Zjistěte, zda relace R na množině $\mathbb{Z}$ je a) reflexivní, b) ireflexivní, c) symetrická, d) antisymetrická, e) tranzitivní. Svoje tvrzení zdůvodněte.

třeba (3,1), (1,3), (3,3), (9,9)

4. Na množině $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ je dána operace $a \circ b = \max\{a, b\}$.

a) Vypište všechny podgrupoidy grupoidu $(M, \circ)$.

b) Je $(M, \circ)$ pologrupa?

c) Je $(M, \circ)$ monoid?

asociativita: každý prvek nemá více než jeden inverzní prvek
uzavřenost: Ano, všechny prvky jsou v množině M

5. Na množině $M = \{1, 2, 3, \ldots, 2024\}$ je dána relace $\sim$ následovně:

$$a \sim b \iff \text{čísla } a, b \text{ mají v dekadickém zápisu stejný počet jedniček.}$$

Dokažte, že relace $\sim$ je ekvivalence na množině M. Určete $M/_{\sim}$.

6. Na množině $A = \{1, 2, 4, 6, 10, 12, 30, 60\}$ je dána relace $\sim$ následovně: $a \sim b \Leftrightarrow a\,|\,b$.

tranzitivita platí

a) Dokažte, že relace $\sim$ je uspořádání na množině A. Nakreslete hasseovský diagram.

b) Dokažte, že $(A, \sim)$ je svazově uspořádaná množina. Určete operace infima a suprema.

c) Zjistěte, zda je tento svaz distributivní, modulární a komplementární.