

jméno a příjmení	login	cvičící Fuchs / Hliněná / Tůma
------------------	-------	-----------------------------------

## IDM, zadání Q

T	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
---	---	---	---	---	---	---	----------

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** a písemky za **60 bodů**. Z testu musíte získat **aspoň 15 bodů**, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

## TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte:  $\forall x \in \mathbb{R}: x < 2 \Rightarrow (x^2 < 4 \vee x > 3)$ .

Odpověď:

2. Rozhodněte, zda pro relaci  $R = \{[1, 2], [1, 3]\}$  platí formule

$$\forall a, b, c: ([a, b] \in R \wedge [b, c] \in R) \Rightarrow [a, c] \notin R.$$

Odpověď:

3. Nechť  $s_n = (n + 4) + (n + 5) + \dots + (4n + 3)$ . Určete  $s_2$ .

Odpověď: součet dvou prvních členů ?  
 $(1+2) + (2+5) = 12$

4. Rozhodněte, zda pro libovolné množiny  $A, B, C$  platí:  $C \subseteq A \cup B \Rightarrow C \subseteq A$ .

Odpověď:

5.  $A = \{1\}, B = \{2, \{1\}\}$ . Určete  $A \times B$ .

Odpověď:

6.  $A = \{[1]\}, B = \{[1], 2\}$ . Platí  $A \in B$ ?

Odpověď:

7.  $R = \{[a, a], [b, d], [c, d]\}$ . Určete  $R \circ R$ .

Odpověď:

8. Napište relaci ekvivalence k rozkladu  $S = \{\{a\}, \{b, d\}, \{c\}\}$  množiny  $A = \{a, b, c, d\}$ .

Odpověď:

9. Na množině  $\mathbb{R}$  je dána operace  $\star$  následovně:  $a \star b = a$ . Je operace  $\star$  komutativní?

Odpověď:

10. Nakreslete graf s posloupností stupňů 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3.

Graf:

# PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. a) O množině  $M$  víme:  $|\mathcal{P}(M)| = 4$ ,  $\{\{5\}\} \subseteq \mathcal{P}(M)$ ,  $\{\emptyset\} \in \mathcal{P}(M)$ . Určete množinu  $M$ .

b) Najděte relace  $R, S, T$  tak, aby  $(S \cap T) \circ R = (S \circ R) \cap (T \circ R)$ . **vymyslet množiny R,S,T**

c) Najděte relace  $R, S, T$  tak, aby  $(S \cap T) \circ R \neq (S \circ R) \cap (T \circ R)$ . **zložená relace, takže když hodím vše stejné do každé množiny, tak to výjde**

2. Dokažte, že pro všechna přirozená čísla  $n$  platí:

$$2 + 4 + 6 + \dots + (4n + 2) = (2n + 1)(2n + 2).$$

3. Na množině  $M = \{n \in \mathbb{N} : 1 \leq n < 10\}$  je dána relace  $R$  následovně:

$$[a, b] \in R \iff 2|(a + b).$$

**dvojice  $[a, b]$  patří do relace  $R$  právě tehdy, když součet  $a + b$  je dělitelný 2**

Zjistěte, zda relace  $R$  je a) reflexivní, b) symetrická, c) antisymetrická, d) tranzitivní, e) relací ekvivalence, f) relací uspořádání. Svoje tvrzení zdůvodněte.

4. Nechť  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ . Na množině  $\mathcal{P}(Y) \setminus \mathcal{P}(X)$  je dána relace  $\sim$  následovně:

$$A \sim B \iff A \subseteq B.$$

**v zadání je napsané, takže určitě platí stačí důkaz**

Ukažte, že relace  $\sim$  je na množině  $\mathcal{P}(Y) \setminus \mathcal{P}(X)$  uspořádání, a nakreslete **hasseovský diagram**.

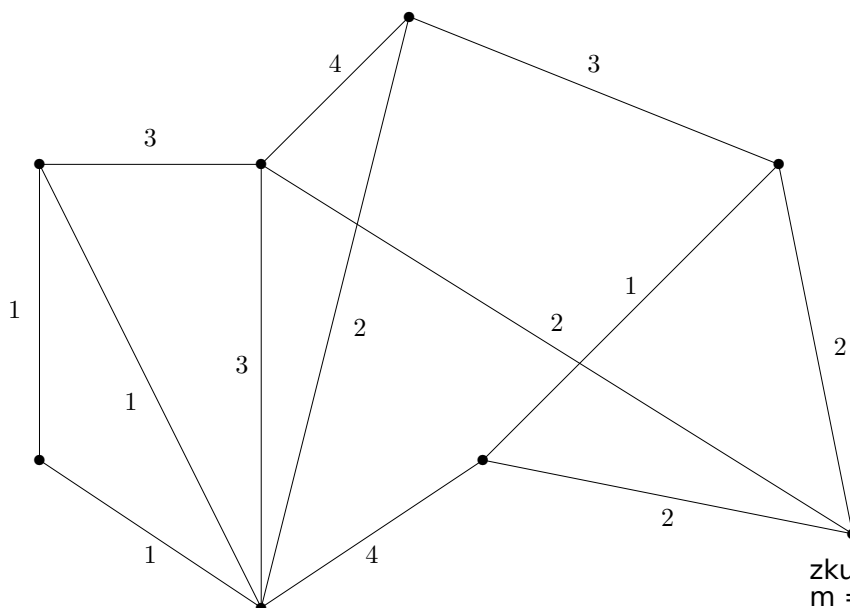
5. Na množině  $M = \{a, b, c, d\}$  je dána operace  $\circ$ :

$\circ$	$a$	$b$	$c$	$d$
$a$	$c$	$a$	$c$	$c$
$b$	$a$	$b$	$c$	$d$
$c$	$c$	$c$	$b$	$b$
$d$	$c$	$d$	$b$	$b$

a) Je  $(M, \circ)$  pologrupa? **asociativita no workey, protože neutrální prvek je dvakrát v řádku c a d**

b) Vypište všechny dvouprvkové podgrupoidy  $(M, \circ)$ . **všechny možné kombinace toho horního záhlaví, musí být uzavřené**  
 **$\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}$**

6. a) Najděte minimální kostru grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.



zkusit zase vzorec  $m \leq 3v - 6$   
 $m = (3+3+4+4+4+4)/2$   
 $v = \text{počet vrcholů}$

b) Je možné nakreslit graf s posloupností stupňů 3, 3, 4, 4, 4, 4 bez překřížení hran?

**je to možné**