Čtvrté cvičení

1. Najděte inverzní matici k matici $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, pokud taková matice existuje.

   Výsledky: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

2. Určete všechna $d \in \mathbb{R}$, pro která existuje inverzní matice k matici $A = \begin{pmatrix} d & 2 & 1 \\ 2 & d & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

   prostě vypočítat D=0

   Výsledky: $d \in \mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$.

3. Jsou dány matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}.$$

   Najděte k nim matice inverzní (pokud existují). Dále najděte inverze (pokud existují) k maticím AB a AC.

   Výsledky: $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, C^{-1} neexistuje, $(AB)^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $(AC)^{-1}$ neexistuje.

4. Nechť

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

   |A^-1| = 1/|A|
   |A^T| = |A|

   Určete $|AA^{-1}|, |A^T A|, |A^{-1} A^T|$.

   Výsledky: $|AA^{-1}| = 1, |A^T A| = 4, |A^{-1} A^T| = 1$.

5. Jsou dány matice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

   (a) Určete: $|A|$

   důležité jestli zprava nebo zleva

   (b) Určete: $|A^{-1}|$

   (c) Určete matici X tak, aby platilo:

$$AX = B.$$

   Výsledky: a) 3, b) 1/3, c) $X = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 2 & 2 \\ \frac{1}{3} & 1 & 0 \\ \frac{4}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Nechť

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Určete matici X tak, aby platilo:

$$AXC = B.$$

Výsledky: $X = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 2 & 0 & -\frac{1}{2} \\ -1 & -1 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$.

7. * Najděte matici A, pro kterou platí $\mathrm{adj}(A) = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.