jméno a příjmení	login	cvičící
		Fuchs / Hliněná / Tůma

IDM, zadání P

T	1	2	3	4	5	6	Σ

*Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** a písemky za **60 bodů**. Z testu musíte získat **aspoň 15 bodů**, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.*

TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte: $\forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R}\colon x < y \Rightarrow |x| < |y|$.

negace implikace (levo AND neg pravo

Odpověď:

2. Platí formule $a < b \Rightarrow a + b = 7$ pro $a = 3,\ b = 2$?

NE

Odpověď:

3. Platí $\emptyset \in \emptyset$?

ANO

Odpověď:

4. Symboly $\square$ nahraďte některými ze symbolů $\in, \notin, \wedge, \vee$ tak, aby vzniklá formule platila pro libovolné množiny A, B: $(1 \notin A \setminus B) \Leftrightarrow (1 \square A \ \ \square \ \ 1 \square B)$.

Odpověď:

5. $A = \{1\}$, $B = \{2\}$, $C = \{[1,2]\}$. Určete $(A \times B) \setminus C$.

Odpověď:

6. $A = \{1\}$, $B = \{\{1\}\}$. Platí $A \subseteq B$?

Odpověď:

7. $R = \{[a,b],[b,c],[c,d]\}$. Určete $R \circ R$.

Odpověď:

8. $R = \{[a,a],[a,b],[b,a],[b,b]\}$. Je R relace ekvivalence na množině $A = \{a,b,c\}$?

Odpověď:

9. Na množině $\mathbb{R}$ je dána operace $\star$ následovně: $a \star b = a + |b|$. Je operace $\star$ komutativní?

Odpověď:

10. Nakreslete graf s posloupností stupňů $3,3,3,3,3,5$.

Graf:

PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. a) Najděte množiny A, B tak, aby platilo:

$$\{2\} \subseteq A \setminus B \ \wedge \ \{2\} \in A \cap B.$$

b) Najděte všechny dvojice množin X, Y, pro které platí:

$$|X \cap Y| = |X \setminus Y| \ \wedge \ X \cup Y = \{a, b, c\}.$$

2. Dokažte, že pro všechna přirozená čísla n platí:

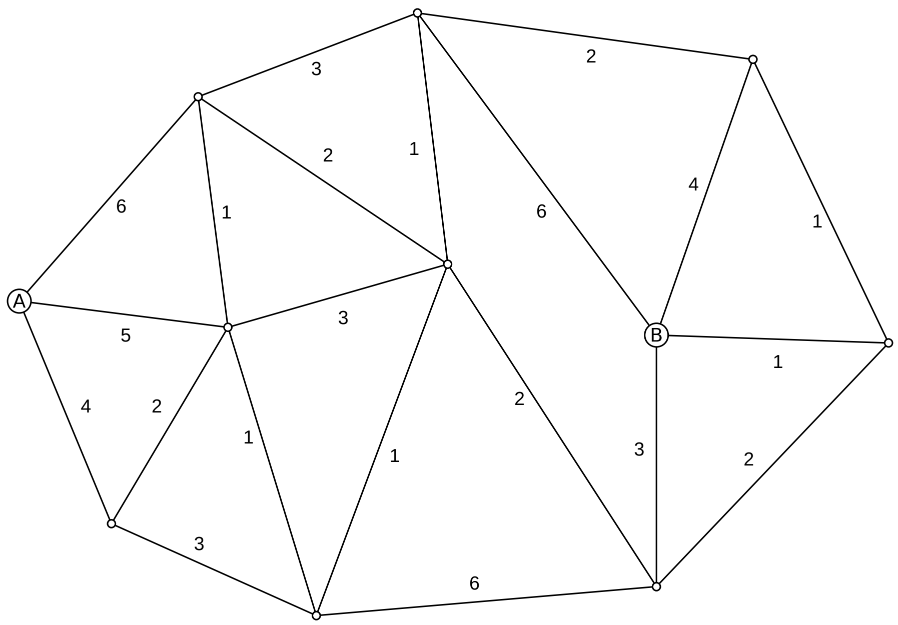
$$2 + 3 + 4 + \cdots + (3n+2) = \frac{1}{2}(3n+1)(3n+4).$$

3. Na množině $M = \{a, b, c, d\}$ je dána relace R:

$$R = \{[a,a], [a,b], [a,c], [a,d], [b,a], [b,b], [b,c], [c,a], [c,b], [c,c], [d,a]\}.$$

Zjistěte, zda relace R je a) reflexivní, b) symetrická, c) antisymetrická, d) tranzitivní.

4. a) Najděte nejkratší cestu z vrcholu A do vrcholu B v grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.



b) Může být graf s posloupností stupňů $6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6$ rovinný?

5. Na množině $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ je dán rozklad $\mathcal{S}$:

$$\mathcal{S} = \{\{a, b\}, \{c, d\}, \{e\}, \{f\}\}.$$

a) Určete relaci ekvivalence R, která je dána rozkladem $\mathcal{S}$.

b) Na množině A určete operaci $\circ$ tak, aby platilo $a \circ f \neq b \circ f$ a R byla relací kongruence na A vzhledem k operaci $\circ$.

6. Na množině $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 15, 30\}$ je dána relace $\sim$ následovně: $a \sim b \Leftrightarrow a|b$.

a) Je relace $\sim$ na množině A relací uspořádání?

b) V případě kladné odpovědi na předchozí otázku nakreslete hasseovský diagram a zjistěte, zda se jedná o svazové uspořádání.