

IZU 1. úloha

Tomáš Ďuriš (xduris05)

06.04.2020

Zadanie:

14. Převed'te formuli $\forall x (p(x) \Rightarrow (\exists y (q(x, y) \wedge \neg p(y)) \wedge \neg \exists v (q(x, v) \wedge q(v, x)) \wedge \forall z (\neg(p(z) \Rightarrow \neg e(x, z))))$ do konjunktivní normální formy.

Riešenie:

1) Odstránime všetky implikácie ($A \Rightarrow B$ na $\neg A \vee B$)

$$\forall x(p(x) \Rightarrow (\exists y(q(x,y) \wedge \neg p(y)) \wedge \neg \exists v(q(x,v) \wedge q(v,x)) \wedge \forall z(\neg(\neg p(z) \vee \neg e(x,z)))))$$

$$\forall x(\neg p(x) \vee (\exists y(q(x,y) \wedge \neg p(y)) \wedge \neg \exists v(q(x,v) \wedge q(v,x)) \wedge \forall z(\neg(\neg p(z) \vee \neg e(x,z)))))$$

2) Presunieme negáciu dovnútra, použijeme De Morganove zákony

$$\forall x(\neg p(x) \vee (\exists y(q(x,y) \wedge \neg p(y)) \wedge \neg \exists v(q(x,v) \wedge q(v,x)) \wedge \forall z((p(z) \wedge e(x,z)))))$$

$$\forall x(\neg p(x) \vee (\exists y(q(x,y) \wedge \neg p(y)) \wedge \forall v \neg(q(x,v) \wedge q(v,x)) \wedge \forall z(p(z) \wedge e(x,z))))$$

3) Roznásobíme zátvorky a výjmemme kvantifikátory pred zátvorku

$$\forall x((\neg p(x) \vee (\exists y(q(x,y) \wedge \neg p(y))) \wedge (\neg p(x) \vee (\forall v \neg(q(x,v) \wedge q(v,x)))) \wedge (\neg p(x) \vee (\forall z(p(z) \wedge e(x,z)))))$$

$$\forall x(\exists y(\neg p(x) \vee (q(x,y) \wedge \neg p(y))) \wedge \forall v(\neg p(x) \vee \neg(q(x,v) \wedge q(v,x))) \wedge \forall z(\neg p(x) \vee (p(z) \wedge e(x,z))))$$

4. Použijeme skolemizáciu a De Morganove zákony

$$\forall x \exists y \forall v \forall z((\neg p(x) \vee (q(x,y) \wedge \neg p(y))) \wedge (\neg p(x) \vee \neg(q(x,v) \wedge q(v,x))) \wedge (\neg p(x) \vee (p(z) \wedge e(x,z))))$$

$$((\neg p(x) \vee (q(x,f(x)) \wedge \neg p(f(x)))) \wedge (\neg p(x) \vee \neg(q(x,v) \wedge q(v,x))) \wedge (\neg p(x) \vee (p(z) \wedge e(x,z))))$$

$$((\neg p(x) \vee (q(x,f(x)) \wedge \neg p(f(x)))) \wedge (\neg p(x) \vee \neg q(x,v) \wedge \neg q(v,x)) \wedge (\neg p(x) \vee (p(z) \wedge e(x,z))))$$

5. Finálna úprava, dostávame konjunkciu medzi výrazy a disjunkciu do vnútra výrazov.

Získavame výsledok

$$(\neg p(x) \vee q(x,f(x)) \wedge (\neg p(x) \vee \neg p(f(x)) \wedge (\neg p(x) \vee \neg q(x,v) \vee \neg q(v,x)) \wedge (\neg p(x) \vee p(z)) \wedge (\neg p(x) \vee e(x,z)))$$