

# Schemi Astronomia 1

Tommaso Di Luciano

March 2023

## Contents

<b>1</b>	<b>Conversioni fondamentali</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Definizioni</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Spettro continuo</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Luminosità totale</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Fotometria</b>	<b>5</b>
<b>6</b>	<b>Indice di colore</b>	<b>6</b>
<b>7</b>	<b>Luminosità e distanza</b>	<b>6</b>
<b>8</b>	<b>Parallasse trigonometrica</b>	<b>6</b>
<b>9</b>	<b>Magnitudini assolute</b>	<b>7</b>
<b>10</b>	<b>Mag assolute e indice di colore</b>	<b>7</b>
<b>11</b>	<b>Righe spettrali</b>	<b>7</b>
<b>12</b>	<b>Origine righe spettrali</b>	<b>7</b>
<b>13</b>	<b>Distribuzione di Boltzmann</b>	<b>8</b>
<b>14</b>	<b>Temperatura di eccitazione</b>	<b>8</b>
<b>15</b>	<b>Ionizzazione</b>	<b>8</b>
<b>16</b>	<b>Intensità righe</b>	<b>8</b>
<b>17</b>	<b>Larghezza equivalente righe spettrali</b>	<b>8</b>
<b>18</b>	<b>Effetto doppler</b>	<b>9</b>
<b>19</b>	<b>Diagramma HR</b>	<b>9</b>
<b>20</b>	<b>Parallasse spettroscopica</b>	<b>9</b>
<b>21</b>	<b>Stelle binarie</b>	<b>10</b>
21.1	Binarie a orbita circolare . . . . .	10
21.2	Sistemi binari e DopplerShift . . . . .	11
21.3	Energia totale sistema binario . . . . .	11
21.4	Binarie ad eclisse . . . . .	11
<b>22</b>	<b>Masse stellari</b>	<b>12</b>
<b>23</b>	<b>Funzione di massa</b>	<b>12</b>
<b>24</b>	<b>Funzione di luminosità</b>	<b>12</b>

<b>25 Raggio di luminosità</b>	<b>12</b>
<b>26 Misure dirette dimensioni</b>	<b>12</b>
<b>27 Sole</b>	<b>13</b>
<b>28 Trasporto radiazione</b>	<b>13</b>
<b>29 Osservazione fotosfera: lembo solare</b>	<b>14</b>
<b>30 Trasporto radiativo nel sole</b>	<b>14</b>
<b>31 Osservazioni nella fotosfera</b>	<b>14</b>
31.1 Granuli . . . . .	14
31.2 Supergranuli . . . . .	14
31.3 Spettro continuo e righe spettrali . . . . .	14
<b>32 Allargamento righe</b>	<b>14</b>
<b>33 Temperatura fotosfera</b>	<b>15</b>
<b>34 Osservazioni cromosfera e corona</b>	<b>15</b>
<b>35 Cromosfera</b>	<b>15</b>
35.1 Spettro cromosfera . . . . .	15
<b>36 Corona</b>	<b>16</b>
<b>37 Macchie solari</b>	<b>16</b>
<b>38 Attività solare</b>	<b>17</b>
<b>39 Effetto zeeman</b>	<b>17</b>
<b>40 Prominenze</b>	<b>17</b>
<b>41 Solar flares</b>	<b>17</b>
<b>42 Coronal mass ejection</b>	<b>17</b>
<b>43 Fonti energia stellare</b>	<b>17</b>
43.1 Fusione nucleare . . . . .	18
<b>44 Energia: stelle di MS</b>	<b>18</b>
<b>45 PP Chain</b>	<b>18</b>
<b>46 Ciclo CNO</b>	<b>19</b>
<b>47 Fusione</b>	<b>19</b>
<b>48 Stelle massiccie</b>	<b>20</b>
<b>49 Fusione</b>	<b>20</b>
<b>50 Elementi pesanti</b>	<b>20</b>
<b>51 Reazioni pre-sequenza</b>	<b>20</b>

<b>52 Struttura stellare: equazioni fondamentali</b>	<b>21</b>
52.1 Conservazione massa . . . . .	21
52.2 Equilibrio Idrostatico . . . . .	21
52.3 Equazione di stato . . . . .	21
52.4 Trasporto di energia . . . . .	22
52.4.1 Domina trasporto radiativo . . . . .	22
52.4.2 Domina trasporto conduttivo . . . . .	22
52.4.3 Domina trasporto convettivo . . . . .	22
52.5 Generazione di energia . . . . .	22
<b>53 Tempo di free fall</b>	<b>22</b>
<b>54 Energia gravitazionale e pressione</b>	<b>23</b>
<b>55 Modello del sole</b>	<b>23</b>
<b>56 Trasporto energia: stelle MS</b>	<b>23</b>
56.1 Verifiche sperimentali modelli del sole . . . . .	24
<b>57 Eliosismologia</b>	<b>24</b>
<b>58 Neutrini solari</b>	<b>24</b>
<b>59 P in estrema densità</b>	<b>24</b>
<b>60 Pressione degenera</b>	<b>25</b>
<b>61 Limite inferiore massa di una stella</b>	<b>25</b>
<b>62 Limite superiore massa di una stella</b>	<b>25</b>
<b>63 Pressione degenera relativistica</b>	<b>25</b>
<b>64 Massa di Chandrasekhar</b>	<b>26</b>
<b>65 Evoluzione stelle:fase di MS</b>	<b>26</b>
<b>66 Relazione M-L</b>	<b>26</b>
<b>67 Valori limite dei raggi stellari MS</b>	<b>26</b>
<b>68 Pendenza MS (L-T)</b>	<b>27</b>
<b>69 Oltre MS</b>	<b>27</b>
<b>70 Contrazione ed espansione nucleo-inviluppo</b>	<b>27</b>
<b>71 Evoluzione su diagramma HR Per <math>M \simeq M_S</math></b>	<b>28</b>
<b>72 Nana Bianca</b>	<b>28</b>
72.1 Relazione M-R . . . . .	29
72.2 Relazione M-T . . . . .	29
72.3 Temperatura superficiale . . . . .	30
72.4 Struttura . . . . .	30
72.5 Tempo di raffreddamento . . . . .	30
<b>73 Evoluzione delle stelle</b>	<b>30</b>
73.1 $M \in [2.25, 8]M_S$ . . . . .	30
73.2 $M > 8M_S$ . . . . .	30
<b>74 Supernovae type II (<math>M &gt; 8M_S</math>)</b>	<b>31</b>
74.1 Formazione elementi pesanti . . . . .	31

<b>75 Stelle variabili</b>	<b>31</b>
75.1 Variabili Cefeidi . . . . .	31
75.2 Meccanismo di oscillazione . . . . .	32
75.3 Dinamica . . . . .	32
75.4 Classi . . . . .	32
<b>76 Binarie Compatte e SN 1A</b>	<b>33</b>
<b>77 Classificazione di Supernovae</b>	<b>33</b>
77.1 SN 1A come indicatori di distanza . . . . .	33
77.2 SN 2 e stelle di neutroni . . . . .	34
77.2.1 Massa . . . . .	34
77.2.2 Raggio . . . . .	34
77.2.3 Densità . . . . .	34
77.2.4 Pressione . . . . .	34
77.2.5 Rotazione . . . . .	34
77.2.6 Campo Magnetico . . . . .	34
77.2.7 Riassumendo . . . . .	35
<b>78 Pulsar</b>	<b>35</b>
78.1 Modello standard Pulsar . . . . .	36
78.2 Glitches: variazioni del periodo . . . . .	37
<b>79 Binarie compatte: interactive binaries</b>	<b>37</b>
79.1 Binarie compatte semi-detached . . . . .	38
<b>80 Black Holes</b>	<b>38</b>
80.1 Natura di un BH: . . . . .	38
80.2 Funzioni di massa dei buchi neri stellari . . . . .	39

# 1 Conversioni fondamentali

$$1\text{erg} = 10^{-7}\text{J}$$

$$1Jv = 10^{-23}\text{erg} \cdot s^{-1} \cdot cm^{-2} \cdot Hz^{-1} \text{ jamvsky}$$

$$1AU = 10^{13}\text{cm}$$

$$60' = \pi/180$$

$$1dyn = 10^{-5}\text{N}$$

## 2 Definizioni

**Flusso:** Energia per secondo su unità di area

$$b [\text{erg } s^{-1} \text{ cm}^{-2}]$$

**Magnitudo:**

$$\text{dati } b_1, b_2: \frac{b_1}{b_2} = 10^{2(m_2 - m_1)/5} \Rightarrow m_2 - m_1 = 2.5 \log_{10} \frac{b_1}{b_2}$$

Lo Zero è settato da flussi di BlackBody misurati in laboratorio.

Magnitudo vega

Magnitudo sole

**Densità spettrale di flusso:**

Flusso per unità di intervallo

$$S_\nu [\text{erg } s^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1}]$$

$$S_\lambda [\text{erg } s^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ A}^{-1}]$$

**Brillanza superficiale:**

Densità flusso per unità di angolo solido sorgente

$$I_\nu [\text{erg } s^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}]$$

$$I_\lambda [\text{erg } s^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ A}^{-1} \text{ sr}^{-1}]$$

## 3 Spettro continuo

Ben approssimato da curva di BB (molto per T alte, altrimenti forti effetti di assorbimento)

BB sorgente ideale: equilibrio Termodinamico:

- Energia incidente totalmente assorbita
- energia scambiata liberamente con l'ambiente
- $E_{in} = E_{out}$

**Legge di Wien**  $\lambda_{max}T = 0.29\text{cmK}$

**Legge di Planck:**  $[h = 6.63 \times 10^{-27} \text{ erg s}]$

$$\nu) \quad I_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$$

$$\lambda) \quad I_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT}-1}$$

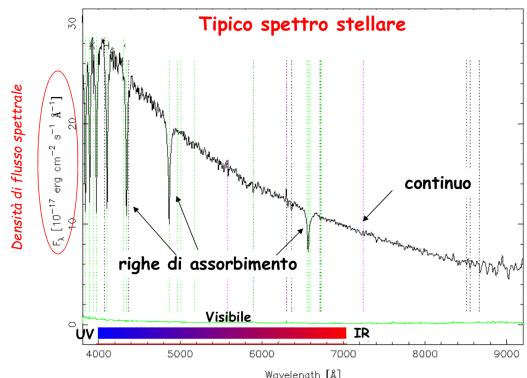
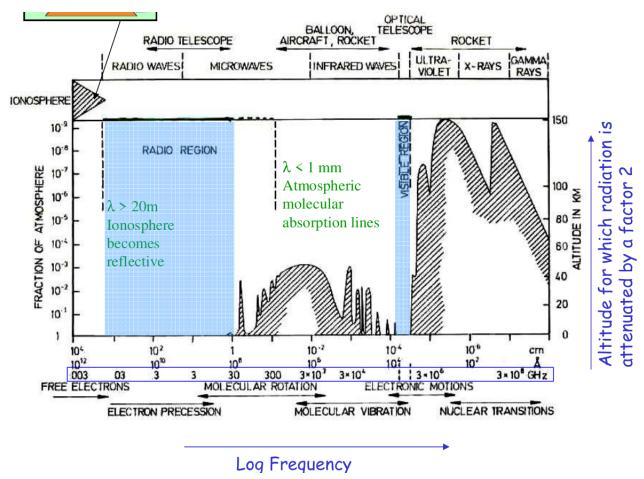
**potenza emessa:**  $\omega_s = \int_0^{2\pi} d\Omega \int_0^\infty I_\lambda d\lambda = \int_0^{2\pi} d\Omega \int_0^\infty I_\nu d\nu = \sigma T^4$  potenza irradiata per unità di superficie,  
 $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} = 5.7 \times 10^{-5} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2} \text{ K}^{-4}$  cost di stefan-Boltzmann.

## 4 Luminosità totale

L Potenza irradiata da tutta la superficie:  $L = (4\pi R^2)\omega_s = (4\pi R^2)(\sigma T^4)$

$$R_s = 7 \times 10^5 \text{ Km} \quad T_s = 5800 \text{ K} \quad L_s = 4 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$$

## 5 Fotometria



Ogni misura di flusso è integrata su un intervallo finito. Quello che noi misuriamo è quindi la convoluzione del segnale con la risposta di un filtro  $P_\lambda$ :  $\tilde{b} = \int_0^\infty P_\lambda b(\lambda) d\lambda$  devo conoscere molto bene il filtro.

Per la maggior parte delle stelle il picco è nel visibile ma spesso un po' stronzo da trovare quindi faccio due misure del flusso in due bande (intorno di 2  $\lambda$ ) e guardo le differenze di flusso e quindi di mag. L'informazione sullo spettro è univoca perché fix due punti vi corrisponde un'unica curva di BB.

Filtro	$\lambda$ (max) [nm]	$\Delta\lambda$ (range) [nm]
U	350	70
B	435	100
V	555	80
R	680	150
I	800	150

## 6 Indice di colore

Differenza di mag rispetto ai flussi delle bande  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$

$$m_2 - m_1 = 2.5 \log \frac{\tilde{b}(\lambda_1)}{\tilde{b}(\lambda_2)} \text{ con } \tilde{b}(\lambda_i) \text{ flusso misurato con filtro centrato in } \lambda_i.$$

La T è det univocamente. Infatti fondamentalmente misuro:  $\xi(\lambda_1, \lambda_2, T) = \frac{I(\lambda_1, T)}{I(\lambda_2, T)} = (\frac{\lambda_2}{\lambda_1})^5 \frac{e^{\frac{hc}{\lambda_2 kT}} - 1}{e^{\frac{hc}{\lambda_1 kT}} - 1}$  rapporti di flusso da cui risalgo a T

Per esempio  $B - V = -2.5 \log_{10} \frac{\tilde{b}(\lambda_B)}{\tilde{b}(\lambda_V)}$  ( $< 0$  per stelle calde  $> 0$  per stelle fredde)

$$\text{Formula empirica per la temperatura: } T = 4600K \left[ \frac{1}{0.92(B-V)+1.7} + \frac{1}{0.92(B-V)+0.62} \right]$$

Più facile da misurare per stelle fredde perché a stelle calde sono in approssimazione quadratica e quindi le curve sono tutte simili.

## 7 Luminosità e distanza

$L = 4\pi\sigma R^2 T^4 [\text{erg} \cdot \text{s}^{-1}]$  luminosità intrinseca. In gen R non mis perchè non sempre riusciamo a risolvere il disco angolare.  
 $b = \int_0^\infty S_\nu d\nu [\text{erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}] = \frac{L}{4\pi d^2}$  se non ci sono assorbimenti nel mezzo. Allora  $L = 4\pi d^2 b$  ma quanto vale d?

## 8 Parallasse trigonometrica

Metodo indipendente dal modello stellare. Sfrutta il moto terra-sole. Da terra vediamo l'effetto di spostamento angolare

dist T-S =  $1.5 \times 10^{13} \text{ cm} = 1AU$ ,  $P_a$  angolo di parallasse.

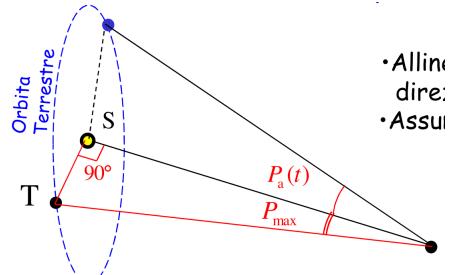
Prima o poi si arriva a una configurazione tc TSR=90, allora  $P_a$  max e sappiamo che questo coincide con l'angolo di spostamento angolare osservato.

La base del triangolo è  $2AU \sim 300 \times 10^6 \text{ Km}$

$2P_{max}$  = max spostamento angolare della stella risp a stelle molto lontane (che rimangono fisse)

Allora  $\tan P_{max} \simeq P_{max} = \frac{1AU}{d[AU]}$  con udm pc = dist a cui  $P_{max} = 1''$

$$\text{Cioè } \tan 1'' = \frac{1AU}{1pc} \Rightarrow 1pc = \frac{1AU}{\tan 1''} \simeq \frac{1AU}{1''[\text{rad}]} = \frac{1}{4.85 \times 10^{-6}} AU = 2.06 \times 10^5 AU = 3.09 \times 10^8 \text{ cm} = 3.26 ly$$



## Limiti tecnologia:

- Telescopi GB:  $P > 0.01'' \Rightarrow d < 0.1 \text{ Kpc} \Rightarrow N \simeq 10^3 \text{ stars}$
- Hipparcos:  $P > 0.001'' \Rightarrow d < 1 \text{ Kpc} \Rightarrow N \simeq 10^6 \text{ stars}$
- Gaia:  $P > 10^{-4}'' \Rightarrow d < 10 \text{ Kpc} \Rightarrow N \simeq 10^9 \text{ stars}$

## 9 Magnitudini assolute

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 = 4\pi d^2 b, \text{ Mag assoluta} = \text{mag a } d=10\text{pc}$$

$$\mu = m - M = 2.5 \log_{10} \frac{b_0}{b} = 2.5 \log \left( \frac{d}{d_0} \right)^2 = 5 \log \frac{d}{d_0} = 5 - \log_{10} d_{pc} \text{ Allora } M = m + 5 - 5 \log_{10} d_{pc}$$

## 10 Mag assolute e indice di colore

$$\text{Indice di colore indip dalla distanza: } B - V = m_B - m_V = M_B - M_V$$

In genere si considera M in un certo range limitato di  $\lambda$ , di solito filtro V.

Def mag bolometrica= mag assoluta della luminosità della stella integrata su tutti i  $\lambda$ .

Per ogni tipo di stella possiamo def una correzione bolometrica BC che leggi mag bolometrica a mag visuale V  $M_{bol} = M_V + BC$   
BC facilmente stimabile conoscendo T. BC grande per stelle molto calde o molto fredde.

## 11 Righe spettrali

Tipicamente righe di assorbimento, raramente di emissione, legate agli elementi superficiali. Escludiamo il mezzo interstellare perchè altre stelle nello stesso campo stellare mostrano righe diverse.

Vediamo le righe di H in quasi tutte le stelle.

Classi:  $5 \times 10^4 \sim$  alte T(blu)-O,B,A,F,G,K,M-basse T(red)  $\sim 10^3 K$

Ogni classe si divide in 10 sottoclassi A0, A1, ..., A9.

Le righe di H hanno max intensità a  $T \sim 10^4 K$

## 12 Origine righe spettrali

Serie di balmer legge empirica per righe H nel visibile:  $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$  con  $\frac{1}{R} = 91.17636 \text{ nm}$  cost di Balmer  
Prima riga della serie  $H\alpha : \lambda_{H\alpha} = 656.3 \text{ nm}$

Da cosa vengono? I fotoni vengono emessi/assorbiti in corrispondenza di transizioni

$$E_n = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{n^2 h^2} = -R \frac{hc}{n^2} \Rightarrow E_n - E_m = -Rhc \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad m > n$$

Notazione:

$He2\alpha$  (elemento)(n)( $m = n + 1 = \alpha, m = n + 2 = \beta, m = n + 3 = \gamma, \dots$ )

Perchè alcune righe sono più intense? La radiazione viene da un numero immenso di atomi.

Popolazione dello stato= numero di atomi per unità di volume in quello stato

Eccitazione = Processo che altera popolazione dello stato

**Meccanismi:**

-Eccitazione/deccitazione da fotone che permette transiz  $E_n - E_m = hc/\lambda$

-Collisione con elettroni  $E_n - E_m = \Delta E_k$

L'efficienza di transizione dip da energia cinetica  $E_k = \frac{3}{2}kT$  Distrib boltzmann

Al crescere di T + energia per collisioni allora rate di collisioni più alto.

Per gas ideale  $PV = nRT \Rightarrow \frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}m < v^2 >$  in equilibrio

Definisco temp cinetica  $T_k = \frac{m < v^2 >}{3k}$ , per gas non perfetti  $T \neq T_k$

## 13 Distribuzione di Boltzmann

Per gas in equilibrio TD (P,V,T indip dal tempo)  $P(E) = \frac{e^{-E/kT}}{\int_0^\infty e^{-E/kT} dE}$  con T unico parametro libero

Per gran numero di particelle popolazione  $\langle \dots \rangle$  Probabilità:  $\frac{n_f}{n_i} = \frac{P(E_f)}{P(E_i)}$

$$\frac{n_j}{n_i} = \frac{g_j}{g_i} e^{-(E_f - E_i)/kT}$$

conoscendo T conosco la popolazione e quindi l'intensità.

## 14 Temperatura di eccitazione

sistema in equilibrio TD allora trovo temperatura di eccitazione da Boltzmann: Fix i,j  $T_E \quad tc \quad \frac{n_j}{n_i} = \frac{g_j}{g_i} e^{-(E_j - E_i)/kT_E}$   
Per gas non in eq in gen ogni coppia ha diversa  $T_E$ , per gas in eq  $T_E = T \forall i, j$

## 15 Ionizzazione

Una volta estratto l'elettrone non può più produrre righe, ad alte T l'energia di collisione è maggiore dell'energia di legame allora il gas è ionizzato e abbiamo elettroni liberi che collidendo con gli ioni possono ricombinarsi.

Quando i 2 processi hanno la stessa efficienza ( $T \sim cost$ ) allora eq di ionizzazione

Se il gas è in eq di ionizzazione abbiamo abbondanza relativa degli ioni per equazione di SAHA

$$\frac{n(X_{r+1})}{n(X_r)} = 2 \frac{g_{r+1}}{g_r} \frac{1}{n_e} \left( \frac{2\pi m_r k}{h^2} T_k \right)^{3/2} e^{-E_I/kT_k}$$

Con r numero di ionizzazioni.

Nella fotosf  $T_s = 3800K$  allora H non ionizzato.

Possiamo def temp di ionizzazione di un certo elem la temp per cui vale eq SAHA aneh se quel gas non è in eq di ionizzazione  $\frac{n(X_{r+1})}{n(X_r)} = 2 \frac{g_{r+1}}{g_r} \frac{1}{n_e} \left( \frac{2\pi m_r k}{h^2} T_I \right)^{3/2} e^{-E_I/kT_I}$

## 16 Intensità righe

-Eccitazione (modifica la popolazione)

Boltzmann:  $\frac{n_j}{n_i} = \frac{g_j}{g_i} e^{-(E_j - E_i)/kT_k}$

-Ionizzazione (perdita elettroni)

Saha:  $\frac{n(X_{r+1})}{n(X_r)} = 2 \frac{g_{r+1}}{g_r} \frac{1}{n_e} \left( \frac{2\pi m_r k}{h^2} T_k \right)^{3/2} e^{-E_I/kT_k}$

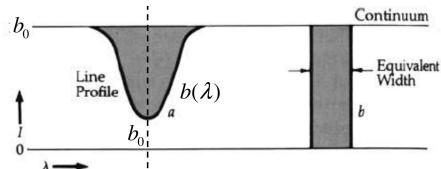
Per ogni elemento la frazione di atomi in un certo stato energetico  $n_i$  in funzione del tempo  
**come si uniscono?**

## 17 Larghezza equivalente righe spettrali

larghezza della riga che assorbendo tutti i fotoni in un certo intervallo  $\Delta\lambda$  e nessuno al di fuori assorbirebbe la stessa quantità di energia.

$$W_\lambda = \int \frac{|b_0 - b(\lambda)|}{b_0} d\lambda$$

A parità di larghezza possibili diversi profili



## 18 Effetto doppler

Variazioni di lunghezza d'onda osservata dovute al moto sorgente-osservatore, lo shift riguarda solo la componente della velocità relativa lungo la linea S-O (vel radiale)  $v_r = -(v_s \cos \theta + v_o \cos \varphi)$  (pos in allontanamento)

Nel caso  $v_r \ll c$   $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c} \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{v_r}{c} \lambda_0$  righe diverse shift diverso

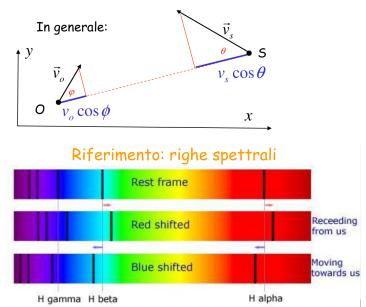
Abbiamo righe di cui conosciamo  $\lambda_0$  da fisica atomica,

se  $v_r > 0 \Rightarrow \Delta\lambda > 0 \Rightarrow redshift$

se  $v_r < 0 \Rightarrow \Delta\lambda < 0 \Rightarrow blueshift$

Analogamente per le frequenze ( $\lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow \frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda}{\nu} \Rightarrow d\nu = -\frac{\nu}{\lambda} d\lambda$ )  
 $\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = -\frac{v_r}{c}$

Nel caso relativistico  $\lambda = \lambda_0(1 + \frac{v_r}{c})^{1/2}(1 - \frac{v_r}{c})^{1/2}$



## 19 Diagramma HR

Studio su base statistica osservando un campione numeroso ricerca proprietà comuni

Plot bilogaritmico T e L: Diagramma HR, vedo la maggior pt delle stelle disposte su una diagonale: la **Main Sequence**

Perchè si distribuiscono così? come mai esistono anche degli outliers?

Empiricamente  $\frac{L}{L_s} \simeq (\frac{T}{T_s})^\alpha$   $\alpha \simeq 7$

L'approssimazione di BB è sempre valida al prim ordine in una stella:

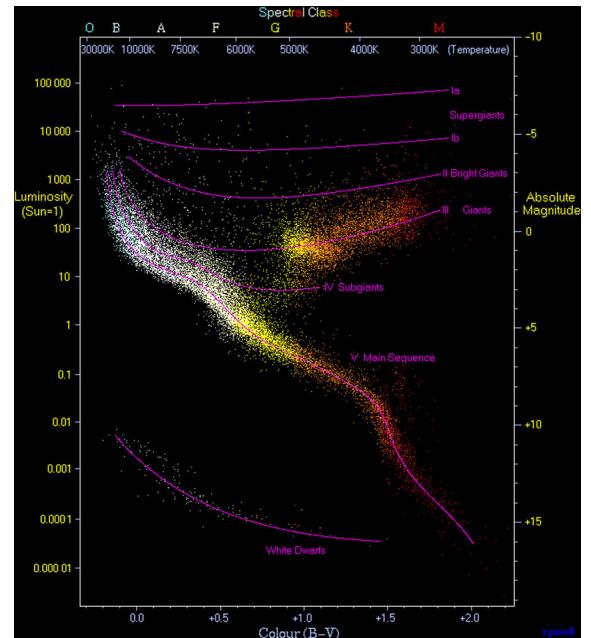
$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma T^4}}$$

Fix T differenze così importanti in L si spiegano con la dim R:

- Stelle più luminose: giant, supergiant
- Stelle meno luminose: white dwarf

Introduco classi di luminosità:

ms *V*, subgiant *IV*, giant *III*, giant and supergiant *II*, *I*



## 20 Parallasse spettroscopica

Nota L allora determino la distanza da  $b = \frac{L}{4\pi d^2}$

Immaginando di poter riconoscere le stelle di MS allora posso riconoscere L dal loro spettro? Si grazie alle righe di assorbimento.

La larghezza naturale di una riga viene da principio di indeterminazione:

$\Delta E \Delta t \simeq \hbar \Rightarrow \Delta\nu \simeq \frac{1}{\Delta t} \simeq \frac{\Delta E}{\hbar}$  Per esempio la riga *H* $\alpha$ :  $\Delta\lambda_{H\alpha} = 5 \times 10^{-4} nm$

Altri fenomeni contribuiscono.

Il profilo di una tale riga quantisticamente determinata è il profilo lorentziano:

$$\phi(\nu) = \frac{\gamma/4\pi^2}{(\nu - \nu_0)^2 + (\gamma/4\pi)^2} \text{ con } \gamma \text{ frequenza di transizione } \gamma = \Delta\nu$$

Questa è la larghezza min a cui si aggiunge allargamento per pressione (collisione): in un gas denso collisioni tra particelle perturbano i livelli energetici degli elettroni.

Si creano fotoni a frequenze diverse da quelle normali di assorbimento o emissione

$$\Gamma = \gamma + \gamma_{\text{collisione}} \Rightarrow \phi(\nu) = \frac{\Gamma/4\pi^2}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Gamma/4\pi)^2}$$

La pressione è proporzionale al rate delle collisioni e all'allargamento delle righe.

A parità di massa la pressione in superficie di una stella gigante sarà più bassa.

Giganti: grandi dim allora bassa P sup allora righe sottili

MS: piccole dim allora alta P sup allora righe allargate



Utilissimi gli ammassi stellari: un botto de stelle a stessa dist  
Se plotto m e indice di colore dei due ammassi ottengo 2 ms shiftate di un termine dipendente dalla distanza.

## 21 Stelle binarie

Circa il 50 % delle stelle presenti nella galassia vive in sistemi binari o multipli

### 1) Visuali

Sistemi doppi risolti cioè ciascuna componente è distinguibile direttamente, stelle molto rare

### 2) A spettro composto

Lo spettro mostra le righe di 2 classi spettrali diverse sovrapposte

### 3) Spettroscopiche o Doppler

Le righe oscillano attorno al valore medio  $\lambda$  per effetto doppler generato dallo spostamento lungo l'orbita

### 4) Astrometriche

Solo la stella + brillante è visibile e osservo moto proprio con oscillazioni lungo la direzione

### 5) A eclisse

Oscillazioni periodiche curva di luce, richiedono che il piano di orbita sia allineato con l'osservatore.

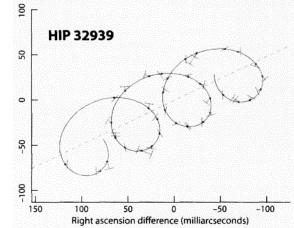


Figure 1: Binaria astrometrica

### 21.1 Binarie a orbita circolare

Caso linea di vista nel piano dell'orbita

Velocità orbitale  $v_s$ , che spostam doppler osservo?

$$v_r = v_s \cos \theta = v_s \cos \omega t \Rightarrow \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c} = \frac{v_s}{c} \cos \omega t \text{ quando misuro } \Delta \lambda_{max} \Rightarrow v_r = v_s$$

Moto sist radiale rispetto alla terra cancellabile misurando l'effetto sull'intero periodo e calibrando la componente costante nel moto proprio.

In generale osservo le binarie in piano diverso da quello del'orbita. Ho un angolo di inclinazione i

$$v_r = v_s \cos \omega t \sin i \Rightarrow \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{v_s}{c} \cos \omega t \sin i$$

CM:  $\sum m_i r_i = 0 \Rightarrow m_1 r_1 = m_2 r_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1}$  misurabili solo se le vediamo separate.

Il CM è sempre nella linea tra le 2 stelle, queste hanno lo stesso periodo

$$P = \frac{2\pi r_1}{v_1} = \frac{2\pi r_2}{v_2} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{m_2}{m_1} \text{ buono per orbite coplanari all'oss}$$

Le misure doppler mi danno quindi info sul rapporto.

La forza di gravità agisce come forza centripeta.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{(r_1 + r_2)^2} = m_1 \omega^2 r_1 \Rightarrow G \frac{m_1}{(r_1 + r_2)^2} = \omega^2 r_1 = (\frac{2\pi}{P})^2 r_1$$

quindi:

$$m_2 = (\frac{2\pi}{P})^2 \frac{(r_1 + r_2)^2}{G} r_1$$

$$m_1 = (\frac{2\pi}{P})^2 \frac{(r_1 + r_2)^2}{G} r_2$$

$$\text{Allora } m_1 + m_2 = (\frac{2\pi}{P})^2 \frac{(r_1 + r_2)^3}{G} \text{ inoltro } r_j = \frac{P}{2\pi} v_j \Rightarrow r_1 + r_2 = \frac{P}{2\pi} (v_1 + v_2)$$

Allora

$$m_1 + m_2 = \frac{P}{2\pi G} (v_1 + v_2)^3$$

Misura effetto doppler per v e osservazione periodo con vari metodi (spettroscopiche/astrometriche/eclisse)

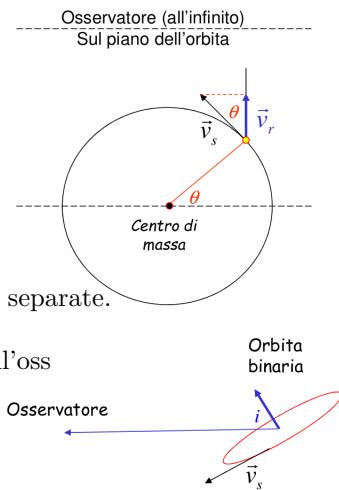
Che va ad unirsi a

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

Per orbite circolari  $v_1 + v_2 = v \quad r_1 + r_2 = R$

Allora  $m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2}{G} \frac{R^3}{P^2}$  Legge di Keplero

Per il sistema terra sole:  $M_s \gg m_T \Rightarrow M_s \simeq \frac{4\pi^2 R^3}{GP^2} = 2 \times 10^{33} g$



## 21.2 Sistemi binari e DopplerShift

$$m_1 + m_2 = \frac{P}{2\pi G} (v_1 + v_2)^3 \text{ e } \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

con  $v_i$  max value misurato nel periodo se siamo nel piano dell'orbita, per gen inclinazione i allora max velocità radiale:  $v_{ir} = v_i \sin i$  corrispondente al max spostamento doppler misurato.

$$\text{Ottengo quindi: } \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1} \text{ e } m_1 + m_2 = \frac{P}{2\pi G} \frac{(v_1+v_2)^3}{\sin^3 i}$$

Quando conosciamo i? Per binarie a eclisse  $i \simeq 90^\circ \Rightarrow$  misurabili le masse  
altrimenti  $(m_1 + m_2) \sin^3 i < m_1 + m_2$  limite inferiore

Supponiamo ora che solo  $S_1$  sia osservabile e  $S_2$  invisibile

Allora non posso usare  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2}{v_1}$  perchè  $v_2$  non misurabile ma continua a valere allora  $v_2 = v_1 \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow v_1 + v_2 = \frac{m_1 + m_2}{m_2} v_1 \Rightarrow$

$$(m_1 + m_2) = \frac{P}{2\pi G} \frac{v_1^3 (m_1 + m_2)^3}{m_2^3 \sin^3 i}$$

Ottengo quindi la funzione di massa

$$\frac{P}{2\pi G} v_1^3 = \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} = f_M$$

Lega una cosa mis (per eff doppler) a una non mis.

Nei casi limite:

$$m_2 \ll m_1 \quad f_M \simeq \frac{m_2^3}{m_1^2} \sin^3 i$$

$$m_1 \ll m_2 \quad f_M \simeq m_2 \sin^3 i$$

## 21.3 Energia totale sistema binario

$$E = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - G \frac{m_1 m_2}{R^2} \quad R = r_1 + r_2$$

$$\text{Gravità forza centripeta: } m_1 v_1^2 = v_1 G \frac{m_1 m_2}{R^2} \quad m_1 v_2^2 = v_2 G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$

Allora  $E = -\frac{1}{2} G \frac{m_1 m_2}{R} < 0$  perchè energia di legame

Per orbite ellittiche stessa espressione con  $R =$  semiasse maggiore

Per generalizzare a orbite ellittiche cambiamo sdr in solidale a una delle due stelle:

$$v = v_1 + v_2 = \frac{m_1 + m_2}{m_2} v_1 \text{ Velocità relativa}$$

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v \quad v_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v$$

$$\text{Per orbite generiche: } E = m_1 m_2 \left( \frac{v^2}{2(m_1 + m_2)} - \frac{G}{R} \right)$$

$$\text{Per orbite circolari impongo } E = -\frac{1}{2} G \frac{m_1 m_2}{R} \Rightarrow m_1 + m_2 = \frac{1}{G} R v^2 \text{ Per binarie visuali risolte con } i=0 \text{ posso mis R, v}$$

$$\text{Per orbite ellittiche } m_1 a_1 (1+e) = m_2 a_2 (1+e) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

Mettendoci nel sdr centrato in una stella abbiamo 2 pti particolari: A apoastro pto più lontano, P periastro pto più vicino.

In entrambi la velocità è perpendicolare al raggio.

$$\text{Allora } L_A = m v_A a (1+e) \quad L_P = m v_P a (1-e) \text{ per conservaz mom angolare (il sist è isolato) } L_A = L_P \Rightarrow \frac{v_P}{v_A} = \frac{1+e}{1-e}$$

$$E = m_1 m_2 \left[ \frac{v^2(t)}{2(m_1 + m_2)} - \frac{G}{R(t)} \right] \text{ energia tot}$$

$$\text{Per conservazione energia } E_P = E_A \quad e \quad \frac{v_P}{v_A} = \frac{1+e}{1-e} \text{ allora ottengo}$$

$$v_A^2 = \frac{G}{a} (m_1 + m_2) \frac{1-e}{1+e} \quad v_P^2 = \frac{G}{a} (m_1 + m_2) \frac{1+e}{1-e}$$

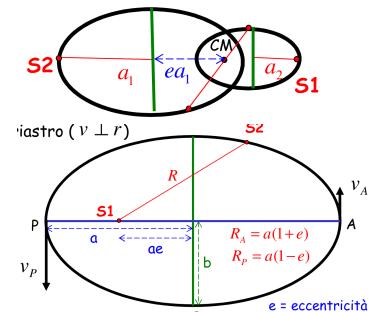
$$E = m_1 m_2 \left[ \frac{v^2}{2(m_1 + m_2)} - \frac{G}{R} \right] = (in \quad A) G m_1 m_2 \left( \frac{1}{2a} \frac{1-e}{1+e} - \frac{1}{R} \right) = G m_1 m_2 \frac{1-e-2}{2a(1+e)}$$

$$\Rightarrow E = -\frac{1}{2} G \frac{m_1 m_2}{a}$$

$$\text{Unendola a } E = m_1 m_2 \left[ \frac{v^2}{2(m_1 + m_2)} - \frac{G}{R} \right] \text{ ottengo } m_1 + m_2 = \frac{1}{G} \frac{R a}{2a - R} v^2$$

$$\text{Per orbite circolari } a=R \text{ allora ritorno al caso } m_1 + m_2 = -\frac{1}{G} R v^2$$

Vero sgravio per orbite ellittiche inclinate, da studiare con eff doppler: v lungo l'orbita non costante e curva  $v_r$  dipende da i



## 21.4 Binarie ad eclisse

La durata dell'eclisse dice il tempo in cui una stella è coperta dall'altra.

Supp  $R_1 < R_2$ .

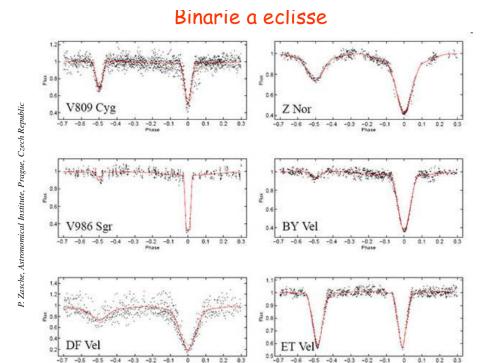
**A:**  $R_1$  completamente coperta da  $R_2$ :  $\Delta f_A \propto \pi R_1^2 \sigma T_1^4$

pt del flusso persa (quella di 1)

**B:**  $R_2$  parzialmente coperta da  $R_1$ :  $\Delta f_B \propto \pi R_1^2 \sigma T_2^4$

perdo il disco di 2 con raggio  $R_1$

$$\text{Allora } \frac{\Delta f_A}{\Delta f_B} = \frac{T_1^4}{T_2^4}$$



## 22 Masse stellari

Da stelle doppie otteniamo la massa per un gran numero di stelle

(Tipo spettrale) [M/MS] (tipica) Assunzione: Il sist binario non modifica le caratteristiche della stella (eccezioni per sistemi estremamente compatti)

In realtà esistono valori limite di massa:  $M_{min} \simeq 0.07M_S$   $M_{max} \simeq 100M_S$

Per stelle in ms  $\frac{L}{L_S} = (\frac{M}{M_S})^\alpha$   $\alpha = 3 - 3.5$

Sperimentalmente osserviamo che  $\alpha$  non è costante:

$\alpha \simeq 2.5$   $M < 0.3M_S$

$\alpha \simeq 4$   $0.3M_S < M < 3M_S$

$\alpha \simeq 2.5$   $M > 3M_S$

Per stelle MS Tipo spettrale  $\Rightarrow$  Luminosità  $\Rightarrow$  Massa

## 23 Funzione di massa

Qual'è l'abbondanza delle stelle con una data massa?

$\xi(m)dm = N_{m < m_* < m + dm}$  numero di stelle per  $pc^3$  con massa in U(m)

Lifetime tipico stelle dipende da m allora funzione di massa dipendente dall'età del campione, ricerca della initial mass function (imf)

Come si distribuiscono le masse delle stelle alla nascita e perchè? Interessante in questo senso studiare ammassi molto giovani

Si distribuiscono a legge di potenza  $\xi(m) \propto m^{-\alpha}$

In particolare  $\xi(m)dm = \xi_0 m^{-2.35} dm$  salpeteri imf

Numero di stelle che si formano con  $m \in [m_1, m_2]$ :

$N = \int_{m_1}^{m_2} \xi(m)dm = \frac{\xi_0}{1.35} [m_1^{-1.35} - m_2^{-1.35}]$  frazione numerica  $f_N$

Quanta massa della nube che le forma crea stelle con  $m \in [m_1, m_2]$ :

$N = \int_{m_1}^{m_2} m \xi(m)dm = \frac{\xi_0}{0.35} [m_1^{-0.35} - m_2^{-0.35}]$  frazione di massa  $f_M$

## 24 Funzione di luminosità

Distribuzione di luminosità assoluta  $\phi(L)dL = N_{L < L^* < L + dL}$

La maggior pt delle stelle ha  $L < L_S$

## 25 Raggio di luminosità

$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$  da BB  $\Rightarrow$  noti L, T  $R_L = \frac{1}{T^2} \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma}}$   $\Rightarrow \frac{R}{R_S} = (\frac{L}{L_S})^{1/2} (\frac{T}{T_S})^{-2}$

Per esempio stella A5 V con T=8100 K  $L = 20L_S \Rightarrow R = 2.3R_S$

Per esempio stella M2 V con T=3500 K  $L = 0.05L_S \Rightarrow R = 0.6R_S$

Curve a  $R_L$  cost sul diagramma HR :  $\log \frac{L}{L_S} = 4 \log \frac{T}{T_S} + 2 \log \frac{R}{R_S}$

Fix R allora  $\alpha = 4$  e abbiamo visto che empiricamente nella ms

$\frac{L}{L_S} = (\frac{T}{T_S})^\alpha$   $\alpha \simeq 7$

## 26 Misure dirette dimensioni

Sole  $\theta_s = 32'$   $d_s = 1AU = 1.5 \times 10^{13} cm$   $R_S = \frac{1}{2}\theta_S [rad]d_S \simeq 7 \times 10^{10} cm$

Dimensioni angolari stella tipo sole a d=10pc:  $\theta [rad] = \frac{2R}{d} \simeq 4.7 \times 10^{-9} \simeq 0.001''$

Normalmente la risoluzione  $\theta [rad] \simeq 1.22 \frac{\lambda}{D} (Habbe)$

Telescopio Hubble (2.3 m di diametro nello spazio) ha risoluzione angolare  $\theta \simeq 50 \times 10^{-3}'' = 0.05''$  50 volte peggiore del necessario.

Tuttavia esistono eccezioni: supergiganti che riusciamo a risolvere, per esempio Betelgeuse di cui conosciamo

$d \simeq 200pc = 6.2 \times 10^{15} Km$   $\theta_R \simeq 0.03''$

$\Rightarrow R \simeq 9 \times 10^8 Km \simeq 10^3 R_S$

C'è la possibilità di misurare R anche per le **binarie a eclisse**: La forma della curva di luce dipende dalle dimensioni delle stelle.

**minimo:** quanto ci mette la stella + piccola a percorrere il diametro dell'altra da quando si iniziano a sovrapporre

**Pendenza:** info sul tempo e se le 2 stelle sono significativamente diverse i min sono piatti

Durata del tratto piano dipende da dim stella più grande

$v_A, v_B$  misurati da effetto doppler,  $R_A < R_B$  allora:

$$\frac{2R_A}{t_2 - t_1} \simeq v_A + v_B \Rightarrow R_A \simeq \frac{v_A + v_B}{2}(t_2 - t_1)$$

$$\frac{2R_B}{t_3 - t_1} \simeq v_A + v_B \Rightarrow R_B \simeq \frac{v_A + v_B}{2}(t_3 - t_1) = \frac{v_A + v_B}{2}(t_4 - t_2)$$

Prbl: non è detto che l'eclissi avvenga sul diametro, possiamo però porre dei limiti inferiori

Altro metodo **rotazione stella**: alcune presentano irregolarità superficiali (macchie più fredde) sfruttabili per misurare la velocità di rotazione e quindi R.

In questo caso la rotazione comporta variabilità periodica della luminosità apparente: un lembo si allontana e uno si avvicina.

Allora la riga  $H\alpha$  si allarga prop alla velocità di rotazione.  $P \simeq \frac{2\pi R}{v}$  ⇒ stimo l'effetto doppler sulle righe

Allargamento  $\frac{\delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c} = \frac{\sin i}{c}$  con i inclinazione asse rotazione

$$\text{Allora } R = \frac{v}{\omega} = v \frac{P}{2\pi} = \frac{v_r}{\sin i} \frac{P}{2\pi}$$

Difficoltà:

-Confusione con variabilità intrinseca

-Incertezza i allora solo lim inferiori

-Piccole variazioni fotometriche

-Effetto raro

## 27 Sole

Tipo spettrale G2V nana gialla.

$$M_S = 2 \times 10^{33} g \quad R_S = 7 \times 10^{10} cm \quad \Rightarrow \quad \rho_S = 1.4 g \cdot cm^{-3} \quad \text{simile all'acqua}$$

Composizione  $n_H \simeq 94\% \quad n_{He} \simeq 6\% \quad n_{metalli} \simeq 0.1\%$

$$T_S \simeq 5762 K \quad T_{core} \simeq 1.5 \times 10^7 K$$

$$\text{Numero particelle } N = \frac{M_S}{m_p} \simeq 10^{57}.$$

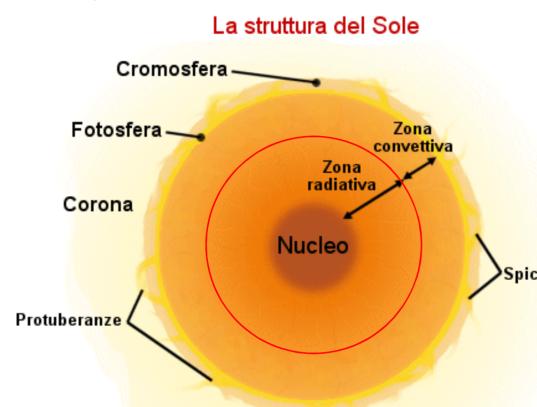
**Struttura:**

-Nucleo  $\sim 10\% R$

-Zona convettiva  $\sim 30\% R$  sotto la superficie

-Atmosfera: fotosfera+cromosfera+corona

-Esterno: vento solare



## 28 Trasporto radiazione

Riceviamo radiazione quasi interamente dalla fotosfera, all'interno la radiazione viene emessa e assorbita da ogni strato della stella.

La radiazione vede ogni particella con un raggio  $r$  e quindi con cross section  $\sigma \simeq \pi r^2$  (area in cui il processo è efficace).

Quale frazione di radiazione verrà assorbita/trasmessa?

Numeri di particelle nel volume  $N = nAl$  con  $n$  densità numerica di particelle.

Assumiamo no oscuramento tra particelle (bassa densità e piccolo spessore), allora otteniamo  $\sigma_{tot} = N\sigma = nAl\sigma$

$$\text{Frazione assorbita } f = \frac{I_0 - I_{out}}{I_0} = \frac{I_{abs}}{I_0}$$

Se  $\sigma_{tot} \ll A \Rightarrow f \simeq \frac{\sigma_{tot}}{A} = nl\sigma =: \tau$  Profondità ottica, adimensionale

La condizione  $\sigma_{tot} \ll A$  significa  $\tau \ll 1$  cioè strato otticamente sottile

Allora  $f \simeq \tau \Rightarrow I_{abs} = I_0 f = I_0 \tau$

In generale  $\sigma$  funzione di  $\lambda$  allora  $\tau_\lambda = nl\sigma_\lambda$

$k_\lambda = n\sigma_\lambda = \frac{\tau_\lambda}{l}$  coeff di assorbimento, num di interazioni per unità di lunghezza

Allora  $l_\lambda = \frac{1}{k_\lambda} = \frac{l}{\tau_\lambda}$  libero cammino medio  $\Rightarrow \tau_\lambda = \frac{l}{l_\lambda}$  se  $l < l_\lambda \Rightarrow \tau < 1$

Generalizziamo considerando uno strato otticamente spesso:

Per ogni strato sottile  $d\tau \ll 1$ :

radiazione entrante I, assorbita  $Id\tau$ , trasmessa  $I' = I(1 - d\tau)$

Variazione di intensità  $dI = I' - I = -Id\tau \Rightarrow I_{out} = I_0 e^{-\tau} \quad I_{abs} = I_0(1 - e^{-\tau})$

Per il caso sottile  $\tau \ll 1 \Rightarrow e^{-\tau} \simeq 1 - \tau$

$I_{out} = I_0 e^{-\tau} \rightarrow 0$  al crescere di l.  $\tau_\lambda = nl\sigma_\lambda$

Dal sole o altre stelle solo radiazione da pt più esterna  $\sim 1$  di spessore ottico allora  $l \simeq \frac{1}{n\sigma}$ , k funzione di  $\lambda$  allora osserviamo profondità diverse a seconda di  $\lambda$

Descrizione dettagliata del trasporto radiativo è complicata e richiede un approccio numerico  
Dipende dalle distribuzioni di temperatura, densità, pressione e composizione.  $k_\lambda = f(n_i, \sigma_j(\lambda)) \sim < n > < \sigma_\lambda >$

## 29 Osservazione fotosfera: lembo solare

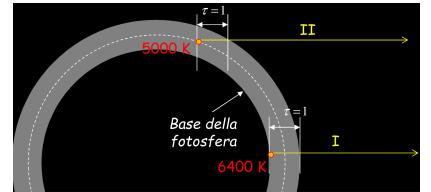
$L$  al bordo decresce: effetto della profondità ottica.

$$I = I_0 e^{-\tau} \quad \tau = nl\sigma$$

$n, \sigma \sim \text{cost}$  (perchè non ci sono ragioni per pensare ad anisotropia)

Sia al centro (I) che al bordo (II) vediamo fino a  $\tau \simeq 1$

Allora da I ci arriva radiazione da regioni più interne della fotosfera, osserviamo la regione centrale più brillante perchè i fotoni vengono da più profondo in cui abbiamo temperatura più alta, quindi c'è  $\nabla T$  che cresce verso il centro



Lo spessore della fotosfera  $\tau \simeq 1 \quad l \simeq 1/n\sigma \simeq 500Km$

La densità solare decresce regolarmente verso l'est (no discontinuità) tuttavia osservo un bordo netto per la fotosfera [DA FINIRE]

## 30 Trasporto radiativo nel sole

Da densità e temp nel centro ottengo libero cammino medio di  $l \simeq 1mm$  allora ho plasma opaco quindi materia e radiazione in perfetto eq TD.

$$\text{Quindi radiaz di BB a } 1.5 \times 10^7 K : \quad \lambda[cm] \simeq \frac{0.29}{T[K]} = 0.2nm \text{ scala } X - \gamma$$

$E = \frac{hc}{\lambda} \simeq 6.2KeV$  fotoni straenergetici prodotti nel nucleo interagiscono efficacemente con la materia nel sole, ho quindi assorbimento e riemissione a freq più bassa e scattering (diffusione) in direzione differente.

Ogni fotone cede energia per ogni urto(eff compton) e si degrada da  $X - \gamma$  ( $T \sim 1.5 \times 10^7 K$ ) a fotone ottico ( $T \sim 5800K$ )

Libero cammino medio:  $l \simeq 0.1cm$  random walk con tempo di attraversamento  $t = \frac{N_D R^2}{lv} = \frac{3R_S^3}{lc} = 4.9 \times 10^{12}s = 1.5 \times 10^5 yr$

## 31 Osservazioni nella fotosfera

### 31.1 Granuli

Fotosfera estremamente luminosa allora grande risoluzione angolare (sotto arcsec).

Osservo strutture su scala  $\sim 10^3 Km$  corrispondenti a regioni scure leggermente più fredde che evolvono su scale temporali di 5-20 min e velocità misurate di  $\sim 7Km/s$

Dati da fenomeni convettivi (fronte di celle convettive): colonne di gas caldo migrano verso l'est e freddo verso l'interno

### 31.2 Supergranuli

Strutture su scala  $35 \times 10^3 Km$ ,  $\sim 20 - 50hr$ . Frutto di convezione su scale maggiori dei granuli

### 31.3 Spettro continuo e righe spettrali

Righe più marcate mantengono la classificazione data da Fraunhofer (A,B,C...K). Oggi oltre  $2.5 \times 10^4$  righe identificate con altissimo rapporto segnale rumore. E' possibile uno studio accurato

## 32 Allargamento righe

3 Fattori che portano a un allargamento di una riga spettrale in un intervallo di frequenze:

1. Naturale (indeterminazione)

$\delta E \simeq \hbar/\delta t$  con  $\delta t$  tempo caratteristico sul livello E

Forma riga: Lorentziana normalizzata:  $\phi(\nu) = \frac{\Delta\nu_N/\pi}{(\nu-\nu_0)+\Delta\nu_N^2}$   
( $\Delta\nu_N$  2x half width)

## 2. Pressione:

Forma riga: Lorentziana normalizzata:  $\phi(\nu) = \frac{\Delta\nu_L/\pi}{(\nu-\nu_0)+\Delta\nu_L^2}$   
 $\Delta\nu_L = \Delta\nu_N + \Delta\nu_{collision}$

## 3. Agitazione termica:

Effetto doppler da moto casuale atomi nella fotosfera causa allargamento righe, valutiamo odg.

Gas a temp T allora en cinetica media  $\frac{1}{2}m_p < v^2 > \simeq \frac{3}{2}kT$

$\Rightarrow v_{rms} := \sqrt{3\frac{kT}{m}}$  velocità radiale quadratica media non relativistica diventa shift  $\Delta\lambda/\lambda \simeq v_{rms}/c \simeq \sqrt{3kT/mc^2}$

Per esempio riga  $H\alpha$  nel sole  $\lambda_{H\alpha} = 656.28nm$   $T = 5800K$

$\Rightarrow v_{rms} = 1.18 \times 10^6 cm/s \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda \frac{v_{rms}}{c} = 0.03nm$  eff diretto temp

Nella fotosfera effetto dei moti convettivi/turbolenti confrontabile con moti su larga scala coerenti per stelle relativamente fredde.

Qual'è il profilo delle righe? L'assorbimento di un fotone  $\nu_0$  da un atomo a velocità  $v_r$  rispetto all'osservatore comporta eff doppler  $\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0} = \frac{v_r}{c}$  (\*) con distribuzione  $v_r$  maxwelliana.

Per  $v_r$  lungo la linea di vista  $\frac{dn(v_r)}{n_{tot}} = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp(-\frac{mv_r^2}{2kT}) dv_r$

(\*)  $\Rightarrow \frac{dn(\nu)}{n_{tot}} = \frac{1}{\nu_0} \sqrt{\frac{mc^2}{2\pi kT}} \exp(-\frac{mc^2(\nu-\nu_0)^2}{2kT\nu_0^2}) d\nu = \phi(\nu) d\nu$

Definendo larghezza doppler della riga  $\Delta\nu_D = \nu_0 \sqrt{\frac{2kT}{mc^2}}$  ottengo:

$\phi_G(\nu) = \frac{1}{\Delta\nu_D \sqrt{\pi}} \exp(-\frac{(\nu-\nu_0)^2}{\Delta\nu_D^2})$  Gaussiana larga  $\Delta\nu_D$ , la larghezza potrebbe essere uguale a quella di pressione ma il profilo è diverso, misurando  $\Delta\nu_D$  posso stimare T.

In presenza di moti turbolenti caratt da  $v_{turb}$   $\Rightarrow \Delta\nu_D^{eff} = \sqrt{\frac{2kT}{mc^2} + \frac{v_{turb}^2}{c^2}}$

Il profilo delle righe lorentz e gaussiana in totale è detto voight: convoluzione delle 2 righe.

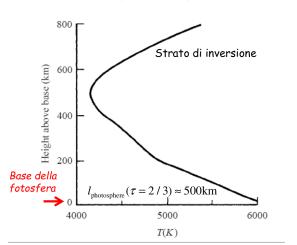
$$\phi_V = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_L(\nu - \nu', \Delta\nu_L) \phi_G(\nu, \Delta\nu_G) d\nu'$$

## 33 Temperatura fotosfera

Diminuisce verso l'esterno fino alla cromosfera, da lì la temperatura ricomincia a salire.

Densità fotosfera  $\sim 10^6 g/cm^3$

Ad altezze maggiori (nella Cromosfera)  
T incomincia ad aumentare



## 34 Osservazioni cromosfera e corona

Eclissi di sole coprono fotosfera.

Problemi:

-Orbita lunare inclinata di  $\sim 5.15^\circ$  rispetto a eclittica, quindi eclissi totale ogni  $\sim 1.5yr$  con fascia di totalità di circa 300 Km in pochi minuti

-Orbite ellittiche allora non sempre costante il diametro angolare di sole e luna, per il sole  $\frac{\delta\theta}{\theta} \simeq 3.4\%$  a seconda della fase angolare dell'orbita (pti diversi dell'eclisse allora percepisco il sole + grande o + piccolo) quindi eclissi anulare

## 35 Cromosfera

$l \simeq 5 \times 10^3 Km$   $\tau_\lambda = nl\sigma_\lambda$  otticamente sottile su quasi tutto lo spettro tranne emissione di idrogeno.

Nelle eclissi di sole debole luce rossa per riga di emissione  $H\alpha$ .

$H\alpha$  ha profondità ottica sufficiente per mostrare la cromosfera perchè questa le è opaca. Con filtri molto stretti attorno ad  $H\alpha$  vediamo solo cromosfera

Ci sono zone attive nella Fotosfera che causano prominenza(macchie solari)

Quello che vedo oss la cromosfera con filtri stretti su  $H\alpha$  sono specole cioè irregolarità uniformemente distribuite nella cromosfera su scala inferiore alla supergranulazione: altezza  $\sim 5 \times 10^3 Km$  durata 3-5 min velocità  $\sim 50 Km/s$

### 35.1 Spettro cromosfera

Composizione paragonabile alla fotosfera,  $\rho \sim 10^{-10} g/cm^3$ ,  $T \in [4200, 25000]K$  (tipica  $1.5 \times 10^4 K$ ). Allora emissione UV (da wien).

Perchè questo incremento di temperatura?

Inoltre lo spettro ottico ha le stesse righe della fotosfera ma in emissione ( $T$  + alta, + stati eccitati) e non c'è il background del continuo (no approssimazione di BB)

## 36 Corona

Regione esterna atmosfera  $\rho \sim 10^{-16} g/cm^3$  estesa a  $\sim 10^6 - 10^7 Km$  Irregolarità correlate a zone attive fotosfera(sunspots). Non si osservano prominenze

Osservo righe di emissione ignota a 330 nm corrispondenti a FeXIV, per ionizzare 13 volte il ferro  $T > 2 \times 10^6 K$  temperature estreme

Osservo righe di H e He da cromosfera e fotosfera

2 componenti sovrapposte nello spettro:

### 1. Intrinseca(E-Corona)

Righe emissione gas fortemente ionizzati della corona

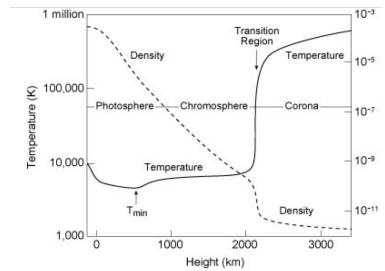
$$\text{Per eq Saha } \frac{n(X_{r+1})}{n(X_r)} = 2 \frac{g_r}{g_{r+1}} \frac{1}{n_e} \left( \frac{2\pi m_r k}{h^2} T_k \right)^{3/2} e^{-E_I/kT_K} \propto T^{3/2}/n_e$$

Stati ad alta ionizzazione favoriti a temperature alte e bassa densità (bassa prob ricombinazione)

### 2. Diffusa (K-Corona, F-Corona)

Radiazione fotosfera diffusa da elettroni liberi della (K-Corona) e da polvere interplanetaria (F-Corona)

Stesse righe della fotosfera



In immagini a raggi X la fotosfera risulta opaca e la corona luminosa perchè ha  $T$  sgravate  
Indicatori temperatura:

- Abbondanza specie molto ionizzate
- Emissione X
- Allargamento doppler per righe E corona

Allora  $T_{corona} \simeq 10^6 K$   $\rho_{corona} \simeq 10^{-13} \rho_{atm}$

Perchè temperature così sgravate in regioni distanti dalla fonte? 1) come si raffredda un gas ionizzato?

Irraggiamento: perde calore per collisioni tra partici producendo fotoni che escono dal sistema

A volume fix l'efficienza del raffreddamento è  $\epsilon_{cool} \propto \epsilon_{coll} \propto \rho_e \rho_Z \propto \rho^2$  (e, Z specie che collidono)

Quantità di gas raffreddata  $M \propto \rho$

Allora tempo cooling  $t \propto \frac{M_{gas}}{\epsilon_{cool}} \propto \frac{1}{\rho}$  plasma a bassa  $\rho$  ci mette un botto

### 2) Densità energia corona

Anche se la  $T$  è sgravata ho una quantità relativamente piccola di energia.

En media per partic  $E = \frac{3}{2} kT \Rightarrow \rho_E = \frac{3}{2} nkT \Rightarrow \frac{\rho_{E,cor}}{\rho_{E,atm}} = \frac{n_{cor}}{n_{atm}} \frac{T_{cor}}{T_{atm}} \simeq 7 \times 10^{-10}$

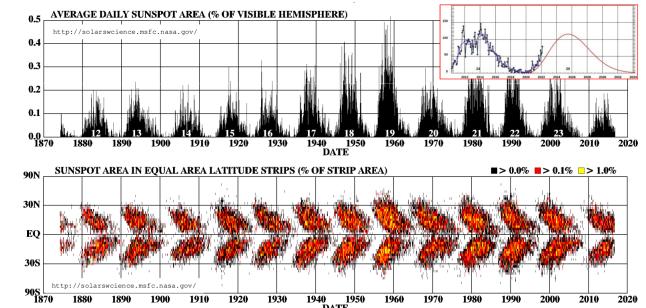
## 37 Macchie solari

Regioni meno brillanti  $T \simeq 3800K$  zone in uci campo magnetico è più intenso allora è inibita convezione

Osservazione macchie solari mostra rotazione differenziale sole.

Penumbra effetto di una depressione

L'abbondanza di macchie solari va in un ciclo di 11 anni per cui la latitudine a cui compaiono presenta una regolarità caratteristica, tendono ad avvicinarsi all'equatore (butterfly diagram)



## 38 Attività solare

Visibile nelle macchie solari ma anche in 3 altri indicatori

1) Irradianza( $W/m^2$ )

ricevuta a terra, se c'è grande superficie coperta da macchie radianza aumenta perché si presentano anche emissioni caotiche

2) Flusso radio

Da accelerazione campo magnetico di particelle caricate emessi fotoni radio

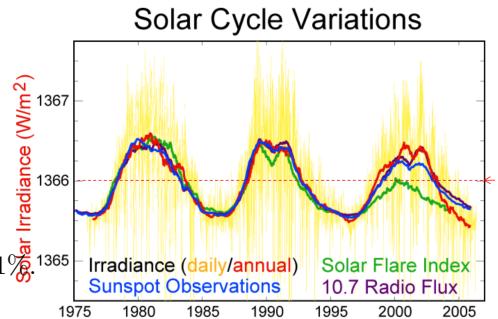
3) Solar flare index

Fenomeni di emissione violenta

Irradianza ha valore tipico (fuori dall'atmosfera) di  $1355 W/m^2$  con variazioni di  $< 0.1\%$

Costante solare  $b = \frac{L}{4\pi d^2} \simeq 1.37 \times 10^3 W/m^2$ .

Come misuro questo campo intenso nelle regioni attive(macchie, flares...)?



## 39 Effetto zeeman

Separazione righe spettrali per effetto di  $B_{ext}$  su momento angolare e di spin degli elettroni da  $\nu_0 \Rightarrow \nu_0, \nu_0 \pm \nu_L$  con  $\nu_L = \frac{e}{4\pi mc} B$  split prop a  $B$

$\langle B \rangle \sim 1 - 2 Gauss$  ma fino a  $10^3$  volte superiore nelle zone di max attività. La polarità mag prevalente è scambiata nei 2 emisferi tra un ciclo e l'altro quindi ciclo mag solare 22 yr

## 40 Prominenze

Nubi di gas relativamente fredde controllate da forze mag. Dim circa  $10^5 Km$ , spesso hanno origine in zone interessate da macchie solari. Appaiono come filamenti lineari scuri (freddi quindi UV)

## 41 Solar flares

Violente esplosioni vicino alle macchie, spesso nella zona di inversione della direzione di  $B$ . La temperatura della corona sovrastante è  $\sim 5 \times 10^6 K$  allora emettono in tutto lo spettro em

## 42 Coronal mass ejection

Potenti esplosioni magnetiche nella corona (fenomeni + violenti)

Esplodono grandi quantità di materiale  $\sim 10^5 g$  in decine di minuti.

Sono causati da bolle di compressione con velocità  $\sim 300 Km/s$  che interagiscono con gas interplanetario

## 43 Fonti energiastellare

Può essere mantenuta da en gravitazionale? (supp  $\rho = <\rho>$ )

Per un guscio sf  $r < R$  spesso  $dr$   $dM = (4\pi r^2 dr)\rho$  allora  $M(R) = \frac{4\pi}{3}r^3\rho$  per teorema gauss  $M(r)$  esercita la stessa forza che eserciterebbe se concentrato nel centro allora energia pot  $dU = -G\frac{M(r)dM}{r} = -\frac{16}{3}\pi^2 Gr^4 \rho^2 dr$

$$\Rightarrow U = \int_0^\infty dU(r) = -\frac{3}{5}G\frac{M^2}{R}$$

Per il sole  $U_S = 2 \times 10^{48} erg$ . Tempo di gravitaizone: en/en irraggiata

$t_g \simeq E/\frac{dE}{dt} = \frac{E}{L} = \frac{3GM^2}{5RL}$  per il sole  $t_g = 5 \times 10^{14} s = 10^7 yr$  ridicolo, non è alimentato da energia gravitazionale

Possibile energia chimica? (formazione-distruzione di molecole)

odg legami molecolari  $\epsilon_{Ch} \simeq 1 eV = 1.6 \times 10^{-21} erg$

$$\Rightarrow E = N\epsilon_{ch} = \frac{M}{m_p}\epsilon_{ch} = 2 \times 10^{45} erg$$

Allora  $t_{ch} \simeq 2 \times 10^4 yr \simeq 0.1\% t_g$  nemmeno questa.

Allora rimane solo energia nucleare

$$r_p = r_0 \simeq 1.6 fm = 1.6 \times 10^{-13} cm$$

Forza nucleare forte attrattiva a corto range ( $r \sim r_0$ ) agisce su tutti i nucleoni indifferentemente e contrasta repulsione pp, a grandi distanze domina forza coulombiana  $F_E$ .

$E_{bind} = Zm_Pc^2 + Nm_n c^2 - M_N c^2$  (vale anche per le molecole ma  $10^{-6}$  volte meno forte).  
 Per i nuclei dopo Fe energia per fissione ma nelle stelle rarissimo avere  $A > 60$  allora no fissione

### 43.1 Fusione nucleare

2 nuclei leggeri in nucleo pesante, nelle stelle un botto de H.

A dist  $\gg r_0$  Forza nucleo 0 e solo repulsione coulombiana allora bisogna fornire sufficiente energia da oltrepassare la barriera di potenziale: energia termica ma a che temperatura?

Considero 2 protoni allora  $U = \frac{e^2}{r}$  quale en cinetica deve avere p per portarsi da grande distanza ( $U=0$ ) a  $r \simeq r_0 \simeq 10^{-13} cm$ ?

$$(E_K + U)_A = (E_K + U)_B \Rightarrow E_K = \frac{e^2}{r_0} = 2 \times 10^{-6} erg$$

Allora  $T \simeq \frac{E_K}{k} = 2 \times 10^{10} K$  sgravata e diversa dalla temperatura del sole nel core  $T \simeq 1.5 \times 10^7 K$

2 effetti statistici:

1) distribuzione energie:

Esistono code sufficientemente energetiche a temperatura T  $P(E)dE \propto E^{1/2} e^{-E/kT} dE$

2) effetto tunnel

$$d_{tunnel} \simeq \lambda_D \simeq \frac{h}{mv} \rightarrow P(x)dx \propto e^{-\alpha x/\lambda_D} = \exp(-\alpha x \frac{v}{h}) dx$$

2 nuclei con turning point a  $r_0$ :  $\frac{1}{2}mv^2 = Z_1 Z_2 \frac{e^2}{r_0} \Rightarrow mv = 2Z_1 Z_2 \frac{e^2}{r_0 v}$

$$\text{Allora } P(r_0) \propto \exp[-\alpha \frac{r_0}{h} (\frac{2Z_1 Z_2 e^2}{r_0 v})] = \exp[-\frac{2Z_1 Z_2 e^2 \alpha}{hv}] \propto \exp(-\frac{b}{E^{1/2}})$$

Combinando i 2 effetti  $P(E) \propto \exp(-\frac{E}{kT} - \frac{b}{E^{1/2}})$ .

Fix T esiste valore + probabile per E per fusione nucleare: picco di gamow

- La distribuzione è asimmetrica: Le reazioni coinvolgono particelle nella coda della distribuzione maxwelliana
- Dipendenza esponenziale da T

Alla fine si riduce di un fattore  $10^{-3}$  la temperatura di fusione allora per la reazione pp  $T \simeq 10^7 K$

## 44 Energia: stelle di MS

Stelle ms: vivono fondendo H in He.

$$4m_p - m_{He} = 4.4 \times 10^{-26} g \Rightarrow f = \frac{4m_p - m_{He}}{4m_p} \simeq 0.007 \text{ frazione trasf in energia}$$

Lifetime sole?  $E_S = 0.007 M_S c^2 = 1.3 \times 10^{52} erg$  assumendo tutta la massa in H che viene bruciato in He, allora  $t_s = \frac{E_S}{L_S} = 10^{11} yr$ .

In realtà solo 10% di M viene convertito allora  $10^{10} yr$

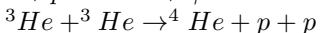
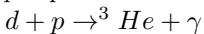
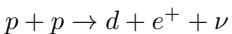
Problema: individuare nel dettaglio i processi di fusione

1) combinazione diretta: protoni in serie danno He  $\Rightarrow$  PP chain

2) Combinazione indiretta: bombardamento di protoni su nucleo pesante catalizzatore con produzione finale di particella alfa e nucleo pesante  $\Rightarrow$  Ciclo CNO

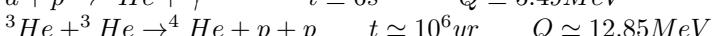
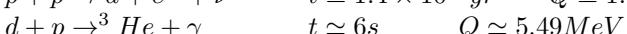
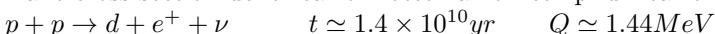
## 45 PP Chain

Reazione nucleare in stelle con  $M \leq 1.1 M_S$  temp centrale  $T \simeq 10^7 K$



I fotoni trasportano energia, i positroni si annichilano subito producendo altri fotoni, i neutrini scappano subito facendo perdere energia perchè interagiscono poco con la materia e i 2 protoni emessi hanno  $E_k$  sgravata (12.85 MeV), per tutto ciò la materia si scalda emettendo nuovi fotoni, riassorbendoli, riemettendoli, eccetera

Dalle cross section delle reazioni otteniamo i tempi di reazione



La lentezza del primo step e la grande abbondanza di H spiega il lifetime della stella in MS, perchè la prima reazione è così lenta?

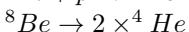
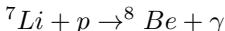
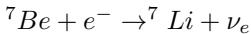
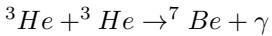
1) Per un istante deve formarsi  $p + p = {}^2 He$  con spin antiparallelo

2) Durante la sua breve vita  ${}^2 He$  deve decadere beta in deuterio, questo è in competizione con altri 2 processi statisticamente favoriti  ${}^2 He \rightarrow p + p$   ${}^2 He \rightarrow 3p$

Alla fine otteniamo  $E_{pp} = 2(1.44 - 0.26 + 5.49) MeV + 12.85 MeV = 26.2 MeV$

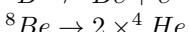
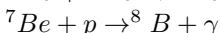
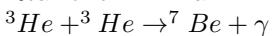
Questa è la reazione PPI a  $T \simeq 10^7 K$ , ne esistono altre 2.

Reazione PPII a  $T \simeq 2 \times 10^7 K$



Oltre che prodotto nelle stelle c'è un botto de  ${}^4He$  prodotto nel bigbang che fluttua nel cosmo a cazzo

Reazione PPIII a  $T \simeq 3 \times 10^7 K$



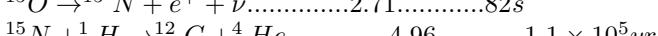
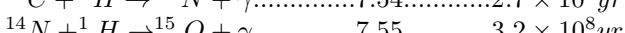
La sintesi di He è il primo step per la nucleosintesi, la composizione iniziale è data in massa da  $\sim 75\%H \sim 25\%He$   
allora stelle più evolute hanno più abbondanza di He

## 46 Ciclo CNO

Dominante per  $T > 1.6 \times 10^7 K$  allora per stelle con  $M > 1.2M_S$ .

Il risultato netto è sempre 4p → He

Reazione.....Q[MeV].....t



${}^{12}C$  restituito funge da catalizzatore dando Q-value di

$Q_{tot} = 26.7 MeV \quad Q_\nu = 1.7 MeV \Rightarrow Q_{sun} = 25.0 MeV$  con ogni protone che contribuisce con  $E_p \simeq 25/4 MeV = 6.25 MeV$  contro i 6.5 della PP

## 47 Fusione

$$P(E) \propto \exp(-\frac{E}{kT} - \frac{b}{E^{1/2}})$$

Efficienza processo  $\epsilon \propto \rho T^\alpha \quad \alpha \gg 1 \quad [erg/g \cdot s]$

Produzione di energia processo a 2 corpi  $\propto \rho^2$

Produzione di energia per unità di massa  $\propto \rho$

Assumendo composizione solare:

Catena PP  $\epsilon \propto \rho T^4$

Ciclo CNO  $\epsilon \propto \rho T^{17}$

Le stelle di MS si dividono in 2 gruppi in cui uno dei 2 processi domina.

Modelli produzione solare: (Core:  $T \simeq 1.5 \times 10^7 K \quad \rho \simeq 150 g/cm^3$ )

PPI 56%

PPII 40%

PPIII 0.05%

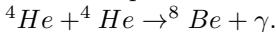
CNO 3.2%

Ma da dove viene C? prodotto in stelle più massicce che esplodendo lo mettono a disposizione per nuove stelle

## 48 Stelle massiccie

$T_{core} \simeq 10^8 K$  allora anche nuclei con Z maggiori possono fare fusione

Si innesca processo  $3\alpha$ :  $3He \rightarrow C$ :



$^8Be$  decade in  $10^{-6}s$  in  $2 ^4He$  ma se in quel tempo riesce a interagire con un altro He:



Salpeter Process  $^8Be(\alpha, \gamma)^{12}C$  unico canale che produce C

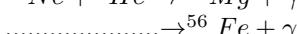
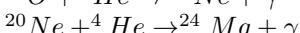
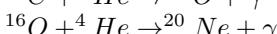
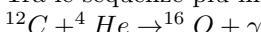
## 49 Fusione

PP:  $\epsilon_{pp} \propto \rho T^4$       CNO:  $\epsilon_{CNO} \propto \rho T^{17}$        $3\alpha$ :  $\epsilon_{3\alpha} \propto \rho^2 T^{40}$  ( $\rho^2$  proc a 3 corpi)

Per stelle massicce elevate  $T_{core}$ , quando He scarseggia nei nuclei ho diverse reazioni a partire da C o altri elementi pesanti.

Nuove fonti di energia che prolungano il lifetime. In generale nucleosintesi elementi fino a Fe.

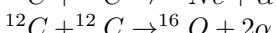
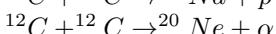
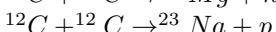
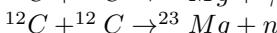
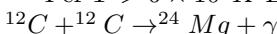
Tra le sequenze più importanti abbiamo le reazioni  $\alpha$ :



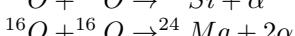
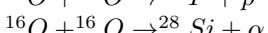
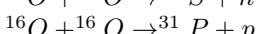
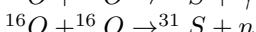
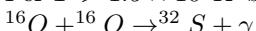
Coinvolgono He e non H perchè a quelle temperature ci sono pochi H, la maggior pt sono aggregati in He.

Al crescere di Z barriere coulombiane sempre più alte allora necessarie temperature maggiori e reazioni sempre più rare solo in stelle via via più massicce.

Per  $T > 6 \times 10^8 K$  Bruciamento carbonio:



Per  $T > 1.5 \times 10^9 K$  bruciamento ossigeno:



## 50 Elementi pesanti

Più alti Z più la repulsione è forte, oltre al ferro diventa sconveniente la fusione

Allora come nascono gli elementi più pesanti? Da cattura neutronica

$(Z, N) + n \rightarrow (Z, N + 1)$  n free  $\tau \sim 887s$  rilasciati da alcune reazioni come i bruciamenti.

Se la cattura è rapida (r) o lenta (s) allora evolve diversamente rispetto al decadimento  $\beta$

**S-process:** nuovo nucleo ha  $\beta$  decay  $(Z, N + 1) \rightarrow (Z + 1, N) + e^- + \bar{\nu}$

**R-process:** nuovo nucleo assorbe n  $(Z, N + 1) + n \rightarrow (Z, N + 2)$

Questo processo continua fino a un beta decay che interrompe la catena

Possibile anche catena di p ma sfavorita da interazioni coulombiane

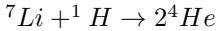
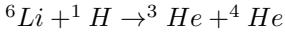
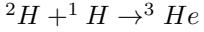
## 51 Reazioni pre-sequenza

Reazioni che avvengono prima che inizi la fusione dell'H.

Formazione stellare: contrazione nube interstellare, si passa da energia gravitazionale a termonucleare.

Quando si innesca PP la pressione termica bilancia il collasso gravitazionale e entra nella MS.

Prima dell'accensione  $T \sim 10^6 K$  e avvengono altre reazioni che tendono a rallentare la contrazione



Reazioni che partono da elementi leggeri già presenti nella nube di origine cosmologica, quando la stella entra nell'MS il nucleo ha già perso quasi tutto il Li, P, Be, B

## 52 Struttura stellare: equazioni fondamentali

Simmetria sferica:  $\rho(r), T(r), P(r)...$

### 52.1 Conservazione massa

Shell spessa dr:  $dM = \rho(r)dV = \rho(r)4\pi r^2 dr$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r)$$

equazione di continuità

$M(r) = 4\pi \int_0^r r^2 \rho(r) dr$  contiene implicitamente info sulla gravità, campo gravitazionale a distanza r da centro dipende solo da  $M(r)$

### 52.2 Equilibrio Idrostatico

Forza di gravità verso il centro da  $M(r)$  allora perchè non collassa?

Differenza di pressione di ogni guscio, considero cilindro dA, dr

$$\text{Gravità: } dm = \rho(r)dA dr \Rightarrow F_G = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) dr dA$$

$$\text{Pressione: } F_P = P(r)dA - P(r+dr)dA = -dPdA$$

$$\text{Equilibrio: } F_P = -F_G$$

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{M(r)}{r^2} \rho(r)$$

Equazione equilibrio idrostatico

Conosco  $\rho(r)$  allora conosco il gradiente di pressione, più è densa più ho variazione

Per esempio ODG pressione core sole: considero shell spessa R

$$\frac{\Delta P}{\Delta R} \simeq \frac{P_C}{R} \simeq \frac{GM^2}{R^5} \Rightarrow P_C \simeq \frac{GM^2}{R^4} \simeq 10^{16} \text{dyn} \cdot \text{cm}^{-2} = 10^{10} \text{bar}$$

### 52.3 Equazione di stato

"stato" di un gas=  $P, \rho, T \Rightarrow P = f(\rho, T)$  dipendente dalla natura del gas

Gas ideale buona approssimazione del plasmastellare

$$PV = NkT \Rightarrow P = \frac{N}{V}kT \quad \frac{N}{V} = \frac{1}{\langle m \rangle} \frac{\langle m \rangle N}{V} = \frac{\rho}{\langle m \rangle}$$

$$P = \frac{k}{\langle m \rangle} \rho T$$

Equazione di stato

Per esempio per la  $T_{core}$  nel sole:

$$P = \frac{k}{\langle m \rangle} \rho T \Rightarrow T = \frac{P \langle m \rangle}{k \rho} \simeq 4.4 \times 10^7 K$$

$$\text{perchè } P \simeq 10^{16} \text{dyn} \cdot \text{cm}^{-2} \quad \langle m \rangle = m_p/2 \quad \rho \simeq \frac{M_S}{\frac{4}{3}\pi R_S^3}$$

$$\text{Da un conto accurato } T \simeq 1.5 \times 10^7 K$$

Possiamo anche verificare che stelle più massicce hanno  $T_{core}$  maggiore

$$\frac{dP}{dr} = \frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) \Rightarrow P \propto \frac{M\rho}{R} \text{ nel core}$$

$$R \propto (\frac{M}{\rho})^{1/3} \Rightarrow P \propto M\rho(\frac{M}{\rho})^{1/3} = M^{2/3}\rho^{4/3}$$

$$\text{Da gas ideale } P \propto \rho T \Rightarrow \rho T \propto M^{2/3}\rho^{4/3} \Rightarrow T \propto M^{2/3}\rho^{1/3}$$

Stelle più massicce hanno  $T_{core}$  maggiore

Contrazione allora aumenta  $\rho$  allora aumenta T

## 52.4 Trasporto di energia

Per equilibrio della stella fondamentale trasporto di energia Nucleo-Superficie

- Convettivo (flusso masse gas)-Per strato ext

- Radiativo (flusso radiazione)-Per strato interno

Equilibrio allora trasporto stazionario cioè  $T(r)$  circa costante nel tempo, allora l'energia che entra nella shell è uguale a quella che esce

### 52.4.1 Domina trasporto radiativo

Flusso radiazione attraverso una superficie:

**emissione di BB**  $W(r) = 4\sigma T^4(r) \Rightarrow \frac{dW}{dT} = 4\sigma T^3(r) \Rightarrow dW_{em} = 4\sigma T^3(r) dT$

**Assorbimento** Flusso assorbito  $dW = -k_\lambda W(r) dr$

$k_\lambda$  numero di interazioni per unità di lunghezza  $cm^{-1}$ ,  $\propto \rho \sigma_A$

$\tilde{k}_\lambda = \frac{k_\lambda}{\rho}$  se ho composizione stella che non cambia allora  $\tilde{k}_\lambda \sim \text{cost}$  al var di  $\rho$

$\Rightarrow dW_{abs} = -\tilde{k}_\lambda \rho(r) W(r) dr$

**Imponendo l'equilibrio:**  $dW_{em} = dW_{abs} \Rightarrow 4\sigma T^3(r) dT = -\tilde{k}_\lambda \rho(r) W(r) dr \Rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{\tilde{k}_\lambda \rho(r)}{4\sigma T^3(r)} W(r)$

$L(r) = 4\pi r^2 W(r) \Rightarrow \frac{dT}{dr} = -\frac{\tilde{k}_\lambda \rho(r) L(r)}{16\pi r^2 \sigma T^3(r)}$

La soluzione esatta ci dà:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\tilde{k}_\lambda \rho(r) L(r)}{64\pi r^2 \sigma T^3(r)}$$

equazione trasporto radiativo

### 52.4.2 Domina trasporto conduttivo

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{1}{k} \frac{L(r)}{4\pi r^2}$$

$k$  conducibilità termica

### 52.4.3 Domina trasporto convettivo

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{T(r)}{P(r)} \frac{dP}{dr}$$

$\gamma = c_p/c_v$  indice adiabatico 5/3 per gas ideale

La condizione per l'innesto della convezione è elevato gradiente di temperatura ed elevata opacità

La convezione rimescola elementi materia interna alla stella

In modelli stellari trasporto convettivo o conduttivo in base alla massa

## 52.5 Generazione di energia

Nel nucleo energia generata. Per shell a raggio  $r$ :  $\epsilon(r) = en/sec \cdot g$  dipende da composizione e temperatura (Picco Gamow)  
 $dL = dM_{shell} \epsilon(r) = 4\pi r^2 dr \rho(r) \epsilon(r)$

Allora:

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon(r) \rho(r)$$

## 53 Tempo di free fall

Quanto impiega il sole a collassare trascurando la pressione interna?

Per elem dm a raggio iniziale  $r_0$  inizialmente a riposo:  $dU = \frac{-GM(r_0)dm}{r_0}$

Contraendo la stella ho per conservazione delle energie:  $\frac{-GM(r_0)dm}{r_0} = \frac{1}{2} dm \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 - \frac{GM(r)dm}{r}$ , M si conserva  $M(r_0) = M(r)$

Allora  $\frac{1}{2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 = GM \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right) \Rightarrow dt = \pm [2GM \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)]^{-1/2} dr$

Allora  $t_{ff} = \sqrt{\frac{\pi^2 r_0^3}{8G M}} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G} \frac{1}{\langle \rho \rangle}}$  per il sole  $\simeq 30$  min

## 54 Energia gravitazionale e pressione

Equilibrio idrostatico legato a densità di energia gravitazionale

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2}\rho(r) \Rightarrow \frac{dP}{dr}4\pi r^3 dr = -\frac{GM(r)}{r^2}\rho(r)4\pi r^3 dr \Rightarrow \int_0^R \frac{dP}{dr}4\pi r^3 dr = -\int_0^R \frac{GM(r)}{r^2}\rho(r)4\pi r^3 dr$$

$$\int_0^R \frac{dP}{dr}4\pi r^3 dr = [P(r)4\pi r^3]_0^R - 3 \int P(r)4\pi r^2 dr = -3V(\frac{1}{V} \int P(r)4\pi r^2 dr) = -3V < P >$$

$$-\int_0^R \frac{GM(r)}{r}\rho(r)4\pi r^2 dr = -\int_0^R \frac{GM(r)}{r}dM = \int_V dU_{gr} = U_{gr}$$

Allora

$$< P > = -\frac{1}{3} \frac{U_{gr}}{V} = -\frac{1}{3} \epsilon_{gr}$$

Relazione  $< P > - U_{gr}$  + eq idrostatico + eq di stato  $\Rightarrow$  Teorema del viriale

Gas perfetto in condizioni classiche ( $d \ll \lambda_D \simeq h/p$ ,  $v \ll c$ )

$$P(r)V(r) = NkT(r) \quad E_{Th} = \frac{3}{2}NkT = \frac{3}{2}PV \Rightarrow P = \frac{2}{3} \frac{E_{Th}}{V} = \frac{2}{3}\epsilon_{Th} \Rightarrow \int_0^R 4\pi r^2 dr P(r) = \frac{2}{3} \int_0^R \epsilon_{Th} 4\pi r^2 dr$$

Allora ottengo:

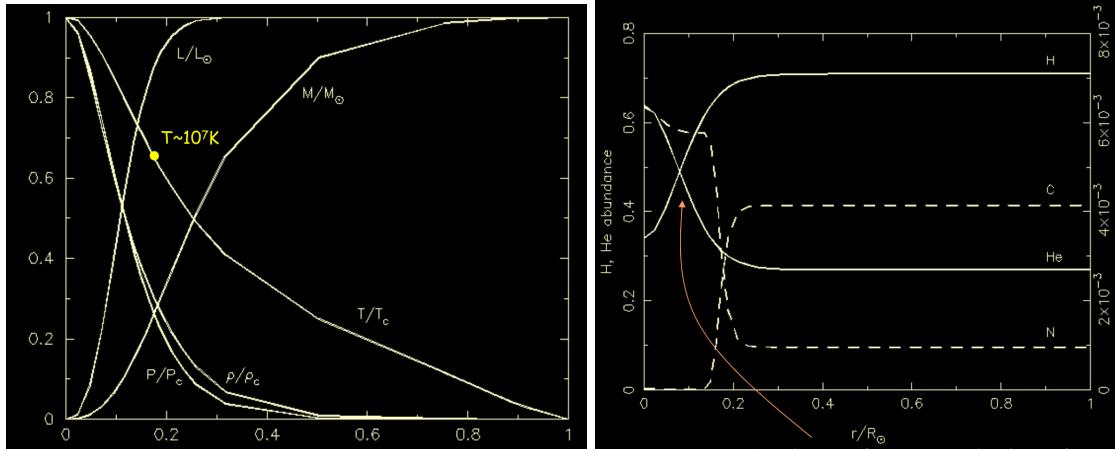
$$< P > V = \frac{2}{3}E_{Th}$$

$$< P > V = -\frac{1}{3}U_{gr}$$

Allora

$$E_{Th} = -\frac{1}{2}U_{gr}$$

## 55 Modello del sole



$\rho, P$  droppano al 10% a  $\sim 0.25R_S$

M al 90% entro  $0.5R_S$

L già altissima entro  $0.2R_S$  perchè le reazioni avvengono nel nucleo allora ricavo le dimensioni del nucleo dal profilo di L  
Supponendo in origine 27% He 71% H 2% metalli ottengo le distribuzioni in figura:

H domina fuori dal nucleo

He domina nel nucleo perchè il bruciamento dura da 5 miliardi di anni, ricavo l'età del sole da He

C domina fuori, N dentro perchè nel nucleo reazione CNO la cui reazione più lenta è  $10^8 yr$  per cui si è instaurato equilibrio delle abbondanze

## 56 Trasporto energia: stelle MS

Trasporto radiativo o convettivo in base a M

$0.5M_S < M < 1.5M_S$  stelle G-F

Reazioni PP e CNO

Nucleo radiativo e inviluppo convettivo in  $\sim 30\%R, \sim 3\%M$

$M < 0.5M_S$  stelle K-M

Reazione PP

Alto gradiente di T, Dominato da convezione, stelle più piccole anche interamente convettive

$M > 1.5M_S$  Stelle F-B

Reazione CNO

Grande energia generata da nucleo convettivo, inviluppo radiativo

## 56.1 Verifiche sperimentalistiche modelli del sole

- Emissioni em fotosfera
- eliosismologia
- Neutrini solari

## 57 Eliosismologia

Oscillazioni periodiche stazionarie di porzioni della sup: onde sonore (di pressione) stazionarie

Distribuzione statistica delle oscillazioni dipende da velocità onde di pressione

$$c_s = \sqrt{\gamma \frac{dP}{d\rho}} \quad P = \langle \rho \rangle \rho T \Rightarrow c_s = \sqrt{\gamma \langle \rho \rangle T}$$

Modi a grande scala da regioni centrali

A piccola scala da regioni superficiali

Velocità di oscillazione  $\sim 0.1$  m/s, Periodo  $\sim 1.5\text{-}20$  min e  $\lambda \sim 10^3 - 10^6$  Km

La sorgente sono i moti convettivi in cui l'energia termica viene convertita in energia cinetica di pulsazione. Vogliamo risolvere il problema inverso e trovare proprietà interne

$$\text{Da } c_s = \sqrt{\gamma \langle \rho \rangle T} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \text{ info su } T, P, \rho$$

## 58 Neutrini solari

Particelle che ci raggiungono direttamente dal nucleo, infatti dall'interno del sole opaco i fotoni impiegano  $\sim 10^5$  yr per emergere.

$\nu$  invece dà info sull'abbondanza e flusso di neutrini prodotti dalle reazioni

PP e CNO generano flussi enormi di neutrini a cui il plasma è essenzialmente trasparente.

Ci giungono in sim 8.5 min da zone centrali ma la misura è molto difficile

UDM flusso  $\nu$ : SNU =  $10^{-36}$  catture di  $\nu$  per atomo per secondo

PP1 produce più neutrini ma poco energetici quindi difficilmente osservabili, PP2 produce pochi neutrini straenergetici

Primo esperimento: Homestake: vasca di  $C_2Cl_4$

$^{37}Cl + \nu \rightarrow ^{37}Ar + e^-$  Ar radioattivo allora misuro radiazioni.

Risultato: Previsti 8 SNU, misurati 2.6: 1/3 per il cambiamento di sapore

## 59 P in estrema densità

Volumetto  $\hbar^3$  dello spazio delle fasi può contenere max 2 elettroni con spin opposto

Consideriamo un gas con  $n_e$  densità elettroni liberi

Per ogni elettrone disponibile un volume di  $\Delta V \simeq (\Delta x)^3 \simeq \frac{1}{n_e} \Rightarrow \Delta x \simeq n_e^{-1/3}$

Allora qdm  $\Delta p_x > \frac{\hbar}{\Delta x} \simeq \hbar n_e^{1/3}$  minimo momento per sistemi di elettroni compressi

Quindi pressione indipendente da quella termica: pressione degli elettroni degeneri

In che condizioni comparabile con quella termica?

Per gas a temp T  $E_k \simeq kT \Rightarrow p_x \simeq \sqrt{2m_e kT}$

$\Delta p_x \simeq p_x$

$$n_e = n_Q \simeq \left( \frac{2m_e kT}{\hbar^2} \right)^{3/2} \propto T^{3/2}$$

allora per alte T pressione degenera poco importante

## 60 Pressione degenera

$$v_x = \Delta p_x / m_e \ll c \quad N = [v_x \Delta t A] n_e \quad \Delta p_x = F_x \Delta t \\ P \simeq N \frac{F_x}{A} = \frac{N}{A} \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = n_e (\Delta p_x)^2 \Delta t \simeq \frac{\hbar^2}{m_e} n_e^{5/3} \simeq 0.025 \frac{\hbar^2}{m_e} n_e^{5/3}$$

Da formula ricorsiva da statistica di Fermi-Dirac:

$$P_D = \frac{1}{5} \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{m_e} n_e^{5/3} \simeq 0.05 \frac{\hbar^2}{m_e} n_e^{5/3}$$

Per gas con composizione (A,Z) e densità numerica iniziale  $n_z$

$$\rho = Z m_p n_z + (A - Z) m_n n_z + m_e n_e \simeq A m_p n_z \quad (m_n \simeq m_p \quad m_e \ll m_p) \Rightarrow n_z \simeq \frac{\rho}{A m_p}$$

Per gas altamente ionizzato  $n_e \simeq Z n_z \simeq Z \frac{\rho}{A m_p}$

$$P = \frac{1}{5} \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{m_e} n_e^{5/3} \simeq \frac{1}{5} \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{m_e} \left( \frac{Z}{A} \right)^{5/3} \left( \frac{\rho}{m_p} \right)^{5/3}$$

Indipendente da T allora una stella degenera può autosostenersi senza riscaldarsi ulteriormente e quindi raffreddarsi fino a eq termico con l'esterno senza collassare

Inoltre va come  $1/m$  quindi maggiore contributo dagli elettroni che sono i primi a produrre pressione degenera durante il collasso

## 61 Limite inferiore massa di una stella

Non esistono stelle con  $M < 0.1 M_S$  da pressione degenera

Per protostella in contrazione i valori di T e  $\rho$  determinano P che domina: la nube che si contrae aumenta  $\rho$  e quindi T

Equilibrio idrostatico(non deg):  $\frac{dP}{dr} = -G \frac{M(r)}{r^2} \rho(r) \Rightarrow P_{core} \simeq \frac{GM^2}{R^4}$

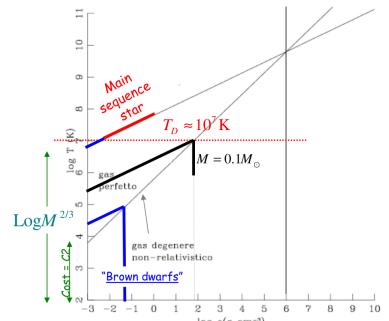
Eq di stato(gas perfetto):  $P \propto \rho T$

Allora nel core  $T_{gasperfetto} \propto \frac{P}{\rho} \simeq \frac{GM^2}{R^4} \frac{R^3}{M} = \frac{GM}{R} = \frac{GM^{1/3} M^{2/3}}{R} \propto \rho^{1/3} M^{2/3}$

Allora  $\log T_{gp} = \frac{1}{3} \log \rho + \frac{2}{3} \log M + c_1$

Gas diventa degenera a  $n_Q \simeq \left( \frac{2m_e k T}{\hbar^2} \right)^{3/2} \Rightarrow T_{gd} \propto \rho^{2/3}$  invertendo

Allora  $\log T_{gd} = \frac{2}{3} \log \rho + c_2$



Esiste un pto in cui la stella contraendosi inizia ad avere eff di deg a meno che non si innescino reaz termonucleari, la temp a cui diventa deg cresce con la M della stella perchè fa da intercetta a quella di gas perfetto.

Raggiunta la soglia di deg il collasso si ferma  $\Rightarrow \rho$  costante e inizia lento rallentamento fino all'equilibrio.

M sotto un certo limite diventa degenera prima di accendere le reazioni e si raffredda indefinitivamente: la soglia è  $0.1 M_S$ .

Sotto questa: Brown dwarfs

## 62 Limite superiore massa di una stella

Legato a pressione di radiazione,  $P_{rad} \propto \omega_s = \sigma T^4$  quando domina su quella idrostatica

$P_{idro} \simeq \frac{GM^2}{R^4}$  più equazione di stato  $T \propto \frac{P}{\rho} \Rightarrow T \propto \frac{M}{R} \Rightarrow P_{rad} \propto T^4 \propto \left( \frac{M}{R} \right)^4 \Rightarrow \frac{P_{rad}}{P_{idro}} \propto M^2 \Rightarrow P_{rad} \propto M^2 P_{idro}$

Per masse troppo grandi la pressione di radiazione espelle il materiale con forte vento solare sugli strati esterni.

$M_{max} \simeq 100 M_S \Rightarrow L_E = 3.3 \times 10^4 \frac{M}{M_S} L_S$  massima L

## 63 Pressione degenera relativistica

Non relativistica:  $\frac{1}{5} \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{m_e} n_e^{5/3}$

Relativistica: per alte  $n_e$  (stelle massicce)  $\Delta p_x$  relativistica

$$\frac{1}{8} \left( \frac{3}{\pi} \right)^{1/3} h c n_e^{4/3} \simeq 0.123 h c n_e^{4/3}$$

$$n_e \simeq \frac{Z}{A} \frac{\rho}{m_p}$$

$$P = \frac{1}{8} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \frac{hc}{m_p^{4/3}} \left(\frac{Z}{A}\right)^{4/3} \rho^{4/3}$$

Se assumiamo stella mantenuta da pressione degenera relativistica allora paragoniamola con quella di equilibrio.

$$P_{eq} \propto \rho \frac{M}{R} \propto \rho^{4/3} M^{2/3} \Rightarrow \frac{P_{eq}}{P_{DRel}} \propto M^{2/3} \Rightarrow P_{eq} = a M^{2/3} P_{DRel}$$

Allora deve esistere  $M$  oltre il quale  $P_D < P_{eq}$  cioè la pressione degenera non riesce più a mantenere l'equilibrio e avviene il collasso

## 64 Massa di Chandrasekhar

Per stella in equilibrio degenera degli elettroni:  $\langle P \rangle V = -\frac{1}{3} U_{gr} \Rightarrow \frac{1}{8} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \frac{hc}{m_p^{4/3}} \left(\frac{Z}{A}\right)^{4/3} \rho^{4/3} \simeq \frac{1}{3} \left(\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}\right)$

Definito  $C = \frac{5}{G} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \frac{hc}{8m_p^{4/3}} \left(\frac{Z}{A}\right)^{4/3}$  otteniamo:

$$C \rho^{4/3} V = M^2 / R \Rightarrow C M^{4/3} V^{-1/3} = M^2 V^{-1/3} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} \Rightarrow M = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{-1/2} C^{3/2}$$

$$M = 0.18 \left(\frac{Z}{A}\right)^2 \left(\frac{hc}{G m_p^{4/3}}\right)^{3/2}$$

Da conti sgravati più bellina:

$$M_{Chandra} = 0.21 \left(\frac{Z}{A}\right)^2 \left(\frac{hc}{G m_p^{4/3}}\right)^{3/2} \simeq 1.44 M_S$$

## 65 Evoluzione stelle:fase di MS

Collasso nube sferica di gas autogravitante in quasi-equilibrio idrostatico di massa  $0.1 M_s < M < 100 M_s$ , raggiunge al centro  $T \simeq 10^7 K$ .

Gran pt della vita della stellla è nella MS.

$L \propto T^b$   $b \simeq 6$  per  $M < M_S$  e  $b \simeq 8$  per  $M > M_S$

La variazione di pendenza dipende da:

-Meccanismo bruciamento H (PP, CNO)

-Valori tipici di opacità del plasma

-Meccanismo di trasporto(convettivo/radiativo) che domina la fotosfera

Quanto sta una stella nella MS? Empiricamente  $L \propto M^\alpha$   $\alpha \simeq 3.5$

Allora  $t_{star} \propto \frac{M_H c^2}{L} \propto \frac{M_H c^2}{M^{3.5}} \propto M^{-2.5}$  le stelle più massicce brucano un botto e durano pochi milioni di anni  
In popolazioni di stelle coeve lasciano la MS in ordine di  $M$  decrescente.

## 66 Relazione M-L

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \rightarrow M \propto R^3 \rho I$$

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho(r) \rightarrow P \propto \frac{M}{R} \rho II$$

$$L(r) = -\frac{64\pi r^2 \sigma T^3(r)}{3k_p(r)} \frac{dT}{dr} \rightarrow L \propto \frac{T^4 R}{\rho} III$$

$P \propto \rho T$  equazione di stato IV

$$(IV + II \Rightarrow T \propto P/\rho \propto M/R) + III \Rightarrow L \propto T^4 \frac{R}{\rho} \propto (\frac{M}{R})^4 \frac{R}{\rho} \propto M^3$$

Quindi  $L \propto M^3$

## 67 Valori limite dei raggi stellari MS

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon(r) \rho(r) \Rightarrow L \propto R^3 \rho \epsilon \simeq M \epsilon \quad \epsilon \propto \rho T^\beta \quad \beta_{pp} = 4 \quad \beta_{CNO} = 17$$

Allora  $L \propto M^3$  e  $L \propto M \rho T^\beta \Rightarrow \rho \propto M^2 T^{-\beta} \propto M^2 (M/R)^{-\beta} \propto M^{2-\beta} R^\beta$

Inoltre  $\rho \propto M R^{-3} \propto M^{2-\beta} R^\beta \Rightarrow$

$$R \propto M^{\frac{\beta-1}{\beta+3}}$$

Legge di scala R-M

Per PP:  $R \propto M^{3/7}$  Per CNO:  $R \propto M^{4/5}$

Allora  $\frac{R}{R_s} = \left(\frac{M}{M_s}\right)^\alpha \quad \alpha_{PP} = 3/7 \quad \alpha_{CNO} = 4/5$

Valori limite:

$$R_{min} = (0.1)^{3/7} R_S \simeq 0.35 R_S$$

$$R_{max} = (10^2)^{4/5} R_S \simeq 40 R_S$$

## 68 Pendenza MS (L-T)

$$R \propto M^{\frac{\beta-1}{\beta+3}} \text{ e } L \propto M^3 \text{ allora } R \propto L^{\frac{\beta-1}{3(\beta+3)}} \\ L = 4\pi R^2 \sigma T^4 \propto R^2 T^4 \propto L^{\frac{2(\beta-1)}{3(\beta+3)}} T^4 \Rightarrow L^{1-\frac{2(\beta-1)}{3(\beta+3)}} \propto T^4$$

otteniamo:

$$\log L = 4[1 - \frac{2(\beta-1)}{3(\beta+3)}]^{-1} \log T + C$$

Con  $b = 4[1 - \frac{2(\beta-1)}{3(\beta+3)}]^{-1}$  pendenza MS

Per  $M < 1.1M_S$  domina PP  $\beta = 4 \Rightarrow b \simeq 5.6$

Per  $M > 1.1M_S$  domina CNO  $\beta = 17 \Rightarrow b \simeq 8.5$

## 69 Oltre MS

$t_{star} \simeq t_{star,MS} \propto M^{-2.5}$  tempo di vita dominato da MS

$$\frac{t_{star}}{t_s} \simeq (\frac{M}{M_S})^{-2.5} \Rightarrow t_{star} \simeq 10^{10} \text{ yr} (\frac{M}{M_S})^{-2.5}$$

$T_{core}$  inizialmente insufficiente a fondere He (per  $M < 0.5M_S$  definitivamente) allora il nucleo inizia a contrarsi e quindi l'energia potenziale gravitazionale diventa energia cinetica e quindi energia termica.

Colllassando il nucleo si scalda.

Anche gli strati immediatamente attorno collassano scaldandosi fino a  $10^7 K$ . Ci sono ancora enormi quantità di H negli strati adiacenti allora si forma uno strato in cui si brucia H: "Hydrogen burning shell" che produce energia

## 70 Contrazione ed espansione nucleo-inviluppo

La contrazione del nucleo avviene in regime quasi statico quindi vale il teorema del viriale:  $E_{Th} = -\frac{1}{2}U_{gr} \Rightarrow E_{tot} = E_{Th} + U_{gr} = \frac{1}{2}U_{gr} = -E_{Th}$ .

Se la produzione di nuova energia è piccola rispetto all'energia totale allora  $E_{tot} \sim cost \Rightarrow U_{gr} \sim cost \Rightarrow E_{Th} \sim cost$

Perchè valga  $U_{gr} \sim cost$  allora la contrazione del nucleo si accompagna con un espansione dell'inviluppo.

Perchè valga  $E_{Th} \sim cost$  allora al riscaldamento del nucleo si accompagna un raffreddamento dell'inviluppo.

Quindi nel nucleo ho una contrazione senza fusione, quindi condizione favorevole per l'innesto di pressione degenera dell'He, mentre nella regione esterna ho energia generata da HBS trasportata radialmente verso l'est allora P di radiazione.

La stella aumenta di dim mantenendo L circa costante (probabilmente per la HBS)

Ottieniamo per la temperatura superficiale:  $L \propto R^2 T^4 \Rightarrow T \propto L^{1/4} R^{-1/2}$

R aumenta, L costante  $\Rightarrow$  T diminuisce.

Allora la stella esce dalla MS con traccia circa orizzontale andando nella zona delle subgiant (da MS a  $T \sim 3 \times 10^3 K$  con  $L \sim cost$ )

Esiste limite di raffreddamento T superficiale: lim di Hayashi

$L(r) = -\frac{64\pi r^2 \sigma T^3(r)}{3k\rho(r)} \frac{dT}{dr}$  la T superficiale diminuisce ma aumenta  $\frac{dT}{dr}$  con flusso di energia verso l'esterno allora aumento anche di L(r) quindi aumento di T superficiale. Si innesta un loop che crea equilibrio.

La  $T_{sup,min} \sim 3000 K$ .

La stessa continua ad espandersi ma con T fix al limite di Hayashi, Quindi aumenta L e evolve verticalmente in HR.

Arrivo alla RedGiant con  $R_{RG} \sim 50 - 100 Km$

In questa fase trasporto convettivo nell'inviluppo della RG con gravità superficiale molto bassa allora perdita di materia da strati superficiali.

Come evolve il nucleo in RG?

$M > 0.5M_S$  Contrazione nucleo  $T \simeq 10^8 K$  si può innescare  $3\alpha$ . L'accensione dipende dallo strato di degenerazione della materia del nucleo quindi dalla temperatura del nucleo quindi dalla massa

$M < 0.5M_S$  la pressione degenera ferma il collasso del nucleo prima dell'accensione dell'He

$M \in [0.5, 2.25]M_S$  3 $\alpha$  si accende in un nucleo dominato da Pressione degenera. La pressione degenera è indipendente dalla temperatura mentre la 3 $\alpha$  ha  $\epsilon_{3\alpha} \propto \rho^2 T^4 0$ . Questo fa sì che una volta arrivati all'innesto dell'He si abbia un accensione esplosiva: Helium Flash, cioè esplosione in cui il 6% del nucleo passa da He a C

$M > 2.25M_S$  Il gas è non degenera quindi inizia la produzione di energia aumentando P espandendo il nucleo in maniera non esplosiva

## 71 Evoluzione su diagramma HR Per $M \simeq M_S$

Flash He allora T cresce fino a rimuovere la degenerazione degli elettroni

$$n_Q \simeq \left(\frac{2m_e k}{\hbar^2} T\right)^{3/2}$$

Rimane quindi un nucleo non degenero convettivo in espansione.

Dopo una fase di assestamento inizia il bruciamento di He in C, O nel nucleo non degenero e quello di H in He nello strato circostante che si assottiglia diminuendo la luminosità

Il nucleo si espande, l'inviluppo si contrae e T cresce leggermente: la stella va nel ramo orizzontale del diagramma HR

La posiz precisa dipende dalla massa persa nella fase RG, più massa ha perso, meno è l'inviluppo, più la superficie è calda

Quando finisce l'He allora il nucleo torna a contrarsi arrivando a un nucleo degenero di C e O con attorno 2 shell concentriche che continuano a dare energia.

L'inviluppo si espande di nuovo e si arriva ad una stella molto luminosa con T circa costante: "ramo asintotico".

Per la convezione può emergere in superficie C del nucleo creando stelle di classe R e N ricche di carbonio

In stelle con  $M \simeq M_S$  C non si accende quindi il bruciamento di He diventa instabile e raggiunta la sommità del ramo asintotico la stella è una supergiant red .

In questa fase segue una grande perdita di massa fino a perdere tutto l'inviluppo: nebulosa planetaria.

Rimane un nucleo caldissimo e degenero di C e O privo di reazioni nucleari: nana bianca.

La nebulosa planetaria è frutto dell'esplosione degli strati ext ed è tenuta assieme da un debole legame gravitazionale  $U_{gr} = -GM/R$  in competizione con il trasferimento di momento da parte dei fotoni  $p=E/c$  . Ha una forma anulare dovuta alla profondità ottica ai bordi della bolla.

La bolla è in espansione e lo vediamo da evidenze spettroscopiche: le righe mostrano spostamento doppler redshift+blueshift  $v_{shell} \sim 10 - 50 Km/s$   $T_{shell} \sim 10^4 K$   $M_{shell} \sim 0.1 M_S$  la materia viene dispersa per successive stelle.

In questo punto ho la massima luminosità che poi cala con la dispersione della nebulosa lasciando un nucleo caldissimo stramassiccio e piccolissimo che non produce più energia e si raffredda stralentamente.

Tempi scala:

$$MS \quad 10^{10} yr$$

$$Subgiant - RedSupergiant \quad 10^9 yr$$

$$RedSG - WD + NP \quad 10^4 yr$$

$$CoolingWD \quad > 10^{10} yr$$

PN fase di max L,  $l_{PN}$  prop a M, stelle con  $M > 8M_S$  evolvono diversamente, allora le PN con  $8M_S$  sono le più luminose e possono indicare la distanza. Vedendo i cutoff delle PN per la mag so che quelle sono mag di  $8M_S$

## 72 Nana Bianca

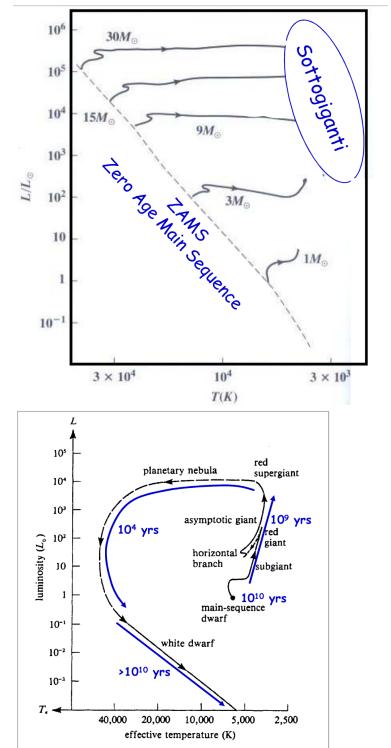
Sostenuta solo da pressione degenera degli elettroni.

Raggio:  $L \propto R^2 T^4 \Rightarrow R \propto L^{1/2} T^{-2}$  Allora

$$\left(\frac{R_{wd}}{R_S}\right) = \left(\frac{L_{WD}}{L_S}\right) \left(\frac{T_{WD}}{T_S}\right)^{-2}$$

Per WD con  $T_{sup} \sim T_S$  da HR  $L_{wd} \simeq 10^{-4} L_S \Rightarrow R_{wd} \simeq 10^{-2} R_S \simeq 7 \times 10^8 cm$

Per wd con  $T_{wd} \simeq 1.8 \times 10^3 K \Rightarrow L_{wd} \simeq 10^{-2} L_S \Rightarrow R_{wd} \simeq 10^{-2} R_S$



Densità:  $\rho_{wd} = \frac{M_S}{4\pi R_{wd}^3/3} \simeq 10^6 g/cm^3$

Pressione:  $P = \frac{1}{5} \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{m_e} \left(\frac{Z}{A}\right)^{5/3} \left(\frac{\rho}{m_p}\right)^{5/3} \simeq 3 \times 10^{22} dyn/cm^2$

## 72.1 Relazione M-R

In regime non relativistico:

$$P \simeq 0.05 h^2 (Z/A)^{5/3} (\rho/m_p)^{5/3} \frac{1}{m_e}$$

$P \simeq \frac{GM^2}{R^4}$  pressione necessaria per l'equilibrio

Allora  $\frac{GM^2}{R^4} \simeq 0.05 h^2 \frac{1}{m_e} \left(\frac{Z}{A}\right)^{5/3} \left(\frac{1}{m_p}\right)^{5/3} \left(\frac{M}{GR^3}\right)^{5/3}$  [...] alla fine ottengo:

$$M^{1/3} R \simeq 0.005 \left(\frac{h^2}{Gm_e}\right) \left(\frac{Z}{A}\right)^{5/3} \left(\frac{1}{Gm_p}\right)^{5/3} \simeq 0.01$$

per stelle più massicce il raggio è più piccolo

## 72.2 Relazione M-T

Energia termica interna  $E_{Th} = \frac{3}{2} NkT$

$$\text{Teor viriale } E_{Th} = \frac{1}{2} U_g = \frac{1}{2} \frac{GM^2}{R} = \frac{3}{2} \frac{M}{m_p} kT$$

Allora  $kT \simeq \frac{1}{3} Gm_p \frac{M}{R}$  con relazione M-R ottengo:

$$T \simeq \left(\frac{Gm_p M}{3k}\right) \left[\frac{20Gm_e}{h^2} (4m_p)^{5/3} \left(\frac{Z}{A}\right)^{5/3} M^{1/3}\right] \simeq 67 \frac{G^2 m_e m_p^{8/3}}{h^2 k} \left(\frac{Z}{A}\right)^{-5/3} M^{4/3}$$

Da sol completa:

$$T = \frac{80G^2 m_e m_p^{8/3}}{9h^2 k} \left(\frac{Z}{A}\right)^{-5/3} M^{4/3}$$

NB: a  $T \sim 10^9 K$  fusione C allora non ho WD

Per WD di massa vicina alla massa di Chandrasekhar il gas tende a diventare relativistico.

Caso UltraRelativistico:

$$P_{DUR} = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \frac{hc}{8m_p^{4/3}}$$

Caso Non relativistico:

$$P_{DNR} = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2}{20m_p^{5/3} m_e} \left(\frac{Z}{A}\right)^{5/3} \rho^{5/3}$$

In generale

$$P_{deg} \propto \rho^{(4+\epsilon)/3}$$

con  $\epsilon = 1$  caso relativistico e 0 per il non relativistico

Per una stella sostenuta da  $P_D$  abbiamo:

$$P_{eq} \simeq \frac{GM^2}{R^4} \propto \rho^{(4+\epsilon)/3} = \frac{M^{(4+\epsilon)/3}}{R^{4+\epsilon}}$$

Allora

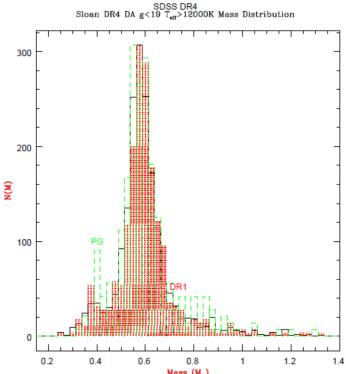
$$R \propto M^{\frac{\epsilon-2}{3\epsilon}}$$

Relazione M-R generalizzata al caso relativistico

Se si raggiunge un regime ultrarelativistico  $\epsilon = 0 \Rightarrow R \propto M^{-\infty}$  la stella collassa (limite di Chandrasekhar).

Nessuna WD può avere massa superiore a quella di Chandrasekhar.

La distribuzione delle masse ha  $\langle M_{wd} \rangle = 0.6M_S$   $M_{wd,max} = 1.33M_S$



## 72.3 Temperatura superficiale

Lo spettro ha picco in  $10\text{A}$  allora UV.

Osserviamo la serie di Lyman per esempio  $\text{Ly}\gamma$ .

Per Wien  $\lambda_{max}T \simeq 0.29\text{cm}K \Rightarrow T \simeq 29000K$

Per WD appena nate  $T \simeq 5 \times 10^4K$  picco in UV

I fotoni ionizzano gli strati esterni espulsi nella nebulosa planetaria.

La WD più fredda misurata ha  $T \simeq 3800K$  e fornisce un limite sup all'età dell'universo

## 72.4 Struttura

Interno senza reazioni nucleari fatto di gas degenero, bassa opacità perchè i fotoni non sono facilmente assorbiti dal gas degenero di C e O (elettroni liberi non fanno i salti)

Alta conducibilità termica per gli elettroni liberi, allora basso gradiente termico. Per questo l'interno del gas degenero ha T omogenea a circa  $10^7 - 10^8K$

All'esterno strato molto fine ( $0.01R$ ) di H e He non degeneri a  $T \simeq 10^4K$  a causa della forte gravità che fa emergere gli elementi più leggeri in superficie. La fotosfera ha minore conducibilità termica e rallenta quindi il raffreddamento.

Da effetto zeemann scopriamo  $B \sim 10^5 - 10^7\text{Gauss}$

## 72.5 Tempo di raffreddamento

Energia persa  $L = 4\pi R^2 \sigma T^4 = -\frac{dE_{Th}}{dt}$

$$E_{Th} \simeq \frac{M}{m_p} kT \rightarrow \frac{dE_{Th}}{dt} \simeq \frac{M}{m_p} k \frac{dT}{dt}$$

Allora  $4\pi R^2 \sigma T^4 = -\frac{M}{m_p} k \frac{dT}{dt}$  quindi ottengo:  $dt = -\frac{Mk}{m_p 4\pi R^2 \sigma T^4} dT$

Allora

$$t_{wd}(T) = \frac{Mk}{3m_p 4\pi R^2 \sigma} T^{-3} = (3 \times 10^9 \text{yr})(10^3 K) T^{-3}$$

Quindi  $T \propto t^{-1/3} \Rightarrow L \propto R^2 T^4 \propto t^{-4/3}$

## 73 Evoluzione delle stelle

### 73.1 $M \in [2.25, 8]M_S$

$2.25M_S$  limite che distingue accensione di  $3\alpha$  con o senza He Flash Per il resto la stella evolve in modo simile. Il nucleo di C e O si contrae diventando degenero e l'inviluppo si espande fino al ramo asintotico

Attorno al nucleo 2 shell:  $H \rightarrow He \quad He \rightarrow C$  ma temperatura insufficiente per fondere C

Forte pressione di radiazione allora vento stellare allora nebulosa planetaria. Perdita  $\sim 0.3M_S/\text{yr}$

Lifetime  $t_{star} \propto M^{-2.5}$

### 73.2 $M > 8M_S$

Temperature sufficienti a bruciare C allora elementi più pesanti per stelle di massa crescente. Bruciato C si passa a Ne ecc.. fino al ferro. ( $\alpha$  process). Poi r-process e s-process.

Ogni volta che termina un bruciamento il nucleo si contrae e l'inviluppo espande con  $T_{sup}$  che diminuisce.

Viceversa ad ogni inizio di nuovo bruciamento il nucleo si espande e l'inviluppo si contrae con  $T_{sup}$  che aumenta.

Traccia che va avanti e indietro con  $L \sim \text{cost}$

Si forma un nucleo ferroso e non c'è più convenienza a fondere in elementi più pesanti  $\rho_{core} \simeq 10^9 g/cm^3$  estremo mano a mano che il nucleo si arricchisce di ferro cessano le reazioni finchè  $M_{core} < M_{chandra}$  la pressione degenero degli elettroni mantiene il nucleo in equilibrio.

Appena supera il limite il nucleo collassa: Supernovae

La pressione degenero non oppone più resistenza e la scala di tempo del collasso è pari al tempo di free fall:  $t_{ff} = (\frac{3\pi}{32G\rho_{core}})^{1/2} \simeq 0.1s$

Durante il collasso avvengono 2 importanti processi nucleari:

1) fotodisintegrazione dei nuclei pesanti:

I fotoni termici rompono tutti i nuclei pesanti in neutroni e protoni

2) Cattura elettronica dei protoni:  
 $p + e^- \rightarrow n + \nu \Rightarrow$  stella di neutroni

La stella esplode con supernovae type II espellendo gran pt della massa.

## 74 Supernovae type II ( $M > 8M_S$ )

Fasi esplosione:

- Nucleo ( $R \sim 10^{-5} R_{star}$ ) si arricchisce di Fe mantenuto da  $P_D$  elettroni
- Quando il nucleo raggiunge  $M_{chandra} \sim 1.44M_S$  collassa (0.1s) fotodisintegrando gli elementi pesanti e avviene la cattura elettronica trasformando la pt interna in neutroni
- la pressione degenera dei neutroni fa sì che il materiale rimbalzi verso l'esterno bloccando il collasso del nucleo
- questo provoca un fronte di shock che investe la stella
- il fronte arriva a un quasi equilibrio e si blocca
- lo shock viene rinvigorito dall'onda d'urto dei neutrini prodotti nel nucleo generando un esplosione finale lasciando solo un resto ultracompatto: stella di neutroni o black Hole

Il mezzo interstellare si arricchisce così di metalli generati all'interno e altri prodotti nell'esplosione e viene riscaldato dall'onda d'urto provocata

I neutrini prodotti si spargono nello spazio.

L'energia totale emessa dalla teoria è  $E_{tot} \sim 10^{53} erg$ . quella registrata dalla shell e dalla luce è  $\sim 10^{51}$  questo è spiegabile attraverso l'energia assorbita dai neutrini

### 74.1 Formazione elementi pesanti

Onda di shock attraversa i vari strati del nucleo (Si..O) aumentando T fino a  $\sim 5 \times 10^9 K$ , l'energia in eccesso produce gli elementi più pesanti di Fe/Ni (prima onda d'urto)

La formazione della NS con reazione beta inversa (seconda onda d'urto) produce un'enorme quantità di neutrini  $E_\nu \simeq 10^{52} - 10^{53} erg$ .

La densità della NS è  $\rho \sim 10^{15} g/cm^3$  quindi  $n_n \simeq 6 \times 10^{38} cm^{-3}$  e nelle regioni circostanti alla NS  $n \simeq 10^{37} cm^{-3}$  la cross section dei neutrini è  $\sigma \simeq 10^{-44} cm^2$  allora i neutrini hanno libero cammino medio di

$$l_\lambda \simeq \frac{1}{n\sigma} \simeq 10^7 cm \simeq 100 Km \ll R_{star}$$

Quindi l'onda di neutrini interagisce con la materia producendo esplosione

## 75 Stelle variabili

Molte stelle variano intrinsecamente la propria luminosità nel tempo con periodi che vanno da molti anni a poche ore.  
 $L(t)$  curva di luce.

La prima stella scoperta è detta prototipo **DA CAPIRE STELLA PROTOTIPO**

### 75.1 Variabili Cefeidi

Stella prototipo delle cefeidi  $\delta$  cefei che ha  $P=5.4$  days e  $\Delta mag = 3.6-4.3$  con salite violente e discese scialassime.

Le cefeidi tipicamente hanno periodo 1-135 days, hanno  $\Delta mag = 0.1-2$  e classe spettrale F nel max, G-K nel minimo.  
Hanno mag assolute  $M \sim -3, -5$  e masse tipiche  $\simeq 5 - 7M_S$  con raggi  $\simeq 25 - 35R_S$ .

Nella nostra galassia ne conosciamo circa 1000.

Henrietta Leavitt per vendicarsi del nome orribile che le diedero all'anagrafe tabulò periodi e mag di molte cefeidi notando che le più brillanti avevano periodi più lunghi (per sbaglio)

Plottrandole e scoprendo la relazione possiamo avere info su la mag assoluta e quindi sulle distanze.

La nube di magellano ha distanza stimata da parallasse e posso usare le cefeidi presenti come base per fare un fit. Da lì

misurando il periodo trovo la Luminosità assoluta di cefeidi di cui non conosco la distanza.

Relazione empirica periodo-luminosità:

$$M_V = -[(2.43 \pm 0.12)(\log_{10} P_{days} - 1)] - (4.05 \pm 0.02)$$

La temperatura correla con le variazioni di luminosità, lo vediamo dallo spettro continuo e dalle righe.

Studiando le righe vediamo doppler shift correlato con il periodo di variabilità, sono stelle pulsanti che si dilatano e si contraggono.

Raggio di luminosità:

$$R_L(t) = \frac{1}{T^2(t)} \sqrt{\frac{L(t)}{4\pi\sigma}}$$

Pulsazione non in fase con la luminosità

## 75.2 Meccanismo di oscillazione

Oscilla sotto la spinta della gravità (in combo con variazioni sincrone di opacità).

$R_0 \rightarrow R_0 \pm dr$  analogo a pendolo piccole oscillazioni  $P = 2\pi\sqrt{l/g}$  per stella pulsante  $l \simeq R$   $a_g \simeq GM/R^2$

Allora  $P \simeq 2\pi\sqrt{\frac{R}{a_g}} \simeq 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}} \propto R^{3/2}$

Inoltre  $R \propto L^{1/2}$  se le variazioni di  $L$  sono dominate dalla pulsazione  
 $\Rightarrow P \propto L^{3/4} = L^{0.75}$

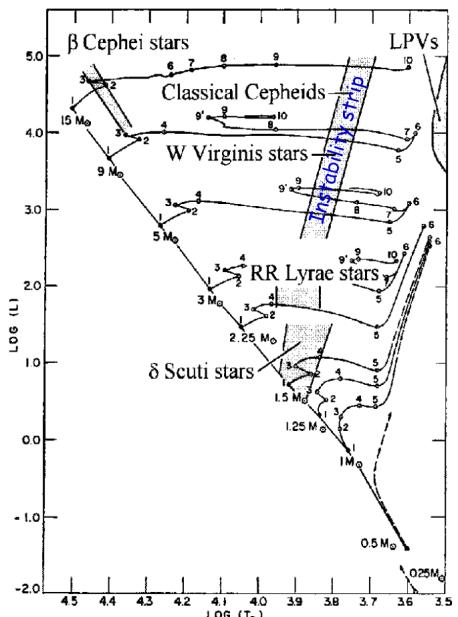
Cosa le provoca? Stelle massicce di questo tipo hanno fasi in cui si accendono nuove reazioni nucleari con esp nucleo e contrazione inviluppo, se poi si va ad innestare una variazione di opacità allora avvengono queste reazioni.

C'è una fascia del diagramma HR detta "instability strip" dove la pulsazione è mantenuta da ionizzazione  $HeII \rightarrow HeIII$  dove più è ionizzato più è opaco.

Per stelle di classi A-F-G nella fotosfera  $T \sim 10^4 K \Rightarrow HeI(intero)$  e nella regione immediatamente sottostante:

$T \sim 2.5 \times 10^3 K$  strato  $HeII$

$T \sim 40 \times 10^3 K$  strato  $HeIII$



## 75.3 Dinamica

Contrazione della stella (gravità), allora nello strato di  $HeII$  aumentano  $T$  e  $\rho$ .  $HeII$  quindi si ionizza in  $HeIII$  aumentando opacità.

Aumenta quindi l'energia assorbita aumentando ancora  $T$  e la stella si espande.

Per effetto dell'espansione  $T$  e  $\rho$  diminuiscono,  $HeIII$  si ricombina in  $HeII$  e la stella si contrae (gravità) ricominciando il ciclo

## 75.4 Classi

Cefeidi classiche ( $\delta$  cephei): alta metallicità, nel disco galattico

IV Virgins: meno luminose ( $\sim 1.5$  mag) più vecchie e nell'alone galattico

## 76 Binarie Compatte e SN 1A

Situazione in cui due binarie sono estremamente compatte, allora la frazione di tempo in cui sono entrambe visibili è paragonabile alla durata dell'eclissi.

Le 2 stelle sono quasi a contatto  $r_1 + r_2 \simeq R_{orb}$ .

Come l'evoluzione di una influenza sull'altra? I tempi scala tra le 2 possono essere molto diversi.

$$t_{H \rightarrow He} \propto M^{-2.5}$$

Consideriamo un sistema compatto WD+RG.

L'espansione della RG fa sì che pt dell'inviluppo venga catturato dalla WD.

Conviene scrivere superfici equipotenziali (gravità + forza centrifuga) nel sist co-rotante al CM

Si formano i Lobi di Roche (prima sup unica a contatto) intersecati nel pto lagrangiano L1 in cui il campo si annulla.

Questo determina la forma della stella che espande l'inviluppo fino a questa superficie equipotenziale

Allora la materia fluisce attraverso L1 fino alla compagna disponendosi tipicamente in un disco attorno alla compagna che man mano la assorbe.

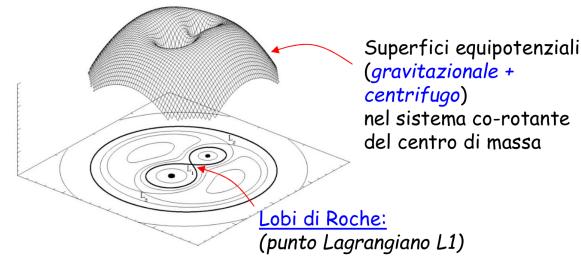
Se la compagna è una WD questa sta in equilibrio per la pressione degenera degli elettroni finché la sua massa è inferiore a quella di Chandrasekhar.

Acquisendo materia la massa cresce fino a superare il limite rompendo l'equilibrio. Allora implode e il collasso causa bruciamento esplosivo del carbonio nel nucleo degenera.

La pressione degenera è indipendente da T quindi non c'è espansione "Runaway nuclear fusion".

Il risultato è la completa distruzione della stella (no formazione di NS), Questa è detta Supernovae type 1A.

Distinguibili dallo spettro e dalla curva di luce.



## 77 Classificazione di Supernovae

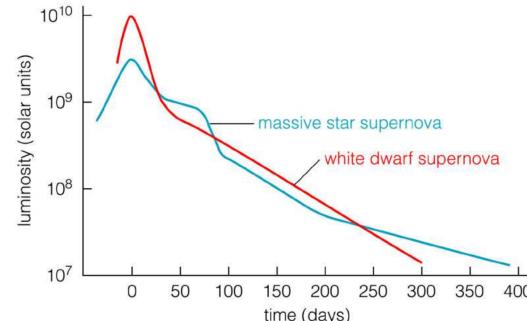
Tipo 1A: mag assoluta  $M=18.6$ . Tutte distribuite attorno a curva ben definita. No righe di H perchè non c'è inviluppo esterno.

Tipo 2: mag più bassa e distribuite peggio.

Tipo 1B:C'è una fase in cui se una stella è particolarmente massiccia può perdere massa, in particolare l'inviluppo esterno, quindi H.

Le 1B sono prive di H ma non sono risultato del collasso di una WD ma di stelle massicce che stanno collassando nel nucleo ma hanno già perso H quindi solo righe di He

Tipo 1C: Hanno perso anche He



### 77.1 SN 1A come indicatori di distanza

Picco poi decrescita rapida e poi decrescita lenta.

Luminosità assoluta al picco molto vicina ad essere sempre la stessa  $M_{peak} \simeq -19.5$  mag  $\delta M = \pm 0.7$  mag

Questo perchè la nana bianca accresce la massa dalla compagna enell'istante in cui supera Chandrasekhar implode quindi sempre lo stesso fenomeno senza inviluppo che lo modifica.

Ho quindi un evento sempre uguale che posso usare come candela per misurare le distanze.

Dopo 15 days decresce di 1 mag, questo parametro corrella con la luminosità al picco cioè la larghezza del picco corrella con la larghezza del picco di L. Allora empiricamente ottengo  $M_{peak} = -19.5 + 0.8(\Delta m_{15} - 1.1)$  quindi posso applicare uno stretch factor correction  $\delta M < 0.1$  mag, ottengo nuova disposizione di mag residua

$$\text{Errore sulla distanza? } 2.5 \log \frac{\varphi'}{\varphi} = M - M' = -0.1$$

$$\Rightarrow \frac{\varphi'}{\varphi} < 10^{-0.1/2.5} \simeq 0.9 \quad \frac{\Delta \varphi}{\varphi} \simeq 10\%$$

$$\text{Distanza: } \frac{\delta d}{d} \sqrt{\frac{\Delta \varphi}{\varphi}} \simeq 3\%$$

## 77.2 SN 2 e stelle di neutroni

Il nucleo collassato è fatto essenzialmente di neutroni ed è in equilibrio per pressione degenera dei neutroni

$$\text{Per gli elettroni } P_{De} = \frac{1}{5} \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{m_e} n_e^{5/3}$$

Poichè la materia è priva degli elettroni la pressione dei neutroni domina:

$$P_{Dn} = \frac{1}{5} \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{m_n} n_n^{5/3}$$

A parità di densità  $P_n < P_e$  di un fattore  $\frac{m_n}{m_e} = 1836$ .

Rapporto pressione degenera NS e WD?

$$\frac{P_{NS}}{P_{WD}} \simeq \left( \frac{\rho_{NS}}{\rho_{WD}} \right)^{5/3} \left( \frac{m_e}{m_n} \right) \simeq 10^{10} \quad \text{vedremo che } \rho_{NS} \simeq 10^{14} g/cm^3$$

### 77.2.1 Massa

Collasso nucleo ferroso  $M_{NS} \simeq M_{Chandra} = 1.4M_S$ ,  
in ogni caso  $< 3M_S$  (limite  $P_n$  degenera)

### 77.2.2 Raggio

$$\text{Relazione R-M per WD: } R_{WD} \simeq 2 \left( \frac{\hbar^2}{4\pi^2 G} \right) \left( \frac{1}{4m_p} \frac{Z}{A} \right)^{5/3} \frac{1}{m_e} M_{WD}^{-1/3} \quad \left( \frac{Z}{A} \right)_{WD} \simeq 0.5$$

$$\text{Per stella di neutroni } R_{NS} \simeq 2 \left( \frac{\hbar^2}{4\pi^2 G} \right) \left( \frac{1}{4m_p} \frac{Z}{A} \right)^{5/3} \frac{1}{m_n} M_{NS}^{-1/3} \quad \left( \frac{Z}{A} \right)_{NS} \simeq 1$$

$$\text{A parità di M } R_{NS} \simeq \left[ \frac{(Z/A)_{NS}}{(Z/A)_{WD}} \right]^{5/3} \frac{m_e}{m_n} R_{WD} \simeq 1.7 \times 10^{-3} R_{WD} \simeq 12 Km$$

### 77.2.3 Densità

$$\text{Assumiamo } M = 1.5M_S \quad R \sim 15Km \Rightarrow \rho \simeq 2 \times 10^{14} g/cm^3$$

Densità nucleone  $\rho \simeq 4 \times 10^{14} g/cm^3$  quindi NS come singolo nucleo di  $10^{57}$  neutroni.

### 77.2.4 Pressione

$$\text{Pressione degenera NS: } P_{Dn} = \frac{1}{5} \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{m_n} n_n^{5/3}$$

$$\rho = n_n m_n \Rightarrow P_n = \frac{1}{5} \left( \frac{3}{8\pi} \right)^{2/3} \hbar^2 m_n^{-8/3} \rho^{5/3} \simeq 10^{37} \text{ dyn/cm}^2$$

### 77.2.5 Rotazione

La stella che collassa aveva momento angolare allora per conservazione momento nel collasso la rotazione della stella accelera un botto.

$$L = T\omega = \frac{2}{5} MR^2\omega$$

Supponendo Rotazione iniziale paragonabile a quella del sole  $P = \frac{2\pi}{\omega} \simeq 1\text{month}$  tipica stella MS, otteniamo per conservazione del momento (e massa) (possiamo perchè forze ext trascurabili per esplosione impulsiva)

$$(R^2\omega)_{before} = (R^2\omega)_{after} \Rightarrow (R^2\omega)_S = (R^2\omega)_{NS}$$

$$\omega_{NS} = \left( \frac{R_S}{R_{NS}} \right)^2 \omega_S = 2 \times 10^9 \omega_S \Rightarrow P_{NS} = \left( \frac{R_S}{R_{NS}} \right)^2 P_S \simeq 1.3 \text{ time} 10^{-3} s$$

### 77.2.6 Campo Magnetico

Flusso  $\phi_B \propto BR^2$  rimane cost nel collasso (flusso congelato alla superficie)  $\Rightarrow B \propto 1/R^2$

Se  $\phi_B$  iniziale paragonabile a quello solare allora dopo il collasso B aumenta di un fattore  $(\frac{R_S}{R_{NS}})^2 \simeq 2 \times 10^9$   
Distribuito sulla superficie in struttura dipolare

### 77.2.7 Riassumendo

Struttura NS:

- Crosta: ioni ed elettroni [0.3-0.5] Km
- Interno: neutroni (con piccole % di p e  $e^-$ ) [1-2] Km + 9 Km
- Nucleo: plasma di quark e gluoni 0.3 Km

Proprietà:

- Massa  $M_{NS} \simeq M_{Chandra} = 1.4M_S$
- Raggio  $R_{NS} \simeq 2\left(\frac{h^2}{4\pi^2 G}\right)\left(\frac{1}{4m_p}\frac{Z}{A}\right)^{5/3}\frac{1}{m_n}M_{NS}^{-1/3} \simeq 10 - 15 \text{ Km}$
- Densità  $\rho_{NS} \simeq 2 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3 \simeq 0.5\rho_{NUCL}$
- Pressione  $P_{NS} = \frac{1}{5}\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{2/3}h^2m_n^{-8/3}\rho^{5/3} \simeq 10^{37} \text{ dyn/cm}^2 \simeq 1.2 \times 10^{10} P_{WD}$
- Accelerazione gravitazionale  $g_{NS} = \frac{GM}{R^2} = 8.9 \times 10^{13} \text{ cm/s}^2 \simeq 10^{11} g_{Terra}$
- Rotazione  $P_{NS} = P_*(\omega_*/\omega_{NS}) \simeq 10^{-2} - 10^{-3} \text{ s}$
- Campo magnetico  $B_{NS} = \left(\frac{R_*}{R_{NS}}\right)^2 B_* \simeq 2 \times 10^9 B_*$

## 78 Pulsar

Scoperti oggetti con variabilità rapidissima,  $P=1.337301 \text{ s}$  ( $\delta P \simeq 0.1 \mu\text{s}$ )

duty cycle 5%

Successione di impulsi con ampiezza irregolare ma separazione estremamente regolare.

Oggi ne conosciamo circa 2000 distribuite sul piano galattico (quindi sono oggetti galattici)

Il periodo aumenta nel tempo di circa 0.1-0.01%/yr

Diverse forme dell'impulso allora oggetti semiregolari

Cosa sono?

Oggetti candidati:

-Stelle normali

-WD

-NS

Meccanismo di modulazione temporale:

-Pulsazione

-Moto orbitale

-Rotazione

### 1) Pulsazione

$$P \simeq \sqrt{R/a_g} \simeq \sqrt{R^3/GM} \propto (G\rho)^{-1/2}$$

Che densità è richiesta per un periodo di 0.1s?  $\rho \simeq 10^9 \text{ g/cm}^3$  mai vista ( $\rho_{WD} = 10^6 \text{ g/cm}^3$   $\rho_{NS} = 10^{14} \text{ g/cm}^3$ ) quindi da escludere

### 2) Moto orbitale

Relazione separazione massa-periodo per sistemi doppi:

$$4\pi^2 R^3 = G(m_1 + m_2)P^2, \text{ con } P=0.1 \text{ s (e massa sole)} \quad R \simeq 3 \times 10^7 \text{ cm} = 300 \text{ Km}$$

Possibile solo per stelle di neutroni.

Prbl:  $E_{tot} \simeq -G \frac{m_1 m_2}{R}$  ma la sorgente emette radiazione sotto forma di radiazione em e onde gravitazionali

Allora E diminuisce diventando più neg e R tende a diminuire  $\Rightarrow P \propto R^{3/2}$  diminuisce.

Ma ciò non accade anzi aumenta per le pulsar quindi escluso

### 3) Rotazione

Condizione: forza grav maggiore di forza centripeta  
 $G\frac{Mm}{R^2} > \frac{mv^2}{R} \Rightarrow \frac{GM}{R} > v^2 \quad v = \frac{2\pi R}{P} \Rightarrow \frac{G}{4\pi^2} MP^2 > R^3$   
 $R < (\frac{G}{4\pi^2} MP^2)^{1/3} \simeq 8 \times 10^6 \text{ cm} = 80 \text{ Km}$  esclude Stelle MS e WD. Solo una NS è compatibile (solo per pulsar più lente)

Quindi pulsar = stelle di neutroni rotanti

Come avviene la modulazione dell'impulso? Resto di Supernovae (SNR), ma cosa mantiene l'en della nebulosa? domanda ancora aperta

Vediamo impulsi molto stretti con regolarità incredibile ma la forma caratteristica dell'impulso è molto diverso tra le pulsar

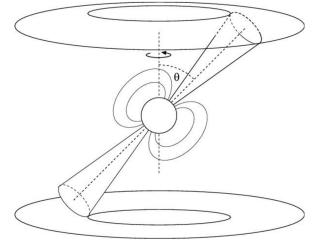
## 78.1 Modello standard Pulsar

"Hot spot" di emissione sulla superficie della NS da cui si produce Beam cioè emissione collimata ad un certo angolo rispetto all'asse di rotazione. Noi lo vediamo quando è allineato con la linea di vista "Lighthouse model"

Duty cycle  $\sim (\text{beam})/(\text{angolo di vista } \theta)$

Meccanismo di emissione legato al campo magnetico. Si sta supp poli mag disallineati con asse di spin.

Quante ce ne sono? IMF ( $M > 8M_S$ ) per produrre NS, il meccanismo di emissione ha vita limitata allora dobbiamo anche considerare lo star formation rate. Otteniamo infine  $\sim 2 \times 10^5$  pulsar stimate nella galassia.



Si assume beam collimato con campo mag.

Qualitativamente l'origine del beam viene da energia di rotazione più campo mag allora campo elettrico:

-Accelerazione di protoni e elettroni alla sup della NS

-Beam che emana dai poli magn

Allora energia irraggiata da dipolo magn di momento  $\vec{\mu}_0$  (Larmor):

$$L = \frac{dE}{dt} = \frac{2}{3} \frac{1}{c^3} \omega_{rot}^4 \mu_0^2 \quad B \propto \mu_0 / R^3$$

Questa energia viene emessa da frequenza di spin pulsar (1KHz) a spese di en di rotazione

Quindi rallentamento periodo per perdita di energia em e gravitazionale.

$P_{max} \sim 6 - 8s$  poi il meccanismo di emissione cessa

Tutte le pulsar mostrano aumento di P nel tempo sim 0.1-0.01%/yr, le più veloci sono le più giovani. Quelle con P breve rallentano più rapidamente

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow \dot{E} = \frac{1}{2} I \omega \dot{\omega} \Rightarrow \frac{\dot{E}}{E} = 2 \frac{\dot{\omega}}{\omega} \quad \omega = \frac{2\pi}{P} \Rightarrow \frac{\dot{\omega}}{\omega} = -\frac{\dot{P}}{P}$$

Perdita di energia tot:

$$\frac{\dot{E}}{E} = -2 \frac{\dot{P}}{P}$$

Assumendo perdita di energia dominata da emissione:

$$L = -\dot{E} \Rightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{2}{3} \frac{1}{c^3} \omega_{rot}^4 \mu_0^2 + I \omega \dot{\omega} = 0$$

$$\dot{\omega} = \frac{-2\omega^3}{3c^3 I} \mu_0^2$$

Pulsar più veloci rallentano di più

$$\mu_0 \simeq BR^3 \quad \mu_0 = \left( \frac{3c^3 I \dot{\omega}}{-2\omega^3} \right)^{1/2} \text{ allora}$$

$$B \simeq \left( \frac{3c^3 I \dot{\omega}}{-2R^6 \omega^3} \right)^{1/2}$$

Se la stella non è perfettamente simmetrica maggiore energia persa da onde gravitazionali:

$$\dot{\omega} = \frac{-2\omega^n}{3c^3 I} \mu_0^2$$

$n \simeq 4 - 5$  da ossperimental 2.5 < n < 4

## 78.2 Glitches: variazioni del periodo

A livello molto fine osservo che il periodo aumenta con piccole discontinuità (ben visibili nel residuo sottraendo fit lineare del periodo) interpretati come riaggiustamenti della crosta in configurazioni più stabili da movimenti del materiale superfluido all'interno.

Cambiamenti di forma  $\Rightarrow$  variazione momento di inerzia.

Variazione  $d\nu = 10^{-16} Hz \Rightarrow$  variazione  $dR \sim 0.75$  cm

Si osserva anche variazioni più ampie occasionalmente

## 79 Binarie compatte: interactive binaries

Sistemi compatti:

- Sistemi circolari
- Assi di rotazione perpendicolari al piano di rotazione
- Sincronizzazione (eff mareali) cioè  $\omega_{rot} = \omega_{rev}$ , ciò avviene naturalmente nel tempo per fenomeni gravitazionali: "tidal locking"

Nel sist  $M_1$  accelerazione in m di  $M_1$ :  $a_g = \frac{F_g}{m} = \frac{GM_1}{(\Delta r)^2}$

Differenza di accelerazione in m tra sup e centro di  $M_1$  dovuta a  $M_2$ :

$$a_{tidal} = \frac{F_{tidal}}{m} = \frac{GM_2}{r^2} - \frac{GM_2}{(r+\Delta r)^2} \simeq -GM_2 \frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r^2} \right) \Delta r \text{ rapporto incrementale}$$

$$a_{tidal} \simeq 2GM_2 \frac{\Delta r}{r^3}$$

Allora  $\frac{F_{tidal}}{F_g} = 2 \frac{M_2}{M_1} \left( \frac{\Delta r}{r} \right)^3$  al crescere di  $\Delta r$  la forza mareale domina rapidamente su quella gravitazionale.

La forza mareale deforma la sfera della stella perchè la forza di gravità nel punto di superficie tra le 2 stelle è maggiore che quella nel pto opposto allora siccome inizialmente  $\omega_{rot} > \omega_{rev}$  la massa in eccesso forma un certo angolo con la rotazione della stella producendo una forza  $F$  secondaria che porta nel tempo  $\omega_{rot} \rightarrow \omega_{rev}$ , fenomeno tanto efficace quando più è grave la deformazione.

Ci aspettiamo di arrivare alla fine in una situazione di equilibrio simile a quella di corpo rigido per sistemi binari compatti.

Sistema statico in sdr rotante.

Descritto da curve isopotenziali (gravità e forza centrifuga) che rappresentano nel sdr non inerziale del sistema superfici in cui il potenziale è costante.

Sferiche nei pressi delle 2 stelle e poi deformate fino ai lobi di Roche cioè curva con primo pto di incontro: L1

La stella quindi si deforma per la presenza della compagna, allora sezioni a densità e pressione costanti paralleli alle sup equipot

Quando una delle 2 si dilata (RG) la sua forma segue le sup fino al lobo di Roche  $\Rightarrow$  Trasferimento di materia da L1

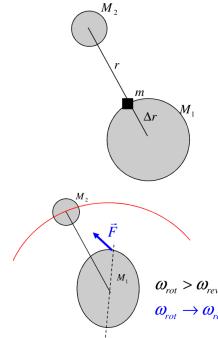
Distinguiamo 3 casi: La stella riempie lobo di Roche?

- Nessuna delle 2: Detached binaries (no trasf materia)
- Solo una: Semi-Detached binaries
- Entrambe: Contact binaries

Stella ricevente?

- MS: Algol type
- WD: Cataclysmic variables, Novae, Supernovae 1A
- NS, BH: X-Ray binary

Negli ultimi 2 casi se la stella ricevente è compatta il materiale di accrescimento non raggiunge direttamente la stella ma orbita attorno ad essa nel disco di accrescimento



## 79.1 Binarie compatte semi-detached

Disco di Accrescimento:

- Particelle in orbite circolari attorno all'oggetto compatto
- Interazioni viscose con le particelle circostanti allora perdono en meccanica allora producono calore allora irraggiamento

Prendiamo un elemento dm del disco che riduce leggermente la sua orbita

$$r + dr \rightarrow r \text{ per azione della gravità dell'oggetto interno}$$

Perde  $\Delta U$  che per teor virale va metà in en cinetica e metà in termica.

$$dE_{Th} = \frac{1}{2}dU = \frac{GMdm}{2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+dr}\right)$$

Emissione di un anello infinitesimo del disco:

$$dL = \frac{dE_{Th}}{dt} = \frac{GM}{2}\frac{dM}{dt}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+dr}\right) \simeq \frac{GM}{2}\dot{M}\frac{dr}{r^2} \quad \dot{M} \text{ accrescimento massa nell'anello}$$

$$\text{Ma vale anche } dL = 2(2\pi r dr)\sigma T^4 \Rightarrow \frac{GM}{2}\dot{M}\frac{dr}{r^2} = 2(2\pi r dr)\sigma T^4$$

Quindi  $T(r) = \left(\frac{GM\dot{M}}{8\pi\sigma}\right)^{1/4}r^{-3/4}$  gran pt di L del disco viene da pt più interna.

$\dot{M}$  in regime stazionario indipendente da r e egualia la massa che cade sulla stella compatta

$$L = \frac{GM}{2}\dot{M} \int_{r_{in}}^{r_{out}} \frac{dr}{r^2} = \frac{GM}{2}\dot{M}\left(\frac{1}{r_{in}} - \frac{1}{r_{out}}\right) \simeq \frac{GMM'}{2r_{in}}$$

$$r_{in} \ll r_{out}$$

Efficienza di emissione energia per accrescimento?

Dividiamo per  $\dot{M}c^2$  = potenza ottenibile convertendo tutta la massa in energia

$$\eta \frac{L}{\dot{M}c^2} = \frac{GM}{2r_{in}c^2}$$

Per NS ( $M = 1.5M_S$   $r_{in} = 10Km$ )  $\eta \simeq 0.1$

Molto maggiore di fusione che aveva 0.007

Se la prima stella che evolve diventa WD: -SN 1A

-Novae, variabili cataclismiche:

Vediamo una stella con aumento di 5-15 mag, in alcuni casi anche ricorrenti, interpretate come esplosioni termonucleari sulla sup di WD provocate da materiale in caduta da sist binario compatto ( $M < M_{chandra}$ ).

Materiale trasferito: H, He, l'idrogeno brucia con ciclo CNO

Ci aspettiamo che questa sia una Pre-SN1A, la massa persa dal sistema durante outburst viene trasferita alla WD portando a un incremento totale della massa.

Da sistemi doppi possiamo osservare distribuzioni di masas NS, Valori tipici attorno a  $1.4M_S$  con min 1.2 e non ne esistono di maggiori a  $\sim 2.5M_S$  perchè dopo regime di BH

## 80 Black Holes

Se la pressione degenera è insufficiente la NS continua il collasso fino al limite di TOV(Tolman-Oppenheimer-Volkoff)  $M_{TOV} \simeq 2.2M_S$  molto incerto (dip da eq di stato e dai costituenti NS)

Si ritiene che il collasso avvenga per masse iniziali  $M > 15M_S$

Superata la pressione degenera dei neutroni non esiste un fenomeno che possa fermare il collasso allora si crea una singolarità

### 80.1 Natura di un BH:

Se concentriamo M entro un raggio critico nessuna info può emergere da regioni interne

**Derivazione euristica:**

velocità di fuga classica:  $\frac{1}{2}mv_f^2 - G\frac{Mm}{r} = 0 \quad v_f = c$

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}$$

Raggio di schwarzschild, il fotone non può emergere dalla buca di potenziale del BH

### Derivazione corretta:

Equazione di Einstein:  $G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$  Matrici 4x4

$G_{\mu\nu}$  Tensore di Einstein: derivate parziali della metrica rispetto a coord sp-temporali,

$T_{\mu\nu}$  Tensore energia momento: Distribuzione della massa-energia.

Metrica: "line element" (intervallo tra 2 eventi sp-temporali vicini)

$$(ds)^2 = \sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu \quad \mu, \nu : 0, 1, 2, 3 \quad dx_k \text{ coord sp-temp}$$

Metrica di Schwarzschild: soluzione per geometria nello spazio-tempo nei pressi di massa M a simmetria sferica, statica nel vuoto a distanza r

$$(ds)^2 = (1 - \frac{2GM}{rc^2})(cdt)^2 - (1 - \frac{2GM}{rc^2})^{-1}(dr)^2 - (rd\theta)^2 - (rsin\theta d\varphi)^2$$

In coordinate sferiche centrate in M, dt tempo mis da oss distante. Le ultime 2 non variano perchè siamo in simm sferica

Il tempo misurato da un generico orologio (tempo proprio) è  $d\tau = \frac{ds}{c}$ , per un osservatore a riposo (rispetto alla massa)  $dr = d\theta = d\varphi = 0 \Rightarrow d\tau = (1 - \frac{2GM}{rc^2})^{1/2} = (1 - \frac{r_s}{r})^{1/2}dt \quad r_s = 2\frac{GM}{c^2}$

Per  $r \gg r_s$  allora  $d\tau \simeq dt$ , cosa succede se M concentrata in un raggio minore di  $r_s$ ?

$d\tau = (1 - \frac{r_s}{r})^{1/2}dt$  un orologio posto a  $r \sim r_s$  osservato da un oss distante (dt) avanza molto lentamente (al limite si ferma)

$r \rightarrow r_s \Rightarrow dt = (1 - \frac{r_s}{r})^{-1/2}d\tau \rightarrow \infty$  dilatazione tempo gravitazionale

La radiazione em emessa presso  $r_s$  appare oscillare più lentamente  $t \propto \nu^{-1} \propto \lambda \Rightarrow \lambda = (1 - \frac{r_s}{r})^{-1/2}\lambda_0$

la lunghezza d'onda osservata a grande distanza aumenta se la sorgente emette vicino a  $r_s$

$r \rightarrow r_s \quad \lambda \rightarrow \infty \quad E = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow 0$  redshift gravitazionale

La traiettoria del fotone segue geodetiche nulle cioè traiettorie con  $ds=0$

Immaginiamo un fotone che cerchi di uscire da BH con direzione radiale ( $d\theta = d\varphi = 0$ )

$$0 = (1 - \frac{2GM}{rc^2})(cdt)^2 - (1 - \frac{2GM}{rc^2})^{-1}(dr)^2 \Rightarrow (\frac{dr}{dt})_{phot} = \pm c(1 - \frac{2GM}{rc^2}) = \pm c(1 - \frac{r_s}{r})$$

$$r \gg r_s \quad (\frac{dr}{dt})_{phot} = c$$

$$r \rightarrow r_s \quad (\frac{dr}{dt})_{phot} = 0$$

Nessuna info può uscire da  $r \leq r_s$  (orizzonte degli eventi)

$$r_s [cm] = 1.48 \times 10^{-28} M[g]$$

Densità BH:  $\rho_s = \frac{M}{4\pi r_s^3/3} = \frac{3a^6}{32\pi G^3 M^2}$  più grande M minore densità

BH: normali stadi finali stelle massicce

osservati in sist binari con emissione per accrescimento nei pressi del BH

Campo gravitazionale comporta disco di accrescimento con efficienza  $\eta = \frac{L}{Mc^2} = \frac{GM}{2r_{in}c^2} = \frac{r_s}{4r_{in}}$

Da General relativity per BH last stable orbit al di sotto del quale un gas spirala dentro al BH è  $r_{in} \simeq 3r_s$  (BH non rotante)

$$\eta_{accr,BH} = \frac{1}{12} = 0.08 \text{ leggermente meno efficace che NS}$$

$$\text{Luminosità: } L = \frac{GM\dot{M}}{2r_{in}} = \eta_{BH} \dot{M}c^2 \simeq 5 \times 10^{36} erg \cdot s^{-1} \simeq 10^3 L_S$$

valore ragionevole di  $\dot{M} = 10^{-9} M_S/yr$

Luminosità bolometrica cioè in tutto lo spettro, dove viene emessa prevalentemente?

$$T = (\frac{L}{4\pi r_{in}^2 \sigma})^{1/4} \simeq (\frac{GM\dot{M}}{8\pi\sigma})^{1/4} r_{in}^{-3/4} \simeq 10^7 K \text{ emissione Raggi X}$$

Possiamo riconoscere un BH da materia accelerata nei suoi pressi, Velocità radiali, emissioni X irregolari e redshift gravitazionale su righe spettrali

## 80.2 Funzioni di massa dei buchi neri stellari

La statistica mostra discrepanza per difetto nel numero di SN 2 (20-30%) rispetto al numero atteso di stelle di grande massa.