

DEFINITION

Isotopi, isotoni, isobari, numero atomico e peso atomico

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Relazione fenomenologica della dimensione dei nuclei

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

*Misura della dimensione dei nuclei e della distribuzione di
densità della materia nucleare*

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Il **numero atomico** Z è il numero di protoni presenti all'interno del nucleo.
Il **peso atomico** A è il numero di nucleoni (protoni e neutroni) presenti all'interno del nucleo

- **Isotopi:** Nuclei con stesso numero di protoni Z e diverso numero di nucleoni N
- **Isotoni:** Nuclei con stesso numero di neutroni N e diverso numero di protoni Z
- **Isobari:** Nuclei con stesso numero di massa A e diverso numero di protoni Z



DEFINITION

Principio di funzionamento di uno spettrometro di massa

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Principio di funzionamento di uno spettrometro di massa PT 2

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Unità di misura della massa

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Composto da tre zone:

- **Sorgente di Ioni** a cui è applicata una differenza di potenziale che li accelera
- **Selettore di velocità** in cui vi sono un campo \vec{E}_v e \vec{B}_v tra 2 collimatori.
 $\vec{F}_e = q\vec{E}_v$ $\vec{F}_B = q\vec{v} \wedge \vec{B}_v$ allora gli unici indeflessi sono quelli tc
 $\vec{F}_e = \vec{F}_B \Rightarrow v = \frac{E_v}{B_v}$
- **Spettrometro magnetico** un Campo magnetico \vec{B} il + possibile uniforme curva le particelle proporzionalmente alla qdm della particella
 $qvB = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow mv = qBR \Rightarrow m = q\frac{B_v}{E_v}BR$

Ci interessano precisioni su m di circa 0.1 Mev. Per poter determinare la massa con precisione dobbiamo avere una grossa precisione sui campi e garantirne l'uniformità, non banale. Allora utilizziamo piuttosto **rapporti tra masse**.

Si utilizzano molecole con masse molto simili per esempio $^{160}\text{Gd} \simeq C_{12}H_{16}$ dove $A_{C_{12}H_{16}} = 12 \times 12 + 16 \times 1$.

Usando le stesse risoluzioni di E_v e B_v per le due molecole ottengo:

$$m_1 = q\frac{B_v}{E_v}BR_1 \rightarrow ^{160}\text{Gd}$$

$$m_1 = q\frac{B_v}{E_v}BR_2 \rightarrow C_{12}H_{16}$$

Allora $\frac{m_1}{m_2} = \frac{R_1}{R_2}$ (C molto utile perche' fa un botto de combo)

Normalmente viene tabulato il peso atomico

$m(A, Z) = M(A, Z) + Zm_e - B.E./c^2$ espresso in unita' di massa atomica

$$1u = \frac{1}{12}M(^{12}\text{C}) = 931,49\text{MeV}/c^2 = 1,6605 \times 10^{-27}\text{Kg}$$

e si ha $N_A = 6,022142 \times 10^{23}\text{atomi/mol}$ numero di atomi in 12 g di ^{12}C

DEFINITION

Definizione di energia legame

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Andamento dell'energia di legame per nucleone

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Barriere di massa

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

$$M(A, Z) < Zm_p + (A - Z)m_n$$

con $m_p = 938,27 \text{ MeV}/c^2$ e $m_n = 939,57 \text{ MeV}/c^2$

Il fatto che la massa del sistema sia minore delle sue componenti ne garantisce la stabilità, l'energia potenziale impedisce agli oggetti di frammentarsi perchè questa operazione non conserverebbe l'energia. La differenza di massa è quindi dovuta all'energia di legame dovuta a forze nucleari:

$$B.E./c^2 = M(A, Z) - Zm_p - (A - Z)m_n$$

Definiamo energia media per nucleone $\frac{B}{A} = -\frac{B.E.}{A}$.

Questa è approssimativamente costante $\frac{B}{A} \sim 8 \text{ MeV}$ Quindi l'interazione tra nucleoni deve essere a **Breve Range**.

Infatti per interazioni a *lungo range* (x es coulombiana) una particella interagisce con tutte le particelle presenti $\Rightarrow A + 1 : E_{A+1} \propto A$

\rightarrow energia totale prop al numero di coppie: $E \propto A(A - 1)/2$

Per interazioni a *breve range* la particella interagisce solo con le particelle vicine $\Rightarrow E_{A+1} \sim \text{cost}$

\rightarrow energia totale $E \propto A$

Inoltre l'esistenza di un **MAX per** ^{56}Fe significa che per i *nuclei con A minore* e' energeticamente conveniente combinare nuclei leggeri in un nucleo pesante \rightarrow **FUSIONE NUCLEARE** da nucleosintesi primordiale e stellare. Mentre i nuclei con A maggiore hanno bisogno di energia per combinarsi allora servono altri meccanismi \rightarrow **ESPLOSIONE DI SUPERNOVAE**

L'energia di legame per nucleone presenta irregolarita' nella regione a basse masse, in particolare ^4He è uno stato molto legato infatti non esistono nuclei stabili per $A=5$.

Def: Energia di separazione energia minima necessaria da fornire a un nucleone per estrarlo dal nucleo

Protoni: $S_p(^A_Z X) = m(^{A-1}_{Z-1} X) + m(^1_1 H) - m(^A_Z X)$

Neutroni: $S_n(^A_Z X) = m(^{A-1}_Z X) + m_n - m(^A_Z X)$

Abbiamo che $S_p(^5\text{Li})$ e $S_n(^5\text{He})$ sono minori di 0, cioè quel nucleone vuole staccarsi e gli stati legati sono instabili.

Infine $m(^8\text{Be}) > 2m(^4\text{He})$ quindi decade immediatamente in due particelle alpha

DEFINITION

Determinazione degli spin nucleari

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Concetto di Q -valore

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Costanti fondamentali e unità naturali

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Consideriamo nucleo P che decade in due frammenti D_1, D_2 .

Conservazione energia: $M_P = M_{D_1} + T_1 + M_{D_2} + T_2$

Definiamo $Q := M_P - M_{D_1} - M_{D_2}$

Energia a disposizione dei frammenti come energia cinetica. Perchè il decadimento sia possibile deve essere $Q > 0$.

Decadimento α : $Q = M(A, Z) - M(A - 4, Z - 2) - M_\alpha$

Decadimento β^- : $Q = M(A, Z) - M(A, Z + 1) - m_e$

Decadimento β^+ : $Q = M(A, Z) - M(A, Z - 1) - m_e$

Cattura elettronica: due frammenti si condensano catturando un elettrone
 $Q = M(A, Z) + m_e - M(A, Z - 1)$

velocità della luce $c = 2.9979 \times 10^8 m/s$

costante di planck $\hbar = 1.0545 \times 10^{-34} Js$

Energia: eV

Massa: eV/c^2

Quantità di moto: eV/c

Tempo: $eV^{-1}\hbar$

Lunghezza: $eV^{-1}\hbar c$

Velocità: c

Momento angolare: \hbar

DEFINITION

La legge dei decadimenti radioattivi

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Come si determina una probabilità di decadimento

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

*Legame tra probabilità e larghezza di decadimento. vita media,
tempo di dimezzamento.*

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Tasso di decadimenti in un campione è una **prop estensiva** (prop alla massa).

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

dove N numero atomi del campione e λ costante di decadimento

Allora

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Attività di una sorgente: numero di decadimenti in unità di tempo.

$$A(t) = \lambda N(t)$$

Unità di misura attività:

Bequerel $1Bq = 1 \frac{decay}{s}$ oppure Curie $1Ci = 3,7 \times 10^{10} Bq$



Vita media nucleo: $\tau = \frac{1}{\lambda}$

Tempo di dimezzamento del campione: $\tau_{\frac{1}{2}} = \tau \ln(2)$

$\Gamma = \hbar \lambda$ energia detta **larghezza di decay** perchè in uno stato instabile si può associare un'incertezza sull'energia:

$$\Delta E \Delta t = \hbar \text{ allora } \Delta E = \frac{\hbar}{\tau} = \Gamma$$

DEFINITION

Equilibrio secolare

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Equilibrio secolare PT 2

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Rapporti di decadimento

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Aumento del numero di atomi radioattivi: $\frac{dN}{dt} = R - \lambda N$ che presenta sol particolare $N = \frac{R}{\lambda}$ allora otteniamo integrando

$$N(t) = \frac{R}{\lambda} + (N_0 - \frac{R}{\lambda})e^{-\lambda t}$$

Nel caso di catene di decadimenti $S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3$ abbiamo che

$$\begin{aligned}\frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1 \longrightarrow N_1(t) = N_{01}e^{-\lambda_1 t} \\ \frac{dN_2}{dt} &= +\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \quad (1) \\ \frac{dN_3}{dt} &= +\lambda_2 N_2\end{aligned}$$

Supponiamo che N_2 abbia la forma $N_2(t) = A_{21}e^{-\lambda_1 t} + A_{22}e^{-\lambda_2 t}$ con $A_{21} + A_{22} = N_{02}$ Allora (1) diventa $-\lambda_1 A_{21}e^{-\lambda_1 t} = \lambda_1 N_{01}e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 A_{21}e^{-\lambda_1 t}$

$$\text{Quindi } A_{21} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{01} \quad A_{22} = N_{02} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{01}$$

$$\text{Allora } N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{01}(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_{02}e^{-\lambda_2 t}$$

Un caso molto interessante si ha se le cost di decay sono molto diverse: $\text{supp } \lambda_2 \gg \lambda_1 \quad (\tau_1 \gg \tau_2)$ allora si giunge rapidamente alla condizione $e^{-\lambda_2 t} \sim 0$ allora l'andamento diventa

$$N_2(t) \simeq \frac{\lambda_2}{\lambda_1} N_{01}e^{-\lambda_1 t}$$

Allora per $t \gg \tau_2$ l'attività della sostanza 2 segue la stessa evoluzione temporale della sostanza 1, e per la sostanza 3 otteniamo:

$$N_3(t) - N_{03} = \lambda_2 \int_0^t N_2(x) dx = \int_0^t \lambda_1 N_{01} e^{-\lambda_1 x} dx \simeq N_{01}(1 - e^{-\lambda_1 t})$$

Nel caso di più sostanze $S_1 \longrightarrow S_2 \longrightarrow S_3 \longrightarrow S_4 \longrightarrow \dots$ se $\lambda_1 \gg \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \dots$ per $\tau_2, \tau_3, \tau_4 \gg t \gg \tau_1$ si instaura la condizione di equilibrio

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \lambda_4 N_4 = \dots$$

Ci sono casi in cui un nucleo ha più possibili canali di decadimento in competizione, il processo è caratterizzato dalle probabilità di decadimento per unità di tempo λ_i in ogni canale possibile.

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda_1 N - \lambda_2 N - \lambda_3 N \dots - \lambda_n N$$

$$\frac{dN_i}{dt} = \lambda_i N$$

Il nucleo padre segue una legge esponenziale con cost di decay $\lambda = \sum_i \lambda_i$

Il rapporto di decadimento o branching ratio in un certo canale è dato dalla frazione di decadimenti in quel canale:

$$B.R._i = \frac{|\frac{dN_i}{dt}|}{|\frac{dN}{dt}|} = \frac{\lambda_i}{\lambda}.$$

Si definiscono lunghezze di decadimento totali e parziali:

$$\Gamma_i = \hbar \lambda_i \quad \Gamma = \hbar \lambda$$

DEFINITION

Le catene della radioattività naturale

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Datazione con radioisotopi

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Tipi di decadimenti radioattivi

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

La radioattività naturale è dovuta a nuclei con vite medie dell'ordine della vita del sistema solare $\sim 4.5 \times 10^9 yr$

Solo i decadimenti α modificano il numero di massa del nucleo durante il decadimento per cui possiamo definire 4 possibili famiglie di catene che vengono percorse in decadimenti $\alpha + \beta$ in base al valore di A.

- $A=4n$ ^{232}Th $\tau_{\frac{1}{2}} = 1.39 \times 10^{10} yr \longrightarrow ^{208}Pb$ $A = 4(n-1)$
- $A=4n+1$ ^{237}Np $\tau_{\frac{1}{2}} = 2.2 \times 10^6 yr \longrightarrow ^{209}Bi$ $A = 4(n-1) + 1$
- $A=4n+2$ ^{238}U $\tau_{\frac{1}{2}} = 4.5 \times 10^9 yr \longrightarrow ^{206}Pb$ $A = 4(n-1) + 2$
- $A=4n+3$ ^{235}U $\tau_{\frac{1}{2}} = 7.15 \times 10^8 yr \longrightarrow ^{207}Pb$ $A = 4(n-1) + 3$

^{14}C prodotto da raggi cosmici $n + ^{14}N \rightarrow ^{14}C + p$ si lega con l'ossigeno atmosferico a dare CO_2 che viene assorbito dagli esseri viventi.

Il suo decadimento è $^{14}C \rightarrow ^{14}N + \beta^-$ $\tau_{1/2} = 5700 yr$.

All'equilibrio 1g di C ha un attività di $15 \frac{decay}{min}$ $A_0 = 0.25 \frac{Bq}{g}$.

^{12}C esce dall'equilibrio alla morte dell'organismo.

Supp di misurare in massa m di C N decay in tempo T:

$A(t) = \frac{N}{T} \pm \frac{\sqrt{N}}{T}$, la dip dal tempo è data da $A(t) = mA_0 e^{-\lambda t}$ da cui

$$t = -\frac{1}{\lambda} \log \frac{A(t)}{mA_0} = \frac{\tau_{1/2}}{\log 2} \log \frac{A(t)}{mA_0}$$

$$\text{con } \sigma_t = \left| \frac{d}{dA} \left(-\frac{1}{\lambda} \right) \log \frac{A(t)}{mA_0} \right| \sigma_A = \frac{\tau_{1/2}}{\log 2} \frac{\sigma_A}{A(t)} = \frac{\tau_{1/2}}{\log 2} \frac{1}{\sqrt{N}}$$

Poichè $N(t) = A(t)T$ l'incertezza aumenta col tempo e

$$\frac{\sigma_t}{t} = -\frac{1}{\sqrt{A(t)T \log \frac{A(t)}{mA_0}}} = \frac{e^{\lambda t/2}}{\sqrt{mA_0 T \lambda t}}$$

se t molto piccola o l'attività è troppo ridotta $\frac{\sigma_t}{t} \rightarrow \infty$

Esistono diversi tipi di decadimento:

- **Decadimenti α :** Il nucleo si divide emettendo una particella di elio
- **decadimenti β^- :** un neutrone si trasforma in protone con emissione di un elettrone (e neutrino)
- **decadimenti β^+ :** un protone si trasforma in un neutrone con emissione di un positrone (e neutrino)
- **Cattura elettronica** due nuclei assorbono un elettrone e si combinano in un nucleo più pesante.
- **decadimenti γ :** emissione di fotoni.

DEFINITION

Legge di Geiger-Nuttal e modello di Gamow del decadimento α

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

*Legge di Geiger-Nuttal e modello di Gamow del decadimento α
PT 2*

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

*Legge di Geiger-Nuttal e modello di Gamow del decadimento α
PT 3*

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

α decay è a due corpi ad energia fissata $E_\alpha \sim Q_\alpha$, si osserva una forte dipendenza di λ da Q detta **Legge di Geiger-Nuttac**:

$$\ln(\tau_{1/2}) = a + \frac{b}{\sqrt{Q}}$$

la cui spiegazione qualitativa è basata sul quantum tunneling spiegata da Gamow:

Il nucleo (A,Z) è modellizzato come una particella α che risente del potenziale del resto del nucleo (A-4, Z-2).

La prima pt del potenziale (particella all'interno del nucleo) è trattata come **costante** V_0 perchè dovuta ad interazioni a breve range.

La seconda pt del potenziale è **interazione coulombiana** $V(r) = \frac{(Z-2)2\alpha\hbar c}{r}$.

La **transizione** tra le due è assunta come **istantanea**.

Uscendo dall'atomo l'interazione coulombiana cessa a causa della schermatura provvista dalla nube elettronica.

In QM ho probabilità $P \neq 0$ di attraversare la barriera di potenziale.

All'interno del nucleo posso immaginare in approssimazione semiclassica che la particella abbia velocità $v = \sqrt{\frac{2(Q+V_0)}{m}}$ e che colpisca la barriera con frequenza $\nu = \frac{v}{2a}$ con a raggio nucleare $a \simeq r_0 A^{1/3}$.

Il rate di decadimento è quindi dato da $\lambda = \nu P$ con P dato da $P = e^{-2G}$ dove G è detto fattore di gamow ed è dato dall'integrale sulla zona classicamente proibita: $G = \int_a^b \sqrt{\frac{2m}{\hbar}(V(r) - Q)} dr$ con b definito da $V(r) = Q \Rightarrow b = \frac{(Z-2)2\alpha\hbar c}{Q}$

(Questo risultato si ottiene approssimando la barriera come una somma infinita di barriere infinitesime alte $V(r)$ e spesse dr)

esplicitando $V(r)$ in G otteniamo $G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2 Q}} \alpha \hbar c [2(Z-2)] f(\frac{a}{b})$

Dove $f(x) := \arccos(\sqrt{x}) - \sqrt{x - x^2}$

otteniamo quindi che $\tau = \frac{1}{\lambda} = \sqrt{\frac{m}{2(Q+V_0)}} \frac{a}{2} e^{2G}$ e quindi otteniamo la formula di Geiger-Nuttal:

$$\log \tau = \log\left(\sqrt{\frac{m}{2(Q+V_0)}} \frac{a}{2}\right) + 2\alpha \sqrt{\frac{2mc^2}{Q}} [2(Z-2)] f\left(\frac{a}{b}\right)$$

Osserviamo una debole dipendenza da $\log(Q)$ e una forte dipendenza da $Q^{-1/2}$ con diverse famiglie di curve in base al valore di Z .

Questo è il frutto di un conto fortemente approssimato per cui non è utile per ottenere valori veri (c'è di mezzo un fattore 100) ma è molto utile per osservare le variazioni relative

DEFINITION

Regola d'oro di Fermi

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Concetto di sezione d'urto e sua misura

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Sezione d'urto differenziale

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

$$P = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | U | i \rangle|^2 \rho(E_f)$$

- elemento di matrice: $\langle f | U | i \rangle = \int \psi_f^*(\vec{r}) U(\vec{r}) \psi_i(\vec{r})$
- funzioni d'onda di particella libera normalizzata sul volume (perchè noi studiamo sempre stati asintotici)
 $\psi(\vec{r}) \propto \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\vec{p}\vec{r}}$
con momenti $\vec{p}_i = p(0, 0, 1)$ $\vec{p}_f = p(\sin\theta\cos\phi, \sin\theta\sin\phi, \cos\theta)$
- Densità di stati finali: $\rho(E_f) = \frac{dN}{dE_f} = \frac{V p_f^2 d\Omega}{(2\pi\hbar)^3} \frac{dp_f}{dE_f}$ che rappresenta il numero di possibili stati finali sullo spazio delle fasi in un certo intervallo infinitesimo dell'energia.
Infatti per particella libera E indep da r e quindi l'integrale su r fornisce un volume V mentre la dipendenza da p^2 dell'energia causa una degenerazione sulla sfera di raggio p e quindi otteniamo volume $p_f^2 dp_f d\Omega$

La sezione d'urto è una grandezza intrinseca del processo di interazione tra due particelle. La si può pensare, in analogia con la fisica classica, come l'**area**, misurata attorno ad una particella bersaglio, all'interno della quale **la presenza di una seconda particella genera fenomeni di interazione** tra i due corpi. In questo senso la sezione d'urto può essere interpretata come l'**area "efficace" di un determinato processo di diffusione** (scattering).

In esperimenti di fisica nucleare studiamo stati asintotici a grandi distanze dall'area di interazione allora si può misurare il tasso di interazione con cui si ottiene un certo risultato e la sezione d'urto è legata alla probabilità che si verifichi un certo evento di interazione.

Consideriamo un fascio di particelle di intensità I_0 incidente su una lamina di materiale sottile di spessore dz e densità di atomi target n_T .

Le particelle deviate in un angolo solido $d\Omega$ di un rivelatore posto ad angolo θ rispetto al fascio incidente seguiranno la legge $\frac{dn}{dt}(\theta) = I_0 n_T dz \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$.

La **costante di proporzionalità** ha le **dimensioni di una superficie** su un angolo solido ed è detta sezione d'urto differenziale.

Se supponiamo di avere un **bersaglio sufficientemente sottile** ($n_T \sigma dz \ll 1$) una volta fissate l'energia del fascio incidente e l'accettanza angolare $\Delta\Omega$ posso contare il numero N_0 di particelle del fascio e il numero n di particelle deflesse con un rivelatore. Ottengo dunque:

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\Delta\Omega} \frac{1}{n_T dz} \frac{n}{N_0}$ allora l'incertezza sulla sezione d'urto seguirà l'incertezza su n che è dettata da una statistica di Poisson (eventi poco probabili su un grande numero di campioni).

Allora arrivo ad ottenere un'incertezza relativa pari a:

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{\Delta n}{n} = \frac{\sqrt{n}}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

è quindi una grandezza molto comoda da misurare

DEFINITION

Interpretazione classica della sezione d'urto

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Legame tra sezione d'urto, cammino libero medio e coefficiente di assorbimento

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Interpretazione quantistica della sezione d'urto

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Una particella tipicamente passerà ad una distanza b dalla particella con cui fa interazione e verrà deviata di un angolo θ rispetto alla sua direzione in un angolo solido $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$.

$\frac{dn}{dt} = \phi \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$ ma macroscopicamente le particelle deviate sono quelle che passano per l'area con i corrispondenti valori di b e φ :

$$d\sigma = b d\varphi db \Rightarrow \frac{dn}{dt} = \phi b d\varphi db$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b(\theta) d\varphi db}{\sin\theta d\theta d\varphi} = \frac{b(\theta) |db/d\theta|}{\sin\theta}$$

Otengo la sezione d'urto totale integrando su tutti i possibili $d\Omega$:

$$\sigma = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin\theta d\theta \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

Il tasso totale di particelle diffuse si traduce in una diminuzione di intensità I del fascio.

$$\frac{dn}{dt} = -dI = I n_T dz \sigma \Rightarrow \frac{dI}{I} = -n_T \sigma dz \Rightarrow I(z) = I_0 e^{-n_T \sigma z} = I_0 e^{-\mu z}$$

Dove $\mu = n_T \sigma$ è definito coefficiente di assorbimento, definiamo anche $\lambda = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{n_T \sigma}$ cammino libero medio o lunghezza di interazione.

L'approssimazione $\sigma n_T dz \ll 1$ significa quindi che è possibile trascurare gli effetti di assorbimento.

Per stati non legati fissato un valore E dell'energia esistono infiniti autostati di particella libera corrispondenti che risolvono l'eq. di schrodinger, possiamo quindi scegliere una CL che abbia la forma di un'onda piana.

Questi possono essere espressi come autofunzioni di H e p :

$$\psi(\vec{r}) = A e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad \text{con} \quad \vec{k} = \vec{p}/\hbar \quad k = \sqrt{2mE}/\hbar$$

oppure come autofunzioni di H , L^2 , L_z :

$$\psi(\vec{r}) = j_l(kr) Y_{lm}(\theta, \phi)$$

dove $j_l(kr) \simeq \frac{\sin(kr - l\pi/2)}{kr}$ per $kr \rightarrow \infty$ funzioni di Bessel sferiche.

Possiamo esprimere la funzione d'onda in una base in termini dell'altra base:

$$\psi(\vec{r}) = A e^{ikz} = A \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) j_l(kr) P_l(\cos\theta)$$

DEFINITION

Interpretazione quantistica della sezione d'urto PT 2

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Interpretazione quantistica della sezione d'urto PT 3

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Interpretazione quantistica della sezione d'urto PT 4

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Avendo scelto k lungo z ci sono solo componenti con $L_z = 0$ e quindi mancano i termini $e^{im\phi}$

A grandi distanze $kr \rightarrow \infty$ dalla regione di interazione:

$$\psi(\vec{r}) \simeq \frac{A}{2kr} \sum_{l=0}^{\infty} i^{l+1} (2l+1) [e^{-i(kr-l\pi/2)} - e^{+i(kr-l\pi/2)}] P_l(\cos\theta)$$

In presenza di un potenziale, l'eq. di Schroedinger diventa:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial r^2} u(r) + V(r)u(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} u(r) = Eu(r)$$

che indipendentemente dai dettagli di $V(r)$ a $r \rightarrow \infty$ si riduce a

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial r^2} u(r) = Eu(r)$$

Cioè a grandi distanze cessa l'interazione.

Allora otteniamo $u(r) = B \sin(kr - \varphi_l)$ con B e φ_l det dalla continuità con la soluzione nella zona di interazione.

Quindi l'effetto del potenziale è quello di introdurre uno sfasamento. Per evidenziare il caso in cui non ci sia interazione possiamo riscrivere $\varphi_l = l\frac{\pi}{2} - \delta_l$

Quindi le soluzioni a $r \rightarrow \infty$ saranno della forma:

$$\psi = \frac{A}{2kr} \sum_{l=0}^{\infty} i^{l+1} (2l+1) [e^{-i(kr-l\pi/2+\delta_l)} - e^{+i(kr-l\pi/2+\delta_l)}] P_l(\cos\theta)$$

eliminando la fase globale $e^{i\delta_l}$ otteniamo:

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{A}{2kr} \sum_{l=0}^{\infty} i^{l+1} (2l+1) [e^{-i(kr-l\pi/2)} - e^{+i(kr-l\pi/2)}] P_l(\cos\theta) + \\ &+ \frac{A e^{i\delta_l}}{2kr} \sum_{l=0}^{\infty} i (2l+1) [1 - e^{i\delta_l}] P_l(\cos\theta) \end{aligned}$$

$$= \psi_{inc} + \psi_{sc}$$

Partendo da un'onda piana incidente arriviamo ad un'onda sferica scatterata.

La sezione d'urto dipende dalla probabilità di trovare asintoticamente la particella nel cono $d\Omega$:

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{\phi(\psi_{sc})(r^2 d\Omega)}{\phi(\psi_{inc})} = \frac{|\psi_{sc}|^2 (\hbar k/m) r^2 d\Omega}{|\psi_{inc}|^2 (\hbar k/m)} \\ &= \frac{1}{4k^2} \left| \sum_{l=0}^{\infty} i(2l+1) [1 + e^{i\delta_l}] P_l(\cos\theta) \right|^2 d\Omega \end{aligned}$$

$$\text{Allora: } \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4k^2} \left| \sum_{l=0}^{\infty} i(2l+1) [1 - e^{i\delta_l}] P_l(\cos\theta) \right|^2$$

$$\sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |1 - e^{2i\delta_l}|^2 = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l$$

DEFINITION

Concetto di massa invariante

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Risonanze

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Momento angolare e sviluppo in onde parziali.

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

La massa invariante di un sistema di due particelle a+b è l'energia nel loro sistema del centro di massa.

Si ottiene dal quadrato della somma dei rispettivi tetravettori

$$m^2 = (p_a + p_b)^2 = m_a^2 + m_b^2 + 2p_a p_b = m_a^2 + m_b^2 + 2(E_a E_b - \vec{p}_a \vec{p}_b)$$

Nel caso in cui si possa trascurare la massa a riposo delle particelle si ha la relazione semplificata $m^2 = 2E_a E_b (1 - \cos\theta_{ab})$

Lo stesso principio si applica ad un sistema multi-particelle. Se le due particelle provengono dal decadimento di una particella madre: $C \rightarrow a + b$

Con questo metodo si può mettere in evidenza la produzione di una nuova particella:

un picco nella distribuzione di massa invariante centrato a m_C con una larghezza dipendente dalla risoluzione sperimentale e dalla larghezza di decadimento Γ_c (~ 150 MeV per decadimenti forti) – sopra un continuo dato da spazio delle fasi e combinazioni casuali.

Lezione 6

Abbiamo visto che $\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_l$ con ogni σ_l limitata: $\sigma_l = \frac{4\pi}{k^2} (2l+1) \sin^2 \delta_l \leq \frac{4\pi}{k^2} (2l+1)$.

Sembra che preveda una somma infinita ma in realtà contribuiscono solo un numero limitato di onde parziali: infatti se una particella tipicamente passa a una distanza b e il potenziale si estende fino a raggio R allora avranno influenza solo gli stati con momento angolare fino a $l\hbar = pR \rightarrow l = kR$ allora la massima sezione d'urto è

$$\sigma \leq \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{kR} (2l+1) = \frac{4\pi}{k^2} (kR+1)^2 = 4\pi \left(R + \frac{1}{k}\right)^2 = 4\pi (R + \lambda)^2$$

Dove λ è la lunghezza d'onda di de Broglie che aumenta al diminuire della qdm

DEFINITION

Spin e fattori giromagnetici di elettrone, protone e neutrone

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

*Proprietà del deutone e implicazioni sull'interazione
nucleone-nucleone*

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

*Proprietà del deutone e implicazioni sull'interazione
nucleone-nucleone PT 2*

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

elettroni: $s = \frac{1}{2}$ $\mu_e = \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.788381 \times 10^{-11} MeV/T$ $g_e \simeq 2$

protoni: $s = \frac{1}{2}$ $\mu_p = 2.79\mu_N = 2.79\frac{e\hbar}{2m_p}$ $g_p = 5.58$

neutroni: $s = \frac{1}{2}$ $\mu_n = -1.91\mu_N$ $g_n = -3.82$

dove $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = 3.152451 \times 10^{-14} MeV/T$ magnetone nucleare

$m(^2H) = 2.014101778120 \pm 0.122 \times 10^{-9} u$
 $B.E.(^2H) = -2.224566 MeV \Rightarrow \frac{B}{A} = 1.112283 MeV$ molto debolmente legato
 $R_d = 2.1424 \pm 0.021 fm < 2R_{protone}$ e $J^P = 1^+$.

possiamo assumere il potenziale come buca sferica $V(r) = -V_0$ se $r < R$ e $V(r) = 0$ se $r > R$. Non c'è fuori il termine coulombiano perchè complessivamente è neutro.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u(r)}{dr^2} + [V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} - E]u(r) = 0$$

supponiamo che lo stato di minima energia abbia $l = 0 \Rightarrow Y_{00}(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi}$
otteniamo la soluzione e imponendo la continuità troviamo l'equazione agli autovalori: $k_1 \cot g k_1 R = -k_2$.

Allora per $R = 2.1 fm$, $E = -2.22 MeV \Rightarrow V_0 \simeq 35 MeV$

La probabilità di trovare il deutone fuori dalla barriera decresce con scala

$$\frac{1}{2k_2} = \frac{\hbar}{2\sqrt{-2mE}} = 2.2 fm$$

$J^P = 1^+$: diverse possibili combinazioni:

- o **stati s:** $S = 1$ $L = 0$
- o **stati p:** $S = 0$ $L = 1$ oppure $S = 1$ $L = 1$
- o **stati d:** $S = 1$ $L = 2$

$P(d) = \eta_n \eta_p (-1)^L$ allora solo stati con $L = 0, 2$ permessi $\Rightarrow S = 1$

Possiamo dedurre che il **potenziale dipenda fortemente dallo spin** e sia più forte per $S = 1$ cioè spin allineati

$$V(r) = (\vec{S}_1 \vec{S}_2 - \frac{1}{4})V_1(r) + (\vec{S}_1 \vec{S}_2 + \frac{3}{4})V_3(r)$$

Si noti che in $L = 0$ coppie nn e pp non possono avere $S = 1$ allora non si può costruire uno stato legato nn o pp.

Quindi **supponendo che lo stato fondamentale sia in $l = 0$** calcoliamo il momento magnetico che sperimentalmente vale

$$\mu_d = (0.857438229 \pm 0.7 \times 10^{-8})\mu_N$$

DEFINITION

*Proprietà del deutone e implicazioni sull'interazione
nucleone-nucleone PT 3*

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Evidenze dell'interazione spin-orbita

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Interazioni di scambio

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Per $l = 0 \Rightarrow \vec{\mu}_S = g_S \mu_N \vec{S} = g_n \mu_N \vec{S}_n + g_p \mu_N \vec{S}_p$ con $g_p = 5.5857$, $g_n = -3.8261$ allora $g_S = 0.8798 \neq g_{mis} = 0.8574$ la differenza è dovuta all'assunzione di essere in uno stato con $l = 0$ infatti se andiamo a studiare uno stato d abbiamo:

$g_d \vec{J} = \frac{1}{2} \vec{L} + g_S \vec{S} \Rightarrow g_d = \frac{3}{4} - \frac{g_S}{2} = 0.3101$ e considerando lo **stato fondamentale** come **combinazione di stato s e d** il valore di aspettazione diventa:

$\psi_d = a_s s + a_d d$, $|a_s|^2 + |a_d|^2 = 1 \Rightarrow g_{mis} \mu_N = [|a_s|^2 g_S + |a_d|^2 (\frac{3}{4} - \frac{g_S}{2})] \mu_N$. Otteniamo valori $|a_s|^2 = 0.96$, $|a_d|^2 = 0.04$ cioè lo stato fondamentale è in una miscela di stati di L (4% $l = 2$, 96% $l = 0$) e quindi il **potenziale Nucleare** ha una parte **non simmetrica in L** ma che conserva J rappresentabile quindi come:

$$V() = [(\vec{S}_1 \vec{S}_2 - \frac{1}{4}) V_1(r) + (\vec{S}_1 \vec{S}_2 + \frac{3}{4}) V_3(r)] + V_T(r) S_{1,2}$$

$$\text{con } S_{1,2} = 3 \frac{(\vec{S}_1 \vec{r})(\vec{S}_2 \vec{r})}{r^2} - \vec{S}_1 \vec{S}_2$$

Supponendo di avere un fascio di nucleoni non polarizzato incidente su un target di nucleoni non polarizzato si osserva che i nucleoni tenderanno a dividersi in due fasci andando in direzioni diverse in base all'orientamento del loro spin.

Questo si può descrivere tramite un potenziale del tipo: $V_{SO}(r) \vec{S} \vec{L}$ detto interazione di spin orbita.

In interazioni tra particelle ci aspettiamo che all'aumentare della qdm l'interazione diminuisca sempre più.

Le particelle interagiscono a distanze $r < R$ raggio di interazione con deflessione di ordine $\theta = \frac{\Delta p}{p} = \frac{F \Delta t}{p} \simeq \frac{V_0}{pv} = \frac{V_0}{2(\frac{1}{2}mv^2)}$ ($F = -\frac{dV}{dt} \sim \frac{V_0}{R}$ $\Delta t \sim \frac{R}{v}$).

A momenti di 500 MeV ci aspettiamo $\theta \sim 2^\circ$ quindi un picco per piccoli gradi di deflessione e che decresca al crescere degli angoli.

Invece quello che osserviamo **nell'interazione p-n** è la presenza di un **grosso picco di diffusione all'indietro**. Da qui l'ipotesi che esista una **particella carica che media l'interazione e trasforma n in p** e viceversa trasferendo momento. La presenza di questa particella è **permessa dal principio di indeterminazione**: $\Delta E > \hbar/\Delta t$, per scambiare interazioni nucleari il mediatore dovrebbe coprire almeno una distanza r_0 corrispondente a $\Delta t \sim \frac{r_0}{c}$, allora è possibile scambiare masse $m_X c^2 < \frac{\hbar c}{r_0}$.

Potenziale di interazione: $V(r) = \frac{g_\pi^2 m_X}{3} [\vec{s}_1 \vec{s}_2 + S_{1,2} (1 + \frac{3R}{r} + \frac{3R^2}{r^2})] \frac{e^{-r/R}}{r/R}$

dove g_π cost di accoppiamento che descrive intensità interazione

DEFINITION

Indipendenza dalla carica delle interazioni forti e spin isotopico

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

*Indipendenza dalla carica delle interazioni forti e spin isotopico
PT 2*

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Potenziale di Yukawa

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Nello scattering a basse energie tra nucleoni contribuiscono solo collisioni con $l = 0$ e σ è approssimativamente indipendente dall'angolo solido

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{a^2}{1+(k/\alpha)^2}$ dove $k = \sqrt{2\mu_N E}/\hbar$ e a dipende dallo stato di singoletto o tripletto dello spin. Una volta corretta per interazioni coulombiane:

$$a_{pp} = -17.1 \pm 0.2 fm$$

$$a_{nn} = -16.6 \pm 0.5 fm$$

quindi le interazioni forti sono indipendenti dalla carica.

Allora possiamo assumere che per le interazioni forti esista un'unica particella N che può trovarsi in 2 stati di carica. In pratica ha un grado di libertà interno come lo spin. $|p\rangle = (1, 0)$ $|n\rangle = (0, 1)$.

Definiamo lo spin isotopico I, N ha $I = \frac{1}{2}$ e i due stati:

p con $I_3 = \frac{1}{2}$ e **n** con $I_3 = -\frac{1}{2}$

Questa degenerazione nelle interazioni forti è rotta dalla carica: $Q = \frac{A}{2} + I_3$ dove A numero di massa.

Sistemi di nucleoni possono trovarsi in stati ben definiti di spin isotopico perchè per l'invarianza di spin isotopico con le interazioni forti posso misurarlo simultaneamente con l'energia.

Ma essendo il nucleone un fermione la funzione d'onda deve essere globalmente antisimmetrica rispetto allo scambio di nucleoni dello stesso tipo.

Quindi su uno stesso livello possono stare al massimo 2 protoni e 2 neutroni.

Quindi in un nucleo l'interazione forte tra nucleoni determina i livelli energetici su cui possono stare in maniera indifferente protoni e neutroni per l'invarianza di isospin.

Possiamo cercare soluzioni stazionarie dell'eq di Klein-Gordon:

$\frac{\partial}{\partial t}\phi = 0 \Rightarrow -\nabla^2\phi + m^2\phi = 0$ non esistono sol stazionarie per particella libera

Possiamo modificare l'equazione aggiungendo una sorgente

$-\nabla^2\phi + m^2\phi = \eta\delta(r)$ andando nello spazio delle trasformate di fourier:

$$\tilde{\phi}(\vec{k}) = \int dV e^{i\vec{k}\vec{r}}\phi(r) \Rightarrow k^2\tilde{\phi} + m^2\tilde{\phi} = \eta \Rightarrow \tilde{\phi} = \frac{\eta}{k^2+m^2} \Rightarrow \phi = \eta \frac{e^{-mr}}{4\pi r}.$$

Il potenziale di Yukawa è la soluzione dell'equazione di Klein-Gordon in corrispondenza di sorgenti. Questo porta a identificare le interazioni dovute a un certo potenziale con la propagazione di particelle mediatrici di massa m tra le sorgenti di quel potenziale

$$\phi = \eta \frac{e^{-mr}}{4\pi r}$$

con range di interazione $\frac{1}{m}$.

Nel limite $m \rightarrow 0$ abbiamo potenziale em

DEFINITION

Gerarchia delle diverse interazioni fondamentali

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

*Modello a goccia dei nuclei e formula semiempirica di
Bethe-Weitzsäcker*

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Gli ingredienti del modello a shell

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Gerarchia interazioni:

- Interazioni forti
- Interazioni elettromagnetiche
- Interazioni deboli
- Interazioni gravitazionali

Calcolando la sezione d'urto di una particella in un potenziale di Yukawa vediamo che σ dipende da η , m e dal momento trasferito $\vec{q} = \vec{p}_i - \vec{p}_f$.
I valori di η stabiliscono la gerarchia.

La differenza tra interazioni em e deboli dipende dal range delle interazioni e diminuisce all'aumentare di q^2 fenomeno che suggerisce l'unificazione elettrodebole

Il modello a goccia schematizza:

- incompressibilità del nucleo
- Interazione a breve range

L'energia di legame è descritta dalla formula di Bethe-weizsacker

$$B.E.(A, Z) = -a_1 A + a_2 A^{2/3} + a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_4 \frac{(N - Z)^2}{A} \pm a_5 A^{-3/4}$$

- 1) $a_1 = 15.753 MeV$ caratteristico delle interazioni a breve range
- 2) $a_2 = 17.804 MeV$ correzione di superficie
- 3) $a_3 = 0.7103 MeV$ correzione coulombiana
- 4) $a_4 = 23.69 MeV$ nuclei più stabili se simmetrici
- 5) $a_5 = 33.6 MeV$ termine di pairing
(0 se A dispari, - se N,Z pari, + se N,Z dispari)

Potenziale nucleare: Avendo interazione a breve range allora energia di interazione proporzionale a densità di particelle che è circa cost con veloce transizione superficiale (da esperimento Hofstadter).

$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp[(r-R)/a]}$$

V_0 profondità buca, R estensione nucleo, a dim strato superficiale

Spin-Orbita: Un nucleone con momento angolare \vec{L} vede momento magnetico $\vec{\mu}_L \propto \mu_N \vec{L}$ che interagisce con lo spin del nucleone a dare un termine energetico $U \propto -\vec{L} \cdot \vec{S}$

Ogni livello si divide quindi in due sottolivelli con momento ang tot $j = l \pm \frac{1}{2}$
Separazione tra livelli: $\Delta(\vec{L} \cdot \vec{S}) = j_{l+s}(j_{l+s} + 1) - j_{l-s}(j_{l-s} + 1) = 2l + 1$
più grande è l più è la separazione.

Interazione Spin-Spin che fornisce il termine di energia di pairing favorendo l'antiallineamento degli spin risultando in uno stato di spin tot 0.

DEFINITION

Le predizioni del modello a shell e suoi ambiti di applicazione

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Decadimenti β , leggi di conservazione, evidenza del neutrino

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Probabilità di transizione nel decadimento β

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Il modello a shell spiega la presenza di nuclei fortemente stabili in corrispondenza di numeri specifici di neutroni o protoni.

Questi corrispondono a particolari autovalori del potenziale descritto dal modello a shell e a particolari combinazioni di neutroni e protoni in modo tale che vengano minimizzati i tre termini che compongono il modello

Lo spettro di un decadimento β è uno spettro continuo tra 0 e $\sim Q$ -value **incompatibile con un decadimento a 2 corpi per la conservazione del momento e del momento angolare.**

Infatti in un decadimento a 2 corpi l' e^- che è la particella + leggera dovrebbe assorbire la maggior parte del momento mentre osserviamo + possibili valori e $\forall A$ ho L intero $\Rightarrow J$ intero o semintero ma in un decadimento β A non cambia allora J rimane invariato ma si aggiunge lo spin $\frac{1}{2}$ dell' e^- emesso non conservando J .

Allora **deve esistere una particella ν a m bassa con spin $\frac{1}{2}$ neutra** tc ν e e^- vengano creati nel nucleo ma non partecipino a interazioni tra nucleoni e si conservi il numero leptonico

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_W | i \rangle|^2 \rho(E_f)$$

il nucleo prende in trasc $E_N \simeq \frac{(p_e + p_\nu)^2}{2M_N} = O(\frac{Q^2}{M_N}) = Q \times O(10^{-3} - 10^{-5})$

Qualunque combinazione di p_e e p_ν è possibile purchè $Q = T_e + T_\nu$

La massa di ν è molto piccola ($m_\nu < 1.1$) $T_\nu = E_\nu = p_\nu c$.

per gli e^- : $dN_e = \frac{V 4\pi p_e^2 dp_e}{(2\pi\hbar)^3}$ per ν : $dN_\nu = \frac{V 4\pi p_\nu^2 dp_\nu}{(2\pi\hbar)^3}$

Allora $\rho(E_f) = \frac{dN}{dE_f} = dN_e \frac{dN_\nu}{dE_f} = \frac{V 4\pi p_e^2 dp_e}{(2\pi\hbar)^3} \frac{V 4\pi p_\nu^2 dp_\nu}{(2\pi\hbar)^3 dE_f}$

con la condiz $E_f = E_e + E_\nu$

Da differenziali relativistici: $p^2 c^2 + m^2 c^4 = E^2 \Rightarrow 2p dp c^2 = 2E dE$

$\rightarrow p dp = \frac{1}{c^2} E dE \Rightarrow p_\nu \frac{dp_\nu}{dE_f} = \frac{E_\nu}{c^2} \frac{dE_\nu}{dE_f} = \frac{E_\nu}{c^2} \frac{d(E_f - E_e)}{dE_f} = \frac{E_\nu}{c^2}$

Allora $\rho(E_f) = \frac{(4\pi)^2 V^2}{(2\pi\hbar)^6 c^4} p_e^2 p_\nu E_\nu dp_e$ con p_ν e E_ν fix dai vincoli

Riscrivibile $\rho(E_f) = \frac{(4\pi)^2 V^2}{(2\pi\hbar)^6 c^4} p_e E_e p_\nu E_\nu dE_e = 0 \frac{(4\pi)^2 V^2}{(2\pi\hbar)^6 c^4} p_e (T_e + m_e c^2) p_\nu E_\nu dT_e$

Con $E_\nu = Q - T_e$ e $p_e = \sqrt{T_e^2 + 2mT_e}$

DEFINITION

Interazione di Fermi

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

La costante di Fermi

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Larghezza di decadimento β

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Fermi Hp interazione di contatto $H_W(\vec{r}, \vec{r}_e, \vec{r}_\nu) = G_F(\hbar c)^3 O_X \delta(\vec{r} - \vec{r}_e) \delta(\vec{r} - \vec{r}_\nu)$
Normalizzata in modo che G_F indichi l'intensità e operatore O_X puramente
adimensionale.

$$\langle f | H_W | i \rangle = \int d\vec{r} d\vec{r}_e d\vec{r}_\nu H_W(\vec{r}, \vec{r}_e, \vec{r}_\nu) =$$

$$= G_F(\hbar c)^3 \int d\vec{r} (\psi_{A,Z+1}(\vec{r}) \psi_e(\vec{r}) \psi_\nu(\vec{r}))^* O_X \psi_{A,Z}(\vec{r})$$

In realtà fermi Hp O_X relativisticamente invariante che det dallo studio
dell'elemento di matrice.

e^- e ν non interagiscono nel nucleo allora autofunz particella libera

$$\psi_e(\vec{r}) = \frac{e^{-i(\vec{p}_e \vec{r})/\hbar}}{\sqrt{V}} \quad \psi_\nu(\vec{r}) = \frac{e^{-i(\vec{p}_\nu \vec{r})/\hbar}}{\sqrt{V}} \Rightarrow \psi_e(\vec{r}) \psi_\nu(\vec{r}) = \frac{e^{-i(\vec{p}_e - \vec{p}_\nu) \vec{r}/\hbar}}{V}$$

Argomento dell'integrale $\neq 0$ solo in una zona di dim $r_0 A^{1/3}$ di qualche fm

$$|p_e| \sim |p_\nu| \sim Q \sim MeV \text{ e } \frac{Q r_0}{\hbar} \sim 10^{-2} \Rightarrow e^{-i(\vec{p}_e + \vec{p}_\nu) \vec{r}} \simeq 1$$

$$\Rightarrow \langle f | H_W | i \rangle = \frac{G_F(\hbar c)^3}{V} \int d\vec{r} \psi_{A,Z+1}^*(\vec{r}) O_X \psi_{A,Z}(\vec{r}) = \frac{G_F(\hbar c)^3}{V} M_{fi} \text{ indipendente}$$

da p_e e p_ν e $[G_F] = [E^{-2}]$

La forma di M_{fi} per diversi decay fa intuire la forma del potenziale

Se conosco G_F posso calcolare l'elemento di matrice per diversi decay
attraverso il tempo di decay.

Per misurarla serve un decay di cui conosco l'elemento di matrice. Nei
decay β^+ tra tripletti di spin isotopico con $J^P = 0^+$ per simmetria di spin
isotopico posso valutare con precisione $|M_{fi}| = \sqrt{2}$

$$I_- |I = 1, I_3 = 1\rangle = \sqrt{2} |I = 1, I_3 = 0\rangle$$

$$I_- |I = 1, I_3 = 0\rangle = \sqrt{2} |I = 1, I_3 = -1\rangle$$

Decay β^+ allora sempre in competizione con EC o altri stati finali:

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} \frac{BR}{1 + P_{EC}} \text{ dove } BR \text{ frazione decay } \beta^+ \text{ e } \frac{1}{1 + P_{EC}} \text{ correzione dei decay in } 0^+ \text{ dati da EC.}$$

$$\text{Allora ottengo dal valore misurato ft } ft = f(Z, Q) \frac{\tau_{1/2}}{BR} (1 + P_{EC}) = \frac{\log 2 \pi^3 \hbar}{G_F^2 (m_e c^2)^5}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_W | i \rangle|^2 \rho(E_f)$$

$$d\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{G_F^2 \hbar^6 c^6}{V^2} |M_{fi}|^2 \frac{(4\pi)^2 V^2}{(2\pi \hbar)^6 c^4} p_e (T_e + m_e c^2) p_\nu E_\nu dT_e$$

$$= \frac{G_F^2 c^2}{2\pi^3 \hbar} |M_{fi}|^2 p_e (T_e + m_e c^2) p_\nu E_\nu dT_e$$

In realtà non trascurabile en coulombiana $e^- - \text{nucleo}$ allora correzione
 $F(Z, T_e)$ calcolabile numericamente.

$$\text{Forma spettro: } \frac{1}{\lambda} \frac{d\lambda}{dT_e} \propto p_e (T_e + m_e c^2) p_\nu E_\nu F(Z, T_e)$$

Per calcolare larghezza decay def integrale adimensionale:

$$f(Z, Q) = \frac{1}{(m_e c^2)^5} \int_0^Q p_e c (T_e + m_e c^2) p_\nu E_\nu F(Z, T_e) dT_e$$

$$\text{Allora } \lambda = \frac{G_F^2 (m_e c^2)^5}{2\pi^3 \hbar} |M_{fi}|^2 f(Z, Q)$$

DEFINITION

Osservazione del neutrino

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

La fusione nucleare nel sole

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

La fissione nucleare

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Prima osservazione da Reines e Cowan 1956 attraverso decadimento β inverso.

Antineutrino assorbito da protone $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$.

La sorgente di antineutrini fu un reattore nucleare che tra i prodotti di fissione produceva emettitori di decay β^- a vita breve.

Si osservò **cross section** di interazioni di neutrini **molto piccola** $\sigma_{\bar{\nu}p} \simeq 5.6 \frac{G_F^2 E_\nu^2 (\hbar c)^2}{\pi}$ si costruì quindi bersaglio attivo di **massa elevata** contenente **protoni** liberi in modo tale da avere **tasso di interazioni misurabile**.

$\bar{\nu} + p \rightarrow e^+ + n \Rightarrow e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ i fotoni a loro volta producono altri elettroni per effetto compton (**processo rapidissimo: segnale prompt**)

n compie numerosi urti anelastici e rallenta e con un certo ritardo avviene la cattura in un nucleo $n + {}^A_Z X \rightarrow {}^{A+1}_Z X + \gamma$ emettendo ancora un fotone che vedrò per effetto compton, allora alla fine ancora e^- e e^+ (**segnale ritardato**)

La fusione nucleare è una reaz nella quale i nuclei si uniscono tra loro.

Sequenza principale nel sole:

${}^1H + {}^1H \rightarrow {}^2H + e^+ + \nu_e \quad Q = 0.42 MeV$

${}^2H + {}^1H \rightarrow {}^3He + \gamma \quad Q = 5.49 MeV$

${}^3He + {}^3He \rightarrow {}^4He + 2{}^1H \quad Q = 12.86 MeV$

Risultato netto: $4({}^1H) \rightarrow {}^4He + 2e^+ + 2\nu_e + 2\gamma + 24.68 MeV$

Stessa reaz netta per altri cicli che usano atomi pesanti di sostegno (xes CNO)

Perchè due nuclei si fondano devono superare la barriera coulombiana

$V = \alpha \frac{\hbar c}{R_X + R_Y} Z_X Z_Y$ ma il numero di protoni con en suff per farlo secondo maxwell-boltzmann è dell'ordine di 10^{-282} allora la fusione nucleare avviene nel sole per eff tunnel.

$\sigma(E) = e^{-2G} \sigma_0(E)$ con σ_0 cross section in assenza di repulsione coulombiana

Prob di interaz: $\lambda = v \sigma(E) n_p$

Tasso interaz x udm volume: $\frac{dn_{int}}{dt}(E) = n_p(E) \sqrt{\frac{2E}{m_p}} e^{-2G(E) \sigma_0(E) n_p}$

Avviene preferenzialmente per p a en specifica: **picco di Gamow**

Processo in cui il nucleo si spezza in frammenti. Possibile per $A > 120$ e non avviene spontaneamente a causa della barriera di potenziale che mantiene il nucleo originale in uno stato metastabile. Per superare la barriera serve un eccitazione

${}^A_Z X \rightarrow {}^{A_1}_{Z_1} X + {}^{A_2}_{Z_2} X + Q_{fiss}$ con $A = A_1 + A_2$ e $Z = Z_1 + Z_2$.

Q si trova attraverso le differenze di massa cioè energia di legame e approssimativamente abbiamo energia disponibile $\sim 0.9 MeV$ per nucleone.

Possiamo visualizzare il processo come una goccia di liquido nucleare che si separa.

$$E = BE(A, Z) \rightarrow E = BE(A_1, Z_1) + BE(A_2, Z_2) + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon_0 r}$$

Abbiamo detto che il nucleo originale per esistere deve trovarsi dentro una barriera di potenziale, per capire come questa si generi andiamo a studiare la deformazione nella formula di Bhete Weizsacker.

DEFINITION

La fissione nucleare PT 2

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

La fissione nucleare PT 3

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Quali sono i processi che permettono ad una reazione di fissione nucleare di autosostenersi?

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Assumiamo che un nucleo sferico di raggio R assuma una forma di ellissoide prolato e introduciamo il parametro ϵ che def la deformazione che mantiene costante il volume. $a = R(1 + \epsilon)$ $b = \frac{R}{\sqrt{1+\epsilon}}$ con $S = 4\pi R^2(1 + \frac{2}{5}\epsilon)$

Cambiano i termini di superficie e coulombiano:

$a_2 A^{2/3} \rightarrow a_2 A^{2/3}(1 + \frac{2}{5}\epsilon)$ $a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \rightarrow a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}}(1 - \frac{\epsilon^2}{5})$ con una differenza netta di energia: $\Delta E = \frac{2}{5}a_2 A^{2/3}(1 - \frac{a_3}{2a_2} \frac{Z^2}{A})\epsilon^2 \simeq \frac{2}{5}a_2 A^{2/3}(1 - \frac{1}{50} \frac{Z^2}{A})\epsilon^2$

Il nucleo sferico è stabile se $\Delta E > 0$ cioè se l'energia aumenta nella divisione allora deve essere $\frac{Z^2}{A} < 50$ verificata anche per nuclei molto pesanti.

Questo spiega perchè la fissione spontanea è un fenomeno raro.

$\lambda_{fiss} = BR \times \lambda_{tot}$ in generale osserviamo BR molto basse quindi fissione spontanea molto rara.

Si può però indurre la fissione con collisioni di neutroni che portano il nucleo in uno stato eccitato riducendo l'altezza della barriera da superare.

Uranio 235: $n + {}^{235}\text{U} \rightarrow {}^{236}\text{U}^* \rightarrow {}^{137}\text{I} + {}^{96}\text{Y} + 3n$ $Q_{fiss} = 183\text{MeV}$

In seguito i prodotti di fissione decadono β fino a stabilità producendo altra energia.

Uranio 238: $n + {}^{238}\text{U} \rightarrow {}^{239}\text{U}$ ma non è sufficiente l'energia da cattura neutronica per raggiungere il primo stato eccitato. Allora è necessario fornire altra energia al neutrone, in particolare in questo caso la fissione avviene per neutroni con energia superiore ai 2 MeV.

E' molto probabile che i prodotti di fissione siano fortemente asimmetrici perchè il caso particolare $Z_1 = Z_2$ corrisponde a un massimo dell'energia coulombiana e quindi è sfavorito ma non sono completamente opposti perchè altrimenti avremmo pochi nucleoni che liberano molta energia e molti sostanzialmente invariati minimizzando il Q-value.

$n + {}^{235}\text{U} \rightarrow X_1 + X_2 + m \times n$ che possono:

- 1) uscire da zona reazione
- 2) essere assorbiti con emissione γ
- 3) fare fissione

L'evoluzione del numero di n: $\frac{dN}{dt} = N(t) \frac{1}{\tau} (\nu q - 1)$ con:

N numero di neutroni

ν numero medio di neutroni prodotti per fissione

τ vita media n prima di fissione

q probabilità che n faccia fissione

Soluzione $N(t) = N_0 \exp[(\nu q - 1) \frac{t}{\tau}]$

$\nu q < 1 \rightarrow$ sottocritico il num di n diminuisce fino allo spegnersi del reattore

$\nu q > 1 \rightarrow$ supercritico aumentano exp fino a che non scoppia

$\nu q = 1 \rightarrow$ critico il reattore si autosostiene

DEFINITION

Conservazione dei numeri quantici barionico e leptonico

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Tipi di particelle

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Le simmetrie discrete P , C , T

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Numero barionico: $B = \frac{1}{3}(n_q - n_{\bar{q}})$

con n_q numero quark e $n_{\bar{q}}$ numero antiquark.

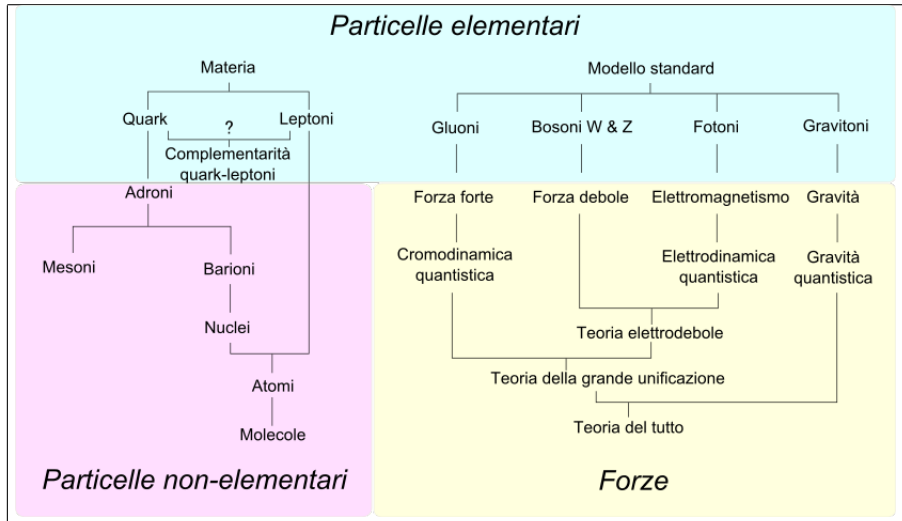
Il numero barionico viene quasi sempre conservato in ogni interazione prevista dal modello standard. I barioni sono costituiti da un numero dispari di quark di valenza, appartengono a fermioni e adroni, interagiscono forte.

Numero leptonico: $L = n_l - n_{\bar{l}}$

numero di leptoni e numero di antileptoni.

I leptoni sono particelle elementari appartenenti ai fermioni. possono essere carichi o neutri. ce ne sono tre tipi: (e^-, ν_e) (μ^-, ν_μ) (τ^-, ν_τ)

Il numero leptonico è conservato nelle interazioni forti ed em. In quelle deboli c'è una leggera violazione dovuta all'oscillazione dei neutrini.



Parità: $P\psi(r) = \psi(-r)$ $P^2 = Id$ ha quindi autovalori ± 1

Coniugazione di carica: $C(e^-) = e^+$ inverte tutti i numeri quantici $C^2 = Id \Rightarrow \eta_C = \pm 1$ solo gli stati completamente neutri possono essere autostati di C (quindi nemmeno il neutrone perchè cambia il numero barionico)

Inversione temporale: $T\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}, -t)$

Partendo dall'eq di schrodinger $i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t}(\vec{r}, t) = H\psi(\vec{r}, t)$

coniugato: $-i\hbar \frac{\partial \phi^*}{\partial t}(\vec{r}, t) = H\psi^*(\vec{r}, t)$

Inversione temporale: $i\hbar \frac{\partial \phi^*}{\partial t}(\vec{r}, -t) = H\psi^*(\vec{r}, -t) \Rightarrow \psi^*(\vec{r}, -t)$ sol dell'eq di schrodinger con la stessa energia di $\psi(\vec{r}, t)$ se $THT^{-1} = H$

DEFINITION

Legge del bilancio dettagliato

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Violazione di P : esperimento di Wu

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Violazione di P : esperimento di Wu PT 2

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Conseguenza significativa dell'invarianza temporale è l'invarianza dell'elemento di matrice:

$$\langle f|U|i\rangle = \int d\vec{r} \psi_f^*(\vec{r}) U(\vec{r}) \psi_i(\vec{r}) \rightarrow T \rightarrow \int d\vec{r} \psi_f(\vec{r}) U(\vec{r}) \psi_i^*(\vec{r}) = \langle i|U|f\rangle$$

Se la matrice è invariante allora $|U_{fi}| = |U_{if}|$ e quindi:

$$P(i \rightarrow f) = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f|U|i\rangle|^2 \rho(E_f) \quad P(f \rightarrow i) = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle i|U|f\rangle|^2 \rho(E_i)$$

la differenza è solo nel termine di densità degli stati e in situazione di equilibrio: $\frac{dN}{dt} = N_i P(i \rightarrow f) - N_f P(f \rightarrow i) = 0$ allora:

$$\frac{N_i}{N_f} = \frac{P(f \rightarrow i)}{P(i \rightarrow f)} = \frac{\rho(E_i)}{\rho(E_f)} \quad \textbf{Principio del bilancio dettagliato}$$

Interazioni em e interazioni forti conservano la parità P mentre le interazioni deboli la violano.

Sappiamo che per un operatore pseudoscalare S ($P(S) = -S$) se P è una simmetria allora il valore di aspettazione di S non deve cambiare allora $\langle S \rangle = 0$.

L'esperimento di Wu sfrutta il decadimento β di $^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e + 2\gamma$ che ha uno spin importante e quindi in presenza di campo \vec{B} può venire polarizzato. Possiamo quindi confrontare l'emissione di fotoni che seguono interazione em (conserva P) ed elettroni.

A temperature basse 10^{-3}K , $\mu_N = 3 \times 10^{-3} \frac{eV}{T}$ applicando un campo dell'ordine del Tesla ho $10^{-3}eV$.

L'agitazione termica mescola le possibili orientazioni perchè la probabilità di essere allineati a \vec{B} è data dall'esponenziale della differenza di energia tra i due stati per $\frac{1}{kT}$ allora per avere effetti apprezzabili di questa differenza devo andare a basse temperature.

Polarizzazione = $\tanh(\frac{\vec{B} \cdot \vec{\mu}}{kT})$ da meccanica statistica,

Per $T \rightarrow \infty$ $Pol = 0$ $T \rightarrow 0$ $Pol = \pm 1$

La violazione di P viene osservata con la correlazione con \vec{B} degli elettroni emessi: ad alte temperature i nuclei non sono polarizzati, raffreddandosi la polarizzazione è apprezzabile e aumentano i fotoni emessi in direzione perpendicolare a \vec{B} e diminuiscono quelli paralleli. Quando inizio a fare misure il mio campione si inizia a scaldare e convergono di nuovo a non polarizzati. Questa polarizzazione non dipende dal sgn di \vec{B} .

Invece gli elettroni quando il sist è polarizzato a volte aumentano e a volte diminuiscono a seconda della direzione di \vec{B} . Ho più elettroni emessi in direzione opposta a \vec{B} che nella stessa, allora ho più elettroni con $\vec{p} \cdot \vec{B} < 0$ che $\vec{p} \cdot \vec{B} > 0$, allora $\langle \vec{p} \cdot \vec{B} \rangle \neq 0$ cioè le interazioni deboli violano la parità.

DEFINITION

Come è stata osservata la violazione di CP? Processo studiato ed osservabili.

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Le proprietà del muone

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Il pione: determinazione dei suoi numeri quantici

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE



Il muone è una particella elementare con carica elettrica negativa e spin pari a $1/2$, caratteristico dei fermioni.

$m(\mu) = 105,7 MeV/c^2 \simeq 207 m_e$ quindi meno accelerato in campi em $\tau_\mu = 2.2 \mu s$. Come per tutti i leptoni carichi esiste un neutrino muonico che conserva il sapore leptonico.

Sono dopo gli e^- le particelle cariche più leggere allora possono decadere solo in e^- e particelle neutre: $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$ altri decay ammessi da conservazione di carica e momento angolare non si osservano:

$\mu^- \not\rightarrow e^- + \gamma$ $\mu^- \not\rightarrow e^- + e^+ + e^-$ $\mu^- \not\rightarrow e^- + \gamma + \gamma$ perchè violano il **numero leptonico muonico** $\mu^-, \nu_\mu = 1$ $\mu^+, \bar{\nu}_\mu = -1$

Esiste in **3 stati di carica** π^+ , π^- , π^0 .

Inizialmente furono osservati solo gli stati carichi con $m_\pi = 139.57108 \pm 0.00035 MeV$ e $\tau_\pi = (2.6033 \pm 0.0005) \times 10^{-8} s$ allora π **decade debole** (interazioni forti hanno tempi + lunghi) e **a 2 corpi**, infatti si osserva che μ ha momento fisso $\simeq 300 MeV/c$ compatibile col rinculo contro una particella leggerissima e neutra e non essendoci interazioni γ la particella deve essere il neutrino: $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$ $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$. Siccome decade in due particelle di spin semi-intero allora π ha **spin intero**.

Successivamente è stato oss anche π^0 neutro con $m_{\pi^0} = 134.9766 \pm 0.0006 MeV$ e $\tau_{\pi^0} = (8.52 \pm 0.18) \times 10^{-17} s$, $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ decay em

Siccome abbiamo 3 partic le interazioni forti che non distinguono la carica vedono questi tre stati come un **tripletto di spin isotopico** $I = 1$

DEFINITION

Il pione: determinazione dei suoi numeri quantici PT 2

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Il pione: determinazione dei suoi numeri quantici PT 3

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Il pione: decadimenti e loro cinematica

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

I pioni vengono prodotti in abbondanza in interazioni forti pp, pn
Spin: misurato sfruttando l'invarianza per inversione temporale delle interazioni forti possiamo utilizzare il principio del bilancio dettagliato.
 $p + p \rightarrow d + \pi^+ \quad o \quad d + \pi^+ \rightarrow p + p$ con prob transizione da golden rule
 $\lambda_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{if}|^2 \rho(E_f) \quad \lambda_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho(E_i)$, x invar temp $|M_{fi}|^2 = |M_{if}|^2$
 Legame σ e λ_{if} : $\lambda_{if} = \frac{\beta_{ic}}{d} \frac{1}{V} \sigma(i \rightarrow f) d$ (flusso $\frac{v}{d}$, densità $\frac{1}{V}$, spessore d)
 Lo spin mi dà degenerazione sul numero di stati finali:
 $\rho(E_{\pi+d}) = (2S_\pi + 1)(2S_d + 1) \frac{V^2 4\pi p_\pi^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{dp_\pi}{dE_{\pi+d}} = (2S_\pi + 1) 3 \frac{V^2 4\pi p_\pi^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{dp_\pi}{dE_{\pi+d}}$
 Inoltre $E_{\pi+d} = E_\pi + E_d \Rightarrow \frac{dp_\pi}{dE_{\pi+d}} = \frac{dp_\pi}{dE_\pi} = \frac{1}{\beta_{\pi c}}$ sia caso relativistico che non
 Nel caso di stato finale p+p no stati simmetrici allora:
 $\rho(E_{pp}) = \frac{1}{2} (2S_p + 1)(2S_p + 1) \frac{V^2 4\pi p_p^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{dp_p}{dE_{pp}} = 2 \frac{V^2 4\pi p_p^2}{(2\pi\hbar)^3} \frac{1}{\beta_{pc}}$
 Tornando a $\sigma = \frac{V}{\beta_{ic}} \lambda_{if} \Rightarrow \frac{\sigma(pp \rightarrow \pi d)}{\sigma(\pi d \rightarrow pp)} = \frac{3(2S_\pi + 1)}{2} \frac{p_\pi^2}{p_p^2}$ sperimentalmente $= \frac{3}{2} \frac{p_\pi^2}{p_p^2}$
 Allora $S_\pi = 0$ da invarianza per inversione temporale

Parità: $\pi^- + d \rightarrow n + n$ no barriera coulombiana da superare, allora posso usare basse energie tipo $p_\pi \rightarrow 0$ cioè in onda s ($l=0$),
 allora $\vec{J} = \vec{S}_d \quad J = S_d = 1$.
 Parità sist iniziale: $\eta_\pi \eta_d (-1)^{l_{\pi+d}} = \eta_\pi$
 Essendo un sist a interazioni forti parità iniziale=finale
 $\eta_n \eta_n (-1)^{l_{n+n}} = (-1)^{l_{n+n}}$.
 Lo stato ha 2 partic identiche a spin 1/2 allora funzioni d'onda globalmente antisimmetriche con $J_{tot} = 1$.
 Se $S_{nn} = 0 \Rightarrow$ spin antisim $\Rightarrow l = 0, 2, \dots \Rightarrow J = l \neq 1 \rightarrow S = 0$ non ammesso
 Se $S_{nn} = 1 \Rightarrow$ spin sim \Rightarrow orb antisim $l = 1, 3, \dots \Rightarrow J = l = 1 \rightarrow$ parità -1
 Quindi $\eta_\pi = -1$

$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu$
 Nel sistema del cm $|p_\mu^*| = |p_\nu^*| = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi}$, $E_\nu^* = |p_\nu^*|$,
 $E_\mu = \sqrt{m_\mu^2 + p_\nu^{*2}} = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi}$
 $p_T^* = |p^*| \sin\theta^* \quad p_L^* = |p^*| \cos\theta^*$, se π si muove con β_π otteniamo
 $E_\nu = |p_\nu^*| = \gamma_\pi (E_\nu^* + \beta_\pi E_\nu^* \cos\theta_\nu^*) = \frac{\gamma_\pi m_\pi}{2} (1 + \beta_\pi \cos\theta_\nu^*) (1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2})$
 Allora $\frac{1-\beta_\pi}{2} (1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}) < \frac{E_\nu}{E_\pi} < \frac{1+\beta_\pi}{2} (1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2})$
 Per pioni relativistici $0 < \frac{E_\nu}{E_\pi} < 1 - \frac{m_\mu^2}{E_\pi^2} = 0.428$
 e siccome π non ha spin ho decay isotropo
 $\frac{dN}{d\cos\theta^*} = \frac{1}{2} \frac{dN}{dE_\nu} = \frac{dN}{d\cos\theta^*} \frac{d\cos\theta^*}{dE_\nu}$ con $\cos\theta^* = \frac{E_\nu - |\vec{p}^*| \gamma_\pi}{|\vec{p}^*| \gamma_\pi \beta_\pi}$
 allora: $\frac{d\cos\theta^*}{dE_\nu} = \frac{1}{\gamma_\pi \beta_\pi |\vec{p}^*|} \Rightarrow \frac{dN}{dE_\nu} = \frac{1}{|\vec{p}^*| (1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2})}$
 Allora la distribuzione di ν e quindi dei π è uniforme.

DEFINITION

Il pione: decadimenti e loro cinematica PT 2

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Lo spin isotopico e la sua applicazione a produzione e decadimento di risonanze πN e $\pi\pi$

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Le particelle strane

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Se π è a energie molto alte è ragionevole approssimare $E_\pi \simeq |\vec{p}_\pi|$ $\beta_\pi \simeq 1$

Posto $\xi = \frac{E_\nu}{E_\pi}$ otteniamo $\frac{dN}{d\xi} = \frac{1}{1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}}$

La distribuzione angolare dei ν si calcola facilmente

$$p_L = |\vec{p}^*| \gamma_\pi \beta_\pi + |\vec{p}^*| \cos \theta^* \gamma_\pi \quad p_T = |\vec{p}^*| \sin \theta^*$$

approssimando $\beta_\pi \simeq 1$

$$\tan \theta = \frac{p_T}{p_L} = \frac{1}{\gamma_\pi} \frac{\sin \theta^*}{1 + \cos \theta^*} = \frac{1}{\gamma_\pi} \frac{2 \sin(\theta^*/2) \cos(\theta^*/2)}{2 \cos^2(\theta^*/2)} \Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\gamma_\pi} \tan \frac{\theta^*}{2}$$

$$E_\nu = E_\pi \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right) \frac{1}{1 + \gamma_\pi^2 \tan^2 \theta}$$

Lezione 13

Particelle pesanti prodotte con interazioni forti che decadono deboli.
Prodotte sempre in coppia allora nuovo numero quantico conservato:
stranezza.

Consistente con l'introduzione di quark s.

Mesoni: $J^P = 0^-$: $K^+, K^-, K^0, m_{K^+} = 493.677 MeV, m_{K^0} = 497.646 MeV$
 $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^- \quad K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \quad K^+ \rightarrow \mu^+ \nu \quad K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$

Iperioni: (barioni con stranezza) $J^P = \frac{1}{2}^+$

$$\Lambda^0 \rightarrow p \pi^0 \quad m_\Lambda = 1115.683 MeV$$

$$\Sigma^+ \rightarrow p \pi^0 \quad m_{\Sigma^+} = 1189.37 MeV$$

$$\Sigma^\pm \rightarrow n \pi^\pm \quad m_{\Sigma^-} = 1197.449 MeV$$

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 \pi^- \quad m_\Xi = 1321.31 MeV$$

Hanno vite medie dell'ordine di $10^{-8} - 10^{-10} s$ allora decay deboli

Dal tasso di produzione si evince σ dell'ordine di mb allora la produzione è un processo forte

DEFINITION

Perdita di energia per collisione

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Perdita di energia per collisione PT 2

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Perdita di energia per bremsstrahlung e lunghezza di radiazione

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Particella carica veloce e pesante (cioè $v \gg v_e$ e non viene deviata significativamente dalla singola interazione) entra nel mezzo e perde energia dall'interazione con gli elettroni del mezzo.

e^- a distanza b riceve impulso $\Delta \vec{P} = \int \vec{F} dt = - \int e \vec{E} dt$.

L'impulso tot è trasverso e l' e^- ha energia finale $T = \frac{\Delta \vec{P}^2}{2m_e}$

Nel sdr della particella otteniamo

$$\Delta P = - \int e E_{\perp} dt = \frac{e}{v} \int E_{\perp} dz = \frac{1}{2\pi b} \frac{e}{v} \int E_{\perp} dz b d\varphi = \frac{1}{2\pi b} \frac{e}{v} \phi(\vec{E}) = \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{vb} =$$

$$= 2\alpha Z \frac{\hbar c}{vb} = 2\alpha Z \frac{\hbar}{\beta b} \Rightarrow \Delta E = \frac{\Delta P^2}{2m_e} = 2\alpha^2 Z^2 \frac{\hbar^2}{m_e \beta^2 b^2}.$$

Chiariamo approssimazione veloce e pesante: perdendo ΔE ho deviazione

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta P}{M\beta c}, \text{ i risultati valgono se } \frac{\Delta P}{P} = \frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{Mv^2 b} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 b} \frac{1}{\frac{1}{2} Mv^2} \ll 1$$

e $\Delta E \ll \frac{1}{2} mv^2$, allora l'energia trasferita a un e^- a distanza b è quella sopra.

Percorrendo uno spazio dx la particella incontra un numero di e^- a distanza b $2\pi b db dx n_e$ con $n_e = z \frac{N_A}{A} \rho$ con z numero di protoni del materiale.

Allora la perdita di energia per unità di lunghezza è:

$$\frac{dE}{dx} = \int_{b_{min}}^{b_{max}} 2\pi b db n_e 2Z^2 \alpha^2 \frac{\hbar^2}{m_e \beta^2 b^2} = \frac{4\pi Z^2 \alpha^2 \hbar^2 n_e}{m_e \beta^2} \int db \frac{1}{b}$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z^2 \alpha^2 \hbar^2}{m_e \beta^2} \frac{z N_A}{A} \rho \log \frac{b_{max}}{b_{min}} \text{ ma quanto valgono } b_{max} \text{ e } b_{min}?$$

E' meglio utilizzare le corrispondenti energie trasferite:

$$E_{\frac{max}{min}} = 2Z^2 \alpha^2 \frac{\hbar^2}{m_e \beta^2 b_{\frac{min}{max}}^2}$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} Z^2 \frac{z N_A \rho}{A} \frac{1}{2} \log \frac{E_{max}}{E_{min}} \text{ con } r_e = \frac{\alpha \hbar}{m_e c} \text{ raggio classico } e^-$$

$$\text{con approssimazione naive: } E_{max} = T_{max} = \frac{2\gamma^2 \beta^2 m_e c^2}{1 + 2\gamma \frac{m_e}{M} + (\frac{m_e}{M})^2} \text{ Max en } e^-$$

e $E_{min} = \bar{I}$ in media eccitazione e^- più esterni

Dal calcolo completo di Bethe-Bloch:

$$\frac{dE}{dx} = 4\pi r_e^2 m_e c^2 Z^2 \frac{z N_A \rho}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \log \frac{2\gamma^2 \beta^2 m_e c^2 T_{max}}{\bar{I}^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\gamma\beta)}{2} \right]$$

Non dipende dalla particella incidente ma solo da $\gamma\beta$, a bassi momenti scala come $\frac{1}{\beta^2}$ e poi risale relativistica come $\log \gamma$ e ha un minimo a $\gamma\beta \sim 3$ indipendentemente dal mezzo.

Anche se ricavata per particelle pesanti la Bethe-Bloch funziona bene anche per e^- con alcune differenze:

- Nell'urto è possibile trasferire grandi frazioni di energia ad altri e^-
- Possibili grandi accelerazioni nello scattering su nuclei
- Particelle cariche accelerate emettono radiazione: **Bremsstrahlung** cioè radiazione di frenamento

l' e^- entra nel campo del nucleo e viene deflesso emettendo un fotone, fenomenologicamente si osserva che l'emissione è proporzionale all'energia:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0} \text{ dove } X_0 \text{ **lunghezza di radiazione** } X_0 = \frac{716.4A}{Z(Z+1) \log[287/\sqrt{Z}]} [g/m^2]$$

Dipende solo dal mezzo e ha un fattore $\frac{1}{Z^2}$ da irraggiamento su nucleo e $\frac{1}{Z}$ da irraggiamento su e^-

Bremsstrahlung in competizione con perdita per collisione ad alte en

$$\frac{dE}{dx} = - \langle \frac{dE}{dx} \rangle_{coll} - \frac{E}{X_0} \text{ definiamo **energia critica** } E_c = X_0 \langle \frac{dE}{dx} \rangle_{coll}$$

$E < E_c$ prevale collisione, $E > E_c$ prevale radiazione

DEFINITION

I tre processi di interazione di fotoni con la materia: dipendenza da Z ed E

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

I tre processi di interazione di fotoni con la materia: dipendenza da Z ed E PT 2

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Concetto e proprietà di una sciame

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

◦ **Effetto Fotoelettrico:** un fotone trasferisce a e^- atomico sufficiente energia da ionizzarlo (il processo ha una soglia che dipende dall'atomo)
abbiamo $\sigma \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^{3.5}}$. Il processo è possibile solo se l'energia del fotone è maggiore dell'energia di soglia della shell $E_\gamma > I_{KL} \Rightarrow T_e = E_\gamma - I_{KL}$

◦ **Effetto Compton:** un fotone interagisce con un e^- libero

$\gamma: (E_0, \vec{k}) = (E_0, 0, 0, E_0) \rightarrow (E, \vec{k}') = (E, E \sin \theta \cos \varphi, E \sin \theta \sin \varphi, E \cos \theta)$

$e^-: (m_e, \vec{0}) \rightarrow (E_0 + m_e - E, \vec{k} - \vec{k}')$

Nel sdr $e^-: \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 \left(\frac{E}{E_0}\right)^2 (\phi_0 + \phi_1 + \phi_2)$ con $r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} = 2.8 fm$

-sezione d'urto non polarizzata e in E di γ uscente correlata all'angolo di emissione θ da $\phi_0 = \frac{E}{E_0} + \frac{E_0}{E} - \sin^2 \theta$

- polarizzazione lineare $\phi_1 = -\sin^2 \theta \cos 2\varphi$ (φ azimutale tra dir scattering e polarizz fotoni)

-polarizzazione circolare $\phi_2 = -\xi \frac{1-\cos\theta}{m_e} \zeta (\vec{k} \cos \theta + \vec{k}')$ con elicità di γ : $\xi = \pm 1$ e ζ vettore di spin dell'elettrone ($\zeta^2 = 1$)

◦ **Pair Production:** il fotone interagisce con un nucleo o un e^- che fanno da spettatori esterni che prendono qdm permettendo al fotone di generare una coppia e^-, e^+ .

Esiste un energia di soglia:

- Su nucleo $\sqrt{s} > 2m_e c^2 + m(A, Z)c^2$
- Su e^- $\sqrt{s} > 3m_e c^2$

Al di sopra della soglia la sezione d'urto satura rapidamente a un valore cost.

$\mu_{coppie} = \frac{7}{9} \frac{1}{X_0}$ coefficiente di assorbimento.

Abbiamo che in generale per i fotoni $N(x) = N_0 \exp[-\mu x]$ con $\mu = \frac{\rho}{A} N_A \sigma = \frac{\rho}{A} N_A (\sigma_{pe} + \sigma_{comp} + \sigma_{pair})$ Con diverse zone in cui dominano gli effetti a seconda del valore di Z e E.

Supponiamo di avere e^- ad alta energia, allora domina eff Bremsstrahlungs fintanto che $\langle \frac{dE}{dx} \rangle_{coll} < \frac{E}{X_0}$. allora si crea un fotone. Questo può convertirsi in coppie che a loro volta possono fare Bremsstrahlungs e così via fino a che l'energia non scende sotto la soglia.

Questo principio vale anche per gli adroni.

La sezione d'urto per interazioni nucleari ad alta energia è prop all'area del nucleo $V_N \propto A \Rightarrow r_N \propto A^{1/3} \Rightarrow \sigma_N \simeq \pi r_N^2 \propto A^{2/3}$, allora il cammino libero medio sarà $\lambda_1 = \frac{1}{\sigma_N} = \frac{A}{\rho N_A \sigma_N} \propto \left(\frac{1}{\rho}\right) A^{1/3}$ lunghezza di interazione

Ad ogni interazione possono venire prodotti adroni che possono interagire ecc \rightarrow sciame adronici

Gli adroni prodotti possono produrre e^\pm o γ durante interazioni o decay e generare sciame em secondari

DEFINITION

Modello di Heitler degli sciami

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Scattering elastico elettrone-protone

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Scattering anelastico elettrone-protone PT 2

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Meccanismo generico per processi di interazione tramite urti anelastici:

- Una particella percorre una lunghezza λ tra due interazioni
- \forall interazione vengono prodotte m particelle con momento trasverso tipico p_T
- Le particelle prodotte interagiscono a loro volta fino a quando l'energia non si è degradata sotto una certa energia critica E_c .
- A quel punto vengono semplicemente assorbite in una distanza tipica $\frac{E_c}{(\frac{dE}{dx})_{coll}}$

In realtà m non è davvero costante, soprattutto per gli sciame adronici che producono molti più adroni all'inizio

Iniziando uno sciame con una particella di energia E il numero max di prodotti secondari $N = \frac{E}{E_c}$ sarà raggiunto dopo un certo numero di lunghezze

di interazione $N = m^n \Rightarrow n = \frac{\log E/E_c}{\log m}$ supponendo no dissipazione.

Allora lunghezza sciame: $L = \frac{\lambda}{\log m} \log \frac{E}{E_c} + \frac{E_c}{-dE/dx}$.

Allargamento tra interazioni $i - (i + 1)$ $R_i = \lambda \frac{p_T}{E_i} = \lambda \frac{p_T}{E} m^i$

Allargamento totale: $R_{max} = \sum_{i=1}^{n-1} \lambda \frac{p_T}{E} m^i = \frac{\lambda p_T}{E} \frac{m^n - m}{m - 1} \simeq \frac{1}{m - 1} \frac{\lambda p_T}{E_c}$

e^- incidente su N a riposo lungo asse z, m_e trascurabile, m_N massa nucleo.

e^- scambia fotone con N trasferendo tetramomento \vec{q} .

Massa stato adronico finale $W^2 = (p + q)^2 = m_N^2 + 2pq + q^2$

$k = (E, 0, 0, E) \rightarrow k' = (E', E' \sin \theta, 0, E' \cos \theta)$

$p = (m_N, 0, 0, 0) \rightarrow q = (E - E', -E' \sin \theta, 0, E - E' \cos \theta)$

3 tetravetti indip ricombinabili in 3 quantità scalari:

En del cm: $s = (p + k)^2 = m_N^2 + 2m_N E$

2 a scelta tra:

- mom trasf $q^2 = (k - k')^2 = -2kk' = -2EE'(1 - \cos \theta) = -4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}$

Per comodità def $Q^2 = -q^2$

- Frazione energia trasportata $y = \frac{2(pq)}{2(pk)} = \frac{E - E'}{E} \in (0, 1)$

- $X_B = \frac{Q^2}{2(pq)} \in (0, 1)$ nel caso elastico vincolo $W^2 = m_N^2 \Rightarrow x = 1$

$\Rightarrow \frac{E}{E'} = \frac{1}{1 + (2E/m_N) \sin^2 \theta/2}$

Invarianti relativistiche: s, q^2, y, x, W^2 .

Nel caso anelastico parte dell'en trasf viene usata per creare nuove particelle

$W^2 > m_N^2 \Rightarrow 2pq + q^2 > 0 \Rightarrow x = \frac{-q^2}{2pq} < 1 \Rightarrow \frac{2EE'(1 - \cos \theta)}{2m_N(E - E')} < 1$

$\Rightarrow \frac{E}{E'} < \frac{1}{1 + E/m_N(1 - \cos \theta)} = \frac{1}{2E/m_N \sin^2 \theta/2}$ allora si perde il vincolo tra E' e θ quindi cross section doppia-differenziale in en e angolo.

x e Q^2 sono indip e i fattori di forma possono dip da entrambi.

$\frac{d^2 \sigma}{d\Omega dE'} = (\frac{d\sigma}{d\Omega})_{mott} [\frac{1}{E - E'} F_2(x, Q^2) + \frac{2}{m_N} F_1(x, Q^2) \tan^2 \theta/2]$ F_1, F_2 adim.

Simile a rosenbluth per scattering elastico.

Fix E, θ si fa variare la selezione energetica dello spettrometro E' con soglia dello spettrometro $E'_{min} \sim 3 GeV$ e $E'_{max} = \frac{E}{1 + \frac{2E}{m_N} \sin^2 \frac{\theta}{2}}$

coprendo range $4EE'_{min} \sin^2 \theta/2 < Q^2 < 4EE'_{max} \sin^2 \theta/2$

allora $W^2 = m_N^2 + 2m_N(E - E'_{min}) - 4EE'_{min} \sin^2 \theta/2$ nella struttura a basso W osservo la struttura delle risonanze, qui la cross section decresce fortemente con Q^2 . Ad alto W non si osservano variaz così marcate

DEFINITION

Funzioni di struttura ed evidenza dei quark

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Funzioni di struttura ed evidenza dei quark PT 2

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Barioni e mesoni, interpretazione nel modello a quark costituenti

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Si possono ricavare F da σ studiando a θ fix diverse E quindi diverse Q^2 e si vede che seguono la stessa curva indip da E : $F(x, Q^2) = F(x)$ legge di scaling.

Si spiega assumendo che le interaz siano dovute a scattering elastico di e^- con i quark del nucleone. Per dim consideriamo alte en per tras massa del protone $\Rightarrow p^2 = 0$

Chiamo $f_q(\xi)$ prob di trovare nel nucleone un quark q con fraz ξ di qdm.

Per scattering elastico $(\xi p)^2 = (\xi p + q)^2 \quad \xi^2 p^2 = \xi^2 p^2 + 2\xi p q + q^2$

allora $\xi = \frac{-q^2}{2pq} = x$ con $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_q(\xi) = (\frac{d\sigma}{d\Omega})_{mott} e_q^2 [1 + \frac{Q^2}{2\xi^2 m_N^2} \tan^2 \frac{\theta}{2}]$

cross section per collisione elastica con q a fraz ξ del momento del protone

Il contributo di questo tipo di quark a σ_{tot} è l'integ di tutti i possibili ξ pesati per la prob.

$$\begin{aligned} (\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'})_q &= \int d\xi f_1(\xi) (\frac{d\sigma}{d\Omega})_{mott} e_q^2 [1 + \frac{Q^2}{2\xi^2 m_N^2} \tan^2 \frac{\theta}{2}] \delta(E' - E + \frac{Q^2}{2\xi m_N}) \\ &= \int d\xi f_1(\xi) (\frac{d\sigma}{d\Omega})_{mott} e_q^2 [\frac{2\xi^2 m_N}{Q^2} + \frac{1}{m_N} \tan^2 \frac{\theta}{2}] \delta(\xi - \frac{Q^2}{2m_N(E-E')}) \end{aligned}$$

$$(\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'})_q = (\frac{d\sigma}{d\Omega})_{mott} e_q^2 f_q(\frac{Q^2}{2m_N(E-E')}) [\frac{Q^2}{2m_N(E-E')} + \frac{1}{m_N} \tan^2 \frac{\theta}{2}]$$

Contributo del singolo quark alla cross section

$$\begin{aligned} x = \frac{Q^2}{2pq} = \frac{Q^2}{2m_N(E-E')} &\Rightarrow (\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'})_q = (\frac{d\sigma}{d\Omega})_{mott} e_q^2 f_q(x) [\frac{x}{E-E'} + \frac{1}{m_N} \tan^2 \frac{\theta}{2}] \\ &= (\frac{d\sigma}{d\Omega})_{mott} [\frac{x e_q^2 f_q(x)}{E-E'} + \frac{e_q^2 f_q(x)}{m_N} \tan^2 \frac{\theta}{2}] \end{aligned}$$

Sommando su tutti i possibili quark:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} &= (\frac{d\sigma}{d\Omega})_{mott} [\frac{x \sum e_q^2 f_q(x)}{E-E'} + \frac{\sum e_q^2 f_q(x)}{m_N} \tan^2 \frac{\theta}{2}] \\ \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} &= (\frac{d\sigma}{d\Omega})_{mott} [\frac{1}{E-E'} F_2(x, Q^2) + \frac{2}{m_N} F_1(x, Q^2) \tan^2 \frac{\theta}{2}] \\ F_2(x, Q^2) &= x \sum_q e_q^2 f_q(x) \quad F_1(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 f_q(x) \end{aligned}$$

$\Rightarrow F_2(x) = 2xF_1(x)$ **relazione di Callan-Gross** (verif sperimentamente)

Ci sono 2 quark in doppietto di isospin $\uparrow\downarrow$ con $S = 1/2$, $B = 1/3$

$u \rightarrow I_3 = +1/2 \Rightarrow Q = B/2 + I_3 = 2/3$

$d \rightarrow I_3 = -1/2 \Rightarrow Q = B/2 + I_3 = -1/3$

Barioni:

3 quark $\rightarrow B = 1$, spin semintero e 2 possibili val di isospin:

$I = \frac{3}{2}$ Risonanze Δ [$uuu(++), uud(+), udd(0), ddd(-)$]

$I = \frac{1}{2}$ nucleoni e Risonanze N [$uud(p), udd(n)$]

Mesoni:

$q\bar{q} \Rightarrow B = 0$, spin intero \Rightarrow siccome in stato fond $l=0$ $J^{PC} = 0^{-+}, 1^{--}$

Isospin:

$I = 1 \rightarrow$ risonanze $\pi(0^{-+})$ e $\rho(1^{--})$ [$u\bar{d}, \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}), d\bar{u}$]

$I = 0 \rightarrow$ risonanze $\eta(0^{-+})$ e $\omega(1^{--})$ [$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$]

DEFINITION

Classificazione dei mesoni nel modello $SU(3)$ di sapore

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Classificazione dei barioni nel modello $SU(3)$ di sapore

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Ampiezze di transizione secondo il modello $SU(3)$ ed ipotesi di Cabibbo

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Mesoni $q\bar{q}$ (B=0) per i 3 sapori possibili 9 combinazioni
 Possibili combinazioni di spin 0(singoletto g=1), 1(g=2)
 $I_3 = 0 \Rightarrow Y = 0$ formato da tre coppie $u\bar{u}$ $d\bar{d}$ $s\bar{s}$ che formano i 3 mesoni con ipercarica nulla:
 $\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) \quad I = 1 \quad I_3 = 0$
 $\eta = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} - d\bar{d} - 2s\bar{s}) \quad I = 0 \quad I_3 = 0$
 $\eta' = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} - d\bar{d} + s\bar{s}) \quad I = 0 \quad I_3 = 0$
 In realtà siccome SU(3) è rotta dalla massa di s gli stati reali sono combinazioni di questi, specialmente nel caso di mesoni vettoriali 1^{--} :
 $\rho^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) \quad \phi = s\bar{s}$

3 quark quindi combinazioni di spin $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$, corrispondenti a combinazioni antisimmetriche ottetto e decupletto.
 il decupletto contiene gli stati eccitati dell'ottetto con in più gli estremi Δ^{++} Δ^- e Ω^-
 In particolare $p^* = \Delta^+ \quad n^* = \Delta^0$

Studiando il decay dei mesoni K con lo stesso metodo dei decay β otteniamo
 $\lambda = \frac{G_F^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar} (m_e c^2)^5 f(Z, Q)$, per $Q \gg m_e \rightarrow (m_e c^2)^5 f(Z, Q) \simeq \frac{Q^5}{30}$
 Nel caso del decay $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ (da spin 0 a spin 0)
 posso approssimare $M_{fi} \simeq \langle \pi^+ | V_+ | \bar{K}^0 \rangle = 1$ (la trasformazione da \bar{K}^0 a π^+ è mediata da V_+) con un approssimazione peggiore dei decay super-permessi.
 In verità non potrei usare questo M_{fi} perchè i fattori di forma $f(q^2)$ non sarebbero trascurabili per la rottura della simmetria da parte di m_s .
 Allora otteniamo $\Gamma(\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e) = \frac{G_S^2 (m_k - m_\pi)^5}{60\pi^3}$
 con $Q = m_k - m_\pi \simeq 350 MeV \gg m_e$, $\tau_{\bar{K}_L^0} = (5.116 \pm 0.021) \times 10^{-8} s$
 Allora $BR(\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e) = (40.55 \pm 0.11)\%$
 e quindi $G_S = 0.13 \times 10^{-5} GeV^{-2} \ll G_F$ l'interazione debole sembrava universale ma smette di funzionare nelle particelle strane.
 $\frac{G_S}{G_F} = 0.2252 \pm 0.0009$ e nei decay $\beta \quad \frac{G_\beta}{G_F} = 0.98563 \pm 0.00013$.

DEFINITION

Ampiezze di transizione secondo il modello $SU(3)$ ed ipotesi di Cabibbo PT 2

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Ampiezze di transizione secondo il modello $SU(3)$ ed ipotesi di Cabibbo PT 3

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Oscillazioni particella-antiparticella

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Sperimentalmente $G_S^2 + G_B^2 = G_F^2 \Rightarrow G_F^2 \cos^2 \theta_c + G_F^2 \sin^2 \theta_c = G_F^2$

Ciò permette di conservare l'universalità delle interazioni deboli assumendo che il quark che partecipa alle interazioni deboli sia $u \leftrightarrow d' = d \cos \theta_c + s \sin \theta_c$ mentre μ ha un solo partner con cui interagire π e allora la costante di interazione è $\max G_F$, il quark u può accoppiarsi con s o d e quindi si accoppia con una loro d'

Questa teoria fa un po' cacare perchè c'è una forte asimmetria tra il quark u e i 2 quark d e s . Ciò porta a supporre che esista un quarto quark c charm

Allora c'è un nuovo numero quantico C conservato nelle interazioni forti ed em e violato in quelle deboli $Y = B + S + C \quad Q(c) = +2/3$

E la probabilità di transizione nei decadimenti deboli è mediata da una matrice di mescolamento dei quark.

$$\begin{pmatrix} u & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

c fu effettivamente scoperto con $m_c \sim 1.6 GeV$

Successivamente furono scoperti altri 2 quark b (bottom o beauty) e t (top)

b : $Q=-1/3$, $m_b \sim 5 GeV$

t : $Q=+2/3$, $m_t \sim 175 GeV$

Le transizioni sono quindi mediate dalla matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa.

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \text{ matrice unitaria}$$

Transizioni sempre + improbabili all'aumentare della differenza di massa delle famiglie.

Il fatto che la matrice sia unitaria mantiene l'universalità delle interazioni deboli: infatti sommando in quadratura gli elementi di una riga ottengo 1

Il fatto che le interazioni deboli non conservino il sapore dei quark permette che avvenga la trasformazione di una particella nella sua antiparticella! (**fico**)
Descriviamo il fenomeno introducendo un Hamiltoniana efficace che descriva anche il decadimento.

Alcuni stati mesonici neutri come $K^0(d\bar{s}) \longleftrightarrow \bar{K}^0(\bar{d}s)$ e $B_d^0(d\bar{b}) \longleftrightarrow \bar{B}_d^0(\bar{d}b)$ differiscono dalla loro antiparticella solo per il numero quantico di sapore che non è conservato nelle weak interaction allora ho probab di avere oscillaz partic-antipartic.

Per partic in quiete $E = m \Rightarrow i \frac{d}{dt} \psi = m \psi$ eq. di schr con $m = \langle \psi | H | \psi \rangle$

Allora evoluz temp $\psi(t) = \psi(0) e^{-imt} \rightarrow |\psi(t)|^2 = |\psi(0)|^2$ prob cost

Se partic instabile descrivibile con comp immaginaria dell'autoval di H che rappr il decay $H\psi = (m - i\frac{\gamma}{2})\psi \rightarrow |\psi(t)|^2 = |\psi(0)|^2 e^{-\gamma t}$ decr nel tempo.

H non hermitiana allora non conserva densità di prob. γ larghezza di decay

DEFINITION

Oscillazioni particella-antiparticella PT 2

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Oscillazioni particella-antiparticella PT 3

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Oscillazioni particella-antiparticella PT 4

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

$\psi(t) = a(t) |K^0\rangle + b(t) |\bar{K}^0\rangle$
 $\Rightarrow i \frac{d}{dt} \psi = i \frac{d}{dt} a(t) |K^0\rangle + i \frac{d}{dt} b(t) |\bar{K}^0\rangle = H\psi(t) = a(t)H |K^0\rangle + b(t)H |\bar{K}^0\rangle$
 $\xrightarrow{\langle K^0|} i \frac{d}{dt} a(t) = a(t) \langle K^0|H|K^0\rangle + b(t) \langle K^0|H|\bar{K}^0\rangle$
 $\xrightarrow{\langle \bar{K}^0|} i \frac{d}{dt} b(t) = a(t) \langle \bar{K}^0|H|K^0\rangle + b(t) \langle \bar{K}^0|H|\bar{K}^0\rangle$ cioè:
 $i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle K^0|H|K^0\rangle & \langle K^0|H|\bar{K}^0\rangle \\ \langle \bar{K}^0|H|K^0\rangle & \langle \bar{K}^0|H|\bar{K}^0\rangle \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = H_{eff} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}$
 Se esistessero solo interazioni deboli allora avremmo $\langle \bar{K}^0|H|K^0\rangle = \langle K^0|H|\bar{K}^0\rangle$
 per conservazione stranezza e $\langle K^0|H|K^0\rangle = \langle \bar{K}^0|H|\bar{K}^0\rangle = m_{K^0} \in \mathbb{R}$
 Ma + in gen H_{eff} antihermitiana allora
 $H_{eff} = M - i\frac{\Gamma}{2} = \begin{pmatrix} m_0 & m_{12} \\ m_{12}^* & m_0 \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma_0 & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma_0 \end{pmatrix}$
 $\rightarrow \langle K^0|H|K^0\rangle = \langle \bar{K}^0|H|\bar{K}^0\rangle = m_0 - i\frac{\Gamma_0}{2}$
 La conservazione di CPT impone $\langle K^0|H|K^0\rangle = \langle \bar{K}^0|H|\bar{K}^0\rangle$ Hp non restrittiva
 Se m_{12} e Γ_{12} fossero reali allora H_{eff} conserverebbe CP

Microscopicamente le interazioni deboli possono modificare la stranezza attraverso scambi multipli di W, posso pensare quindi di trasformare K^0 in \bar{K}^0 attraverso scambi multipli di W. $K^0 = d\bar{s} \xrightarrow{W} u\bar{u} \xrightarrow{W} s\bar{d} = \bar{K}^0$
 E' un processo molto debole a causa dello scambio di 2 W e della soppressione dovuta alla matrice CKM, infatti nelle weak interaction $\frac{1}{m_W^2}$ riduce drasticamente l'intensità dell'interazione e la matrice CKM smorza ulteriormente perchè c'è la presenza di più possibili stati intermedi
 $u\bar{u} = \sin^2\theta_c \cos^2\theta_c \bar{c}c = -\sin^2\theta_c \cos^2\theta_c \bar{s}s = \sin^2\theta_c \cos^2\theta_c u\bar{u} = -\sin^2\theta_c \cos^2\theta_c \bar{d}d$
 questi hanno tra loro interferenza distruttiva (meccanismo di Glashow-Iliopoulos-Maiani che riduce ulteriormente intensità)
 $m_{12} \simeq \frac{G_F^2 m_K}{12\pi^2} f_K^2 B_K \sin^2\theta_c \cos^2\theta_c (m_c^2 - m_u^2)$ con dipendenza dalla funzione d'onda di K data da $f_K^2 B_K \sim (200 \text{ MeV})^2$ e interferenza non completa per la differenza delle masse m_c, m_u .

Macroscopicamente la presenza di termini non diagonali m_{12} si può attribuire alla presenza di decay comuni a K^0 e \bar{K}^0 come $\pi^+\pi^-$, $\pi^0\pi^0$, $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\pi^+\pi^0\pi^-$ dove è indistinguibile da quale dei 2 processi provengano.
 Stati comuni \Rightarrow autostati di H sono misture di $|K^0\rangle$ e $|\bar{K}^0\rangle$, analogo all'aggiunta di una perturbazione a H non relativistica con autofunzioni ψ_n
 $\psi'_n = \psi_n + \sum_{m \neq n} \frac{\langle \psi_m | V | \psi_n \rangle}{E_n - E_m} \psi_m + \sum_{m \neq n} \sum_{k \neq n} \frac{\langle \psi_m | V | \psi_k \rangle \langle \psi_k | V | \psi_n \rangle}{(E_n - E_m)(E_n - E_k)} \psi_m - \sum_{m \neq n} \frac{\langle \psi_n | V | \psi_n \rangle \langle \psi_m | V | \psi_n \rangle}{(E_n - E_m)^2} \psi_m - \frac{\psi_n}{2} \sum_{m \neq n} \frac{|\langle \psi_m | V | \psi_n \rangle|^2}{(E_n - E_m)^2}$
 al 1° ordine contribuiscono solo autofunzioni direttamente collegate dalla perturbazione, al 2° contribuiscono anche quelle n,m per cui esiste k tale che $V_{mk} \neq 0$ e $V_{nk} \neq 0$
 In particolare $\Gamma_0 = \frac{2\pi}{\hbar} \sum \langle K^0 | H | j \rangle \langle j | H | K^0 \rangle \rho_j$ allora $\Gamma_{12} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum \langle \bar{K}^0 | H | j \rangle \langle j | H | K^0 \rangle \rho_j$ somma sui modi di decay comuni a entrambi gli stati.

Da finire

DEFINITION

Numeri quantici di stati $\pi\pi$ e $\pi\pi\pi$ e collegamento al decadimento del K^0

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Evidenza del colore

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Evidenza del colore PT 2

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE



Le interazioni forti possono essere descritte con una certa simm e possiamo stimare la forma del potenziale, hanno come oggetti elementari i quark e i gluoni che mediano l'interazione.

Cosa distingue i quark da altre particelle che hanno interazioni forti?
Deve esistere un analogo della carica forte che generi il potenziale $V(r) \simeq kr$ per $r \rightarrow \infty$ e che permetta la creaz di stati neutri $q\bar{q}$ e qqq .

Il breve range delle forze nucleari è dovuto al fatto che 2 adroni devono avvicinarsi perchè i quark di uno vedano le cariche dell'altro. Allora devono essere stati neutri dal pto di vista della carica forte.

Dobbiamo arrivare all'evidenza di un gr di libertà interno ai quark che può assumere 3 stati diversi: Colore.

Evidenza geometrica: Consid il decupletto dei barioni (3q)
lo stato fond ha $L = 0$ $S = \frac{3}{2}$ e i vertici del triangolo contengono Δ^- , Δ^{++} , Ω^- risonanze con 3 q identici.

La funz d'onda deve essere antisimm per scambio di q ma sia la pt orbitale che quella di spin sono simm. Allora per avere antisimm con 3 elem devo aggiungere 3 stati r, g, b e costruire comb antisimm.

$$\Delta^{++} = \frac{1}{\sqrt{6}}(u_r u_g u_b + u_g u_b u_r - u_g u_r u_b - u_r u_b u_g + u_b u_g u_r)$$

Evidenza cinematica: Guardo il proc di anichilazione di $e^- e^+$, se produco una coppia fermione-antifermione ho un proc em con intensità dip dalla carica di f, se $\sqrt{s} \gg 2m_f \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4s} Q_f^2 [1 + \cos^2 \theta] \Rightarrow \sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} Q_f^2$ dimin $\frac{1}{s}$

Se produco 2 adroni posso interpretarlo come la produz di una coppia $q\bar{q}$

$\sigma(e^\pm \rightarrow Adroni) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} \sum_{2m_q < \sqrt{s}} e_q^2$ osservo che dopo le risonanze la σ fa salti tra le rette che corrisp alla produz di una coppia $q\bar{q}$

Se faccio $R = \frac{\sigma(e^\pm \rightarrow Adroni)}{\sigma(e^\pm \rightarrow \mu^\pm)} = \sum e_q^2$ sotto la soglia del charm ho $\sum e_q^2 = 2/3$ ma sperim trovo $R=2$ compatibile col fatto che ho 3 colori per ogni sapore

DEFINITION

Il confinamento dei quark

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Evidenza dell'esistenza dei gluoni

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Equazione di Klein-Gordon e equazione di continuità associata

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Nel modello a partoni si **trasc ogni interaz tra q** dentro l'adrone. Il fatto che questa approssimaz funzioni di dice **libertà asintotica**. Sembra in contraddizione con il fatto che **non si oss mai quark liberi** ma solo in stati legati: **confinamento**.

Vogliamo ricavare dalle posiz dei livelli il pot che li genera.

Le oss fatte in questo sist ci dicono che a dist $\sim 1fm$ il pot è della forma $V(r) \simeq kr$ **non limitato sup**

\Rightarrow **non posso estrarre un quark** da un adrone.

Per interaz fortemente anelastica qualitativ q riceve un tetraimpulso che ne modif la traiettoria **allontanandolo** e facendo quindi **crescere la en potenziale** fino a che non diventa **energetic conveniente estrarre dal vuoto una coppia $q\bar{q}$** e chiudere le linee di forza creando nuovi mesoni e barioni. Questo proc avviene su scale di lungh pari alle dim degli adroni $\sim 1fm$ e in tempi dell'ordine di $1fm/c = 10^{-23}s$

I gluoni sono i mediatori delle interazioni forti:

-Neutri elettricamente

-Dotati di carica di colore $r\bar{g}, g\bar{r}, r\bar{b}, b\bar{r}, g\bar{b}, b\bar{g}, \frac{1}{\sqrt{2}}(r\bar{r} - g\bar{g}), \frac{1}{2}(r\bar{r} + g\bar{g} - 2b\bar{b})$

Una prima evidenza dei gluoni è nella frazione di momento trasportata da quark: $\frac{p_{quark}}{p_p} = \int dx F_2(x) = \int dx \sum_q x f_q(x) \simeq \frac{1}{2}$ allora deve esistere qualcosa di non carico che trasporta il resto.

Questo è confermato dalla cross section in collisioni adroniche attraverso il modello a partoni: σ è data dalla σ dei partoni per la loro probab. Scopriamo che in molti processi la σ è dominata da collisioni tra gluoni.

Anche il gluone ha il prbl del confinamento perchè ha carica di colore. Ma in collisioni ad alte energie possiamo osservarlo nel proc $e^+ + e^- \rightarrow q + \bar{q} + g$ come se un q avesse en abbastanza alta da irraggiare un gluone ad avere vita indipendente (processo caratt da 3 getti complanari perchè il loro impulso tot è 0 nel sist del cm)

per particella libera: $-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi$ che viene da $H = \frac{p^2}{2m}$ non relativistica

facendo le opportune trasformazioni operatoriali $E = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$ $\vec{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$

Utilizzando il tetravettore $p = (E, \vec{p})$

con l'identità operatoriale $p_\nu = i\hbar\partial_\nu = i\hbar\frac{\partial}{\partial x^\nu}$

e relazione energia-momento $p^2 = p^\nu p_\nu = E^2 - \vec{p}^2 = m^2$

sostituendo ottengo: $\frac{\partial^2}{\partial t^2}\phi - \nabla^2\phi + m^2\phi = 0$ Equazione di Klein-Gordon

Cerchiamo soluzioni nella forma di onde piane $\phi = Ne^{i\vec{p}\vec{x}}$ e otteniamo $(-E^2 + \vec{p}^2 + m^2)\phi = 0$ allora fix \vec{p} esistono due soluzioni $\pm E_p = \pm\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$ allora soluzioni $\phi_\pm = Ne^{\mp iE_p t + i\vec{p}\vec{x}}$

La presenza di soluzioni di segni diversi è un evidenza della presenza di antiparticelle cioè particelle con la stessa massa perchè soddisfano la stessa equazione $E^2 - p^2 = m^2$ ma proprietà intrinseche opposte

DEFINITION

*Equazione di Klein-Gordon e equazione di continuità associata
PT 2*

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

*Simmetria di gauge delle interazioni elettromagnetiche: per
campi e per particelle cariche*

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Rottura spontanea della simmetria

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Consideriamo l'eq di schroedinger e la sua complessa coniugata:
 $i\frac{\partial}{\partial t}\psi + \frac{1}{2m}\nabla^2\psi = 0 \quad -i\frac{\partial}{\partial t}\psi^* + \frac{1}{2m}\nabla^2\psi^* = 0$ moltiplichiamo a sx per ψ^* e ψ
 $i\psi^*\frac{\partial}{\partial t}\psi + \frac{1}{2m}\psi^*\nabla^2\psi = 0 \quad -i\psi\frac{\partial}{\partial t}\psi^* + \frac{1}{2m}\psi\nabla^2\psi^* = 0$ sottraendo:
 $\frac{\partial}{\partial t}|\psi|^2 - \frac{i}{2m}\nabla(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) = 0$ eq di continuit  $\frac{\partial}{\partial t}\rho + \nabla\vec{J}$
dove densit  $\rho = |\psi|^2$ e densit  di corrente $\vec{J} = -\frac{i}{2m}[\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*]$
Per onde piane $\psi = Ne^{-i\frac{E}{2m}t + i\vec{p}\vec{x}}$ $\rho = |N|^2$ e $\vec{J} = \frac{\vec{p}}{m}|\psi|^2 = \vec{v}|N|^2$
Ripetendo gli stessi passi con Klein-Gordon ottengo:
 $\frac{\partial}{\partial t}(\phi^*\frac{\partial}{\partial t}\phi - \phi\frac{\partial}{\partial t}\phi^*) - \nabla(\phi^*\nabla\phi - \phi\nabla\phi^*) = 0 \quad \frac{\partial}{\partial t}\rho + \nabla\vec{J} = 0$
con $\rho = i(\phi^*\frac{\partial}{\partial t}\phi - \phi\frac{\partial}{\partial t}\phi^*)$ e $\vec{J} = -i(\phi^*\nabla\phi - \phi\nabla\phi^*)$

Considerando onde piane $\phi = Ne^{-iEt + i\vec{p}\vec{x}}$
 $\rho = 2|N|^2E$ positiva o negativa a seconda di $E = \pm E_p$, compare anche un
termine proporzionale a γ dovuto alla contrazione degli spazi.
 $\vec{J} = 2\vec{p}|N|^2 = \pm 2\vec{p}\frac{\rho}{2E_p}$ pu  essere parallela o antiparallela alla densit .

I campi E e B sono generati da un pot scalare e vettore
 $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi(t, \vec{x}) - \frac{\partial}{\partial t}\vec{A}(t, \vec{x})$
 $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}(t, \vec{x})$



DEFINITION

*Classificazione e numeri quantici delle particelle del Modello
Standard: spin, cariche, masse...*

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Relazione di Gellmann-Nishijima

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Range ed intensità delle interazioni elettromagnetiche e deboli

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

Standard Model of Elementary Particles

three generations of matter (fermions)			interactions / force carriers (bosons)	
I	II	III		
mass charge spin ≈2.2 MeV/c² 2/3 1/2 u up	≈1.28 GeV/c² 2/3 1/2 c charm	≈173.1 GeV/c² 2/3 1/2 t top	0 0 1 g gluon	≈125.09 GeV/c² 0 0 H higgs
QUARKS ≈4.7 MeV/c² -1/3 1/2 d down	≈96 MeV/c² -1/3 1/2 s strange	≈4.18 GeV/c² -1/3 1/2 b bottom	0 0 1 γ photon	
LEPTONS ≈0.511 MeV/c² -1 1/2 e electron	≈105.66 MeV/c² -1 1/2 μ muon	≈1.778 GeV/c² -1 1/2 τ tau	≈91.19 GeV/c² 0 0 1 Z Z boson	
≈2.2 eV/c² 0 1/2 ν_e electron neutrino	≈1.7 MeV/c² 0 1/2 ν_μ muon neutrino	≈15.5 MeV/c² 0 1/2 ν_τ tau neutrino	GAUGE BOSONS VECTOR BOSONS ≈80.39 GeV/c² ±1 1 W W boson	SCALAR BOSONS

La forma originale della formula Gell-Mann-Nishijima è:

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(B + S)$$

In particolare, la carica elettrica Q di un quark o di una particella di adrone è correlata al suo isospin I_3 e alla sua ipercarica Y tramite la relazione:

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}Y \quad Y = 2(Q - I_3)$$

Dalla scoperta dei sapori di quark charm, top e bottom, questa formula è stata generalizzata. Ora assume la forma:

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}(B + S + C + B' + T)$$

Q è la carica, I_3 la 3a componente dell'isospin, B il numero barionico, e S , C , B' , T sono i numeri di stranezza, fascino, fondo e alto.

DEFINITION

Interazioni del W con leptoni e quark: analogie e differenze

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE

DEFINITION

Regole di selezione: concetto ed alcuni esempi

FISICA NUCLEARE E SUBNUCLEARE
