



## 1.1. Repaso de lógica proposicional

**Ejercicio 1.** Determinar los valores de verdad de las siguientes proposiciones cuando el valor de verdad de  $a$ ,  $b$  y  $c$  es verdadero y el de  $x$  e  $y$  es falso.

- |                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| a) $(\neg x \vee b)$                | e) $(\neg(c \vee y) \leftrightarrow (\neg c \wedge \neg y))$                     |
| b) $((c \vee (y \wedge a)) \vee b)$ | f) $((c \vee y) \wedge (a \vee b))$  |
| c) $\neg(c \vee y)$                 | g) $((c \vee y) \wedge (a \vee b)) \leftrightarrow (c \vee (y \wedge a) \vee b)$ |
| d) $\neg(y \vee c)$                 | h) $(\neg c \wedge \neg y)$  |

### Solución

- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| a) <i>True</i>  | e) <i>True</i>  |
| b) <i>True</i>  | f) <i>True</i>  |
| c) <i>False</i> | g) <i>True</i>  |
| d) <i>False</i> | h) <i>False</i> |

**Ejercicio 2.** Considere la siguiente oración: “Si es mi cumpleaños o hay torta, entonces hay torta”.

- Escribir usando lógica proposicional y realizar la tabla de verdad
- Asumiendo que la oración es verdadera y hay una torta, qué se puede concluir?
- Asumiendo que la oración es verdadera y no hay una torta, qué se puede concluir?
- Suponiendo que la oración es mentira (es falsa), se puede concluir algo?

### Solución

- Sea  $C =$  “es mi cumpleaños” y  $T =$  “hay torta”. Entonces tenemos que  $(C \vee H) \rightarrow H$

$C$	$H$	$C \vee H$	$(C \vee H) \rightarrow H$
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	1	1

- No se puede concluir nada sobre el cumpleaños (fila 2 y 4)
- Que no es su cumpleaños (fila 1)
- Es el cumpleaños y no hay torta (fila 3)

**Ejercicio 3.** Usando reglas de equivalencia (conmutatividad, asociatividad, De Morgan, etc) determinar si los siguientes pares de fórmulas son equivalencias. Indicar en cada paso qué regla se utilizó.

- a)    ■  $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$   
       ■  $\neg p \rightarrow (q \wedge r)$
- b)    ■  $\neg(\neg p) \rightarrow (\neg(\neg p \wedge \neg q))$   
       ■  $q$
- c)    ■  $((True \wedge p) \wedge (\neg p \vee False)) \rightarrow \neg(\neg p \vee q)$   
       ■  $p \wedge \neg q$
- d)    ■  $(p \vee (\neg p \wedge q))$   
       ■  $\neg p \rightarrow q$
- e)    ■  $p \rightarrow (q \wedge \neg(q \rightarrow r))$   
       ■  $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee (q \wedge \neg r))$

### **Solución**

a) Con transformaciones queremos ver que  $(p \vee q) \wedge (p \vee r) \longleftrightarrow \neg p \rightarrow (q \wedge r)$

1.  $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
2.  $p \vee (q \wedge r)$       Distributiva
3.  $\neg(\neg p) \vee (q \wedge r)$       Doble negación
4.  $\neg p \rightarrow (q \wedge r)$       Definición condicional

b) Con transformaciones queremos ver que  $\neg(\neg p) \rightarrow (\neg(\neg p \wedge \neg q)) \longleftrightarrow q$

1.  $\neg\neg p \rightarrow (\neg(\neg p \wedge \neg q))$
2.  $\neg\neg p \rightarrow (\neg\neg p \vee \neg\neg q)$       De Morgan
3.  $p \rightarrow (p \vee q)$       Doble negación
4.  $\neg p \vee (p \vee q)$       Definición condicional
5.  $(\neg p \vee p) \vee q$       Asociatividad
6.  $True \vee q$
7.  $True$       No se cumple

Se puede ver que cuando  $p$  y  $q$  son *False* no se cumple pues queda  $True \longleftrightarrow False$ .

c) Con transformaciones queremos ver que  $((True \wedge p) \wedge (\neg p \vee False)) \rightarrow \neg(\neg p \vee q) \longleftrightarrow p \wedge \neg q$

1.  $((True \wedge p) \wedge (\neg p \vee False)) \rightarrow \neg(\neg p \vee q)$
2.  $(p \wedge (\neg p \vee False)) \rightarrow \neg(\neg p \vee q)$       Conjunción *True*
3.  $(p \wedge \neg p) \rightarrow \neg(\neg p \vee q)$       Disyunción *False*
4.  $\neg(p \wedge \neg p) \vee \neg(\neg p \vee q)$       Definición condicional
5.  $\neg(False) \vee \neg(\neg p \vee q)$       Contradicción
6.  $True \vee \neg(\neg p \vee q)$
7.  $True$       No se cumple

Se puede ver que cuando  $p$  es *False* y  $q$  es *True* no se cumple pues queda  $True \longleftrightarrow False$ .

d) Con transformaciones queremos ver que  $(p \vee (\neg p \wedge q)) \longleftrightarrow \neg p \rightarrow q$

1.  $(p \vee (\neg p \wedge q))$
2.  $(p \vee \neg p) \wedge (p \vee q)$       Distributiva
3.  $True \wedge (p \vee q)$       Tautología
4.  $p \vee q$       Conjunción *True*
5.  $\neg p \rightarrow q$       Definición condicional

e) Con transformaciones queremos ver que  $p \rightarrow (q \wedge \neg(q \rightarrow r)) \longleftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee (q \wedge \neg r))$

1.  $p \rightarrow (q \wedge \neg(q \rightarrow r))$
2.  $\neg p \vee (q \wedge \neg(q \rightarrow r))$  Definición condicional
3.  $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg(q \rightarrow r))$  Distributiva
4.  $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg(\neg q \vee r))$  Definición condicional
5.  $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee (q \wedge \neg r))$  De Morgan

**Ejercicio 4.** Determinar si las siguientes fórmulas son tautologías, contradicciones o contingencias.

- a)  $(p \vee \neg p)$  d)  $((p \wedge q) \rightarrow p)$   
b)  $(p \wedge \neg p)$  e)  $((p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r)))$   
c)  $((\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q))$  f)  $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))$

**Solución**

a) Tautología

$p$	$\neg p$	$p \vee \neg p$
T	F	<b>T</b>
F	T	<b>T</b>

c) Tautología

$p$	$q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \rightarrow q$	$((\neg p \vee q) \leftrightarrow (p \rightarrow q))$
T	T	F	T	T	<b>T</b>
T	F	F	F	F	<b>T</b>
F	T	T	T	T	<b>T</b>
F	F	T	T	T	<b>T</b>

b) Contradicción

$p$	$\neg p$	$p \wedge \neg p$
T	F	<b>F</b>
F	T	<b>F</b>

d) Tautología

$p$	$q$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$
T	T	T	<b>T</b>
T	F	F	<b>T</b>
F	T	F	<b>T</b>
F	F	F	<b>T</b>

e) Tautología

$p$	$q$	$r$	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$(p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$
T	T	T	T	T	T	T	T	<b>T</b>
T	T	F	T	T	T	F	T	<b>T</b>
T	F	T	T	T	F	T	T	<b>T</b>
T	F	F	F	F	F	F	F	<b>T</b>
F	T	T	T	F	F	F	F	<b>T</b>
F	T	F	T	F	F	F	F	<b>T</b>
F	F	T	T	F	F	F	F	<b>T</b>
F	F	F	F	F	F	F	F	<b>T</b>

f) Tautología

$p$	$q$	$r$	$q \rightarrow r$	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$	$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$
T	T	T	T	T	T	T	T	<b>T</b>
T	T	F	F	F	T	F	F	<b>T</b>
T	F	T	T	T	F	T	T	<b>T</b>
T	F	F	T	T	F	F	T	<b>T</b>
F	T	T	T	T	T	T	T	<b>T</b>
F	T	F	F	T	T	T	T	<b>T</b>
F	F	T	T	T	T	T	T	<b>T</b>
F	F	F	T	T	T	T	T	<b>T</b>

**Ejercicio 5.** Dadas las proposiciones lógicas  $\alpha$  y  $\beta$ , se dice que  $\alpha$  es más fuerte que  $\beta$  si y sólo si  $\alpha \rightarrow \beta$  es una tautología. En este caso, también decimos que  $\beta$  es más débil que  $\alpha$ . Determinar la relación de fuerza de los siguientes pares de fórmulas:

a) *True*, *False*

d)  $p$ ,  $(p \vee q)$

b)  $(p \wedge q)$ ,  $(p \vee q)$

e)  $p$ ,  $q$

c)  $p$ ,  $(p \wedge q)$

f)  $p$ ,  $(p \rightarrow q)$

¿Cuál es la proposición más fuerte y cuál la más débil de las que aparecen en este ejercicio?

### Solución

Decimos que  $A$  es más fuerte que  $B$  si  $A \rightarrow B$  es tautología.

a) *False* es más fuerte que *True*

d)  $p$  es más fuerte que  $(p \vee q)$

b)  $(p \wedge q)$  es más fuerte que  $(p \vee q)$

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \rightarrow (p \vee q)$
T	T	T	<b>T</b>
T	F	F	<b>T</b>
F	T	F	<b>T</b>
F	F	F	<b>T</b>

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
T	T	T	T	<b>T</b>
T	F	F	T	<b>T</b>
F	T	F	T	<b>T</b>
F	F	F	F	<b>T</b>

e)  $p$ ,  $q$  no tienen relación de fuerza (contingencia)

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
T	T	<b>T</b>	<b>T</b>
T	F	<b>F</b>	<b>T</b>
F	T	<b>T</b>	<b>F</b>
F	F	<b>T</b>	<b>T</b>

c)  $(p \wedge q)$  es más fuerte que  $p$

$p$	$q$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$
T	T	T	<b>T</b>
T	F	F	<b>T</b>
F	T	F	<b>T</b>
F	F	F	<b>T</b>

f)  $p$ ,  $(p \rightarrow q)$  no tienen relación de fuerza (contingencia)

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow (p \rightarrow q)$	$(p \rightarrow q) \rightarrow p$
T	T	T	<b>T</b>	<b>T</b>
T	F	F	<b>F</b>	<b>T</b>
F	T	T	<b>T</b>	<b>F</b>
F	F	T	<b>T</b>	<b>F</b>

La proposición más fuerte es *False* y la más débil es *True*. Esto se debe a que  $False \rightarrow B$  es siempre verdadero sin importar el valor que tome  $B$ , mientras que  $A \rightarrow True$  requiere que  $A$  sea verdadero siempre.

## 1.2. Trivaluada

**Ejercicio 6.** Asumiendo que el valor de verdad de  $b$  y  $c$  es *verdadero*, el de  $a$  es *falso* y el de  $x$  e  $y$  es *indefinido*, indicar cuáles de los operadores deben ser operadores “luego” para que la expresión no se indefina nunca:

- |  |  |
|--|--|
| a) $(\neg x \vee b)$   | e) $((c \vee y) \wedge (a \vee b))$  |
| b) $((c \vee (y \wedge a)) \vee b)$                          | f) $((c \vee y) \wedge (a \vee b)) \leftrightarrow (c \vee (y \wedge a) \vee b)$ |
| c) $\neg(c \vee y)$  | g) $(\neg c \wedge \neg y)$  |
| d) $(\neg(c \vee y) \leftrightarrow (\neg c \wedge \neg y))$ |  |

### **Solución**

- |  |  |
|--|--|
| a) Se indefine siempre   | e) $((c \vee_L y) \wedge (a \vee b))$  |
| b) $((c \vee_L (y \wedge a)) \vee b)$                            | f) $((c \vee_L y) \wedge (a \vee b)) \leftrightarrow (c \vee_L (y \wedge a) \vee_L b)$ |
| c) $\neg(c \vee_L y)$  | g) $(\neg c \wedge_L \neg y)$  |
| d) $(\neg(c \vee_L y) \leftrightarrow (\neg c \wedge_L \neg y))$ |  |

**Ejercicio 7.** Sean  $p$ ,  $q$  y  $r$  tres variables de las que se sabe que:

- $p$  y  $q$  nunca están indefinidas,
- $r$  se indefine sii  $q$  es *verdadera*

Proponer una fórmula que nunca se indefina, utilizando siempre las tres variables y que sea verdadera si y solo si se cumple que:

- |  |   |
|--|---|
| a) Al menos una es verdadera.                | d) Sólo $p$ y $q$ son verdaderas.           |
| b) Ninguna es verdadera.                     | e) No todas al mismo tiempo son verdaderas. |
| c) Exactamente una de las tres es verdadera. | f) $r$ es verdadera.                        |

### **Solución**

- |                            |   |
|----------------------------|---|
| a) $(p \vee q) \wedge_L r$ | d) $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow_L r$ |
| b) $(p \wedge q) \vee_L r$ | e) $p \vee (\neg q \rightarrow r)$          |
| c) $(p \vee q) \wedge_L r$ | f) $p \vee q \vee r$                        |

## 1.3. Cuantificadores

**Ejercicio 8.** Determinar, para cada aparición de variables, si dicha aparición se encuentra libre o ligada. En caso de estar ligada, aclarar a qué cuantificador lo está. En los casos en que sea posible, proponer valores para las variables libres de modo tal que las expresiones sean verdaderas.

- a)  $(\forall x : \mathbb{Z})(0 \leq x < n \rightarrow x + y = z)$
- b)  $(\forall x : \mathbb{Z})(\forall y : \mathbb{Z})((0 \leq x < n \wedge 0 \leq y < m) \rightarrow x + y = z)$

- c)  $(\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < 10 \rightarrow j < 0)$
- d)  $(\forall j : \mathbb{Z})(j \leq 0 \rightarrow P(j)) \wedge P(j)$

**Solución**

- a) La  $x$  se encuentra ligada al  $\forall$ , el resto de las variables se encuentra libres. Un caso posible de valores para que la expresión sea verdadera es  $n = 1, y = 1, z = 1$ .
- b) La  $x, y$  se encuentra ligada a los  $\forall$ , el resto de las variables se encuentra libres. Un caso posible de valores para que la expresión sea verdadera es  $n = 1, m = 1$ .
- c) La  $j$  se encuentra ligada al  $\forall$ . En este caso la expresión siempre es falsa.
- d) La  $j$  se encuentra ligada al  $\forall$ . En este caso el valor de verdad depende de  $P(j)$

**Ejercicio 9.** Sea  $P(x : \mathbb{Z})$  y  $Q(x : \mathbb{Z})$  dos predicados cualquiera. Explicar cuál es el error de traducción a fórmulas de los siguientes enunciados. Dar un ejemplo en el cuál sucede el problema y luego corregirlo.

- a) “Todos los naturales menores a 10 cumple  $P$ ”  
 $(\forall i : \mathbb{Z})((0 \leq i < 10) \wedge P(i))$
- b) “Algún natural menor a 10 cumple  $P$ ”  
 $(\exists i : \mathbb{Z})((0 \leq i < 10) \rightarrow P(i))$
- c) “Todos los naturales menores a 10 que cumplen  $P$ , cumplen  $Q$ ”:  
 $(\forall x : \mathbb{Z})((0 \leq x < 10) \rightarrow (P(x) \wedge Q(x)))$
- d) “No hay ningún natural menor a 10 que cumpla  $P$  y  $Q$ ”:  
 $\neg((\exists x : \mathbb{Z})(0 \leq x < 10 \wedge P(x))) \wedge \neg((\exists x : \mathbb{Z})(0 \leq x < 10 \wedge Q(x)))$

**Solución**

- a)  $(\forall i : \mathbb{Z})((0 \leq i < 10) \rightarrow_L P(i))$
- b)  $(\exists i : \mathbb{Z})((0 \leq i < 10) \wedge_L P(i))$
- c)  $(\forall x : \mathbb{Z})((0 \leq x < 10) \rightarrow_L (P(x) \rightarrow Q(x)))$
- d)  $\neg(\exists x : \mathbb{Z})(0 \leq x < 10 \wedge_L (P(x) \wedge Q(x)))$

**Ejercicio 10.** Sean  $P(x : \mathbb{Z})$  y  $Q(x : \mathbb{Z})$  dos predicados cualesquiera que nunca se indefinen. Escribir el predicado asociado a cada uno de los siguientes enunciados:

- “Existe un único número natural menor a 10 que cumple  $P$ ”
- “Existen al menos dos números naturales menores a 10 que cumplen  $P$ ”
- “Existen exactamente dos números naturales menores a 10 que cumplen  $P$ ”
- “Todos los enteros pares que cumplen  $P$ , no cumplen  $Q$ ”
- “Si un entero cumple  $P$  y es impar, no cumple  $Q$ ”
- “Todos los enteros pares cumplen  $P$ , y todos los enteros impares que no cumplen  $P$  cumplen  $Q$ ”

- “Si hay un número natural menor a 10 que no cumple  $P$  entonces ninguno natural menor a 10 cumple  $Q$ ; y si todos los naturales menores a 10 cumplen  $P$  entonces hay al menos dos naturales menores a 10 que cumplen  $Q$ ”

### Solución

Sea pred  $\text{esMenorQueDiez} (x: \mathbb{Z}) \{$   
 $0 \leq x < 10$   
 $\}$

- $(\exists x : \mathbb{Z}) (\text{esMenorQueDiez}(x) \wedge_L (P(x) \wedge \neg(\exists y : \mathbb{Z}) (\text{esMenorQueDiez}(y) \wedge_L (x \neq y \wedge P(y)))))$
- $(\exists x : \mathbb{Z}) (\text{esMenorQueDiez}(x) \wedge_L (P(x) \wedge (\exists y : \mathbb{Z}) (\text{esMenorQueDiez}(y) \wedge_L (x \neq y \wedge P(y)))))$
- $(\exists x : \mathbb{Z}) (\text{esMenorQueDiez}(x) \wedge_L (P(x) \wedge (\exists y : \mathbb{Z}) (\text{esMenorQueDiez}(y) \wedge_L (x \neq y \wedge P(y) \wedge \neg(\exists z : \mathbb{Z}) (\text{esMenorQueDiez}(z) \wedge_L (x \neq z \wedge y \neq z \wedge P(z)))))$
- $(\forall i : \mathbb{Z}) (\text{esPar}(i) \rightarrow_L (P(i) \rightarrow \neg Q(i)))$
- $(\forall i : \mathbb{Z}) ((\text{esImpar}(i) \wedge P(i)) \rightarrow_L \neg Q(i))$
- $(\forall i : \mathbb{Z}) (\text{esPar}(i) \rightarrow_L P(i)) \wedge (\forall i : \mathbb{Z}) ((\text{esImpar}(i) \wedge \neg P(i)) \rightarrow_L Q(i))$
- $(\exists x : \mathbb{Z}) (\text{esMenorQueDiez}(x) \wedge_L (\neg P(x) \rightarrow (\forall y : \mathbb{Z}) (\text{esMenorQueDiez}(y) \rightarrow_L \neg Q(y)))) \wedge (\forall z : \mathbb{Z}) (\text{esMenorQueDiez}(z) \rightarrow_L (P(z) \rightarrow (\exists v, w : \mathbb{Z}) ((v \neq w \wedge v \in s \wedge w \in s) \rightarrow_L (Q(v) \wedge Q(w)))))$

**Ejercicio 11.** Sean  $P(x : \mathbb{Z})$  y  $Q(x : \mathbb{Z}, y : \mathbb{Z})$  dos predicados cualesquiera que nunca se indefinen. Escribir el predicado asociado a cada uno de los siguientes enunciados:

- “Si un entero cumple  $P$ , entonces existe un entero distinto tal que juntos cumplen  $Q$ ”
- “Existe un par de enteros tal que cumplen  $Q$  y ninguno de ambos cumple  $P$ ”
- “Si un par de enteros cumplen  $Q$ , entonces al menos uno de ellos cumple  $P$ ”
- “Si un entero cumple  $P$ , no existe ningún entero tal que juntos cumplan  $Q$ ”

### Solución

- $(\forall n : \mathbb{Z}) (P(n) \implies (\exists m : \mathbb{Z}) (m \neq n \wedge Q(n, m)))$
- $(\exists n : \mathbb{Z}) ((\exists n : \mathbb{Z}) (Q(n, m) \wedge (\neg P(n) \wedge \neg P(m))))$
- $(\forall n : \mathbb{Z}) ((\forall n : \mathbb{Z}) (Q(n, m) \implies (P(n) \vee P(m))))$
- $(\forall n : \mathbb{Z}) (P(n) \implies \neg(\exists m : \mathbb{Z}) (Q(n, m)))$

**Ejercicio 12.** Sean  $P(x : \mathbb{Z})$  y  $Q(x : \mathbb{Z})$  dos predicados cualesquiera que nunca se indefinen y sean  $a, b$  y  $k$  enteros. Decidir en cada caso la relación de fuerza entre las dos fórmulas:

a)  $P(3)$

$$(\forall n : \mathbb{Z}) ((0 \leq n < 5) \rightarrow P(n))$$

b)  $P(3)$

$$(\exists n : \mathbb{Z})(0 \leq n < 5 \wedge P(n))$$

c)  $(\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < 10 \wedge P(n)) \rightarrow Q(n))$

$$(\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < 10) \rightarrow Q(n))$$

d)  $(\exists n : \mathbb{Z})(0 \leq n < 10 \wedge P(n) \wedge Q(n))$

$$(\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < 10) \rightarrow Q(n))$$

e)  $k = 0 \wedge (\exists n : \mathbb{Z})(0 \leq n < 10 \wedge P(n) \wedge Q(n))$

$$k = 0 \wedge ((\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < k) \rightarrow Q(n)))$$

### ***Solución***

- a)  $k > 5 \wedge (\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < k) \rightarrow P(i))$  es más fuerte que  $P(3)$ . Esto se debe a que siempre que el primer término es verdadero el segundo tiene que serlo, puesto que  $P(3)$  está contenido.
- b) No hay relación de fuerza entre  $k > 5 \wedge (\exists n : \mathbb{Z})((0 \leq n < k) \wedge P(i))$  y  $P(3)$ . Si vale  $P(3)$  necesariamente vale el término existencial (ya que  $3 < 5$ ). Si no vale  $P(3)$  no sabemos qué pasa con el término existencial, podría ser falso si ningún otro número cumple  $P$  o podría ser cierto si algún  $n \neq 3$  lo cumple. Ahora bien, si vale el término existencial, podría ser que se cumpla  $P(3)$  como no. Esto dice nos dice que ningún término implica el otro y, por lo tanto, no hay relación de fuerza entre ellos.
- c)  $(\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < 10) \rightarrow Q(n))$  es más fuerte que  $(\forall n : \mathbb{Z})(((0 \leq n < 10) \wedge P(n)) \rightarrow Q(n))$ . En este caso se nos dice que para todos los positivos menores que 10 ocurre por un lado que se cumple siempre  $Q$  y en el otro que cuando se cumple  $P$  implica que se cumpla  $Q$ . Ahora bien, si se cumple el primero, va a valer siempre  $Q$  para ese rango, lo que necesariamente hará que valga  $P(n) \implies Q(n)$  sin importar si se cumple o no  $P$ .
- d) No hay relación de fuerza entre  $(\exists n : \mathbb{Z})((0 \leq n < 10) \wedge P(n)) \wedge Q(n)$  y  $(\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < 10) \rightarrow Q(n))$  porque si nunca vale el predicado  $P$ , entonces el existencial sería *False*.
- e)  $k = 0 \wedge (\exists n : \mathbb{Z})((0 \leq n < 10) \wedge P(n) \wedge Q(n))$  es más fuerte que  $k = 0 \wedge ((\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < k) \rightarrow Q(n)))$ . Ya que se puede ver que  $k = 0 \wedge ((\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < k) \rightarrow Q(n))) \equiv ((\forall n : \mathbb{Z})((0 \leq n < 0) \rightarrow Q(n))) \equiv ((\forall n : \mathbb{Z})(False \rightarrow Q(n))) \equiv True$