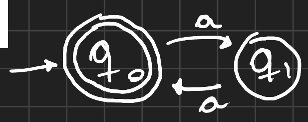
Práctica 4 PUMPING

Ejercicio 1. Determinar si los siguientes lenguajes son regulares o no. Para los que sean regulares, dar un autómata finito que los defina (o explicar cómo puede construirse dicho autómata). Para los que no lo sean, demostrarlo.

a. $\{a^{2n} \mid n \geq 1\}$.



b. $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.

1) Me dan un $p > 0$

2) Elijo $\alpha = a^p b^p$ que $\in L$ y $|\alpha| \geq p$

3) Me dan una descomposición $\alpha = xyz$ con $|xy| \leq p$ y $|y| \geq 1$

Para toda descomposición dada, $x = a^k$ con $k \geq 0$, $y = a^t$ con $t \geq 1$, $z = a^{p-k-t} b^p$

ya que $|xy| \leq p$ y los primeros p símbolos de α son a

4) Elijo $i \geq 0$ / $xy^iz \notin L$ $\to i = 0$ $\quad xy^0z = xz = a^k . a^{p-k-t} b^p = a^{p-t} b^p$

Como $t \geq 1$ $\quad p - t \neq p$ $\therefore$ $\alpha \notin L$ ya que no hay tantas a's como b's

c. $\{a^m b^n a^{m+n} \mid m, n \geq 1\}$. $\quad \alpha = a^p b^p a^{2p}$

Como $|xy| \leq p$ $\quad xy$ es de a's $\quad x = a^k$ $\quad k \geq 0$ $\quad y = a^t$ con $t \geq 1$ xq $|y| \geq 1$ $\quad k+t \leq p$

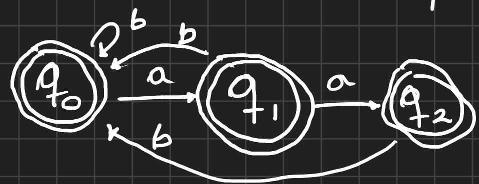
Luego $z = a^{p-k-t} b^p a^{2p}$

Con $i = 0$ $\quad xz = a^k a^{p-k-t} b^p a^{2p} = a^{p-t} b^p a^{2p}$. Si $\in L$ debería ser $a^m b^n a^{m+n}$

Entonces $m = p - t$ $\quad n = p$ $\therefore$ $m + n = p - t + p = 2p - t$ $\quad$ pero $t \geq 1$ $\therefore \notin L$

d. $\{\omega \in \{a, b\}^* \mid \omega$ no contiene tres *a*es consecutivas$\}$.

↳ o sea que 4 tampoco es <3



e. $\left\{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a = |\omega|_b\right\}$.

$\alpha = a^p b^p$ $\quad |\alpha| \geq p$ y $\alpha \in L$

$|xy| \leq p$ $\therefore$ $x = a^k$ y $y = a^t$ $\quad k \geq 0$ $t \geq 1$. $\quad z = a^{p-k-t} b^p$

Ahora con $i = 0$ $\quad a^k a^{p-k-t} b^p = a^{p-t} b^p$ $\quad$ pero $p - t \neq p$ ya que $t \geq 1$ $\therefore \notin L$

f. $\left\{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \neq |\omega|_b\right\}$.

Es complemento de e. Los L regulares están cerrados por complemento $\therefore$ si fuera regular e lo sería.

$\therefore$ no es regular

g. $\{\omega \in \{a,b\}^* \mid |\omega|_a < |\omega|_b\}$.

$\alpha = a^p b^{p+1}$ $\quad |\alpha| \geq p$ $\quad \alpha \in L$ $\quad \alpha = xyz$

$|xy| \leq p$ $\quad |y| \geq 1$ $\quad x^k$ $\quad k \geq 0$ $\quad y^t$ $\quad t \geq 1$ $\quad z = a^{p-k-t} b^{p+1}$

$i = 5$ $\quad xy^5z$ $\quad a^k a^{t5} a^{p-k-t} b^{p+1} = a^k a^{5t} a^{p-k-t} b^{p+1} = a^{p+4t} b^{p+1}$ pues $t \geq 1$

$\therefore p+4 \not< p+1$

h. $\{\omega \in \{a,b\}^* \mid \omega = \omega^r\}$.

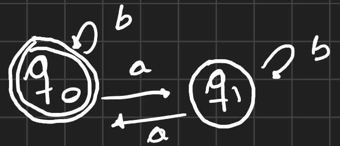
$\alpha = a^p b a^p$ $\quad \alpha \in L$ $\quad |\alpha| \geq p$

$|xy| \leq p$ $\quad |y| \geq 1$ $\quad x = a^k$ $\quad k \geq 0$, $y = a^t$ $\quad t \geq 1$ $\quad z = a^{p-k-t} b a^p$

$i = 0$ $\quad xz = a^k a^{p-k-t} b a^p = a^{p-t} b a^p$ $\quad t \geq 1 \therefore |a^{p-t}| \neq |a^p| \therefore xz \neq xz^R$

$\therefore xy^0z \notin L$

i. $\{\omega \in \{a,b\}^* \mid |\omega|_a \text{ es par}\}$.



j. $\{\omega \in \{a,b\}^* \mid \big||\omega|_a - |\omega|_b\big| \leq 1\}$.

$\alpha = a^p b^p$ $\quad \alpha \in L$ $\quad |\alpha| \geq p$

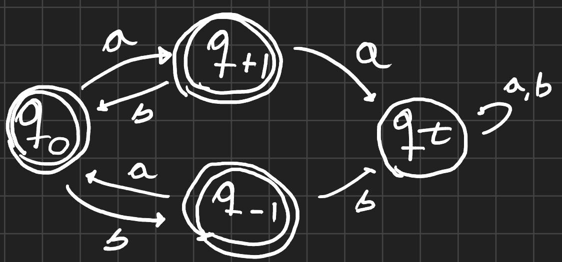
$|xy| \leq p$ $\quad x = a^k$ $\quad k \geq 0$, $y = a^t$ $\quad t \geq 1$. $\quad z = a^{p-k-t} b^p$

$i = 5$ $\quad xy^5z = a^k a^{5t} a^{p-k-t} b^p = a^{p+4t} b^p$ $\quad p+4t-p = 4t$ $\quad t \geq 1 \therefore 4t \geq 4$

$4 \not\leq 1 \therefore xy^5z \notin L$

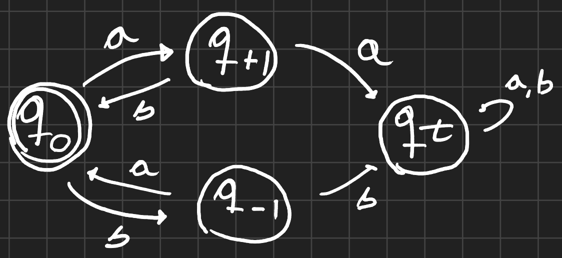
k. $\{\omega \in \{a,b\}^* \mid \text{para todo prefijo } \gamma \text{ de } \omega, \big||\gamma|_a - |\gamma|_b\big| \leq 1\}$.

L	$\notin L$
λ	aa
a	bb
b	baaab
ab	
ba	
abab	
baba	
abb	
baabba	



l. $\{\omega \in \{a,b\}^* \mid \text{para todo prefijo } \gamma \text{ de } \omega, \big||\gamma|_a - |\gamma|_b\big| \leq 1, \text{y } |\omega|_a = |\omega|_b\}$.

L	$\notin L$
λ	a
ab	b
ba	aab
abab	
abba	
abbaab	



m. $\{\omega \in \{a,b\}^* \mid \text{para todo prefijo } \gamma \text{ de } \omega, |\gamma|_a \ge |\gamma|_b\}$.

$\mathcal{L}$	$\notin \mathcal{L}$
aaab	aabbb
ababab	abbbabb aaaa

$\alpha = a^p b^p$, $\alpha \in \mathcal{L}$ $|\alpha| \ge p$

$|xy| \le p$ $|y| \ge 1$

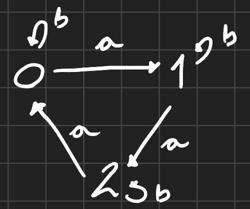
$x = a^k$ $k \ge 0$ $y = a^t$ $t \ge 1$ $z = a^{p-k-t} b^p$

Con $i = 0$ $xz = a^k a^{p-k-t} b^p = a^{p-t} b^p$ y $t \ge 1$ $\therefore$ $\exists$ ini$(\alpha) / |\gamma|_a < |\gamma|_b$

n. Sea k un natural fijo. $\mathcal{L}_k = \{\omega \in \{a,b\}^* \mid |\omega|_a \text{ es divisible por } k\}$.

Según Chatgpt, como con el Bruno $Q = \{0, 1, \dots, k-1\}$ inicio/Final $= 0$

Ej 3



$i \xrightarrow{a} i+1$ $i \xrightarrow{b} i$

ñ. $\{\omega\omega \mid \omega \in \{a,b\}^*\}$.

$\alpha = a^p b a^p b$ $\alpha \in \mathcal{L}$ $|\alpha| \ge p$

$|xy| \le p$ $|y| \ge 1$

$x = a^k$ $k \ge 0$ $y = a^t$ $t \ge 1$, $z = a^{p-k-t} b a^p b$

$i = 0 \to xz = a^k a^{p-k-t} b a^p b = a^{p-t} b a^p b$, como $t \ge 1$, $|a^{p-t}|_a \ne |a^p|_a$ $\therefore \notin \mathcal{L}$

o. $\{\omega\#\gamma \mid \omega, \gamma \in \{a,b\}^* \text{ y } \gamma \text{ no es una subcadena de } \omega\}$ (# es un símbolo del alfabeto).

$\alpha = a^p b a^p \# a^{p+1}$ $\alpha \in \mathcal{L}, |\alpha| \ge p$

$|xy| \ge p$ $|y| \ge 1$,

$x = a^k$ $y = a^t$, $k \ge 0$ $t \ge 1$, $z = a^{p-k-t} b a^p \# a^{p+1}$

$i = 2$ $xy^2z = a^k a^{2t} a^{p-k-t} b a^p \# a^{p+1} = a^{p+t} b a^p \# a^{p+1}$, pero una subcadena de ω es a^{p+t}, como $t \ge 1$ a^{p+1} es una subcadena.

p. $\{a^{2^n} \mid n \ge 0\}$.

Cadenas de lon par

$\alpha =$