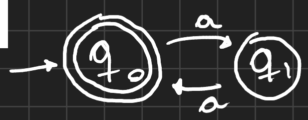
Practica 4 PUMPING

Ejercicio 1. Determinar si los siguientes lenguajes son regulares o no. Para los que sean regulares, dar un autómata finito que los defina (o explicar cómo puede construirse dicho autómata). Para los que no lo sean, demostrarlo.

a. $\{a^{2n} \mid n \geq 1\}$.



b. $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.

1) Me dan un $p > 0$

2) Elijo $\alpha = a^p b^p$ que $\in L$ y $|\alpha| \geq p$

3) Me dan una descomposición $\alpha = xyz$ con $|xy| \leq p$ y $|y| \geq 1$

Para toda descomposición dada, $x = a^k$ con $k \geq 0$, $y = a^t$ con $t \geq 1$, $z = a^{p-k-t} b^p$

ya que $|xy| \leq p$ y los primeros p símbolos de α son a

4) Elijo $i \geq 0 \,/\, xy^iz \notin L$ → $i = 0$ $\quad xy^0z = xz = a^k . a^{p-k-t} b^p = a^{p-t} b^p$

Como $t \geq 1$ $\quad p - t \neq p$ ∴ $\alpha \notin L$ ya que no hay tantas a's como b's

c. $\{a^m b^n a^{m+n} \mid m, n \geq 1\}$. $\quad \alpha = a^p b^p a^{2p}$

Como $|xy| \leq p$ $\;xy$ es de a's $\quad x = a^k$ $\quad k \geq 0$ $\quad y = a^t$ con $t \geq 1$ xq $|y| \geq 1$ $\quad k + t \leq p$

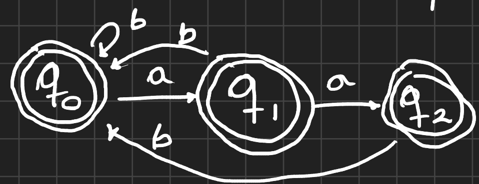
Luego $z = a^{p-k-t} b^p a^{2p}$

Con $i = 0$ $\quad xz = a^k a^{p-k-t} b^p a^{2p} = a^{p-t} b^p a^{2p}$. Si $\in L$ debería ser $a^m b^n a^{m+n}$

Entonces $m = p - t$ $\quad n = p$ ∴ $m + n = p - t + p = 2p - t$ pero $t \geq 1$ ∴ $\notin L$

d. $\{\omega \in \{a, b\}^* \mid \omega$ no contiene tres *a*es consecutivas$\}$.

↳ o sea que 4 tampoco es <3



e. $\{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a = |\omega|_b\}$.

$\alpha = a^p b^p$ $\quad |\alpha| \geq p$ y $\alpha \in L$

$|xy| \leq p$ ∴ $x = a^k$ y $y = a^t$ $\quad k \geq 0$ $t \geq t$. $\quad z = a^{p-k-t} b^p$

Ahora con $i = 0$ $\quad a^k a^{p-k-t} b^p = a^{p-t} b^p$ pero $p - t \neq p$ ya que $t \geq 1$ ∴ $\notin L$

f. $\{\omega \in \{a, b\}^* \mid |\omega|_a \neq |\omega|_b\}$.

Es complemento de e. Los L regulares son cerrados por complemento ∴ si fuera regular e lo sería.

∴ no es regular

g. $\left\{\omega \in \{a,b\}^* \,\middle|\, |\omega|_a < |\omega|_b\right\}$.

$\alpha = a^p b^{p+1}$ $|\alpha| \geq p$ $\alpha \in L$ $\alpha = xyz$

$|xy| \leq p$ $|y| \geq 1$ x^k $k \geq 0$ y^t $t \geq 1$ $z = a^{p-k-t} b^{p+1}$

$i = 5$ xy^5z $a^k a^{t5} a^{p-k-t} b^{p+1} = a^k a^{5t} a^{p-k-t} b^{p+1} = a^{p+4t} b^{p+1}$ pues $t \geq 1$

$\therefore p+4 \not< p+1$

h. $\left\{\omega \in \{a,b\}^* \,\middle|\, \omega = \omega^r\right\}$.

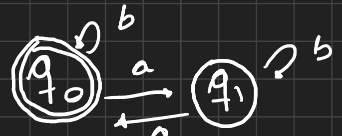
$\alpha = a^p b a^p$ $\alpha \in L$ $|\alpha| \geq p$

$|xy| \leq p$ $|y| \geq 1$ $x = a^k$ $k \geq 0$, $y = a^t$ $t \geq 1$ $z = a^{p-k-t} b a^p$

$i = 0$ $xz = a^k a^{p-k-t} b a^p = a^{p-t} b a^p$ $t \geq 1$ $\therefore |a^{p-t}| \neq |a^p|$ $\therefore xz \neq xz^R$

$\therefore xy^0z \notin L$

i. $\left\{\omega \in \{a,b\}^* \,\middle|\, |\omega|_a \text{ es par}\right\}$.



j. $\left\{\omega \in \{a,b\}^* \,\middle|\, \left||\omega|_a - |\omega|_b\right| \leq 1\right\}$.

$\alpha = a^p b^p$ $\alpha \in L$ $|\alpha| \geq p$

$|xy| \leq p$ $x = a^k$ $k \geq 0$, $y = a^t$ $t \geq 1$. $z = a^{p-k-t} b^p$

$i = 5$ $xy^5z = a^k a^{5t} a^{p-k-t} b^p = a^{p+4t} b^p$ $p + 4t - p = 4t$ $t \geq 1$ $\therefore 4t \geq 4$

$4 \not\leq 1$ $\therefore xy^5z \notin L$

k. $\left\{\omega \in \{a,b\}^* \,\middle|\, \text{para todo prefijo } \gamma \text{ de } \omega, \left||\gamma|_a - |\gamma|_b\right| \leq 1\right\}$.