

## Zestaw 6: Rekurencja

**Zadanie 1.** Proszę napisać funkcję, która jako argument przyjmuje liczbę całkowitą i wypisuje wszystkie co najmniej dwucyfrowe liczby pierwsze, powstałe poprzez wykreślenie z liczby pierwotnej co najmniej jednej cyfry.

**Zadanie 2.** "Waga" liczby jest określona jako ilość różnych czynników pierwszych liczby. Na przykład  $waga(1)=0$ ,  $waga(2)=1$ ,  $waga(6)=2$ ,  $waga(30)=3$ ,  $waga(64)=1$ . Dana jest tablica  $T[N]$  zawierająca liczby naturalne. Proszę napisać funkcję, która sprawdza czy można elementy tablicy podzielić na 3 podzbiory o równych wagach. Do funkcji należy przekazać wyłącznie tablicę, funkcja powinna zwrócić wartość typu Bool.

**Zadanie 3.** Szachownica jest reprezentowana przez tablicę  $T[8][8]$  wypełnioną liczbami naturalnymi zawierającymi koszt przebywania na danym polu szachownicy. Król szachowy znajduje się w wierszu 0 i kolumnie k. Król musi w dokładnie 7 ruchach dotrzeć do wiersza 7. Proszę napisać funkcję, która wyznaczy minimalny koszt przejścia króla. Do funkcji należy przekazać tablicę  $t$  oraz startową kolumnę  $k$ . Koszt przebywania na polu startowym i ostatnim także wliczamy do kosztu przejścia.

**Zadanie 4.** Problem skoczka szachowego. Proszę napisać funkcję, która wypełnia pola szachownicy o wymiarach  $N \times N$  ruchem skoczka szachowego.

**Zadanie 5.** Dany jest ciąg zer i jedynek zapisany w tablicy  $T[N]$ . Proszę napisać funkcję, która odpowiada na pytanie czy jest możliwe pocięcie ciągu na kawałki z których każdy reprezentuje liczbę pierwszą. Długość każdego z kawałków nie może przekraczać 30. Na przykład dla ciągu 111011 jest to możliwe, a dla ciągu 110100 nie jest możliwe.

**Zadanie 6.** Dana jest tablica  $T[N]$ . Proszę napisać funkcję, która znajdzie niepusty, najmniejszy (w sensie liczebności) podzbiór elementów tablicy, dla którego suma elementów jest równa sumie indeksów tych elementów. Do funkcji należy przekazać tablicę, funkcja powinna zwrócić sumę elementów znalezionej podzbioru. Na przykład dla tablicy:  $[1, 7, 3, 5, 11, 2]$  rozwiązaniem jest liczba 10.

**Zadanie 7.** Dany jest zestaw odważników  $T[N]$ . Napisać funkcję, która sprawdza czy jest możliwe odważenie określonej masy. Odważniki można umieszczać tylko na jednej szalce.

**Zadanie 8.** Poprzednie zadanie, ale odważniki można umieszczać na obu szalkach.

**Zadanie 9.** Poprzednie zadanie. Program powinien wypisywać wybrane odważniki.

**Zadanie 10.** Rekurencyjne obliczanie wyznacznika z macierzy (treść oczywista)

**Zadanie 11.** Dana jest tablica  $T[N]$ . Proszę napisać program zliczający liczbę "enek" o określonym iloczynie.

**Zadanie 12.** Proszę zmodyfikować poprzedni program aby wypisywał znalezione  $n$ -ki.

**Zadanie 13.** Napisać program wypisujący wszystkie możliwe podziały liczby naturalnej na sumę składników. Na przykład dla liczby 4 są to:  $1+3$ ,  $1+1+2$ ,  $1+1+1+1$ ,  $2+2$ .

**Zadanie 14.** Problem wież w Hanoi (treść oczywista)

**Zadanie 15.** Problem 8 Hetmanów (treść oczywista)

**Zadanie 16.** Wyrazy budowane są z liter a..z. Dwa wyrazy "ważą" tyle samo jeżeli: mają tę samą liczbę samogłosek oraz sumy kodów ascii liter z których są zbudowane są identyczne, na przykład "ula"  $\rightarrow$  117, 108, 97

oraz  $"exe" \rightarrow 101, 120, 101$ . Proszę napisać funkcję  $wyraz(s1, s2)$ , która sprawdza czy jest możliwe zbudowanie wyrazu z podzbioru liter zawartych w  $s2$  ważącego tyle co wyraz  $s1$ . Dodatkowo funkcja powinna wypisać znaleziony wyraz.

**Zadanie 17.** Dane są dwie liczby naturalne z których budujemy trzecią liczbę. W budowanej liczbie muszą wystąpić wszystkie cyfry występujące w liczbach wejściowych. Wzajemna kolejność cyfr każdej z liczb wejściowych musi być zachowana. Na przykład mając liczby 123 i 75 możemy zbudować liczby 12375, 17523, 75123, 17253, itd. Proszę napisać funkcję która wyznaczy ile liczb pierwszych można zbudować z dwóch zadanych liczb.

**Zadanie 18.** W szachownicy o wymiarach  $8 \times 8$  każdemu z pól przypisano liczbę naturalną. Na ruchy króla nałożono dwa ograniczenia: król może przesunąć się na jedno z 8 sąsiednich pól jeżeli ostatnia cyfra liczby na polu na którym stoi jest mniejsza od pierwszej cyfry liczby pola docelowego, oraz w drodze do obranego celu (np. narożnika) król nie może wykonać ruchu, który powoduje oddalenie go od celu. Dana jest globalna tablica  $T[8][8]$  wypełniona liczbami naturalnymi reprezentująca szachownicę. Lewy górny narożnik ma współrzędne  $w=0$  i  $k=0$ . Proszę napisać funkcję sprawdzającą czy król może dostać się z pola  $w, k$  do prawego dolnego narożnika.

**Zadanie 19.** Zadanie jak powyżej. Funkcja sprawdzająca czy król może dostać się z pola  $w, k$  do któregośkolwiek z narożników.

**Zadanie 20.** Zadanie jak powyżej. Funkcja powinna dostarczyć drogę króla w postaci tablicy zawierającej kierunki (liczby od 0 do 7) poszczególnych ruchów króla do wybranego celu.

**Zadanie 21.** Tablica  $T[8][8]$  zawiera liczby naturalne. Proszę napisać funkcję, która sprawdza czy można wybrać z tablicy niepusty podzbiór o zadanej sumie. Warunkiem dodatkowym jest aby żadne dwa wybrane elementy nie leżały w tej samej kolumnie ani wierszu. Do funkcji należy przekazać wyłącznie tablicę oraz wartość sumy, funkcja powinna zwrócić wartość typu bool.

**Zadanie 22.** Dana jest tablica  $T[N]$  zawierająca liczby naturalne. Po tablicy możemy przemieszczać się według następującej zasady: z pola o indeksie  $i$  możemy przeskoczyć na pole o indeksie  $i+k$  jeżeli  $k$  jest czynnikiem pierwszym liczby  $t[i]$  mniejszym od  $t[i]$ . Proszę napisać funkcję, która zwraca informację czy jest możliwe przejście z pola o indeksie 0 na pole o indeksie  $N-1$ . Funkcja powinna zwrócić liczbę wykonanych skoków lub wartość -1 jeżeli powyższe przejście nie jest możliwe.

**Zadanie 23.** Dana jest tablica  $T[N]$  zawierająca oporności  $N$  rezystorów wyrażonych całkowitą liczbą  $k\Omega$ . Proszę napisać funkcję, która sprawdza czy jest możliwe uzyskanie wypadkowej rezystancji  $R$  (równej całkowitej liczbie  $k\Omega$ ) łącząc dowolnie 3 wybrane rezystory.

**Zadanie 24.** Tablica  $T = [(x1, y1), (x1, y1), \dots]$  zawiera położenia  $N$  punktów o współrzędnych opisanych wartościami typu float. Proszę napisać funkcję, która zwróci najmniejszą odległość między środkami ciężkości 2 niepustych podzbiorów tego zbioru.

**Zadanie 25.** Tablica  $t[N]$  jest wypełniona liczbami naturalnymi. Skok z pola  $i$ -tego można wykonać na pola o indeksach  $i+k$ , gdzie  $k$  jest czynnikiem pierwszym liczby  $t[i]$  (mniejszym od niej samej). Napisz funkcję, która sprawdza, czy da się przejść z pola 0 do  $N-1$  – jeśli się da, zwraca ilość skoków, jeśli się nie da, zwraca -1.

**Zadanie 26.** Do budowy liczby naturalnej reprezentowanej w systemie dwójkowym możemy użyć  $A$  cyfr 1 oraz  $B$  cyfr 0, gdzie  $A, B > 0$ . Proszę napisać funkcję, która dla zadanych parametrów  $A$  i  $B$  zwraca ilość wszystkich możliwych do zbudowania liczb, takich że pierwsza cyfra w systemie dwójkowym (najstarszy

bit) jest równa 1, a zbudowana liczba jest złożona. Na przykład dla  $A=2$ ,  $B=3$  ilość liczb wynosi 3, są to  $10010_{(2)}$ ,  $10100_{(2)}$ ,  $11000_{(2)}$

**Zadanie 27.** Kwadrat jest opisywany czwórką liczb całkowitych  $(x_1, x_2, y_1, y_2)$ , gdzie  $x_1, x_2, y_1, y_2$  oznaczają proste ograniczające kwadrat  $x_1 < x_2, y_1 < y_2$ . Dana jest tablica  $T$  zawierająca opisy  $N$  kwadratów. Proszę napisać funkcję, która zwraca wartość logiczną `True`, jeśli danej tablicy można znaleźć 13 nienachodzących na siebie kwadratów, których suma pól jest równa 2012 i `False` w przeciwnym przypadku.

**Zadanie 28.** Dany jest zbiór  $N$  liczb naturalnych umieszczony w tablicy  $T[N]$ . Proszę napisać funkcję, która zwraca informację, czy jest możliwy podział zbioru  $N$  liczb na trzy podzbiory, tak aby w każdym podzbiorze, łączna liczba jedynek użyta do zapisu elementów tego podzbioru w systemie dwójkowym była jednakowa. Na przykład:  $[2, 3, 5, 7, 15] \rightarrow \text{true}$ , bo podzbiory  $\{2, 7\}$   $\{3, 5\}$   $\{15\}$  wymagają użycia 4 jedynek,  $[5, 7, 15] \rightarrow \text{false}$ , podział nie istnieje.

**Zadanie 29.** Punkt leżący w przestrzeni jest opisywany trójką liczb typu float  $(x, y, z)$ . Tablica  $T[N]$  zawiera współrzędne  $N$  punktów leżących w przestrzeni. Punkty posiadają jednostkową masę. Proszę napisać funkcję, która sprawdza czy istnieje podzbiór punktów liczący co najmniej 3 punkty, którego środek ciężkości leży w odległości nie większej niż  $r$  od początku układu współrzędnych. Do funkcji należy przekazać tablicę  $T$  oraz promień  $r$ , funkcja powinna zwrócić wartość typu `bool`.

**Zadanie 30.** Punkt leżący na płaszczyźnie jest opisywany parą liczb typu float  $(x, y)$ . Tablica  $T[N]$  zawiera współrzędne  $N$  punktów leżących na płaszczyźnie. Punkty posiadają jednostkową masę. Proszę napisać funkcję, która sprawdza czy istnieje niepusty podzbiór  $n$  punktów, gdzie  $n \geq 3$  oraz  $n$  jest wielokrotnością liczby 3, którego środek ciężkości leży w odległości mniejszej niż  $r$  od początku układu współrzędnych. Do funkcji należy przekazać dokładnie 3 parametry: tablicę  $t$ , promień  $r$ , oraz ograniczenie  $k$ , funkcja powinna zwrócić wartość typu `bool`.

**Zadanie 31.** Proszę napisać funkcję, która jako parametr otrzymuje liczbę naturalną i zwraca sumę iloczynów elementów wszystkich niepustych podzbiorów zbioru dzielników pierwszych tej liczby. Można założyć, że liczba dzielników pierwszych nie przekracza 20, zatem w pierwszym etapie funkcja powinna wpisać dzielniki do tablicy pomocniczej. Przykład:  $60 \rightarrow [2, 3, 5] \rightarrow 2 + 3 + 5 + 2 * 3 + 2 * 5 + 3 * 5 + 2 * 3 * 5 = 71$

**Zadanie 32.** Dana jest tablica  $T[N]$  zawierająca liczby naturalne. Proszę napisać funkcję, która odpowiada na pytanie, czy spośród (niekoniecznie wszystkich) elementów tablicy można utworzyć dwa podzbiory o jednakowej sumie elementów, tak aby suma mocy obu podzbiorów wynosiła  $k$ . Do funkcji należy przekazać wyłącznie tablicę  $T$  oraz liczbę naturalną  $k$ , funkcja powinna zwrócić wartość typu `bool`.