Chaire Co-operators en
analyse des risques actuariels

Séminaire d'été d'actuariat et de statistique

Quelques modèles de calcul des primes d'assurance

Raïssa Coulibaly

Candidate doctorante

17 mai 2023

- **Contrat d'assurance :** c'est une clause entre un assureur et un assuré pour un échange de flux financiers sur une période, généralement, d'un an ;
- **Police d'assurance :** elle peut être vue comme un ensemble de contrats et dans certain cas, comme un unique contrat.

Objectifs de la tarification

- Il s'agit de calculer, sur une base annuelle, les primes d'assurance par contrat, :
  - soit en fonction de leurs caractéristiques ;
  - soit en fonction de leurs caractéristiques et de l'expérience d'assurance de la police y afférente.

Variables aléatoires et sinistralités

- Sinistralité = Variable aléatoire ;
- Pour chacun des objectifs énumérés plus haut, les sinistralités suivantes sont considérées par contrat :
  - Nombre de réclamations totales ;
  - Coûts de chaque réclamation ;
  - Charge totale de réclamations.

- Prime = Espérance mathématique ;
- Justifications :
  - Espérance mathématique résume la distribution de la sinistralité Y_i d'un contrat i donnée. On le note $\mathrm{E}[Y_i]$
  - $$\mathrm{E}[Y_i] = \underset{c_i}{\operatorname{argmax}} \, \mathrm{E}\left[(Y_i - c_i)^2\right]$$

Variables explicatives et caractéristiques des risques

- Variabele explicative = Caractéristique de risque ;
- On les désigne généralement par un vecteur :

$$X_i = (1, x_{i1}, ..., x_{iq})^{'}, q \geq 1.$$

- Exemples : Age d'un conducteur, Zone géographique couverte etc...

Hypothèses

- Pour chaque contrat i, on suppose que sa prime est une fonction de la quantité suivante :

$$X_i^{'}\beta, \beta = (\beta_0, ..., \beta_q)^{'} \in \mathbb{R}^{q+1}.$$

- Toutes les sinistralités sont indépendantes.

- Modèles de régression gaussienne :

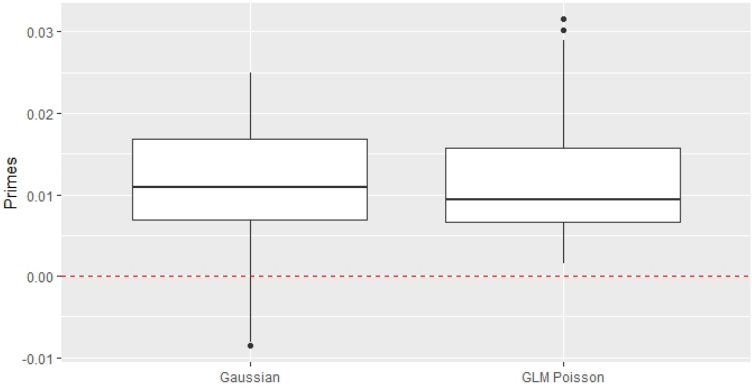
$$\mathrm{E}[Y_i|X_i] = X_i^{'}\beta = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + ... + \beta_q x_{iq}$$

- Modèles linéaires généralisées :

$$g(\mathrm{E}[Y_i|X_i]) = X_i^{'}\beta = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + ... + \beta_q x_{iq}$$

  - En tarification, on suppose généralement ceci :

$$\mathrm{E}[Y_i|X_i] = \exp\left\{X_i^{'}\beta\right\} = \exp\{\beta_0\}\exp\{\beta_1 x_{i1}\} .... \exp\{\beta_q x_{iq}\}$$


0.03
0.02
0.01
0.00
-0.01
Primes
Gaussian
GLM Poisson

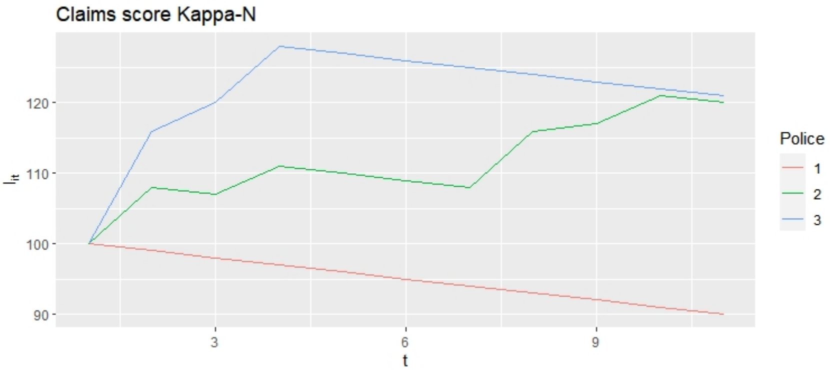
Modèles	β_0	β_1	β_2
Régression gaussienne	0.0265	-0.0005	0.0074
GLM Poisson	-3.4138	-0.0434	0.7382

Exemple de base de données

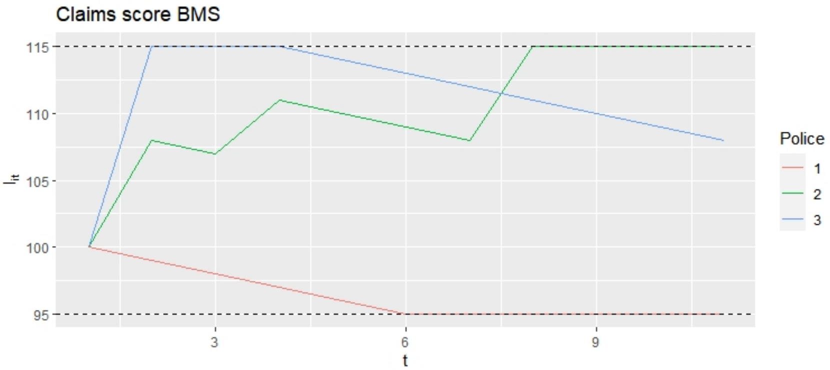
Policy Number	Vehicle Number	Contract Number	Contract Date	Risk Characteristics			Number of Claims	Costs of Claim			Loss Costs
				Age	Sex	...		#1	#2	#3	
1	1	1	2018-01-15	42	M	...	0	.	.	.	0
1	1	2	2019-01-15	43	M	...	2	6,592	11,520	.	18,112
1	1	3	2020-01-15	44	M	...	1	24,151	.	.	24,151
1	1	4	2021-01-15	45	M	...	0	.	.	.	0
1	2	2	2019-01-15	40	F	...	2	1,490	24,505	.	25,995
1	2	3	2020-01-15	41	F	...	0	.	.	.	0
2	1	1	2018-02-05	24	M	...	0	.	.	.	0
3	1	1	2018-02-08	34	F	...	0	.	.	.	0
3	2	1	2018-02-08	30	M	...	1	8,150	.	.	8,150

$$\mathrm{E}[Y_{i,,j,t}|X_{i,,j,t}] = \exp\left\{X_i'\beta + \gamma_0\ell_{i,t}\right\}$$

$$\ell_{i,t} = 100 - \kappa_{i,\bullet,\bullet} + \Psi n_{i,\bullet,\bullet}, \quad \text{avec } \Psi = \frac{\gamma_1}{\gamma_0}$$


Claims score Kappa-N
120
110
100
90
l_{it}
3
6
9
t
Police
1
2
3

$$\begin{aligned}
\mathrm{E}[Y_{i,,j,t}|X_{i,,j,t}] = \exp\left\{X_i'\beta + \gamma_0\ell_{i,t}\right\} \\
\ell_{i,t} = 100 - \kappa_{i,\bullet,\bullet} + \Psi n_{i,\bullet,\bullet}, \quad \text{avec } \Psi = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \\
\ell_{min} \leq \ell_{i,t} \leq \ell_{max}
\end{aligned}$$


Claims score BMS
115
110
105
100
95
l_{it}
3
6
9
t
Police
1
2
3

[1] Boucher, J. P. (2022), *Bonus-Malus Scale models : creating artifical past claims history*, Annals of Actuarial Science, 1-27

[2] Delong, Ł., and Al. (2022), *Making Tweedie's compound Poisson model more accessible*, European Actuarial Journal, 11(1), 185-226