Exam title (Solution)

Created by: Tommy O.

Instruks

Del 1 Innleveringen skal føres, ikke kladdes. Skriv **klart og tydelig** med penn. Vis nok utregninger til at jeg klart kan se hvordan du kom frem til svaret. Sett 2 streker under ditt endelige svar. Lever besvarelsen til meg i timen.

Del 2 Bruk Geogebra så mye du kan, ta skjermbilder og lim inn. Sett 2 streker under riktig svar og skriv nok til at jeg kan se hvordan du kom frem til svaret. Lever `.docx` og `.pdf` på ItsLearning.

Del 1 – Uten hjelpemidler

1. **Derivasjon**

   (a) (1 point) Deriver funksjonen $f(x) = (x^2 + 2)^4$

   Solution. Vi bruker kjerneregelen med $u = x^2 + 2$. Da blir $u' = 2x$ og vi får

   $$f'(x) = f'(u)u' = 4u^3(2x) = \underline{\underline{8x\left(x^2+2\right)^3}}$$

   (b) (1 point) Deriver funksjonen $h(x) = e^{-x} \ln(x^2)$

   Solution. Vi må bruke kjernereglen og produktregelen. La $u = e^{-x}$ og $v = \ln(x^2)$, vi regner ut de deriverte

   $$u' = -e^{-x}$$
   $$v' = \frac{1}{x^2}(2x) = \frac{2}{x}$$

Nå bruker vi produktregelen $(uv) = u'v + uv'$

$$\begin{aligned} h'(x) &= u'v + uv' \\ &= -e^{-x}\ln\left(x^2\right) + e^{-x}\frac{2}{x} \\ &= -2e^{-x}\ln(x) + e^{-x}\frac{2}{x} \\ &= \underline{\underline{2e^{-x}\left(\frac{1}{x} - \ln(x)\right)}} \end{aligned}$$

Del 2 – Med hjelpemidler

1. **Maksimere overskudd**
   En bedrift har følgende totale kostnad og inntekt per dag knyttet til produksjonen av varer, der x er antall varer produsert på én dag.

$$\begin{aligned} K(x) &= 0.1x^2 - 5x + 2200 \\ I(x) &= 1200\ln(x+1) \end{aligned}$$

   (a) (1 point) Bestem $K'(60)$ og $I'(60)$. Kan du ut i fra tallene si om bedriften bør produsere flere eller færre enn 60 enheter per dag?

   Solution. Her bør du bruke CAS i Geogebra. Skriv inn
   ```
   K(x) := 0.1*x*x - 5*x + 2200
   K'(60)
   ```
   og du får at $\underline{\underline{K'(60) \approx 7}}$. På samme måte får du at $\underline{\underline{I'(60) \approx 19.67}}$. Ettersom grenseinntekten er høyere enn grensekostnaden bør bedriften produsere flere enn 60 enheter per dag.

   (b) (1 point) Bestem produksjonsmengden som gir størst overskudd for bedriften.

   Solution. Definer en ny funksjon for overskuddet i Geogebra:
   ```
   O(x) := I - K
   ```
   Bruk så
   ```
   Ekstremalpunkt[ <Funksjon>, <Start>, <Slutt> ]
   ```
   kommandoen til å finne maksimum. Vi får at $(x, y) = (90.54, 2853.08)$. Vi undersøker både $x = 90$ og $x = 91$. Når $x = 90$ får vi $O(90) = 2853.03$, og når $x = 91$ får vi $O(91) = 2853.05$. Overskuddet er størst når produksjonsmengden x er lik 91