# Exam title (Solution)

Created by: Tommy O.

## Instruks

**Del 1** Innleveringen skal føres, ikke kladdes. Skriv **klart og tydelig** med penn. Vis nok utregninger til at jeg klart kan se hvordan du kom frem til svaret. Sett 2 streker under ditt endelige svar. Lever besvarelsen til meg i timen.

**Del 2** Bruk Geogebra så mye du kan, ta skjermbilder og lim inn. Sett 2 streker under riktig svar og skriv nok til at jeg kan se hvordan du kom frem til svaret. Lever `.docx` og `.pdf` på ItsLearning.

# Del 1 – Uten hjelpemidler

1. **Derivasjon**

   (a) (1 point) Deriver funksjonen $f(x) = \left(x^2+2\right)^4$

   **Solution.** Vi bruker kjerneregelen med $u = x^2 + 2$. Da blir $u' = 2x$ og vi får

   $$f'(x) = f'(u)u' = 4u^3(2x) = \underline{\underline{8x\left(x^2+2\right)^3}}$$

   (b) (1 point) Deriver funksjonen $g(x) = \frac{e^x}{x}$

   **Solution.** Skriv funksjonen som faktorer, slik at vi får $g(x) = \frac{e^x}{x} = e^x x^{-1}$. Bruk deretter produktregelen $(uv) = u'v + uv'$, med $u = e^x$ og $v = x^{-1}$. Vi får denne utregningen:

   $$\begin{aligned} g'(x) &= \left(e^x\right)' x^{-1} + e^x \left(x^{-1}\right)' \\ &= e^x x^{-1} + e^x(-1)x^{-2} \\ &= \frac{e^x}{x} - \frac{e^x}{x^2} \\ &= \frac{xe^x}{x^2} - \frac{e^x}{x^2} \\ &= \underline{\underline{\frac{e^x(x-1)}{x^2}}} \end{aligned}$$

(c) (1 point) Deriver funksjonen $h(x) = e^{-x}\ln(x^2)$

**Solution.** Vi må bruke kjerneregleln og produktregelen. La $u = e^{-x}$ og $v = \ln(x^2)$, vi regner ut de deriverte

$$\begin{aligned} u' &= -e^{-x} \\ v' &= \frac{1}{x^2}(2x) = \frac{2}{x} \end{aligned}$$

Nå bruker vi produktregelen $(uv) = u'v + uv'$

$$\begin{aligned} h'(x) &= u'v + uv' \\ &= -e^{-x}\ln\left(x^2\right) + e^{-x}\frac{2}{x} \\ &= -2e^{-x}\ln(x) + e^{-x}\frac{2}{x} \\ &= \underline{\underline{2e^{-x}\left(\frac{1}{x} - \ln(x)\right)}} \end{aligned}$$

# Del 2 – Med hjelpemidler

1. **Maksimere overskudd**
   En bedrift har følgende totale kostnad og inntekt per dag knyttet til produksjonen av varer, der $x$ er antall varer produsert på én dag.

$$\begin{aligned} K(x) &= 0.1x^2 - 5x + 2200 \\ I(x) &= 1200\ln(x+1) \end{aligned}$$

(a) (1 point) Bestem $K'(60)$ og $I'(60)$. Kan du ut i fra tallene si om bedriften bør produsere flere eller færre enn 60 enheter per dag?

**Solution.** Her bør du bruke CAS i Geogebra. Skriv inn

```
K(x) := 0.1*x*x - 5*x + 2200
K'(60)
```

og du får at $\underline{\underline{K'(60) \approx 7}}$. På samme måte får du at $\underline{\underline{I'(60) \approx 19.67}}$. Ettersom grenseinntekten er høyere enn grensekostnaden bør bedriften produsere <u>flere enn 60</u> enheter per dag.

(b) (1 point) Bestem produksjonsmengden som gir størst overskudd for bedriften.

**Solution.** Definer en ny funksjon for overskuddet i Geogebra:

```
O(x) := I - K
```

Bruk så

```
Ekstremalpunkt[ <Funksjon>, <Start>, <Slutt> ]
```

kommandoen til å finne maksimum. Vi får at $(x, y) = (90.54, 2853.08)$. Vi undersøker både $x = 90$ og $x = 91$. Når $x = 90$ får vi $O(90) = 2853.03$, og når $x = 91$ får vi $O(91) = 2853.05$. Overskuddet er størst når produksjonsmengden $\underline{\underline{x \text{ er lik } 91}}$