円運動(振り子)の速度

<定義>

m: 錘の質量(kg)

g: 重力加速度(9.81m/s^2)

fg: 重力(N) = m·g (図の赤の矢印)

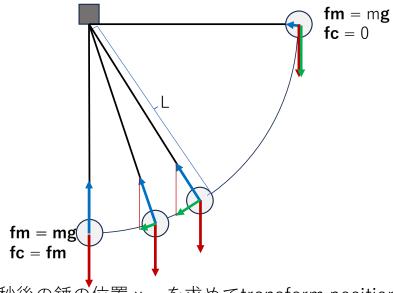
 $fc: 糸の張力(N) = \cos\theta \cdot fg (図の青の矢印)$

L:糸の長さ(m)

時刻 t の錘にかかる力(f)は、

f = fg + fc (ベクトルの和) なので、加速度 a は、

 $\mathbf{a} = \mathbf{f}/\mathbf{m} = \mathbf{fg}/\mathbf{m} + \mathbf{fc}/\mathbf{m}$



<錘の動き>

Unityで錘の動きを表現するには、時刻 t の錘の位置 x_t から Δ t 秒後の錘の位置 $x_{\Delta t}$ を求めてtransform.positionを更新する(一次近似する)必要がある。

$$X_{t+\Delta t} = X_t + V_{t+\Delta t} \cdot \Delta t \ (\vec{\pm} 1)$$

 $V_{t+\Delta t}$ は Δt 秒後の速度なので、時刻 t の錘の速度と加速度 a_t から以下の式で一次近似できる。

$$v_{t+\Delta t} = v_t + a_t \cdot \Delta t \ (\vec{x} \ 2)$$

振り子の運動方程式(Unityで振り子をシミュレーションしたい! | カキレモン (note.com)) より

 $\mathsf{m}\cdot\mathsf{a}=\mathsf{m}\cdot\mathsf{g}-\mathsf{m}(|\mathbf{v}|^2+\mathbf{x}^\mathsf{T}\cdot\mathsf{g})\cdot\hat{x}/\mathsf{L}\,\left(|\mathbf{v}|^2\colon\mathsf{v}\,\mathsf{o}\mathsf{SquareMagnitude},\,\,\mathbf{x}^\mathsf{T}$:錘の位置ベクトル、 \hat{x} :運動方向の単位ベクトル)

よって質量 m に関係なく

$$a = g - (|\mathbf{x}|^2 + \mathbf{x}^\mathsf{T} \cdot g) \cdot \hat{\mathbf{x}} / \mathsf{L} \ (式3)$$