

# 経済政策論 B

—経済成長理論入門 パート (2)—

山田知明

明治大学

2023 年度講義スライド (2)

# 経済成長率の計算

- 経済成長率に関する簡単な算術を確認

$$Y_{2021} - Y_{2020} = g \times Y_{2020}$$

$$g = \frac{Y_{2021} - Y_{2020}}{Y_{2020}}$$

- 100年後のGDP： $Y_{100} = (1 + g)^{100} Y_1$ 
  - ただし、毎年同じ率で成長した場合
- 成長に関する70の法則： $\frac{70}{g}$ 
  - 所得が2倍になるまで何年かかる？

$$Y_t = 2Y_0 = (1 + g)^t Y_0$$

$$2 = (1 + g)^t$$

- 平均成長率の計算： $g = \left(\frac{Y_t}{Y_0}\right)^{1/t} - 1$

# 経済成長モデル

- 動学モデルを使って経済成長のメカニズムを説明
- 新古典派経済成長モデル (Neoclassical Growth Model)
  - ソローモデル (Solow Model)
  - 一人あたり GDP(per capita GDP) の推移を記述
    - 一国の GDP は人口サイズの影響を受ける

# 生産関数：一人あたり生産量

- 生産関数 (Production Function)

$$Y = F(A, K, L) = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

- よく使う数値例：  $Y = AK^{1/3}L^{2/3}$
- 生産関数を一人当たり (per capita) に変換

$$\begin{aligned} Y &= AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \\ \frac{Y}{L} &= \frac{AK^{\alpha}L^{1-\alpha}}{L} = AK^{\alpha}L^{-\alpha} \\ y &= A\frac{K^{\alpha}}{L^{\alpha}} = Ak^{\alpha} \end{aligned}$$

- 限界生産性逓減の法則：  $0 < \alpha < 1$
- コブ＝ダグラス型生産関数と資本 (労働) 分配率について：数式

# 生産関数の妥当性

- コブ＝ダグラス型生産関数の妥当性を確認
  - $k = K/L$  のデータから  $Y/L = k^\alpha$  (一人当たり GDP) を予測
  - ジョーンズ『ジョーンズ マクロ経済学 I』 p.104 より作成
    - データは 2007 年の数字：アメリカを 1 に基準化
  - オリジナルデータ：Penn World Table
- なぜズレが生じるのか？  $\Rightarrow A$  (と  $\alpha$ ) の違い
  - TFP は国ごとに大きく異なる！

期間	$k$ の観測値	$y$ の予測値	実際の $y$
米国	1.000	1.000	1.000
日本	1.173	1.055	0.713
英国	0.661	0.871	0.750
中国	0.127	0.502	0.183
ブルンジ	0.003	0.149	0.015

# 新古典派経済成長モデル

- 記法の約束事
  - $t$  年における変数  $X$  の値を  $X_t$  と書くことにする
- 資源制約:  $C_t + I_t = Y_t$
- 貯蓄率  $s$  は GDP の一定割合であると仮定

$$S_t = sY_t$$

- 資本ストック  $K_t$  は、
  1. 投資  $I_t$  によって増加する
    - 投資  $I_t$  は貯蓄  $S_t$  に等しい
  2. 固定資本減耗率  $\delta$  によって減少する

# 人口成長率・貯蓄率の影響

- 資本ストックの推移式

$$\begin{aligned}K_{t+1} - K_t &= I_t - \delta K_t \\&= S_t - \delta K_t \\&= sY_t - \delta K_t\end{aligned}$$

- 両辺を労働供給で割ると、

$$\frac{K_{t+1}}{L_t} - \frac{K_t}{L_t} = s \frac{Y_t}{L_t} - \delta \frac{K_t}{L_t}$$

# 人口成長率・貯蓄率の影響

- 労働供給で割った = 「1人当たりの値」になった!
  - 労働人口は一定率  $n$  で成長する

$$L_{t+1}/L_t = 1 + n$$

- 一人当たりの変数を小文字で書くことにすると、

$$\begin{aligned}\frac{K_{t+1}}{L_t} - \frac{K_t}{L_t} &= s \frac{Y_t}{L_t} - \delta \frac{K_t}{L_t}, \\ k_{t+1}(1+n) - k_t &= sy_t - \delta k_t\end{aligned}$$



# 人口成長率・貯蓄率の影響

- 資本蓄積式

$$\begin{aligned}k_{t+1}(1+n) - k_t &= sk_t^\alpha - \delta k_t, \\k_{t+1} - k_t &= \frac{sk_t^\alpha - (\delta - 1)k_t}{(1+n)} - k_t \\&= \frac{sk_t^\alpha - (n + \delta)k_t}{(1+n)}\end{aligned}$$

# 人口成長率・貯蓄率の影響

- 定常状態への収束

- 貯蓄率  $s$ 、人口成長率  $n$ 、固定資本減耗  $\delta$ 、資本分配率  $\alpha$  が同じ経済は同じ資本ストック水準に収束する
- $k_{t+1} - k_t = 0 \Leftrightarrow sk_t^\alpha = (n + \delta)k_t$
- $k_{t+1} - k_t = 0$  となる状態を定常状態 (Steady State) と呼ぶ： $k^*$

[図：ソローモデル]

# 人口成長率・貯蓄率の影響

- パラメーターが違う経済だと？
  - 貯蓄率：一人当たり資本を高めて、一人当たり産出量も増加
  - 人口成長率：高すぎると資本装備率が低くなり定常状態での産出量も低下
  - Mankiw, Romer and Weil (1992,QJE)
- 長期的には一人当たり産出は技術水準とともに上昇

$$\frac{Y_t}{L_t} = A_t k_t^\alpha$$

# 技術進歩率の影響

- 両辺を労働供給 × 技術水準 (有効労働) で割ると、

$$\frac{K_{t+1}}{A_t L_t} - \frac{K_t}{A_t L_t} = s \frac{Y_t}{A_t L_t} - \delta \frac{K_t}{A_t L_t}$$

- 技術水準は一定率  $g$  で成長

$$A_{t+1}/A_t = 1 + g$$

- 資本蓄積式

$$\begin{aligned} k_{t+1}(1+n)(1+g) - k_t &= sk_t^\alpha - \delta k_t, \\ k_{t+1} - k_t &= \frac{sk_t^\alpha - (n+g+\delta+gn)k_t}{(1+n)(1+g)} \end{aligned}$$

# 黄金律と動学的非効率性

- 「一人当たり産出量を高める」ことは政策目標にならない!
  - 黄金律 (Golden Rule) : 消費を最大にする貯蓄率
- 動学的非効率性 (Dynamic Inefficiency)
  - 過剰蓄積に陥った場合、蓄積した資本を切り崩して消費をした方が消費を増やせる
  - Abel, Mankiw, Summers and Zeckhauser (1989, REStud)