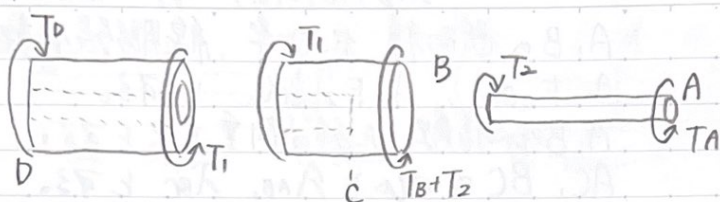


9.1



左図のように分けて考える。

AB, BC, CD の長さをそれぞれ  $l_1, l_2, l_3$  としAB の直径, BC の直径, CD の内径を  $d_3, d_1, d_2$  とする。AB, BC 部の横弾性係数を  $G_1 = 27 \text{ GPa}$ ,  $G_2 = 39 \text{ GPa}$  とする。AB, BC, CD 部の断面二次極モーメントを  $I_{PA}, I_{PB}, I_{PC}$  とすると

$$I_{PA} = \frac{\pi}{32} d_3^4, \quad I_{PB} = \frac{\pi}{32} d_1^4, \quad I_{PC} = \frac{\pi}{32} (d_1^4 - d_2^4) \quad \text{とする。}$$

[\*] 5) 力のつりあいの関係

$$T_2 = T_A = 800 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$T_b = T_1 = T_B + T_2 = T_A + T_B = 2.4 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

AB, BC, CD 部のねじれ角を  $\phi_{AB}, \phi_{BC}, \phi_{CD}$  とすると

$$\phi_{AB} = \frac{T_A l_1}{G_1 I_{PA}}$$

$$\phi_{BC} = \frac{T_b l_2}{G_2 I_{PB}}$$

$$\phi_{CD} = \frac{T_b l_3}{G_2 I_{PC}}$$

よって点 A でのねじれ角  $\phi$  は

$$\phi = \phi_{AB} + \phi_{BC} + \phi_{CD}$$

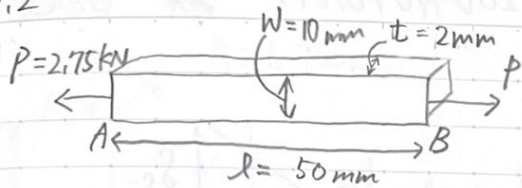
$$= \frac{T_A l_1}{G_1 I_{PA}} + \frac{T_b l_2}{G_2 I_{PB}} + \frac{T_b l_3}{G_2 I_{PC}}$$

$$= \frac{32 T_A l_1}{G_1 \pi d_3^4} + \frac{32 T_b l_2}{G_2 \pi d_1^4} + \frac{32 T_b l_3}{G_2 \pi (d_1^4 - d_2^4)}$$

$$= 0.1077$$

$$\therefore \phi = 0.108 \text{ rad}$$

9.2



左図の如く文字を定義可也。

(1) 断面積  $w t$  より

$$\sigma = \frac{P}{wt} = \frac{2.75 \times 10^3}{10 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-3}} = 137.5 \times 10^6 \text{ [Pa]}$$

$$\therefore \sigma = \underline{138 \text{ [MPa]}}$$

$$(2) \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{P}{wtE} = \frac{2.75 \times 10^3}{10 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-3} \times 79 \times 10^9} = 1.741 \times 10^{-9}$$

$$\epsilon = \underline{1.74 \times 10^{-9}}$$

$$(3) \lambda = \frac{\sigma}{E} \cdot l = \frac{Pl}{wtE} = \frac{2.75 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-3} \times 79 \times 10^9} = 8.703 \times 10^{-5} \text{ [m]}$$

$$\lambda = \underline{0.0870 \text{ [mm]}}$$

(4) 厚さの変化を  $\delta_t$  とすると面積が変わらないことから

$$(t - \delta_t) \times (l + \lambda) = lt$$

$$\delta_t = \frac{t\lambda}{l + \lambda} = \frac{Pt}{P + tWE} = 3.475 \times 10^{-6}$$

$$\delta_t = \underline{3.48 \times 10^{-6} \text{ m}}$$

(5) 幅の変化を  $\delta_w$  とすると面積が変わらないので

$$(l + \lambda) \times (w - \delta_w) = lw$$

$$\delta_w = \frac{\lambda w}{l + \lambda} = \frac{Pw}{P + lWE} = 1.711 \times 10^{-4}$$

$$\delta_w = \underline{0.171 \text{ mm}}$$



9.3

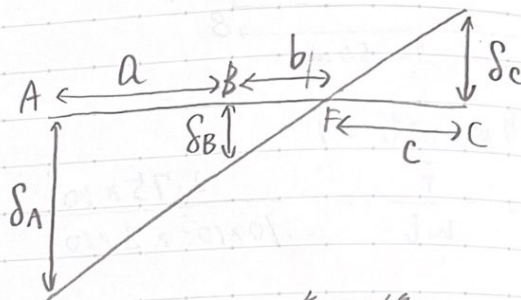
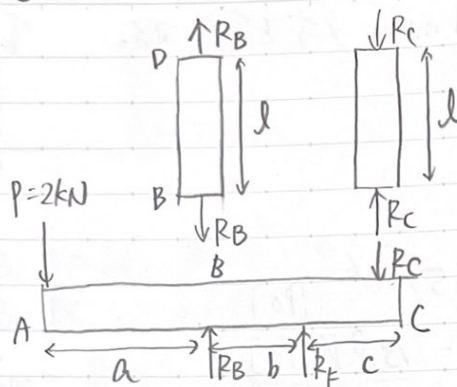


図2. 変形後.

図1. FBD

力のつり合いより

$$R_B + R_F = P + R_C \Rightarrow R_F = R_C - R_B + P \quad \dots (1)$$

棒 AC のモーメントのつり合いより

$$-R_F C - R_B(b+C) + P(a+b+C) = 0 \quad \dots (2)$$

①②より

$$-(R_C - R_B + P)C - R_B(b+C) + P(a+b+C) = 0$$

$$\Leftrightarrow P(a+b) = R_B b + R_C C \quad \dots (3)$$

図2より

$$\frac{\delta_B}{\delta_C} = \frac{b}{C} \quad \text{であり} \quad \delta_B = \frac{R_B l}{AE}, \quad \delta_C = \frac{R_C l}{AE} \quad \text{なので} \quad (A, B \text{ は断面長 } E \text{ は一定})$$

$$R_B C = R_C b$$

この式と③より

$$R_B \left( b + \frac{C^2}{b} \right) = P(a+b) \Leftrightarrow R_B = \frac{Pb(a+b)}{b^2 + C^2}$$

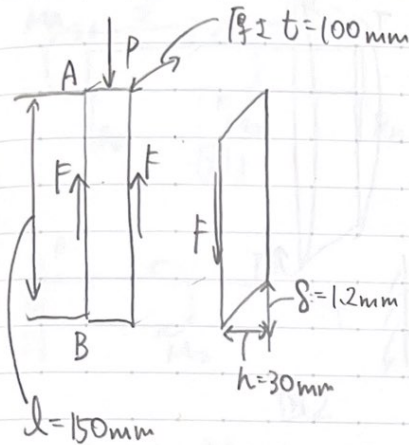
さらに図2より

$$\frac{\delta_A}{\delta_B} = \frac{a+b}{b} \quad \text{なので} \quad \delta_A = \frac{a+b}{b} \cdot \frac{R_B l}{AE}$$

$$\therefore \delta_A = \frac{a+b}{b} \cdot \frac{l}{AE} \cdot \frac{Pb(a+b)}{b^2 + C^2}$$

$$= \frac{Pl(a+b)^2}{AE(b^2 + C^2)}$$

9.4



左図のように文字を定義する。

$F$  はせん断力である。

力のつりあから

$$P = 2F$$

$$\Leftrightarrow F = \frac{P}{2}$$

「L」の部分の面積は  $2t$  と書ける。

「L」にかかるせん断応力  $\tau$  は

$$\tau = \frac{F}{2t}$$

$$= \frac{P}{2t} \quad \text{である。}$$

フックの法則よりせん断弾性係数  $G$ , ひずみ  $\gamma$  とすると

$\tau = G\gamma$  となる。(因り)

$$\gamma = \frac{\delta}{h} \quad \text{であるから}$$

$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

$$= \frac{h}{\delta} \frac{P}{2t}$$

$$= \frac{0.03 \times 20 \times 10^3}{2 \times 0.1 \times 0.15 \times 1.2 \times 10^{-3}} = 16.67 \times 10^6 \quad [\text{Pa}]$$

$$\therefore G = 16.7 \quad [\text{MPa}] //$$

9.5

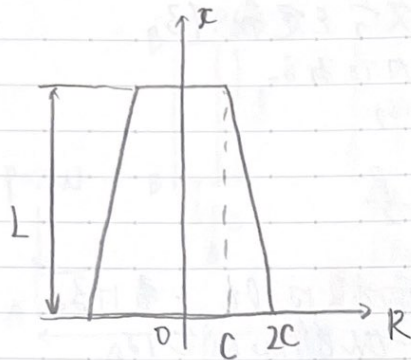


図1

(1) 図1のような座標を考えると.

$$R = -\frac{C}{L}x + 2C$$

と表せる。ここで断面二次極モーメント  $I_p$  は

$$I_p = \frac{\pi}{2} R^4$$

と表せる。位置  $x$  でのせん断応力は

$$\tau = \frac{T}{I_p} r = \frac{2T}{\pi R^4} r$$

と表せるので  $R$  が最小かつ  $r$  が最大の際に  $\tau$  は最大値をとる。 $R, r$  の最大値  $R_{\max}, r_{\max}$  は  $R_{\max} = 2C, r_{\max} = 2C$ 

$$\therefore \tau_{\max} = \frac{T}{4\pi C^3}$$

(2) 図2のような微小部分  $dx$  を考える。ここでのねじれ角  $d\phi$  は

$$d\phi = \frac{T dx}{G I_p} = \frac{T}{G} \frac{2}{\pi} \left( \frac{L}{-Cx + 2CL} \right)^4 dx$$

これを 0 から  $L$  まで積分して求める。A でのねじれ角である。

$$\phi = \frac{2TL^4}{G\pi C^4} \int_0^L \left( \frac{1}{x-2L} \right)^4 dx$$

$$= \frac{2TL^4}{G\pi C^4} \left[ -\frac{1}{5} (x-2L)^5 \right]_0^L$$

$$= \frac{31T}{80G\pi C^4 L}$$

$$\therefore \phi = \frac{31T}{80G\pi C^4 L}$$

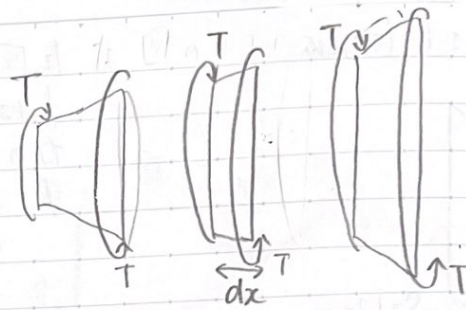


図2



9.6

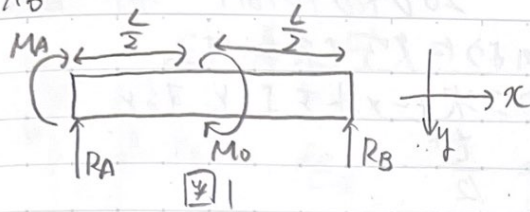


図1の57に定義した力のつりあいから

$$R_A + R_B = 0 \quad \dots (1)$$

モーメントのつりあいから

$$-M_A - M_0 + R_B L = 0 \quad \dots (2)$$

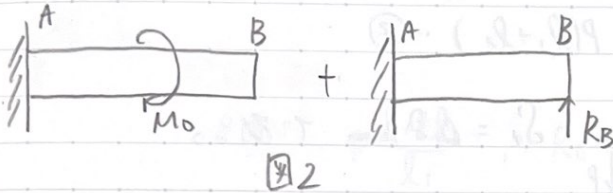


図2の57は2のほうを組み合わせて考える。

 $M_0, R_B$  による点Bの変位をそれぞれ $\delta_{BM}, \delta_{BR}$  とする。

$$\delta_{BM} = \frac{M_0}{EI} \left( \frac{L}{2} \right) \times \frac{L}{2} = \frac{M_0 L^2}{4EI}$$

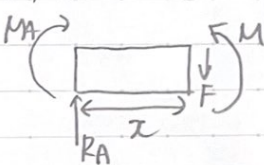
$$\delta_{BR} = -\frac{R_B L^3}{3EI}$$

点Bでの変位は0より

$$\delta_{BM} + \delta_{BR} = \frac{M_0 L^2}{4EI} - \frac{R_B L^3}{3EI} = 0 \Rightarrow R_B = \frac{3M_0}{4L} \quad \dots (3)$$

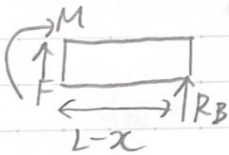
① ~ ③より

$$R_A = -R_B = -\frac{3M_0}{4L}, \quad M_A = -\frac{1}{4}M_0 \quad \text{とわかる}$$

(i)  $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$ 

$$F = R_A = -\frac{3M_0}{4L}$$

$$M = M_A + R_A x = -\frac{M_0}{4L}(L+x)$$

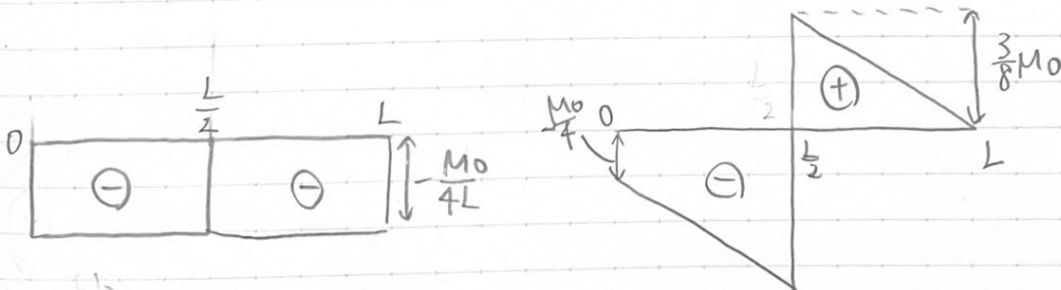
(ii)  $\frac{L}{2} \leq x \leq L$ 

$$F = -R_B = -\frac{3M_0}{4L}$$

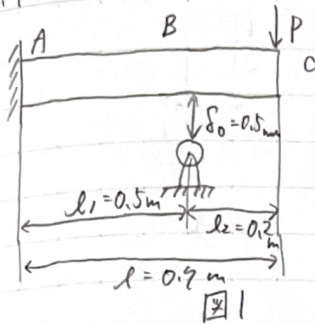
$$M = R_B(L-x) = \frac{3M_0}{4L}(L-x)$$

• SFD

• BMD



9.7.



左図のように文字を定義し、点Cの必要な変形量を  $\delta_C = 0.8 \text{ mm}$  とする。断面2次モーメントを  $I$  とすると  $I = \frac{1}{12} 0.06^4 = 1.08 \times 10^{-6} \text{ m}^4$  である。また点Bが  $\delta_0$  変位する時に必要な力  $P_1$  を求め、点Cが  $\delta_C$  変位する時にここに必要な力を出す。また  $P_1$  を求める。7-4の角と7-4の一般式を用いる。

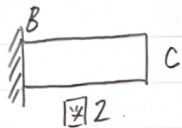
$$\delta_0 = \frac{P_1 l}{6EI} \left(3 - \frac{l_1}{l}\right) l_1^2 \rightarrow P_1 = \frac{6EI \delta_0}{l_1^2} \cdot \frac{1}{3l - l_1}$$

荷重  $P_1$  が作用するときの点Cの変位  $\delta_{C1}$  は、

$$\delta_{C1} = \frac{P_1 l^3}{3EI} = \frac{2\delta_0 l^3}{l_1^2 (3l - l_1)} \quad \text{である。}$$

荷重  $P_1$  が作用するときの点Bでのたわみ角  $\theta_B$  は、

$$\theta_B = \frac{P_1 l_1}{2EI} \left(2 - \frac{l_1}{l}\right) l_1 = \frac{3\delta_0 (2l - l_1)}{l (3l - l_1)}$$



次に左図のように点Bを壁で固定と考える。点Bのたわみ  $\delta_0$  がBに対してCのたわみ  $\theta$  であると考えたとき Fig. 2 である。

このときAに対してCのたわみは  $\delta_{CB} = \theta l_2$  である。

よってAに対してCが  $\delta_{C1}$  たわむときCはBに対して  $\delta_{C1} - \delta_{CB}$  だけたわむことになる。棒BCを単純支持棒と考える。Cが  $\delta_{C1} - \delta_{CB}$  変形する時に必要な力を  $P_2$  とする。

$$\delta_{C1} - \delta_{CB} = \frac{P_2 l_2^3}{3EI} \Rightarrow \frac{2\delta_0 l^3}{l_1^2 (3l - l_1)} - \frac{3\delta_0 l_2 (2l - l_1)}{l (3l - l_1)} = \frac{P_2 l_2^3}{3EI} \Rightarrow P_2 = \frac{3EI}{l_2^3} \left( \frac{2\delta_0 l^3}{l_1^2 (3l - l_1)} - \frac{3\delta_0 l_2 (2l - l_1)}{l (3l - l_1)} \right)$$

同様に Fig. 2 の状態から点Cの必要なたわみ  $\delta_C$  だけ変形させる時に必要な力を  $P_3$  とする。

$$\delta_C - \delta_{CB} = \frac{P_3 l_2^3}{3EI} \Rightarrow \delta_C - \frac{3\delta_0 l_2 (2l - l_1)}{l (3l - l_1)} = \frac{P_3 l_2^3}{3EI} \Rightarrow P_3 = \frac{3EI}{l_2^3} \left( \delta_C - \frac{3\delta_0 l_2 (2l - l_1)}{l (3l - l_1)} \right)$$

よって  $P_1$  に加えて必要な力は  $P_3 - P_2$  である。求める力  $P$  は、

$$P = P_1 + (P_3 - P_2)$$

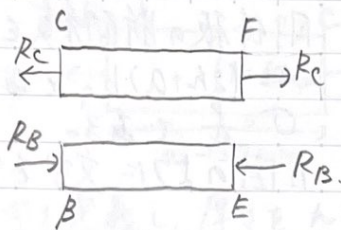
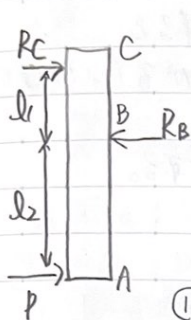
$$= \frac{6EI \delta_0}{l_1^2 (3l - l_1)} + \frac{3EI}{l_2^3} \left( \delta_C - \frac{3\delta_0 l_2 (2l - l_1)}{l (3l - l_1)} \right) - \frac{3EI}{l_2^3} \left( \frac{2\delta_0 l^3}{l_1^2 (3l - l_1)} - \frac{3\delta_0 l_2 (2l - l_1)}{l (3l - l_1)} \right)$$

$$= 21.93 \times 10^3$$

$$\therefore P = 21.9 \text{ kN}$$



9.8



左図のように文字を定義する。

 $P = 18 \text{ kN}$  である。

棒 AC の力のつり合いから、

$$R_C + P = R_B \quad \dots (1)$$

E-点の力のつり合いから、

$$P(l_1 + l_2) = R_B l_1 \quad \dots (2)$$

①②より

$$R_B = P \frac{l_1 + l_2}{l_1}, \quad R_C = P \frac{l_2}{l_1}$$

- BE の変位を  $\lambda_{BE}$  とすると、断面積  $A = 60 \times 15 \times 10^{-6} = 9 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

$$\lambda_{BE} = \frac{R_B l}{AE} = \frac{P(l_1 + l_2) l}{l_1 AE} = \frac{18 \times 10^3 \times 0.44 \times 0.24}{0.18 \times 9 \times 10^{-4} \times 200 \times 10^9} = 1.056 \times 10^{-4} \text{ m}$$

応力  $\sigma_{BE}$  は

$$\sigma_{BE} = \frac{R_B}{A} = \frac{P(l_1 + l_2)}{l_1 A} = \frac{18 \times 10^3 \times 0.44}{0.18 \times 9 \times 10^{-4}} = 48.88 \times 10^6 \text{ [Pa]}$$

- CF の変位を  $\lambda_{CF}$  とすると

$$\lambda_{CF} = \frac{R_C l}{AE} = \frac{P l_2 l}{l_1 AE} = \frac{18 \times 10^3 \times 0.26 \times 0.24}{0.18 \times 9 \times 10^{-4} \times 200 \times 10^9} = 3.467 \times 10^{-5}$$

応力  $\sigma_{CF}$  は

$$\sigma_{CF} = \frac{R_C}{A} = \frac{P l_2}{l_1 A} = \frac{18 \times 10^3 \times 0.26}{0.18 \times 9 \times 10^{-4}} = 28.89 \times 10^6 \text{ [Pa]}$$

 $\lambda_{BE} = 0.106 \text{ mm}$  の縮み、 $\lambda_{CF} = 0.0347 \text{ mm}$  の縮み。

$$\sigma_{BE} = 48.9 \text{ MPa}, \quad \sigma_{CF} = 28.9 \text{ MPa}$$