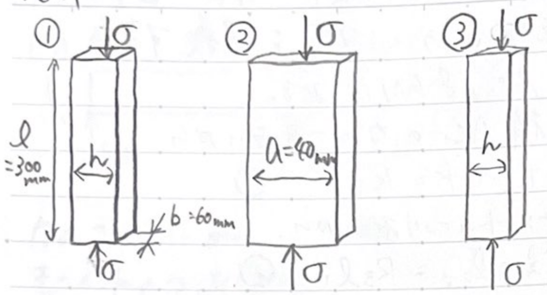
No.

Date

10.1



剛体板の断面積をAとすると
$A=(2h+a)b$ となり かかる応力σは
$\sigma=\frac{P}{A}$ である。
左図のように文字を定義する。

(i) ①③について

これらの物体の断面積は hb であるから 加わっている力を P_1 とすると

$$P_1=\sigma\cdot hb=\frac{Ph}{2h+a}$$

よって これらの物体の変位 λ_1 は ヤング率を E_1 として

$$\lambda_1=\frac{P_1 l}{bhE_1}=\frac{Pl}{b(2h+a)E_1}$$

(ii) ②について

この物体の断面積は $a\cdot b$ であるから加わっている力を P_2 とすると

$$P_2=\sigma ab=\frac{Pa}{2h+a}$$

よってこの物体の変位 λ_2 は ヤング率を E_2 として

$$\lambda_2=\frac{P_2 l}{abE_2}=\frac{Pl}{b(2h+a)E_2}$$

(i),(ii)より

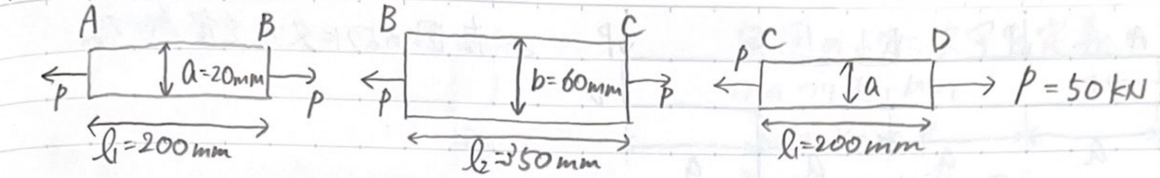
$$\lambda_1=\frac{500\times10^3\times300\times10^{-3}}{60\times10^{-3}\times(2\times15\times10^{-3}+40\times10^{-3})\times70\times10^9}=5.102\times10^{-4}\,m$$

$$\lambda_2=\frac{500\times10^3\times300\times10^{-3}}{60\times10^{-3}\times(2\times15\times10^{-3}+40\times10^{-3})\times105\times10^9}=3.4014\times10^{-4}\,m$$

$\lambda_1>\lambda_2$ より 剛体板の変位は λ_2 に等しい

$$\lambda_2=\underline{0.340\ mm}$$ //

10.2



上図のように文字を定義し，厚さを $h=50$mm とする。

(i) AB, CD ののび λ_1

断面積が ah であるから

$$\lambda_1 = \frac{Pl_1}{ahE} = \frac{50\times10^3 \times 200\times10^{-3}}{20\times10^{-3}\times 50\times10^{-3}\times 200\times10^9} = 5\times10^{-5}\ \text{m}$$

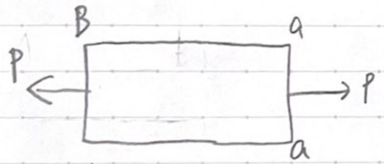
(ii) BC ののび λ_2

断面積が bh であるから．

$$\lambda_2 = \frac{Pl_2}{bhE} = \frac{50\times10^3\times 350\times10^{-3}}{60\times10^{-3}\times 50\times10^{-3}\times 200\times10^9} = 2.912\times10^{-5}\ \text{m}.$$

全体ののびを λ とすると

$$\lambda = 2\lambda_1 + \lambda_2 = 12.912\times10^{-5}\ \text{m} \qquad \therefore \lambda = 0.129\ \text{mm}$$



a-a 断面での縦ひずみを ε とすると

$$\varepsilon = \frac{\frac{P}{bh}}{E} = \frac{P}{bhE}$$

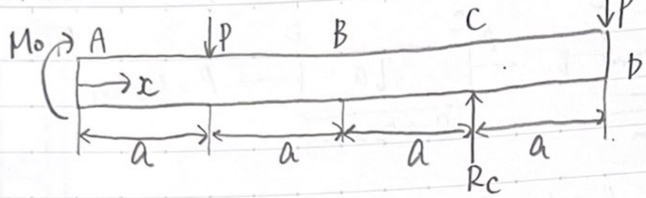
となり．横ひずみを ε' とすると．

$$\varepsilon' = -\nu\varepsilon$$

$$= -\frac{P\nu}{bhE} = -\frac{50\times10^3\times0.3}{60\times10^{-3}\times50\times10^{-3}\times200\times10^9} = -2.5\times10^{-5}$$

$$\therefore \varepsilon' = -2.5\times10^{-5}$$

10.3



左図のように文字を定義する。

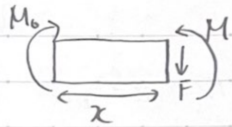
力のつりあいから

$$R_C = 2P$$

モーメントのつりあいから

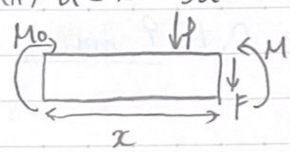
$$M_0 = -Pa + R_C 3a - P\cdot 4a$$
$$= Pa$$

(i) $0 \leq x \leq a$



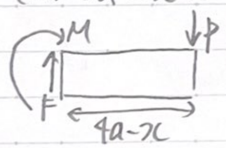
$$F = 0$$
$$M = M_0 = Pa$$

(ii) $a \leq x \leq 3a$



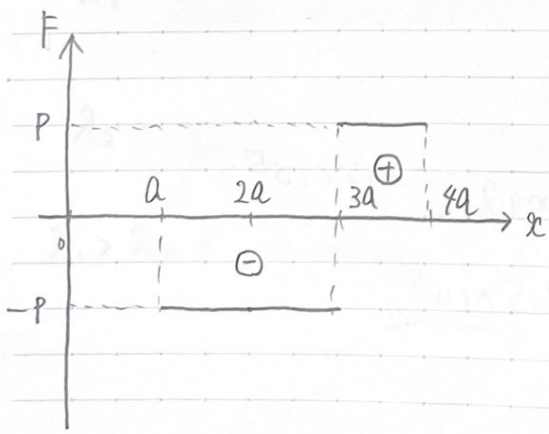
$$F = -P$$
$$M = M_0 - P(x-a)$$
$$= -Px + 2Pa$$

(iii) $3a \leq x \leq 4a$

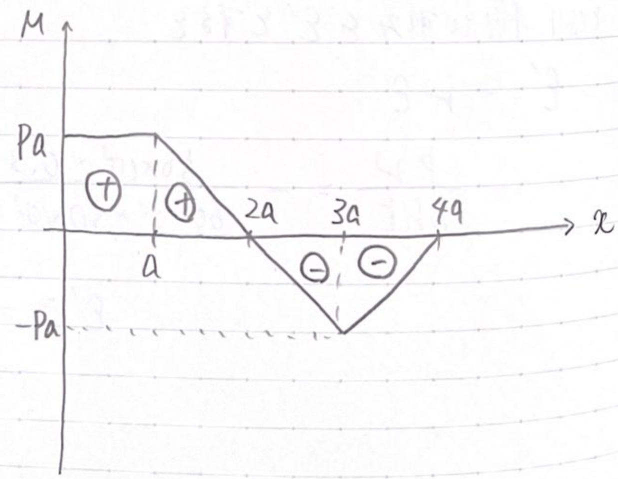


$$F = P$$
$$M = -P(4a-x)$$

・SFD



・BMD



10.4

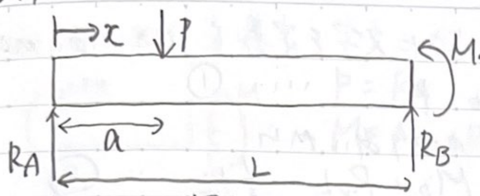


図1

左図のように文字を定義し
力のつりあいから
$$R_A + R_B = P$$
モーメントのつりあいから
$$M_0 - R_A L + P(L-a) = 0$$

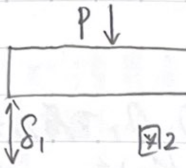


図2

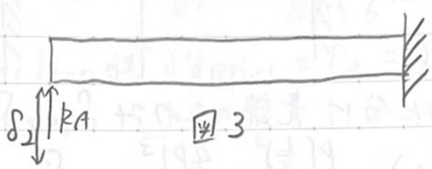


図3

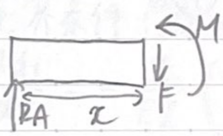
図2，図3のようにPとR_Aによる$x=0$でのたわみをδ_1 δ_2とする。

$$\delta_1 = \frac{P(L-a)^2}{2EI} \times a \quad , \quad \delta_2 = -\frac{R_A L^3}{3EI}$$

$\delta_1 + \delta_2 = 0$であるから

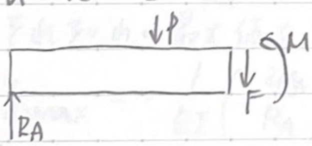
$$\frac{P(L-a)^2}{2}a - \frac{R_A L^3}{3} = 0 \Rightarrow R_A = \frac{3Pa(L-a)^2}{2L^3}$$

(i) $0 \leq x \leq a$



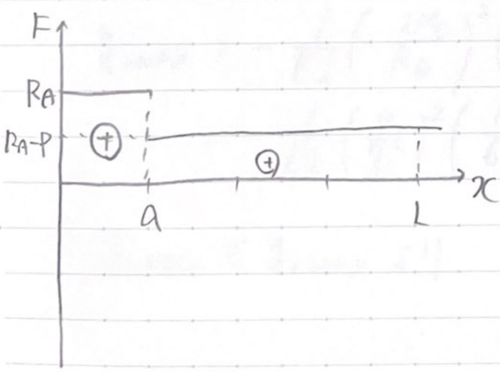
$$F = R_A$$
$$M = R_A x$$

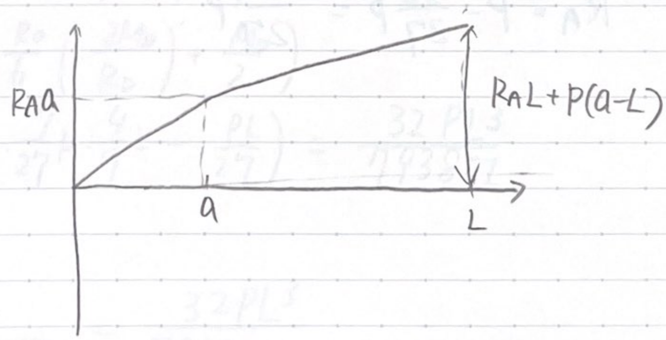
(ii) $a \leq x \leq L$



$$F = R_A - P$$
$$M = R_A x - P(x-a)$$
$$= (R_A - P)x + Pa$$

. SFD





10.5

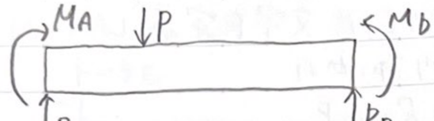


図1

左図のように文字を定義し 力のつりあいから

$R_A + R_D = P$ ……①

モーメントのつりあいから

$M_A = M_D + R_D L - \frac{1}{3}PL$ ……②

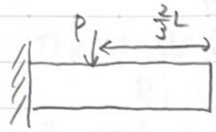


図2

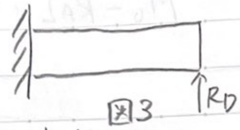


図3

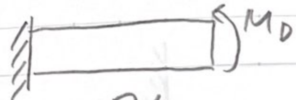


図4

図2〜図3のように分け先端のたわみ $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ とたわみ角 θ_1 θ_2 θ_3 を考える。

$$\delta_1 = \frac{P\left(\frac{L}{3}\right)^2}{2EI}\left(\frac{2}{3}L\right) + \frac{P\left(\frac{L}{3}\right)^3}{3EI} = \frac{4PL^3}{81EI}, \quad \delta_2 = -\frac{R_D L^3}{3EI}, \quad \delta_3 = -\frac{M_D L^2}{2EI}$$

$$\theta_1 = \frac{P\left(\frac{L}{3}\right)^2}{2EI} = \frac{PL^2}{18EI} \quad \theta_2 = -\frac{R_D L^2}{2EI}, \quad \theta_3 = -\frac{M_D L}{EI}$$

ここで両端が固定されていることから $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 0$, $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 0$ である。

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = \frac{L^2}{81EI}\left(4PL - 27R_D L - \frac{81}{2}M_D\right) = 0 \quad \cdots ③$$

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \frac{L}{18EI}\left(PL - 9R_D L - 18M_D\right) = 0 \quad \cdots ④$$

③④より $PL - \frac{81}{2}M_D + 54M_D = 0 \Rightarrow M_D = -\frac{2}{27}PL$

$9R_D L = PL - 18\left(-\frac{2}{27}PL\right) \Rightarrow R_D = \frac{7}{27}P$

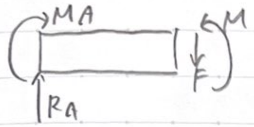
これらを①,②に代入して

$$M_A = -\frac{2}{27}PL + \frac{7}{27}PL - \frac{PL}{3} = -\frac{4}{27}PL$$

$$R_A = P - \frac{7}{27}P = \frac{20}{27}P$$

10.5 続き

(i) $0 \le x \le \frac{L}{3}$



$F = R_A$

$M = M_A + R_A x$

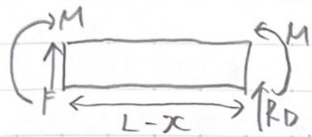
よって $\frac{d^2y_1}{dx^2} = -\frac{M}{EI} = -\frac{1}{EI}(M_A + R_A x)$

$$\frac{dy_1}{dx} = -\frac{1}{EI}\left(\frac{R_A}{2}x^2 + M_A x + C_1\right)$$

$$y_1 = -\frac{1}{EI}\left(\frac{R_A}{6}x^3 + \frac{M_A}{2}x^2 + C_1 x + C_2\right)$$

ここで境界条件 $\left(\frac{dy_1}{dx}\right)_{x=0} = 0$, $(y_1)_{x=0} = 0$ より $C_1 = C_2 = 0$ となる。

(ii) $\frac{L}{3} \le x \le L$



$F = -R_D$

$M = M_D + R_D(L-x)$

よって $\frac{d^2y_2}{dx^2} = -\frac{M}{EI} = -\frac{1}{EI}(M_D + R_D(L-x))$

$$\frac{dy_2}{dx} = -\frac{1}{EI}\left(-\frac{R_D}{2}(L-x)^2 - M_D(L-x) + C_3\right)$$

$$y_2 = -\frac{1}{EI}\left(\frac{R_D}{6}(L-x)^3 + \frac{M_D}{2}(L-x)^2 + C_3(L-x) + C_4\right)$$

境界条件 $\left(\frac{dy_2}{dx}\right)_{x=L} = 0$, $(y_2)_{x=L} = 0$ より $C_3 = C_4 = 0$ となる。

$\frac{dy_1}{dx} = -\frac{x}{EI}\left(\frac{R_A}{2}x + M_A\right)$, $\frac{dy_2}{dx} = -\frac{L-x}{EI}\left(-\frac{R_D}{2}(L-x) - M_D\right)$ より.

y_1 は $x = -\frac{2M_A}{R_A}$ で最大値をとり y_2 は $L-x = -\frac{2M_D}{R_D}$ で最大値をとる。

それぞれの最大値を y_{1max} y_{2max} とすると

$$y_{1max} = -\frac{1}{EI}\left(-\frac{2M_A}{R_A}\right)^2\left(\frac{R_A}{6}\left(-\frac{2M_A}{R_A}\right) + \frac{M_A}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{EI}\left(\frac{2}{5}L\right)^2\left(\frac{1}{6}\cdot\frac{20}{27}P\left(\frac{2}{5}L\right) - \frac{4}{27}PL\right) = \frac{8PL^3}{2025EI}$$

$$y_{2max} = -\frac{1}{EI}\left(-\frac{2M_D}{R_D}\right)^2\left(\frac{R_D}{6}\cdot\left(-\frac{2M_D}{R_D}\right) + \frac{M_D}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{EI}\left(\frac{4}{7}L\right)^2\left(\frac{1}{6}\cdot\frac{7}{27}P\cdot\frac{4}{7}L - \frac{PL}{27}\right) = \frac{32PL^3}{7938EI}$$

$y_{1max} < y_{2max}$ より

$$y_{2max} = \frac{32PL^3}{7938EI}$$

No.
Date

10.6.

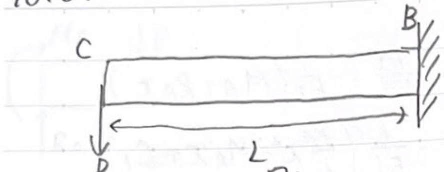


図1

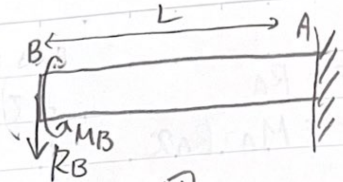


図2

上図のような2つに分けて考える。図1の壁Bにはたらく力，モーメントが図2の点Bにはたらく力，モーメントに等しい。

力のつりあいから

$$R_B = P$$

モーメントのつりあいから

$$M_B = -PL$$

(i) ABについて

R_Bによる変位をδ_B，M_Bによるねじれ角をϕ_Bとする。ϕ_BはAに対して時計まわりを正とする。

$$\delta_B = \frac{R_B L^3}{3EI} = \frac{PL^3}{3EI} \quad , \quad \phi_B = -\frac{M_B L}{GI_p} = -\left(-\frac{PL^2}{GI_p}\right) = \frac{PL^2}{GI_p}$$

ここでI, I_pは断面二次モーメント，断面二次極モーメントを表し

$I = \frac{\pi}{64}d^4$，$I_p = \frac{\pi}{32}d^4$である。

(ii) BCについて

Cでの変位δ_{BC}は

$$\delta_{BC} = \frac{PL^3}{3EI}$$

(i)(ii)より Cの変位δ_Cは

$$\delta_C = \delta_B + \phi_B \cdot L + \delta_{BC}$$

$$= \frac{PL^3}{3EI} + \frac{PL^3}{GI_p} + \frac{PL^3}{3EI}$$

$$= \frac{2PL^3}{3EI} + \frac{PL^3}{GI_p}$$

$$= PL^3\left(\frac{2 \cdot 64}{3 \cdot E \cdot \pi d^4} + \frac{32}{G \cdot \pi d^4}\right)$$

$$= \frac{200 \times (0.25)^3}{\pi \cdot (0.015)^4}\left(\frac{2 \cdot 64}{3 \cdot 200 \times 10^9} + \frac{32}{80 \times 10^9}\right)$$

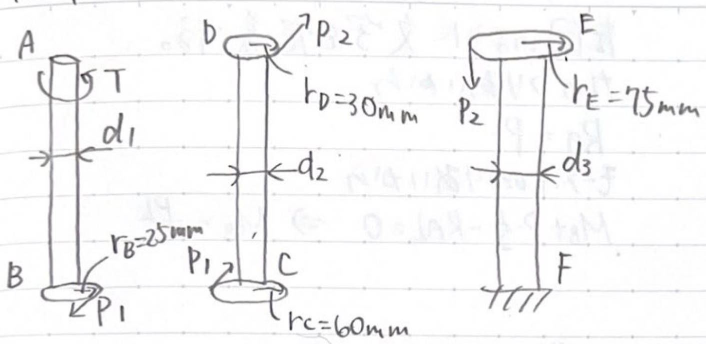
$$= 12.05 \times 10^{-3}$$

$$\therefore \ \delta_C = 12.1 \text{ mm}$$ //

No.

Date

10.7



左図のように文字を定義する。$P_1\ P_2\ P_3$ は歯車による反力である。I_pを断面二次極モーメントとする。ABにかかっているP_1はAに対して時計回り，CDにかかっているP_1はDに対して時計回り，P_2はDに対して反時計回り，EFにかかっているP_2はEに対して反時計回りである。

(i) ABについて.

トルクのつりあいから $T = P_1 r_B$ …①

ABにはたらくせん断応力の最大値 τ_{ABMax} は

$$\tau_{ABMax} = \frac{T}{I_p}\cdot\frac{d_1}{2} = \frac{16T}{\pi d_1^3} \le \tau_{allow}$$

$$\therefore d_1 \ge \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi\tau_{allow}}} = \sqrt[3]{\frac{16\cdot100}{\pi\cdot70\times10^6}} = 0.04175\ \mathrm{m}$$

$d_1 = 41.8\ \mathrm{mm}$

(ii) CDについて.

①とトルクのつりあいより $P_1 r_C = T\frac{r_C}{r_B} = P_2 r_D$ …②

CD間のせん断応力の最大値 τ_{CDMax} は

$$\tau_{CDMax} = \frac{P_1 r_C}{I_p}\cdot\frac{d_2}{2} = \frac{16\frac{r_C}{r_B}T}{\pi d_2^3} \le \tau_{allow}$$

$$\therefore d_2 \ge \sqrt[3]{\frac{16 r_C T}{\pi \tau_{allow} r_B}} = \sqrt[3]{\frac{16\times60\times10^{-3}\times100}{\pi\,70\times10^6\times25\times10^{-3}}} = 0.02594$$

$\therefore d_2 = 25.9\ \mathrm{mm}$

(iii) EFについて.

② から $P_2 = \frac{r_C}{r_B r_D}T$ EFにかかるトルクは $P_2\cdot r_E$

EF間のせん断応力の最大値 τ_{EFMax} は

$$\tau_{EFMax} = \frac{P_2 r_E}{I_p}\cdot\frac{d_3}{2} = \frac{16}{\pi d_3^3}\cdot\frac{r_C r_E}{r_B r_D}T \le \tau_{allow}$$

$$\therefore d_3 \ge \sqrt[3]{\frac{16 r_C r_E T}{\pi\tau_{allow} r_B r_D}} = \sqrt[3]{\frac{16\cdot60\times10^{-3}\times75\times10^{-3}\times100}{\pi\times70\times10^6\times25\times10^{-3}\times30\times10^{-3}}}$$

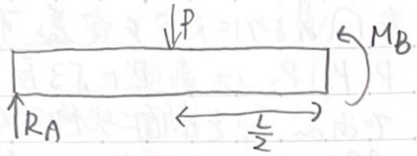
$= 0.03521$

$\therefore d_3 = 35.2\ \mathrm{mm}$

(i)〜(iii)より $d_1 = 41.8\ \mathrm{mm}$, $d_2 = 25.9\ \mathrm{mm}$, $d_3 = 35.2\ \mathrm{mm}$

No.
Date

10.8.



左図のように文字を定義する。

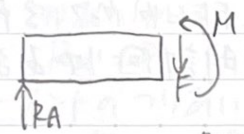
力のつりあいから

$R_A = P$

モーメントのつりあいから

$M_B + P\cdot\frac{L}{2} - R_A L = 0 \Rightarrow M_B = \frac{PL}{2}$

(i) $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$



$F = R_A$
$M = R_A x$
$\quad = Px$

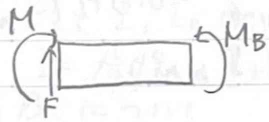
$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} = -\frac{Px}{EI}$$

たわみ角をθ_1, たわみをy_1とすると

$$\theta_1 = -\frac{1}{EI}\left(\frac{P}{2}x^2 + C_1\right), \quad y_1 = -\frac{1}{EI}\left(\frac{P}{6}x^3 + C_1 x + C_2\right)$$ (C_1, C_2は任意定数)

$(y_1)_{x=0} = 0$ より $C_2 = 0$.

(ii) $\frac{L}{2} \leq x \leq L$



$F = 0$
$M = M_B = \frac{PL}{2}$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{EI}\cdot\frac{PL}{2}$$

たわみ角をθ_2, たわみをy_2とすると.

$$\theta_2 = -\frac{1}{EI}\left(\frac{PL}{2}x + C_3\right), \quad y_2 = -\frac{1}{EI}\left(\frac{PL}{4}x^2 + C_3 x + C_4\right)$$ (C_3, C_4は任意定数)

点Bでのたわみ角は0であるから $C_3 = 0$.

$y_1, y_2, \theta_1, \theta_2$ が $x = \frac{L}{2}$ で連続であるから.

$$(\theta_1)_{x=\frac{L}{2}} = (\theta_2)_{x=\frac{L}{2}} \Rightarrow -\frac{1}{EI}\left(\frac{P}{2}\cdot\frac{L^2}{4} + C_1\right) = -\frac{1}{EI}\left(\frac{PL^2}{4}\right)$$

$$(y_1)_{x=\frac{L}{2}} = (y_2)_{x=\frac{L}{2}} \Rightarrow -\frac{1}{EI}\left(\frac{P}{6}\frac{L^3}{8} + \frac{L}{2}C_1\right) = -\frac{1}{EI}\left(\frac{PL^3}{16} + C_4\right)$$

$$\therefore C_1 = \frac{PL^2}{4} - \frac{PL^2}{8} = \frac{PL^2}{8}, \quad C_4 = \frac{PL^3}{48} + \frac{PL^3}{16} - \frac{PL^3}{16} = \frac{PL^3}{48}$$

よって点Bの変位は

$$(y_2)_{x=L} = -\frac{1}{EI}\left(\frac{PL}{4}\cdot L^2 + \frac{PL^3}{48}\right)$$

$$= -\frac{13PL^3}{48EI}$$

$$\therefore \delta_B = -\frac{13PL^3}{48EI}$$ //