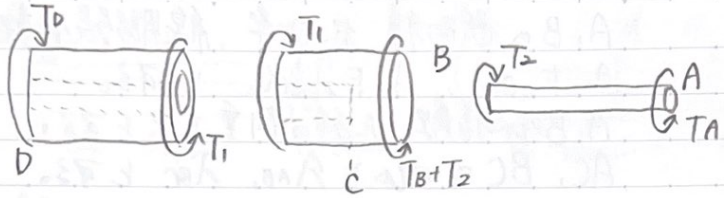
No.

Date

9.1



左図のように分けて考える。
AB, BC, CD の長さをそれぞれ l_1, l_2, l_3 とし
ABの直径, BDの直径, CDの内の直径を
d_3, d_1, d_2 とする。

AB, BD部の横弾性係数を $G_1=27\,GPa$. $G_2=39\,GPa$ とする。
AB, BC, CD部の断面二次極モーメントを I_{PA}, I_{PB}, I_{PC} とすると

$I_{PA}=\frac{\pi}{32}d_3^4$, $I_{PB}=\frac{\pi}{32}d_1^4$, $I_{PC}=\frac{\pi}{32}(d_1^4-d_2^4)$ となる。

図より, 力のつりあいから

$T_2=T_A=800\,[N\cdot m]$

$T_D=T_1=T_B+T_2=T_A+T_B=2.4\times10^3\ [N\cdot m]$

AB, BC, CD部のねじれ角を ϕ_{AB}, ϕ_{BC}, ϕ_{CD} とすると

$$\phi_{AB}=\frac{T_A l_1}{G_1 I_{PA}}$$

$$\phi_{BC}=\frac{T_D l_2}{G_2 I_{PB}}$$

$$\phi_{DC}=\frac{T_D l_3}{G_2 I_{PC}}$$

よって求める点Aでのねじれ角 ϕ は

$$\phi=\phi_{AB}+\phi_{BC}+\phi_{DC}$$

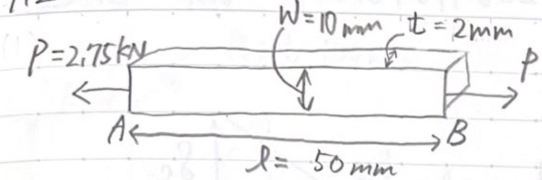
$$=\frac{T_A l_1}{G_1 I_{PA}}+\frac{T_D l_2}{G_2 I_{PB}}+\frac{T_D l_3}{G_2 I_{PC}}$$

$$=\frac{32T_A l_1}{G_1\pi d_3^4}+\frac{32T_D l_2}{G_2\pi d_1^4}+\frac{32T_D l_3}{G_2\pi(d_1^4-d_2^4)}$$

$$=0.1077$$

$\therefore\ \phi=0.108\ \text{rad}$ //

9.2



左図のように文字を定義する。

(1) 断面積が wt より

$$\sigma = \frac{P}{wt} = \frac{2.75\times10^{3}}{10\times10^{-3}\times2\times10^{-3}} = 137.5\times10^{6}\ [\mathrm{Pa}]$$

$$\therefore \sigma = 138\ [\mathrm{MPa}]$$

(2) $$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{P}{wtE} = \frac{2.75\times10^{3}}{10\times10^{-3}\times2\times10^{-3}\times79\times10^{9}} = 1.741\times10^{-9}$$

$$\varepsilon = 1.74\times10^{-9}$$

(3) $$\lambda = \frac{\sigma}{E}l = \frac{Pl}{wtE} = \frac{2.75\times10^{3}\times50\times10^{-3}}{10\times10^{-3}\times2\times10^{-3}\times79\times10^{9}} = 8.703\times10^{-5}\ [\mathrm{m}]$$

$$\lambda = 0.0870\ [\mathrm{mm}]$$

(4) 厚さの変化を δ_t とすると面積が変わらないことから.

$$(t-\delta_t)\times(l+\lambda) = lt$$

$$\delta_t = \frac{t\lambda}{l+\lambda} = \frac{Pt}{P+twE} = 3.475\times10^{-6}$$

$$\delta_t = 3.48\times10^{-6}\ \mathrm{m}$$

(5) 幅の変化を δ_w とすると面積が変わらないので

$$(l+\lambda)\times(w-\delta_w) = lw$$

$$\delta_w = \frac{\lambda w}{\lambda+l} = \frac{Pw}{P+wtE} = 1.711\times10^{-4}$$

$$\delta_w = 0.171\ \mathrm{mm}$$

No.

Date

9.3

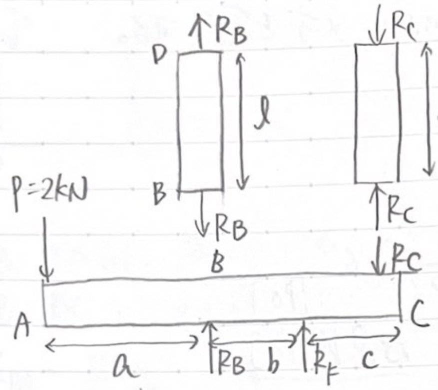


図1. FBD

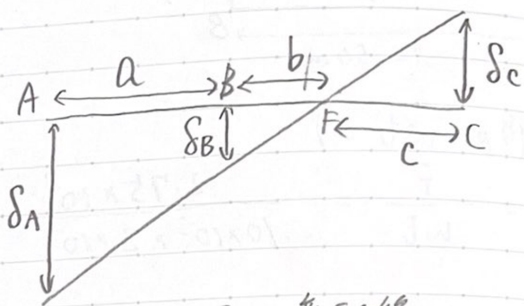


図2. 変形後

力のつりあいより

$$R_B + R_F = P + R_C \Rightarrow R_F = R_C - R_B + P \quad \cdots ①$$

棒ACのモーメントのつりあいから

$$-R_F C - R_B(b+C) + P(a+b+C) = 0 \quad \cdots ②$$

①②より

$$-(R_C - R_B + P)C - R_B(b+C) + P(a+b+C) = 0$$

$$\Leftrightarrow P(a+b) = R_B b + R_C C \quad \cdots ③$$

図2より

$\dfrac{\delta_B}{\delta_C} = \dfrac{b}{C}$ であり $\delta_B = \dfrac{R_B l}{AE}$, $\delta_C = \dfrac{R_C l}{AE}$ なので　(A,は断面積Eはヤング率

$$R_B C = R_C b$$

この式と③より

$$R_B\left(b + \frac{C^2}{b}\right) = P(a+b) \Leftrightarrow R_B = \frac{Pb(a+b)}{b^2+C^2}$$

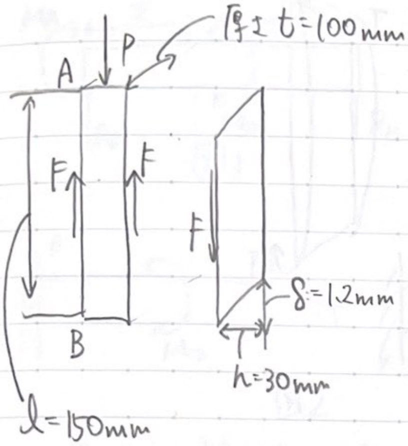
さらに図2から

$\dfrac{\delta_A}{\delta_B} = \dfrac{a+b}{b}$ なので $\delta_A = \dfrac{a+b}{b} \cdot \dfrac{R_B l}{AE}$

$$\therefore \delta_A = \frac{a+b}{b} \cdot \frac{l}{AE} \cdot \frac{Pb(a+b)}{b^2+C^2}$$

$$= \frac{Pl(a+b)^2}{AE(b^2+C^2)}$$

9.4



左図のように文字を定義する。
Fはせん断力である。
力のつりあいから
$P=2F$
$\Leftrightarrow F=\frac{P}{2}$

ゴムの部分の面積は lt と書ける。
ゴムにかかるせん断応力 τ は
$$\tau=\frac{F}{tl}$$
$$=\frac{P}{2tl}$$ である。

フックの法則よりせん断弾性係数を G, ひずみを γ とすると
$\tau=G\gamma$ となる。図より
$\gamma=\frac{\delta}{h}$ であるから
$$G=\frac{\tau}{\gamma}$$
$$=\frac{h}{\delta}\frac{P}{2tl}$$
$$=\frac{0.03\times 20\times 10^{3}}{2\times 0.1\times 0.15\times 1.2\times 10^{-3}}=16.67\times 10^{6}\ [\mathrm{Pa}]$$

$\therefore G=16.7\ [\mathrm{MPa}]$

No.

Date

9.5

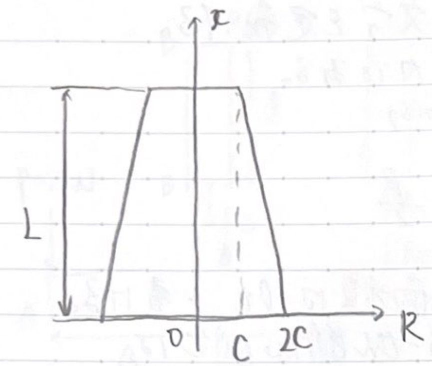


図1

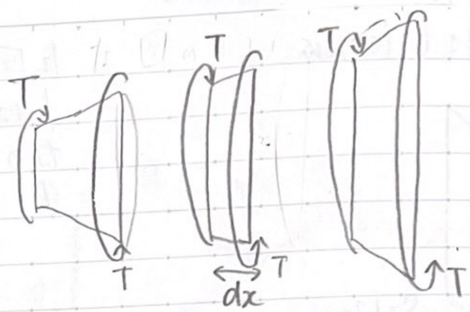


図2

(1) 図1のような座標を考えると

$$R = -\frac{C}{L}x + 2C$$

と表せる。ここで断面二次極モーメント I_p は

$$I_p = \frac{\pi}{2}R^4$$

と表せる。位置 x でのせん断応力 τ は

$$\tau = \frac{T}{I_p}r = \frac{2T}{\pi R^4} \times r$$

と表せるので R が最小かつ r が最大のときに τ は最大値をとる。

R, r の最大値 R_{max}, r_{max} は $R_{max} = 2C$, $r_{max} = 2C$

$$\therefore \tau_{max} = \frac{T}{4\pi C^3}$$

(2) 図2のような微小部分 dx を考える。ここでのねじれ角 $d\phi$ は

$$d\phi = \frac{T\,dx}{GI_p} = \frac{T}{G}\frac{2}{\pi}\left(\frac{L}{-Cx+2CL}\right)^4 dx$$

これを 0 から L まで積分したものが A でのねじれ角である。

$$\phi = \frac{2TL^4}{G\pi C^4}\int_0^L \left(\frac{1}{x-2L}\right)^4 dx$$

$$= \frac{2TL^4}{G\pi C^4}\left[-\frac{1}{5}(x-2L)^{-5}\right]_0^L$$

$$= \frac{31T}{80G\pi C^4 L}$$

$$\therefore \phi = \frac{31T}{80G\pi C^4 L}$$

9.6

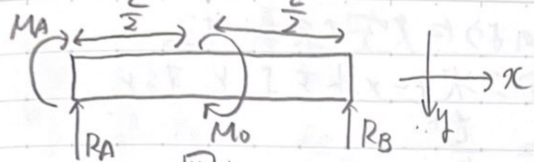


図1

図1のように定義して 力のつりあいから

$$R_A + R_B = 0 \quad \cdots ①$$

モーメントのつりあいから。

$$-M_A - M_0 + R_B L = 0 \quad \cdots ②$$

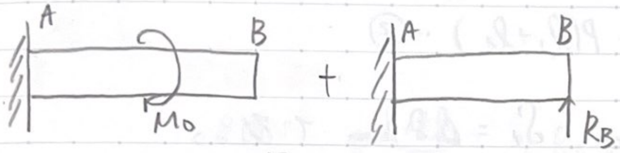


図2

図2のような2のはりを組み合わせて考える。
M_0, R_Bによる点Bの変位をそれぞれδ_{BM}, δ_{BR}とする。

$$\delta_{BM} = \frac{M_0}{EI}\left(\frac{L}{2}\right) \times \frac{L}{2} = \frac{M_0 L^2}{4EI} \qquad \delta_{BR} = -\frac{R_B L^3}{3EI}$$

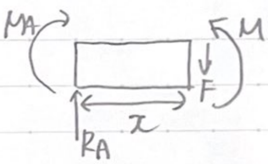
点Bでの変位は0より

$$\delta_{BM} + \delta_{BR} = \frac{M_0 L^2}{4EI} - \frac{R_B L^3}{3EI} = 0 \Rightarrow R_B = \frac{3M_0}{4L} \quad \cdots ③$$

①〜③より

$$R_A = -R_B = -\frac{M_0}{4L}, \quad M_A = -\frac{1}{4}M_0$$ となる。

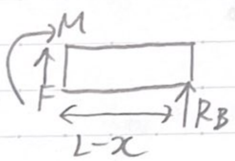
(i) $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$



$$F = R_A = -\frac{M_0}{4L}$$

$$M = M_A + R_A x = -\frac{M_0}{4L}(L + x)$$

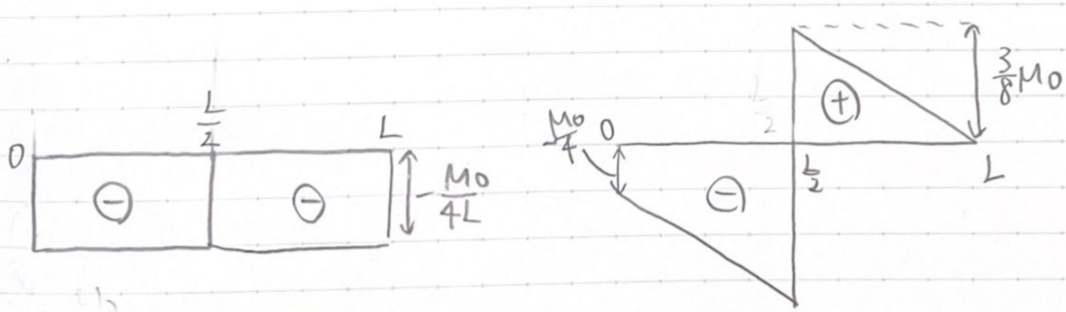
(ii) $\frac{L}{2} \leq x \leq L$



$$F = -R_B = -\frac{M_0}{4L}$$

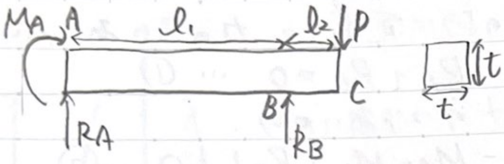
$$M = R_B(L-x) = \frac{3M_0}{4L}(L-x)$$

・SFD　　　　・BMD



2.

9.7



左図のように文字を定義する。
断面二次モーメントをIとすると

$$I=\frac{t^4}{12}$$

力のつりあいから　$R_A+R_B=P$　…①

モーメントのつりあいから　$M_A=R_B l_1-P(l_1+l_2)$ …②

点B, Cの変位はそれぞれ $\delta_0=0.5\,mm$　$\delta_1=0.8\,mm$ である。

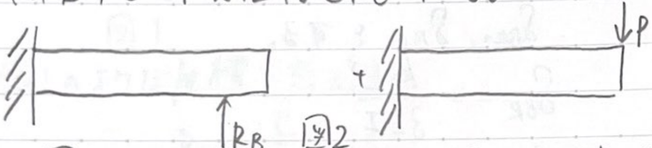


図2

図2のような組み合わせで考えると B, Cの変位 δ_B, δ_C は

$$\begin{cases}\delta_B=-\dfrac{R_B l_1^3}{3EI}+\dfrac{P(l_1+l_2)^2}{2EI}\left(2-\dfrac{l_1}{l_1+l_2}\right)\dfrac{l_1}{l_1+l_2}=\delta_0 & \cdots③\\ \delta_C=-\dfrac{R_B l_1^2}{2EI}\times l_2+\dfrac{P(l_1+l_2)^3}{3EI}=\delta_1 & \cdots④\end{cases}$$

④より

$$R_B=\frac{2EI}{l_1^2 l_2}\left(\frac{P(l_1+l_2)^3}{3EI}-\delta_1\right)=\frac{2}{3}P\frac{(l_1+l_2)^3}{l_1^2 l_2}-\frac{2EI}{l_1^2 l_2}\delta_1$$

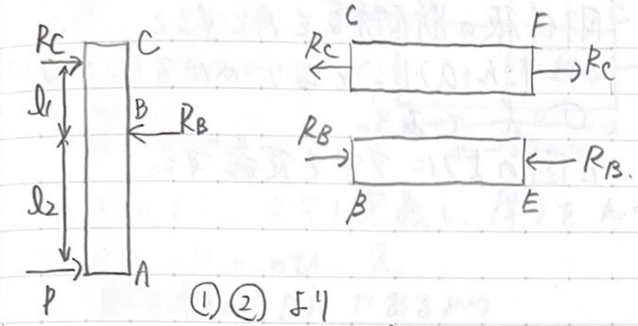
これを③に代入して

$$-\frac{l_1^3}{3EI}\left(\frac{2}{3}P\frac{(l_1+l_2)^3}{l_1^2 l_2}-\frac{2EI}{l_1^2 l_2}\delta_1\right)+\frac{Pl_1(l_1+l_2)}{2EI}\left(2-\frac{l_1}{l_1+l_2}\right)=\delta_0$$

$$P\left(\frac{l_1(l_1+l_2)}{2EI}\left(2-\frac{l_1}{l_1+l_2}\right)-\frac{2l_1(l_1+l_2)^3}{9EI\,l_2}\right)=\delta_0-\frac{2l_1\delta_1}{3l_2}$$

$$P\cdot 1.595\times10^{-7}=$$

9.8



左図のように文字を定義する。
$P = 18\ \mathrm{kN}$ である。
棒ACの力のつりあいから
$R_C + P = R_B \quad \cdots ①$
モーメントのつりあいから
$P(l_1 + l_2) = R_B l_1 \quad \cdots ②$

①②より

$$R_B = P\frac{l_1 + l_2}{l_1}, \quad R_C = P\cdot\frac{l_2}{l_1}$$

・BEの変位を λ_{BE} とすると 断面積を $A = 60 \times 15 \times 10^{-6} = 9 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^2}$

$$\lambda_{BE} = \frac{R_B l}{AE} = \frac{P(l_1 + l_2)l}{l_1 AE} = \frac{18 \times 10^3 \times 0.44 \times 0.24}{0.18 \times 9 \times 10^{-4} \times 200 \times 10^9} = 1.056 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}$$

応力 σ_{BE} は

$$\sigma_{BE} = \frac{R_B}{A} = \frac{P(l_1 + l_2)}{l_1 A} = \frac{18 \times 10^3 \times 0.44}{0.18 \times 9 \times 10^{-4}} = 48.88 \times 10^6\ [\mathrm{Pa}]$$

・CFの変位を λ_{CF} とすると

$$\lambda_{CF} = \frac{R_C l}{AE} = \frac{P l_2 l}{l_1 AE} = \frac{18 \times 10^3 \times 0.26 \times 0.24}{0.18 \times 9 \times 10^{-4} \times 200 \times 10^9} = 3.467 \times 10^{-5}$$

応力 σ_{CF} は

$$\sigma_{CF} = \frac{R_C}{A} = \frac{P l_2}{l_1 A} = \frac{18 \times 10^3 \times 0.26}{0.18 \times 9 \times 10^{-4}} = 28.89 \times 10^6\ [\mathrm{Pa}]$$

$\lambda_{BE} = 0.106\ \mathrm{mm}$ の縮み　$\lambda_{CF} = 0.0347\ \mathrm{mm}$ の縮み

$\sigma_{BE} = 48.9\ \mathrm{MPa}$　$\sigma_{CF} = 28.9\ \mathrm{MPa}$