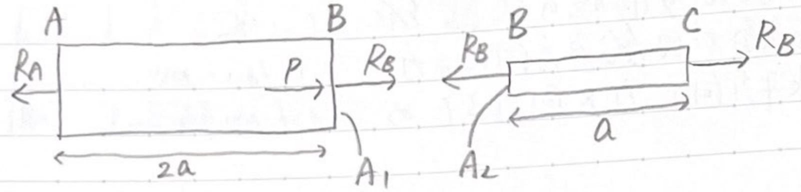
No.

Date

8.1



左図のように力を定義する。
断面積 A_1, A_2 は

$$A_1 = \frac{\pi d^2}{4}, \quad A_2 = \frac{9}{64}\pi d^2$$

左部分の力のつりあいから

$$R_A = P + R_B \quad \cdots ①$$

棒AB, BCののび λ_{AB}, λ_{BC} は ヤング率をEとして、

$$\lambda_{AB} = \frac{R_A \cdot 2a}{A_1 E_1}, \quad \lambda_{BC} = \frac{R_B a}{A_2 E}$$

左右が壁に固定されているので $\lambda_{AB} + \lambda_{BC} = 0$ である。

$$\lambda_{AB} + \lambda_{BC} = \frac{R_A \cdot 2a}{A_1 E_1} + \frac{R_B a}{A_2 E} = 0$$

$$\therefore \quad R_B = -\frac{A_2}{A_1} \cdot 2R_A \quad \cdots ②$$

①②より

$$R_A = P - \frac{2A_2}{A_1} R_A \Rightarrow R_A = \frac{P}{1 + \frac{2A_2}{A_1}} = \frac{PA_1}{A_1 + 2A_2}$$

$$R_B = -\frac{2A_2}{A_1} \cdot \frac{PA_1}{A_1 + 2A_2} = -\frac{2PA_2}{A_1 + 2A_2}$$

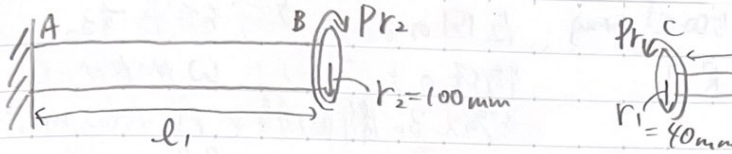
$$\therefore \quad R_A = \frac{P \cdot \frac{\pi d^2}{4}}{\frac{\pi d^2}{4} + 2 \cdot \frac{9}{64}\pi d^2} = \frac{8P}{8+9} = \frac{8}{17}P$$

$$R_B = -\frac{2 \cdot P \cdot \frac{9}{64}\pi d^2}{\frac{\pi d^2}{4} + 2 \cdot \frac{9}{64}\pi d^2} = -\frac{9P}{8+9} = -\frac{9}{17}P$$

$$R_A = \frac{8}{17}P, \quad R_B = -\frac{9}{17}P$$

//

8.2



上図のように文字を定義し，歯車間の反力をPとする。断面二次極モーメントをI_pとする。
棒CDの力のつりあいから

$$Pr_1 = T \qquad \therefore\ P = \frac{T}{r_1} \quad \cdots ①$$

Aに対するBのねじれ角ϕ_{AB}は

$$\phi_{AB} = \frac{Pr_2}{GI_p} l_1$$

点Cの歯車が回った長さはBの歯車が回った長さに等しいのでCの回転角ϕ_Cは

$$r_2\phi_{AB} = r_1\phi_C \Rightarrow \phi_C = \frac{r_2}{r_1}\frac{Pr_2}{GI_p} l_1 = \frac{Tl_1}{GI_p}\cdot\frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (\because ①)$$

さらに棒CDのトルクTによるねじれ角ϕ_Dは

$$\phi_D = \frac{Tl_2}{GI_p}$$

となる。点Dでのねじれ角ϕは

$$\phi = \phi_C + \phi_D = \frac{Tl_1}{GI_p}\frac{r_2^2}{r_1^2} + \frac{Tl_2}{GI_p} = \frac{T}{GI_p}\left(\frac{l_1 r_2^2}{r_1^2} + l_2\right) \le 1.6 \times \frac{\pi}{180}$$

$$\therefore\ d^4 \ge \frac{32\times1000}{70\times10^9\pi} \times \frac{180}{1.6\pi}\left(\frac{0.4\times0.1^2}{0.04^2} + 0.6\right)$$

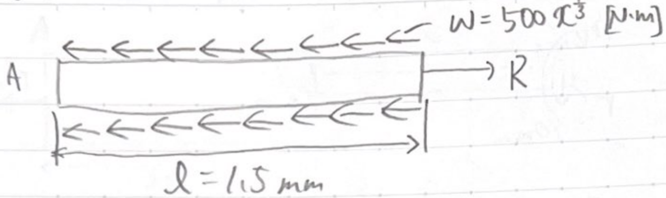
$$d \ge 0.3565$$

せん断応力の最大値τ_{maxAB}とτ_{maxCD}は

$$\tau_{maxAB} = \frac{Pr_2}{I_p}\frac{d}{2} = \frac{16Pr_2}{\pi d^3} \le 50\times10^6 \Rightarrow d \ge 0.0634$$

$$\tau_{maxCD} = \frac{T}{I_p}\frac{d}{2} = \frac{16T}{\pi d^3} \le 50\times10^6 \Rightarrow d \ge 0.0467$$

8.3.



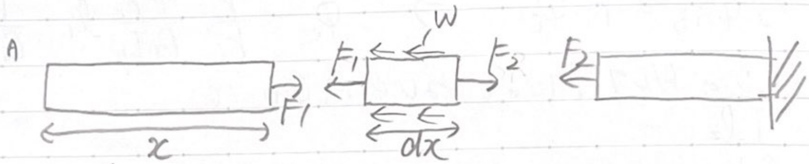
左図のように文字を定義する。物体の上、下面にwがかかっていると考える。断面積を $A = 1500\ \mathrm{mm}^2$ ヤング率を $E = 200\,\mathrm{GPa}$ とする。

$$R = 2\int_0^l w\,dx$$

$$= 2\int_0^l 500x^{\frac{1}{3}}\,dx$$

$$= 10^3\left[\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}\right]_0^l = \frac{3}{4}l^{\frac{4}{3}}10^3$$

左図を考える。



$$F_1 = 2\int_0^x w\,dx = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} \times 10^3$$

ここで dx 部分の伸びに関係するのは内力 F_1 または F_2 である。

dx 部分の伸び $d\lambda$ は

$$d\lambda = \frac{F_1\,dx}{AE}$$

$$\therefore \lambda = \frac{1}{AE}\int_0^l \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} \times 10^3\,dx$$

$$= \frac{3\times10^3}{4AE}\left[\frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}\right]_0^l$$

$$= \frac{9\times10^3}{28AE}\,l^{\frac{7}{3}}$$

$$= \frac{9\times10^3 \times 1.5^{\frac{7}{3}}}{28\times1500\times10^{-6}\times200\times10^9}$$

$$= 2.760\times10^{-6}\ \mathrm{m}$$

$$\therefore \lambda = 2.76\ \mu\mathrm{m}$$

8.4

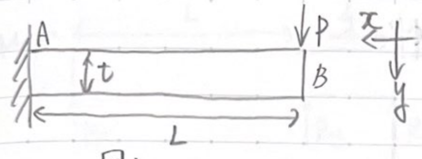


図1

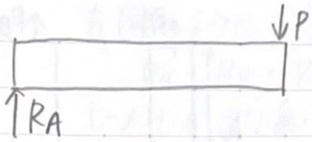


図2

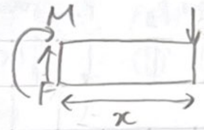


図3

図2の力のつりあいから $R_A = P$。さらに図3の位置xで切った時の図から

$F = R_A = P$

$M = -Px$ ……① となる。

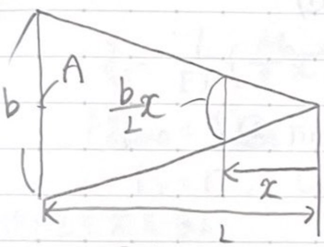


図4

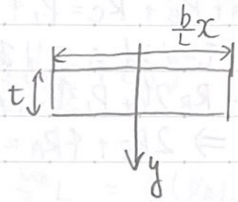


図5

ここで断面二次モーメントをIとする。位置xでの断面二次モーメントを求めるために図4から幅が$\frac{b}{L}x$であることが分かり、図5が描ける。

図5より $I = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} y^2 \cdot \frac{b}{L}x\,dy = \frac{2bx}{L}\int_0^{\frac{t}{2}} y^2 dy = \frac{2bx}{L}\cdot\left[\frac{1}{3}y^3\right]_0^{\frac{t}{2}} = \frac{bxt^3}{12L}$

①式をたわみの微分方程式に代入して

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{EI}Px = \frac{12PL}{Ebt^3}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{12PL}{Ebt^3}\left(-(L-x)+C_1\right)$$ （C_1は任意定数）

$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=L} = 0$ より $C_1 = 0$

$$y = \frac{12PL}{Ebt^3}\left(\frac{1}{2}(L-x)^2 + C_2\right)$$ （C_2は任意定数）

$(y)_{x=L} = 0$ より $C_2 = 0$

$$\therefore y = \frac{6PL}{Ebt^3}(L-x)^2$$

$$(y)_{x=0} = \frac{6PL^3}{Ebt^3}$$ //

No.

Date

8.5

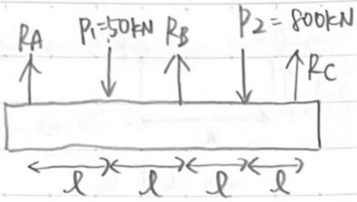


図1

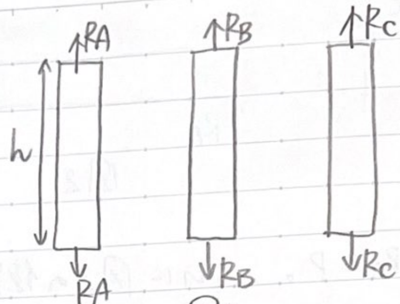


図2

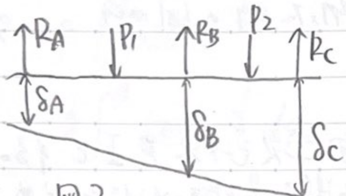


図3

図1の力のつりあいから

$$R_A + R_B + R_C = P_1 + P_2 \quad \cdots ①$$

さらにモーメントのつりあいより

$$P_2 l - R_B 2l + P_1 3l - R_A 4l = 0$$

$$\Rightarrow 2R_B + 4R_A = P_2 + 3P_1 \quad \cdots ②$$

さらに図3より

$$\frac{\delta_B - \delta_A}{\delta_C - \delta_A} = \frac{2l}{4l} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow 2(\delta_B - \delta_A) = \delta_C - \delta_A$$

ここでフックの法則から

$$\delta_A = \frac{R_A h}{AE}, \quad \delta_B = \frac{R_B h}{AE}, \quad \delta_C = \frac{R_C h}{AE}$$ となるので

$$2(R_B - R_A) = R_C - R_A \quad \Rightarrow R_C = 2R_B - R_A \quad \cdots ③$$

①③より

$$3R_B = P_1 + P_2 \quad \Rightarrow R_B = \frac{P_1 + P_2}{3} = \frac{130 \times 10^3}{3} = 43.33 \times 10^3 \, [N]$$

②に代入して

$$4R_A = P_2 + 3P_1 - \frac{2}{3}(P_1 + P_2) \Rightarrow R_A = \frac{1}{12}(7P_1 + P_2) = \frac{430 \times 10^3}{12} = 35.83 \times 10^3 \, [N]$$

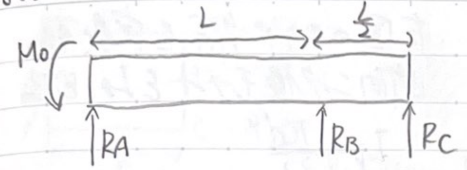
RA, RBを③に代入して

$$R_C = \frac{2}{3}(P_1 + P_2) - \frac{1}{12}(7P_1 + P_2)$$

$$= \frac{1}{12}(P_1 + 7P_2) = \frac{610 \times 10^3}{12} = 50.83 \times 10^3 \, [N]$$

$$\therefore R_A = 35.8 \, [kN], \quad R_B = 43.3 \, [kN], \quad R_C = 50.8 \, [kN]$$ //

8.6



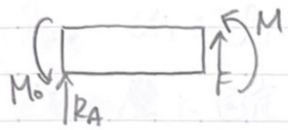
左図のように文字を定義し, 力のつりあいから

$$R_A + R_B + R_C = 0 \quad \cdots ①$$

モーメントのつりあいから

$$M_0 + R_B L + R_C \cdot \frac{3}{2}L = 0 \quad \cdots ②$$

(i) $0 \leq x \leq L$



$F = -R_A$

$M = -M_0 + R_A x$

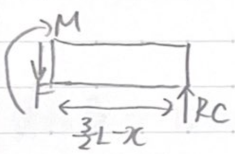
$$\frac{d^2y_1}{dx^2} = \frac{1}{EI}(M_0 - R_A x), \quad \theta_1 = \frac{dy_1}{dx} = \frac{1}{EI}\left(M_0 x - \frac{R_A}{2}x^2 + C_1\right) \quad (C_1 は任意定数)$$

$$y_1 = \frac{1}{EI}\left(\frac{M_0}{2}x^2 - \frac{R_A}{6}x^3 + C_1 x + C_2\right) \quad (C_2 は任意定数)$$

$(y_1)_{x=0} = (y_1)_{x=L} = 0$ より

$$C_2 = 0, \quad C_1 = \frac{R_A}{6}L^2 - \frac{M_0}{2}L = \frac{L}{6}(R_A L - 3M_0)$$

(ii) $L \leq x \leq \frac{3}{2}L$



$F = R_C$

$M = R_C\left(\frac{3}{2}L - x\right)$

$$\frac{d^2y_2}{dx^2} = -\frac{R_C}{EI}\left(\frac{3}{2}L - x\right), \quad \theta_2 = \frac{dy_2}{dx} = -\frac{R_C}{EI}\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}L - x\right)^2 + C_3\right) \quad (C_3 は任意定数)$$

$$y_2 = -\frac{R_C}{EI}\left(\frac{1}{6}\left(\frac{3}{2}L - x\right)^3 - C_3\left(\frac{3}{2}L - x\right) + C_4\right) \quad (C_4 は任意定数)$$

$(y_2)_{x=L} = (y_2)_{x=\frac{3}{2}L} = 0$ より

$$C_4 = 0, \quad C_3 = \frac{L^2}{24}$$

$$\therefore \theta_1 = \frac{1}{EI}\left(M_0 x - \frac{R_A}{2}x^2 + \frac{L}{6}(R_A L - 3M_0)\right), \quad \theta_2 = \frac{R_C}{EI}\left(\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}L - x\right)^2 - \frac{L^2}{24}\right)$$

$(\theta_1)_{x=L} = (\theta_2)_{x=L}$ より

$$M_0 L - \frac{R_A}{2}L^2 + \frac{R_A}{6}L^2 - \frac{L}{2}M_0 = R_C\left(\frac{1}{2}\frac{L^2}{4} - \frac{L^2}{24}\right)$$

$$\frac{R_C L^2}{12} + \frac{R_A}{3}L^2 = \frac{M_0}{2}L \qquad R_C L + 4R_A L = 6M_0 \quad \cdots ③$$

①③より

$$R_C L + 4L(-R_B - R_C) = 6M_0 \Rightarrow 3R_C L + 4R_B L = -6M_0$$

さらに②から

$$3R_C L + 4\left(-M_0 - R_C \cdot \frac{3}{2}L\right) = -6M_0 \Rightarrow R_C = \frac{2M_0}{3L}$$

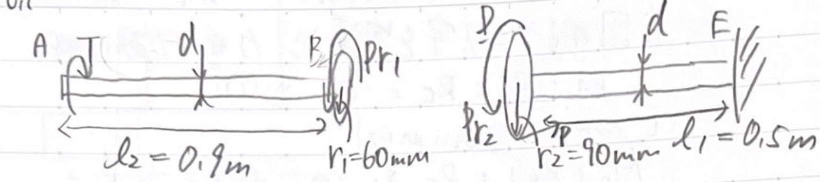
$$R_B = -\frac{2M_0}{L}, \quad R_A = \frac{4M_0}{3L}$$

$$\therefore R_A = \frac{4M_0}{3L}, \quad R_B = -\frac{2M_0}{L}, \quad R_C = \frac{2M_0}{3L}$$

No.

Date

8.7.



左図のように文字を定義する。
断面二次極モーメントをI_pとする。
$I_p = \dfrac{\pi d^4}{32}$

ABの力のつりあいから

$$T = Pr_1$$

Eに対するDの回転角ϕ_{ED}は.

$$\phi_{ED} = \frac{Pr_2}{GI_p} l_1 \quad (\text{Eに対して反時計まわり})$$

歯車が回転したときの弧の長さは等しいので Bの回転角をϕ_Bとすると

$$r_1 \phi_B = r_2 \phi_{ED}$$

$$\therefore \phi_B = \frac{Pl_1}{GI_p}\frac{r_2^2}{r_1} = \frac{Tl_1}{GI_p}\frac{r_2^2}{r_1^2} \quad \cdots ①$$

Bに対するAの相対的な回転角ϕ_{BA}は

$$\phi_{BA} = \frac{T}{GI_p} l_2 \quad \cdots ②$$

①②より求めるAの回転角ϕ_Aは

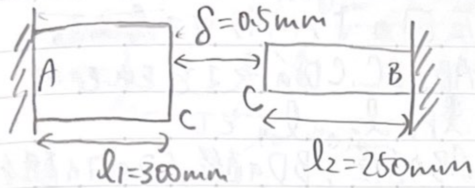
$$\phi_A = \phi_B + \phi_{BA}$$

$$= \frac{T}{GI_p}\left(\frac{r_2^2}{r_1^2} l_1 + l_2\right)$$

$$= \frac{32T}{G\pi d^4}\left(\frac{r_2^2}{r_1^2} l_1 + l_2\right)$$

$$= \frac{32 \times T}{77.0 \times 10^9 \times \pi \times (0.03)^4}\left(\frac{0.09^2}{0.06^2} 0.5 + 0.9\right)$$

8.8



A, B の断面積, ヤング率, 線膨張係数を A_1, E_1, α_1, A_2, E_2, α_2 とする。
A, B が接触した後の荷重を P とする。
AC, BC の のびを λ_{AB}, λ_{BC} とする。

$$\lambda_{AB} = \alpha_1 \Delta T l_1 + \frac{Pl_1}{A_1E_1}, \quad \lambda_{BC} = \alpha_2 \Delta T l_2 + \frac{Pl_2}{A_2E_2}$$

左右が壁に固定されていることから $\lambda_{AB} + \lambda_{BC} = \delta$ となる。

$$\alpha_1 \Delta T l_1 + \frac{Pl_1}{A_1E_1} + \alpha_2 \Delta T l_2 + \frac{Pl_2}{A_2E_2} = \delta$$

$$P = \frac{1}{\frac{l_1}{A_1E_1} + \frac{l_2}{A_2E_2}} \left(\delta - (\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2) \Delta T \right)$$

$$= \frac{A_1E_1A_2E_2}{A_2E_2l_1 + A_1E_1l_2} \left(\delta - (\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2) \Delta T \right)$$

$$= -170.79 \times 10^3$$

棒 A, B にはたらく垂直応力 σ_A, σ_B は

$$\sigma_A = \frac{P}{A_1} = 85.40 \times 10^6 \quad [Pa]$$

$$\sigma_B = \frac{P}{A_2} = 213.50 \times 10^6 \quad [Pa]$$

$$\therefore \sigma_A = 85.4 \ MPa$$

$$\sigma_B = 214 \ MPa$$