

9.3

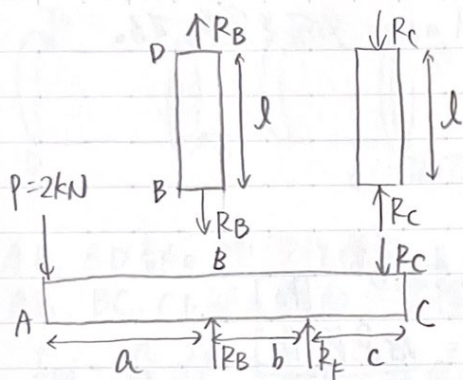


図1. FBD

力のつり合いより

$$R_B + R_F = P + R_C \Rightarrow R_F = R_C - R_B + P \quad \dots (1)$$

棒 AC のモーメントのつり合いより

$$-R_F C - R_B(b+c) + P(a+b+c) = 0 \quad \dots (2)$$

①②より

$$-(R_C - R_B + P)C - R_B(b+c) + P(a+b+c) = 0$$

$$\Leftrightarrow P(a+b) = R_B b + R_C C \quad \dots (3)$$

図2より

$$\frac{\delta_B}{\delta_C} = \frac{b}{C} \quad \text{より} \quad \delta_B = \frac{R_B l}{AE}, \quad \delta_C = \frac{R_C l}{AE} \quad \text{より} \quad (A \text{ は断面積は } P \text{ の } \delta_A)$$

$$R_B C = R_C b$$

この式と③より

$$R_B \left(b + \frac{C^2}{b} \right) = P(a+b) \Leftrightarrow R_B = \frac{Pb(a+b)}{b^2 + C^2}$$

さらに図2より

$$\frac{\delta_A}{\delta_B} = \frac{a+b}{b} \quad \text{より} \quad \delta_A = \frac{a+b}{b} \cdot \frac{R_B l}{AE}$$

$$\therefore \delta_A = \frac{a+b}{b} \cdot \frac{l}{AE} \cdot \frac{Pb(a+b)}{b^2 + C^2}$$

$$= \frac{Pl(a+b)^2}{AE(b^2 + C^2)}$$

$$= \frac{2 \times 10^3 \times 0.225 \times (0.625)^2}{800 \times 10^{-6} \times 100 \times 10^9 ((75 \times 10^{-3})^2 + 0.1^2)} = 1.406 \times 10^{-4}$$

$$\therefore \delta_A = 0.141 \text{ mm}$$

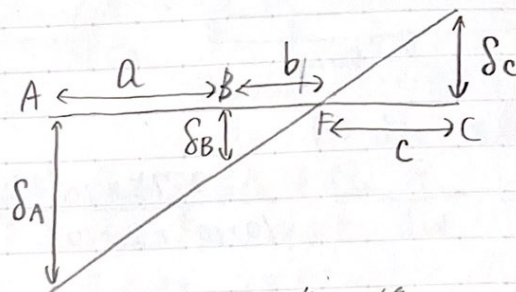
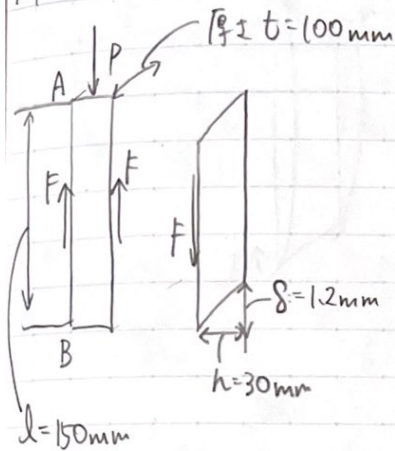


図2. 変形後

9.4



左図のように文字を定義する。

F はせん断力である。

力のつりあから

$$P = 2F$$

$$\Leftrightarrow F = \frac{P}{2}$$

ジョイントの部分の面積は $2t$ と書ける。

ジョイントにかかるせん断応力 τ は

$$\tau = \frac{F}{2t}$$

$$= \frac{P}{2t} \quad \text{である。}$$

フックの法則よりせん断弾性係数 G , ひずみ γ とすると

$\tau = G\gamma$ となる。(4)より

$$\gamma = \frac{\delta}{h} \quad \text{であるから}$$

$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

$$= \frac{h}{\delta} \frac{P}{2t}$$

$$= \frac{0.03 \times 20 \times 10^3}{2 \times 0.1 \times 0.15 \times 1.2 \times 10^{-3}} = 16.67 \times 10^6 \text{ [Pa]}$$

$$\therefore G = 16.7 \text{ [MPa]}$$

9.5

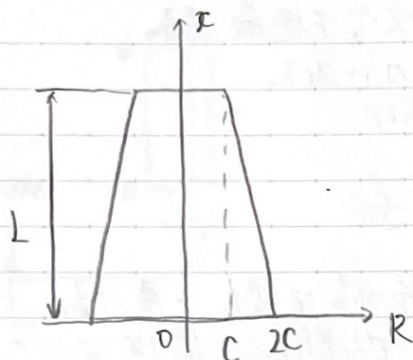


図 1

(1) 図 1 のような座標を考えると.

$$R = -\frac{C}{L}x + 2C$$

と表せる。ここで断面二次極モーメント I_p は.

$$I_p = \frac{\pi}{2} R^4$$

と表せる。位置 x でのせん断応力は

$$\tau = \frac{T}{I_p} r = \frac{2T}{\pi R^4} r$$

と表せるので R が最小かつ r が最大のときに τ は最大値をとる。 R, r の最大値 R_{\max}, r_{\max} は $R_{\max} = 2C, r_{\max} = 2C$

$$\therefore \tau_{\max} = \frac{T}{4\pi C^3}$$

(2) 図 2 のような微小部分 dx を考える。ここでのねじれ角 $d\phi$ は

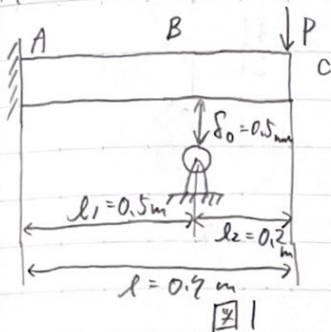
$$d\phi = \frac{T dx}{G I_p} = \frac{T}{G} \frac{2}{\pi} \left(-\frac{L}{Cx + 2CL} \right)^4 dx$$

これを 0 から L まで積分すればよい。A でのねじれ角である。

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{2TL^4}{G\pi C^4} \int_0^L \left(\frac{1}{x-2L} \right)^4 dx \\ &= \frac{2TL^4}{G\pi C^4} \left[-\frac{1}{3} (x-2L)^3 \right]_0^L \\ &= \frac{2TL^4}{G\pi C^4} \frac{7}{24L^3} \end{aligned}$$

$$\therefore \phi = \frac{7TL}{12G\pi C^4}$$

9.7.



左図のように文字を定義し、点Cの必要な変形量を $\delta_C = 0.8 \text{ mm}$ とする。断面2次モーメント EI とすると $I = \frac{1}{12} 0.06^4 = 1.08 \times 10^{-6}$ である。まず点Bが δ_0 変位する時に必要な力 P_1 を求め、点Cが δ_C 変位する時にここに必要な力を出す。まず P_1 を求める。T=わみ角とT=わみの一般式を用いる。

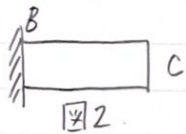
$$\delta_0 = \frac{P_1 l}{6EI} \left(3 - \frac{l_1}{l}\right) l_1^2 \rightarrow P_1 = \frac{6EI \delta_0}{l_1^2} \cdot \frac{1}{3l - l_1}$$

荷重 P_1 のみかゝったときの点Cの変位 δ_{C1} は、

$$\delta_{C1} = \frac{P_1 l^3}{3EI} = \frac{2\delta_0 l^3}{l_1^2 (3l - l_1)} \quad \text{である。}$$

荷重 P_1 のみかゝったときの点BでのT=わみ角 θ_B は、

$$\theta_B = \frac{P_1 l_1}{2EI} \left(2 - \frac{l_1}{l}\right) l_1 = \frac{3\delta_0 (2l - l_1)}{l (3l - l_1)}$$



次に左図のように点Bを壁であると考え、点BのT=わみ角 θ_B でBに対してCのT=わみ角 θ であると考えたのが図2である。このときAに対してCのT=わみ角は $\delta_{CB} = \theta_B l_2$ である。

よってAに対してCが δ_{C1} T=わみ角と δ_{CB} T=わみ角を合算して $\delta_{C1} - \delta_{CB}$ T=わみ角になる。棒BCを単独支持棒と考え、Cが $\delta_{C1} - \delta_{CB}$ 変位する時に必要な力を P_2 とする。

$$\delta_{C1} - \delta_{CB} = \frac{P_2 l_2^3}{3EI} \Rightarrow \frac{2\delta_0 l^3}{l_1^2 (3l - l_1)} - \frac{3\delta_0 l_2 (2l - l_1)}{l (3l - l_1)} \cdot \frac{P_2 l_2^3}{3EI} \Rightarrow P_2 = \frac{3EI}{l_2^3} \frac{2\delta_0 l^4 - 3\delta_0 l_1 l_2 (2l - l_1)}{l_1 l (3l - l_1)}$$

同様に図2の状態から点Cの必要なT=わみ角 δ_C T=わみ角になる時に必要な力を P_3 とする。

$$\delta_C - \delta_{CB} = \frac{P_3 l_2^3}{3EI} \Rightarrow \delta_C - \frac{3\delta_0 l_2 (2l - l_1)}{l (3l - l_1)} = \frac{P_3 l_2^3}{3EI} \Rightarrow P_3 = \frac{3EI}{l_2^3} \left(\delta_C - \frac{3\delta_0 l_2 (2l - l_1)}{l (3l - l_1)} \right)$$

よって P_1 に加えて必要な力は $P_3 - P_2$ である。求める P は、

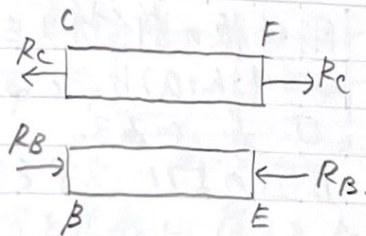
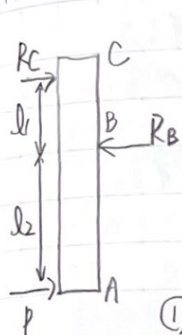
$$P = P_1 + (P_3 - P_2)$$

$$= \frac{6EI \delta_0}{l_1^2 (3l - l_1)} + \frac{3EI}{l_2^3} \left(\delta_C - \frac{3\delta_0 l_2 (2l - l_1)}{l (3l - l_1)} \right) - \frac{3EI}{l_2^3} \left(\frac{2\delta_0 l^4 - 3\delta_0 l_1 l_2 (2l - l_1)}{l_1 l (3l - l_1)} \right)$$

$$= 21.93 \times 10^3$$

$$\therefore P = 21.9 \text{ kN}$$

9.8.



左図のように文字を定義する。

$$P = 18 \text{ kN とする。}$$

棒 AC の力のつり合いより、

$$R_c + P = R_B \quad \dots (1)$$

モーメントのつり合いより、

$$P(l_1 + l_2) = R_B l_1 \quad \dots (2)$$

①②より

$$R_B = P \frac{l_1 + l_2}{l_1}, \quad R_c = P \frac{l_2}{l_1}$$

・ BE の変位を λ_{BE} とすると、断面積を $A = 60 \times 15 \times 10^{-6} = 9 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

$$\lambda_{BE} = \frac{R_B l}{AE} = \frac{P(l_1 + l_2) l}{l_1 AE} = \frac{18 \times 10^3 \times 0.44 \times 0.24}{0.18 \times 9 \times 10^{-4} \times 200 \times 10^9} = 5.866 \times 10^{-5} \text{ m}$$

応力 σ_{BE} は

$$\sigma_{BE} = \frac{R_B}{A} = \frac{P(l_1 + l_2)}{l_1 A} = \frac{18 \times 10^3 \times 0.44}{0.18 \times 9 \times 10^{-4}} = 48.88 \times 10^6 \text{ [Pa]}$$

・ CF の変位を λ_{CF} とすると

$$\lambda_{CF} = \frac{R_c l}{AE} = \frac{P l_2 l}{l_1 AE} = \frac{18 \times 10^3 \times 0.26 \times 0.24}{0.18 \times 9 \times 10^{-4} \times 200 \times 10^9} = 3.467 \times 10^{-5}$$

応力 σ_{CF} は

$$\sigma_{CF} = \frac{R_c}{A} = \frac{P l_2}{l_1 A} = \frac{18 \times 10^3 \times 0.26}{0.18 \times 9 \times 10^{-4}} = 28.89 \times 10^6 \text{ [Pa]}$$

$$\lambda_{BE} = 5.87 \times 10^{-2} \text{ mm の縮み}, \quad \lambda_{CF} = 0.0347 \text{ mm の伸び}$$

$$\sigma_{BE} = 48.9 \text{ MPa の圧縮}, \quad \sigma_{CF} = 28.9 \text{ MPa の引張り}$$