No.

Date

6.1

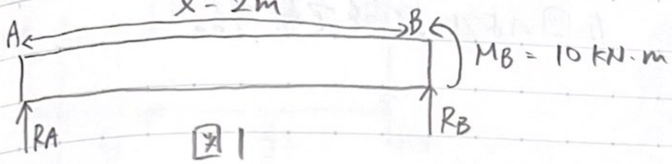


図1

左図のように文字を定義する。

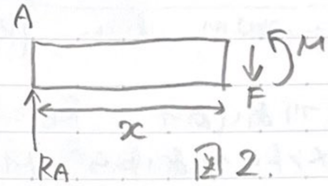


図2.

(1). 力のつりあいより

$$R_A + R_B = 0 \quad \cdots ①$$

モーメントのつりあいより.

$$M_B = R_A l \quad \cdots ②$$

①②から $\quad R_A = \dfrac{M_B}{l}, \quad R_B = -\dfrac{M_B}{l}$

図2から. 位置 x でのモーメントは.

$M = R_A x$ と表せる。たわみ曲線の微分方程式に代入して.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} = -\frac{1}{EI} \cdot R_A x.$$

両辺積分して $\quad \dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{R_A}{EI}\left(\dfrac{x^2}{2} + C_1\right)$ （C_1 は任意定数）

さらに積分して $\quad y = -\dfrac{R_A}{EI}\left(\dfrac{x^3}{6} + C_1 x + C_2\right)$ （C_2 は任意定数）

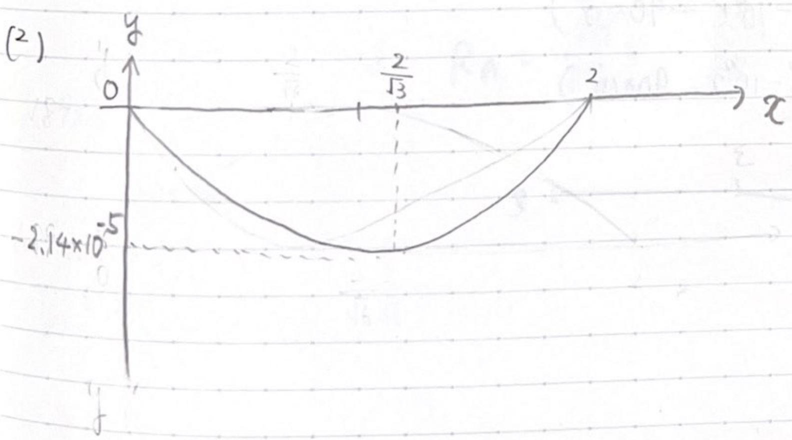
境界条件 $(y)_{x=0} = (y)_{x=l} = 0$ より $C_1 = -\dfrac{l^2}{6}$, $C_2 = 0$ となる。

値を代入していく。 $\quad y = -\dfrac{1}{EI} \times \dfrac{M_B}{l}\left(\dfrac{x^3}{6} - \dfrac{l^2}{6}x\right)$

$$= -\frac{10 \times 10^3}{200 \times 10^9 \times 60.0 \times 10^{-6} \times 2} \times \frac{1}{6} x (x^2 - 4)$$

$$= -6.94 \times 10^{-5}\, x(x^2 - 4) \;//$$

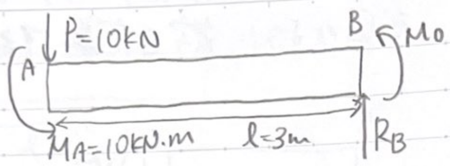
(2)



No.

Date

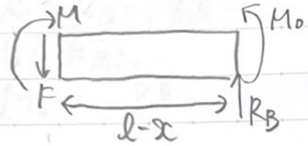
6.2



左図のように文字を定義する。

(1) 力のつりあいから $R_B = P$ …①

モーメントのつりあいから $M_0 = -M_A - Pl$ …②



左図から位置xでの曲げモーメントを式で表すと

$M = R_B(l-x) + M_0$

たわみ曲線の微分方程式に代入して

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} = -\frac{1}{EI}\left(R_B(l-x) + M_0\right)$$

両辺積分して

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{EI}\left(-\frac{R_B}{2}(l-x)^2 - M_0(l-x) + C_1\right)$$ （C_1は任意定数）

さらに両辺積分して

$$y = -\frac{1}{EI}\left(\frac{R_B}{6}(l-x)^3 + \frac{M_0}{2}(l-x)^2 + C_1(l-x) + C_2\right)$$ （C_2は任意定数）

境界条件 $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=l} = 0$, $(y)_{x=l} = 0$ より $C_1 = C_2 = 0$

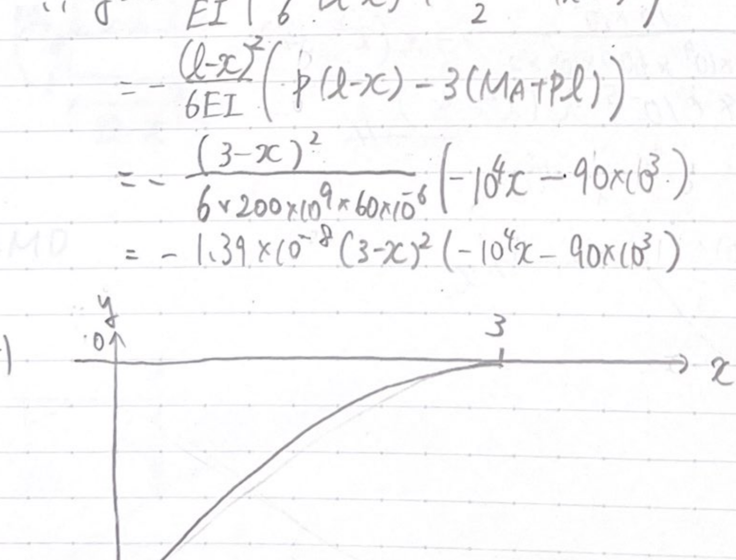
$$\therefore y = -\frac{1}{EI}\left(\frac{P}{6}(l-x)^3 + \frac{-M_A - Pl}{2}(l-x)^2\right)$$ （∵①,②）

$$= -\frac{(l-x)^2}{6EI}\left(P(l-x) - 3(M_A + Pl)\right)$$

$$= -\frac{(3-x)^2}{6\times 200\times 10^9 \times 60\times 10^{-6}}\left(-10^4 x - 90\times 10^3\right)$$

$$= -1.39\times 10^{-8}(3-x)^2\left(-10^4 x - 90\times 10^3\right)$$

(2)



6.3

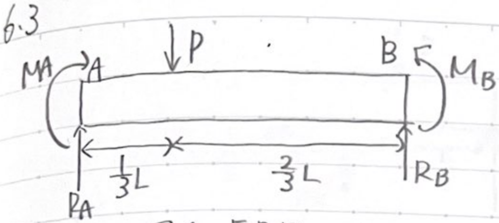


図1 FBD

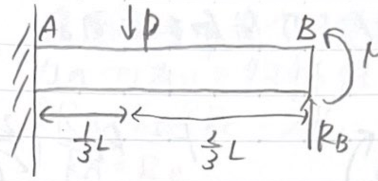


図2

(1) 図1のように文字を定義し、図2のようなはりで置きかえて考える。

図2のはりを P, R_B, M_B による重ね合わせと考える。

まず力のつりあいから　$R_A + R_B = P$ ・・・①

次にモーメントのつりあいから　$M_B - M_A = R_A L - \frac{2}{3}PL$ ・・・②

力 P, R_B, M_B による変位を δ_P, δ_R, δ_M とし たわみ角を θ_P, θ_R, θ_M とする。

$$\theta_P = \frac{PL^2}{18EI},\quad \theta_R = -\frac{R_B L^2}{2EI},\quad \theta_M = -\frac{M_B L}{EI}$$ と表せ、

$$\delta_P = \theta_P \cdot \frac{2}{3}L + \frac{P(\frac{L}{3})^3}{3EI} = \frac{4PL^3}{81EI},\quad \delta_R = -\frac{R_B L^3}{3EI},\quad \delta_M = -\frac{M_B L^2}{2EI}$$ と表せる。

点Bは壁に固定されているので　$\theta_P + \theta_R + \theta_M = 0$, $\delta_P + \delta_R + \delta_M = 0$ が成立する。

$$\theta_P + \theta_R + \theta_M = \frac{L}{18EI}\left(PL - 9R_B L - 18M_B\right) = 0 \quad \cdots ③$$

$$\delta_P + \delta_R + \delta_M = \frac{L^2}{81EI}\left(4PL - 27R_B L - \frac{81}{2}M_B\right) = 0 \quad \cdots ④$$

③④より　$M_B = -\frac{2}{27}PL$,　$R_B = \frac{7}{27}P$

これらの結果と①②より

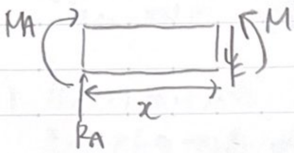
$$R_A = \frac{20}{27}P,\quad M_A = -\frac{4}{27}PL$$

$$\therefore\ R_A = \frac{20}{27}P,\quad R_B = \frac{7}{27}P \ /\!/$$

続き

(2) 次に曲げモーメントの分布を求める。

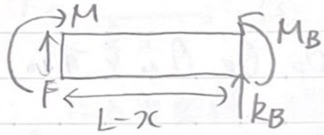
(i) $0 \le x \le \frac{L}{3}$



$$F = R_A = \frac{20}{27}P$$

$$M = M_A + R_A x = \frac{20}{27}Px - \frac{4}{27}PL$$

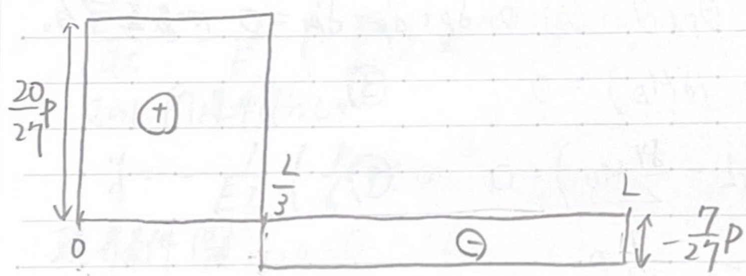
(ii) $\frac{L}{3} \le x \le L$



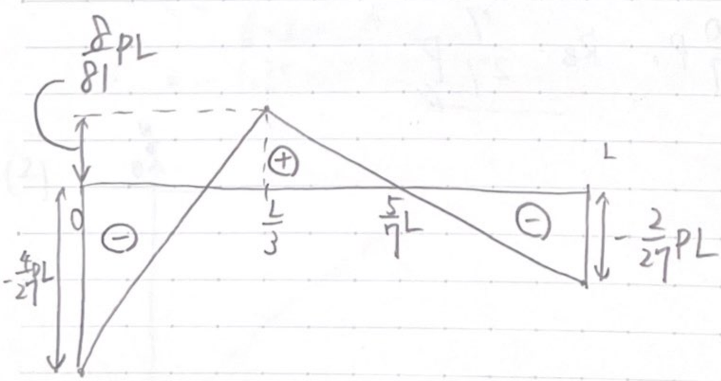
$$F = -R_B = -\frac{7}{27}P$$

$$M = M_B + R_B(L-x) = -\frac{7}{27}Px + \frac{5}{27}PL$$

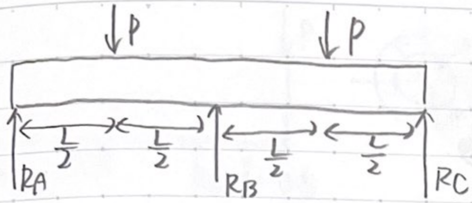
・SFD



・BMD



6.4

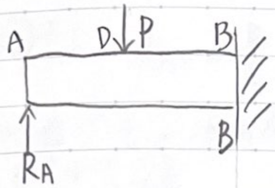


左図のように文字を定義する。
力のつりあいと対称性から

$$\begin{cases} R_A + R_B + R_C = 2P \\ R_A = R_C \end{cases}$$

$$\therefore\ 2R_A + R_B = 2P \quad \cdots ①$$

(1)



左図のようにBの位置で切断し、その部分が壁に固定されている状態におきかえる。

R_A, Pによる点Aの変位 δ_A δ_P を重ね合わせたとき $\delta_A + \delta_P = 0$ になることを利用して R_A を求める。

$$\delta_A = -\frac{R_A L^3}{3EI}$$

力 P による点Dでのたわみ角 θ_D は $\theta_D = \frac{P}{2EI}\left(\frac{L}{2}\right)^2$ より

$$\delta_P = \frac{P}{3EI}\left(\frac{L}{2}\right)^3 + \theta_D \cdot \frac{L}{2} = \frac{5}{48}PL^3$$

$$\therefore\ \delta_A + \delta_P = -\frac{R_A}{3EI}L^3 + \frac{5}{48}PL^3 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A = \frac{5}{16}P = R_C$$

①式に代入して

$$2 \cdot \frac{5}{16}P + R_B = 2P \quad \Rightarrow \quad R_B = \frac{11}{8}P$$

$$\therefore\ R_A = \frac{5}{16}P,\quad R_B = \frac{11}{8}P \quad //$$

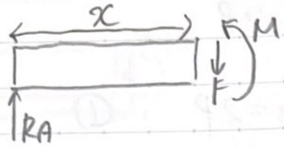
No.

Date

6.4
続き.

(2) 曲げモーメントの分布を求める。

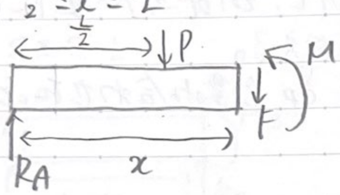
(i) $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$



$$F = R_A = \frac{5}{16}P$$

$$M = R_A x = \frac{5}{16}x$$

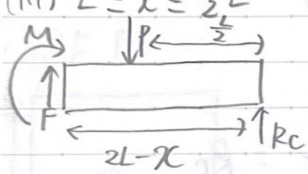
(ii) $\frac{L}{2} \leq x \leq L$



$$F = R_A - P = -\frac{11}{16}P$$

$$M = R_A x - P\left(x - \frac{L}{2}\right) = -\frac{11}{16}Px + \frac{PL}{2}$$

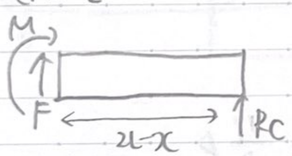
(iii) $L \leq x \leq \frac{3}{2}L$



$$F = P - R_C = \frac{11}{16}P$$

$$M = -P\left(\frac{3}{2}L - x\right) + R_C(2L - x) = \frac{11}{16}Px - \frac{7}{8}PL$$

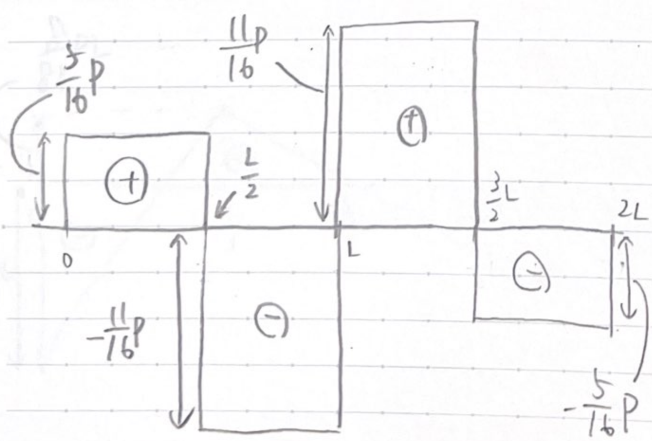
(iv) $\frac{3}{2}L \leq x \leq 2L$



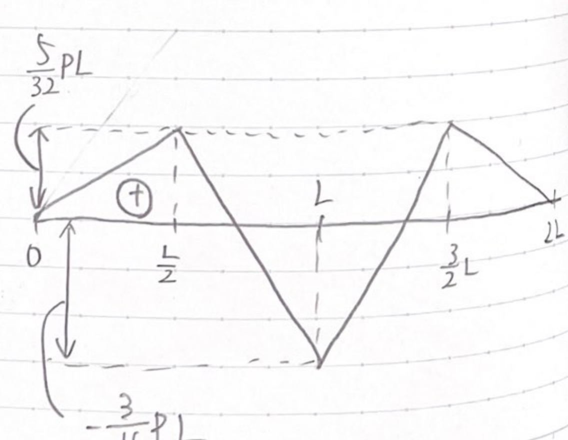
$$F = -R_C = -\frac{5}{16}P$$

$$M = R_C(2L - x) = \frac{5}{16}Px - \frac{5}{8}PL$$

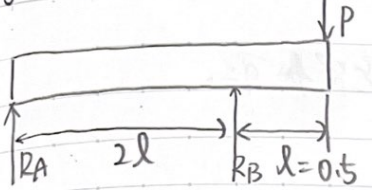
・SFD

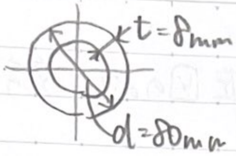


・BMD



6.5.



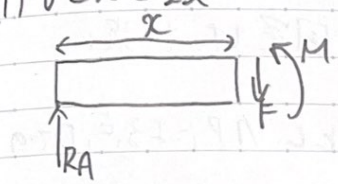


左図のように文字を定義する。
力のつりあいから
$R_A+R_B=P$ …①
モーメントのつりあいから
$R_B\cdot 2l-P\cdot 3l=0$ …②

①②より $R_A=-\frac{P}{2}$, $R_B=\frac{3}{2}P$ となる。

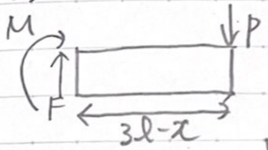
次に曲げモーメントの分布を求める。

(i) $0\leq x\leq 2l$



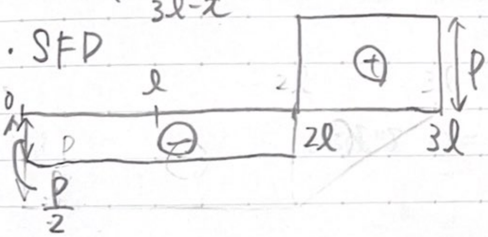
$$F=R_A=-\frac{P}{2}$$
$$M=R_Ax=-\frac{P}{2}x$$

(ii) $2l\leq x\leq 3l$

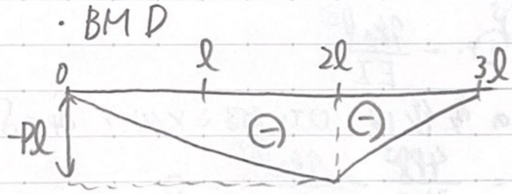


$$F=P\ ,\quad M=-P(3l-x)=Px-3Pl$$

・SFD



・BMD



最大曲げ応力，最大せん断応力をそれぞれ σ_{max}, τ_{max} とする。断面二次モーメント I は
$I=\frac{\pi}{64}(d^4-(d-2t)^4)$ より

$$\sigma_{max}=\frac{Pl}{I}\cdot\frac{d}{2}=\frac{32Pld}{\pi(d^4-(d-2t)^4)}\leq\sigma_a \Rightarrow P\leq\frac{\pi(d^4-(d-2t)^4)}{32ld}\times\sigma_a \quad \cdots①$$

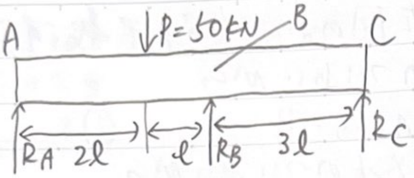
$$\tau_{max}=\frac{P}{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2-\pi\left(\frac{d-2t}{2}\right)^2}\leq\tau_a \Rightarrow P\leq\left(\pi d^2-\pi(d-2t)^2\right)\times\tau_a \quad \cdots②$$

①を計算すると
$P\leq 8.309\times10^3$
②を計算すると
$P\leq 8.02\times10^6$
どちらも満たす方が答えであるから　$P=8.31\ \mathrm{kN}$ //

No.

Date

6.7



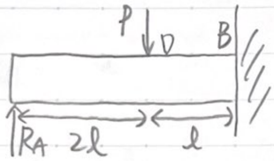
左図のように文字を定義する。

力のつりあいから

$$R_A + R_B + R_C = P \quad \cdots ①$$

モーメントのつりあいから

$$-R_B \cdot 3l + P \cdot 4l - R_A \cdot 6l = 0 \Rightarrow 6R_A + 3R_B = 4P \quad \cdots ②$$



左図のようにBで切断し壁に固定した状況に置きかえる。

力P, R_Aによる変位をδ_P, δ_Rとし、力Pによる点Dでのたわみ角をθ_Dとすると

$$\theta_D = \frac{Pl^2}{2EI} \text{ であるから}$$

$$\delta_P = \frac{Pl^3}{3EI} + \theta_D \cdot 2l = \frac{4Pl^3}{3EI}$$

$$\delta_R = -\frac{R_A(3l)^3}{3EI} = -\frac{9R_A l^3}{EI}$$

ここで点Aの変位は0であることから $\delta_P + \delta_R = 0$ である。

$$\delta_P + \delta_R = \frac{4Pl^3}{3EI} - \frac{9R_A l^3}{EI} = 0$$

$$\therefore R_A = \frac{4}{27}P$$

これを②式に代入すると

$$3R_B = 4P - 6R_A = \frac{28}{9}P \quad \therefore R_B = \frac{28}{27}P$$

R_A, R_Bを①に代入すると

$$R_C = P - R_A - R_B = -\frac{5}{27}P$$

$$\therefore R_A = \frac{4}{27}P \quad R_B = \frac{28}{27}P$$

//

6.8

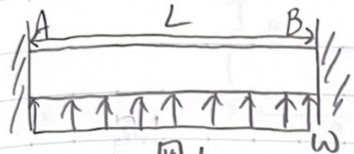


図1

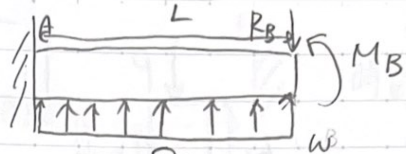


図2

AB間に注目すると図1のようにおきかえることができる。
さらにこれを図2のようにおきかえる。
ここでw, R_B, M_Bによる点Bでの変位を δ_w, δ_R, δ_M とすると

$$\delta_w = -\frac{wL^4}{8EI}, \quad \delta_R = \frac{R_B L^3}{3EI}, \quad \delta_M = -\frac{M_B L^2}{2EI}$$

のように表せる。さらにw, $R_B M_B$による点Bでのたわみ角を θ_w, θ_R, θ_M とすると

$$\theta_w = -\frac{wL^3}{6EI}, \quad \theta_R = \frac{R_B L^2}{2EI}, \quad \theta_M = -\frac{M_B L}{EI}$$

と表せる。
ここで右端Bは固定されているので
$\delta_w + \delta_R + \delta_M = 0$, $\theta_w + \theta_R + \theta_M = 0$ が成立する。

$$\delta_w + \delta_R + \delta_M = -\frac{wL^4}{8EI} + \frac{R_B L^3}{3EI} - \frac{M_B L^2}{2EI} = 0$$

$$\therefore \quad M_B = \frac{2}{3} R_B L - \frac{w}{4} L^2 \quad \cdots ①$$

$$\theta_w + \theta_R + \theta_M = -\frac{wL^3}{6EI} + \frac{R_B L^2}{2EI} - \frac{M_B L}{EI} = 0$$

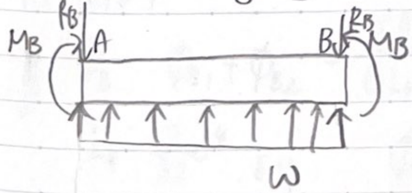
$$\therefore \quad M_B = \frac{R_B}{2} L - \frac{wL^2}{6} \quad \cdots ②$$

①②から

$$\frac{2}{3} R_B L - \frac{R_B}{2} L = \frac{wL^2}{4} - \frac{wL^2}{6} \Rightarrow R_B = \frac{wL^2}{12} \times \frac{6}{L} = \frac{wL}{2}$$

①に代入して

$$M_B = \frac{2}{3} \cdot \frac{wL}{2} \cdot L - \frac{w}{4} L^2 \Rightarrow M_B = \frac{wL^2}{12}$$



対称性から左図のようにFBDが描けるので
求める点AでのモーメントMは

$$M = M_B = \frac{wL^2}{12}$$

//