

7.1

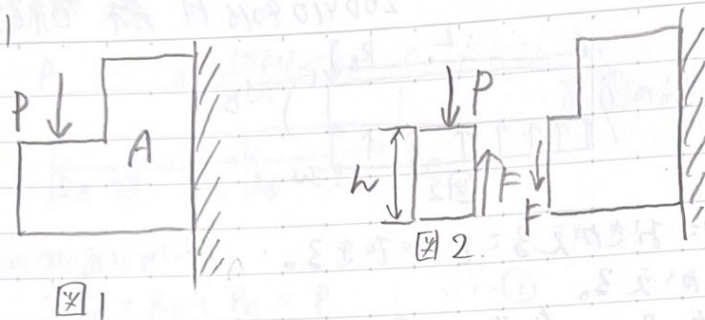


図1

図2

Aの厚さを $t = 15 \text{ mm}$ とする。断面積を A とすると $A = ht$ となる。

図2から $P = F$ とし、Aにかかるせん断応力を τ とすると

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{P}{ht}$$

$$\therefore \tau \quad \frac{\tau}{S_f} \leq \tau_B \quad \text{より}$$

$$\frac{P}{htS_f} \leq \tau_B$$

$$h \geq \frac{P}{\tau_B t S_f}$$

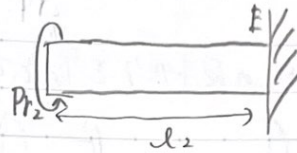
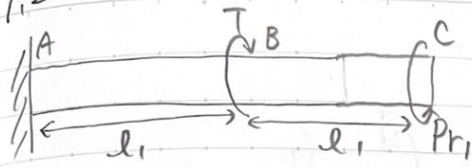
$$= \frac{40 \times 10^3}{150 \times 10^6 \times 15 \times 10^{-3} \times 2.5}$$

$$= 7.11 \times 10^{-3} \text{ m}$$

よって h の最小値を h_{\min} とすると

$$h_{\min} = \underline{7.11 \text{ mm}}$$

7.2



時計回りを正とする。

上図のように文字をかく。Pは歯車間の反力、 r_1, r_2 はC, Dの歯車の半径である。 I_p を断面二次極モーメントとする。

- (i) 点Bでのねじれ角を求めるためにPを求める。

歯車が回転したときそれぞれの弧の長さは等しいので点C, Dでのねじれ角を ϕ_C, ϕ_D とすると

$$r_1 \phi_C = r_2 \phi_D \quad \text{①}$$

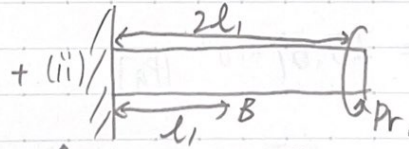
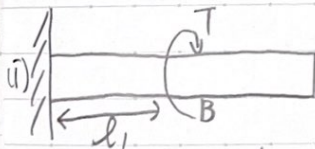
$$\phi_C = \frac{T l_1}{G I_p} - \frac{P r_1 \cdot 2 l_1}{G I_p} = \frac{l_1}{G I_p} (T - 2 P r_1)$$

$$\phi_D = \frac{P r_2}{G I_p} l_2$$

とそれぞれ求めるので①に代入して

$$r_1 \frac{l_1}{G I_p} (T - 2 P r_1) = r_2 \frac{P r_2}{G I_p} l_2$$

$$\therefore P = \frac{T r_1 l_1}{2 r_1^2 l_1 + r_2^2 l_2} = 24.5 \times 10^3 \text{ [N]}$$



上図のように点Bでのねじれ角 ϕ_B はTと $P r_1$ によるねじれ角の合成と考える。

- (i) TによるBのねじれ角 ϕ_{B1}

$$\phi_{B1} = \frac{T l_1}{G I_p}$$

- (ii) $P r_1$ によるねじれ角 ϕ_{B2} (比ねじれ角を θ_{B2} とする)

$$\phi_{B2} = -\theta_{B2} \times l_1 = -\frac{P r_1}{G I_p} \times l_1$$

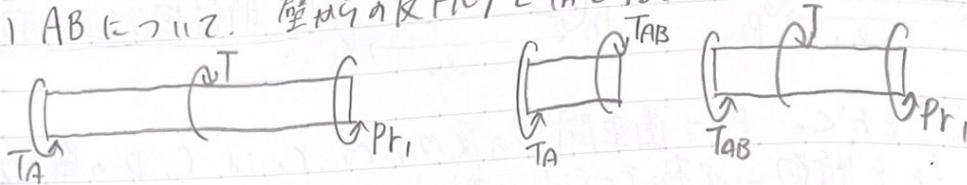
- (i), (ii)より

$$\phi_B = \phi_{B1} + \phi_{B2} = \frac{T l_1}{G I_p} - \frac{P r_1 l_1}{G I_p} = \frac{l_1}{G I_p} (T - P r_1)$$

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} \quad \therefore \phi_B = \frac{32 l_1}{\pi d^4} (T - P r_1) = 0.033 \text{ rad}$$

7.2

(2).

(i) AB について. 壁からの反トルク T_A と T_B .

トルクのつり合いから.

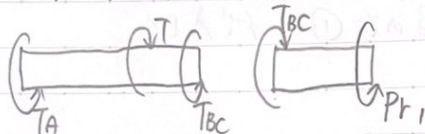
$$T_A = T - P r_1 = 21.33 \times 10^3 \text{ [N}\cdot\text{m]}$$

AB 間の最大せん断応力 $\tau_{\max AB}$ は $T_{AB} = T_A$ より

$$\tau_{\max AB} = \frac{T_A}{I_p} \cdot \frac{d}{2}$$

$$= \frac{16 T_A}{\pi d^3} = 149.0 \times 10^6 \text{ [Pa]}$$

(ii) BC について.



左図から.

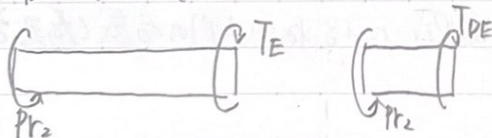
$$T_{BC} = P r_1 = 3.675 \times 10^3 \text{ [N}\cdot\text{m]}$$

BC 間の最大せん断応力 $\tau_{\max BC}$ は

$$\tau_{\max BC} = \frac{T_{BC}}{I_p} \cdot \frac{d}{2}$$

$$= \frac{16 T_{BC}}{\pi d^3} = 25.67 \times 10^6 \text{ [Pa]}$$

(iii) DE について.



左図より

$$T_E = T_{DE} = P r_2 = 7350 \text{ [N}\cdot\text{m]}$$

DE 間の最大せん断応力 $\tau_{\max DE}$ は

$$\tau_{\max DE} = \frac{T_{DE}}{I_p} \cdot \frac{d}{2}$$

$$= \frac{16 T_{DE}}{\pi d^3} = 51.35 \times 10^6 \text{ [Pa]}$$

$$\therefore \begin{cases} \tau_{\max AB} = 149 \text{ MPa} \\ \tau_{\max BC} = 25.7 \text{ MPa} \\ \tau_{\max DE} = 51.4 \text{ MPa} \end{cases}$$

7.3

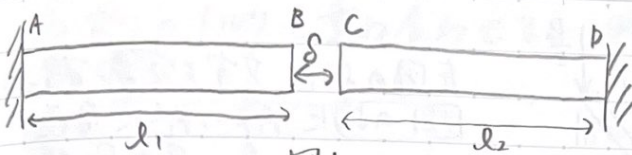


図1

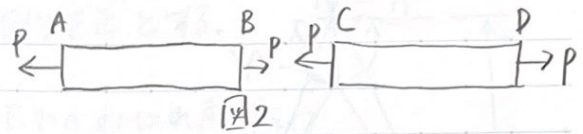


図2

図1のように文字を定義する。図2はABとCDが接触した後のFBDである。AB, CDのヤング率, 線膨張係数, 断面積, 降伏応力をそれぞれ, $E_1, E_2, \alpha_1, \alpha_2, A_1, A_2, \sigma_{YAB}, \sigma_{YCD}$ とする。AB, CDの全長 $\lambda_{AB}, \lambda_{CD}$ は

$$\lambda_{AB} = \alpha_1 \Delta T l_1 + \frac{P l_1}{A_1 E_1}, \quad \lambda_{CD} = \alpha_2 \Delta T l_2 + \frac{P l_2}{A_2 E_2} \quad \text{と表せる。}$$

$$\lambda_{AB} + \lambda_{CD} = \delta = 0.2 \text{ mm} \quad \text{である。}$$

$$\alpha_1 \Delta T l_1 + \frac{P l_1}{A_1 E_1} + \alpha_2 \Delta T l_2 + \frac{P l_2}{A_2 E_2} = \delta$$

$$\therefore P = \frac{A_1 A_2 E_1 E_2}{A_2 E_2 l_1 + A_1 E_1 l_2} (\delta - \Delta T (\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2))$$

よって棒ABにかかる応力 σ_{AB} は $A_1 = 7.069 \times 10^{-4} \text{ m}^2, A_2 = 1.963 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ より

$$\sigma_{AB} = \frac{P}{A_1} = \frac{A_2 E_1 E_2}{A_2 E_2 l_1 + A_1 E_1 l_2} (\delta - \Delta T (\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2)) \leq \sigma_{YAB}$$

と表せるので

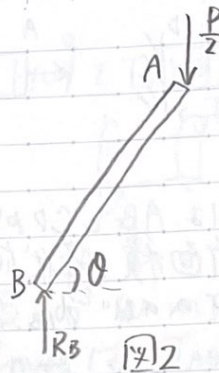
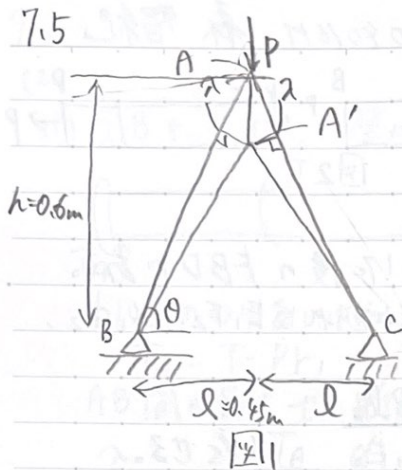
$$\Delta T \geq \frac{1}{\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2} \left(\delta - \frac{A_2 E_2 l_1 + A_1 E_1 l_2}{A_2 E_1 E_2} \sigma_{YAB} \right)$$

さらに棒CDにかかる応力 σ_{CD} は同様に

$$\sigma_{CD} = \frac{P}{A_2} = \frac{A_1 E_1 E_2}{A_2 E_2 l_1 + A_1 E_1 l_2} (\delta - \Delta T (\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2)) \leq \sigma_{YCD}$$

よって

$$\Delta T \geq \frac{1}{\alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2} \left(\delta - \frac{A_2 E_2 l_1 + A_1 E_1 l_2}{A_1 E_1 E_2} \sigma_{YCD} \right)$$



左図のように文字を定義する。
 図1のように A が A' に変位したとしてその変化量を δ 棒の変形量を λ とする。
 左右対称なので図2のように FBD を考える。

図2から棒 AB には圧縮力 $\frac{P}{2} \sin \theta$ が作用している。
 断面積を A , ヤング率を E とすると

$$\lambda = \frac{\frac{P}{2} \sin \theta}{AE} \frac{h}{\sin \theta} = \frac{Ph}{2AE}$$

よって図1から

$$\delta = \frac{\lambda}{\cos(\frac{\pi}{2} - \theta)} = \frac{Ph}{2AE \sin \theta}$$

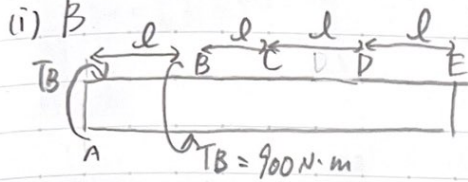
$\delta = 0.5\text{mm}$ ときの P を求めるので

$$\begin{aligned} P &= \frac{2AE \sin \theta}{h} \delta \\ &= \frac{2 \times 900 \times 10^6 \times 200 \times 10^9}{0.6} \times \frac{0.6}{\sqrt{0.6^2 + 0.45^2}} \times 0.5 \times 10^{-3} \\ &= 240 \times 10^3 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\therefore P = \underline{240 \text{ kN}}$$

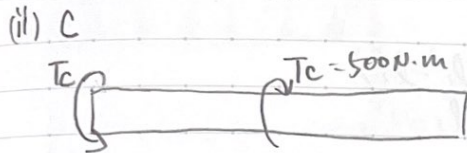
7.6

1つずつのトルクを重ね合わせる。時計回りを正とする。



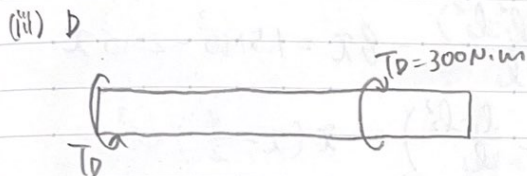
T_B によるE点のねじれ角 ϕ_B は

$$\phi_B = -\frac{T_B l}{GI_p}$$



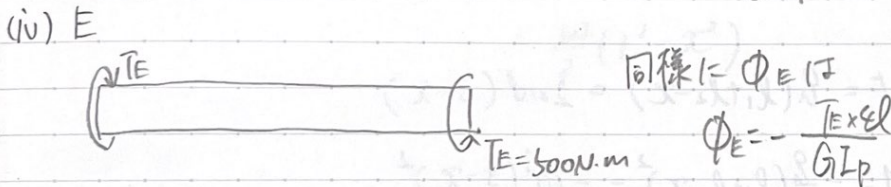
同様に ϕ_C は

$$\phi_C = \frac{T_C \cdot 2l}{GI_p}$$



同様に ϕ_D は

$$\phi_D = \frac{T_D \times 3l}{GI_p}$$



同様に ϕ_E は

$$\phi_E = -\frac{T_E \times 4l}{GI_p}$$

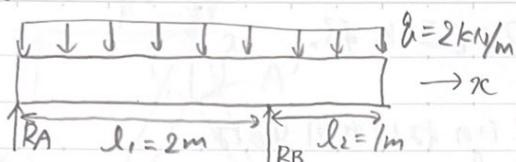
(i) ~ (iv) より求めるねじれ角 ϕ は

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_B + \phi_C + \phi_D + \phi_E \\ &= -\frac{T_B l}{GI_p} + \frac{2T_C l}{GI_p} + \frac{3T_D l}{GI_p} - \frac{4T_E l}{GI_p} \\ &= \frac{l}{GI_p} (-T_B + 2T_C + 3T_D - 4T_E) \end{aligned}$$

ここで断面二次極モーメント I_p は $I_p = \frac{\pi}{32} d^4$ より

$$\phi = -0.0265 \text{ rad}$$

7.7.

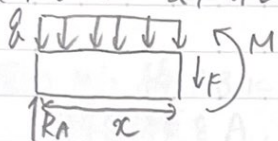


左図の図に文字を定義する。

$$R_A + R_B = q(l_1 + l_2)$$

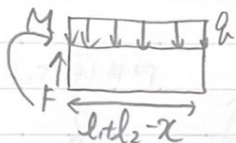
$$-\frac{q}{2}(l_1 + l_2)^2 + R_B l_1 = 0$$

$$\therefore R_B = \frac{q(l_1 + l_2)^2}{2l_1}, \quad R_A = \frac{q(l_1^2 - l_2^2)}{2l_1}$$

(i) $0 \leq x \leq l_1$ のとき

$$F = R_A - qx = \frac{q(l_1^2 - l_2^2)}{2l_1} - qx = 1.5 \times 10^3 - 2 \times 10^3 x$$

$$M = -\frac{q}{2}x^2 + R_A x = -\frac{q}{2}x\left(x - \frac{l_1^2 - l_2^2}{l_1}\right) = -x\left(x - \frac{3}{2}\right) \times 10^3$$

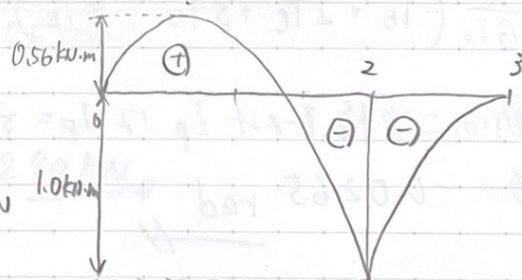
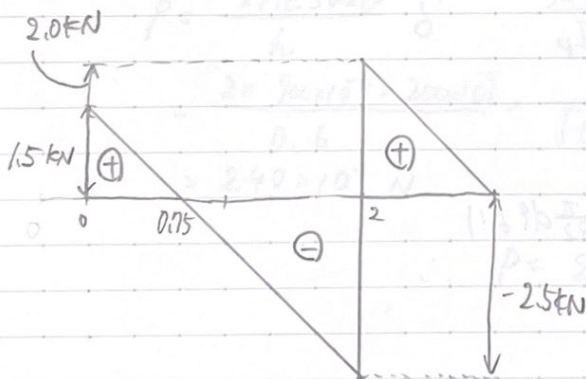
(ii) $l_1 \leq x \leq l_1 + l_2$ のとき

$$F = q(l_1 + l_2 - x) = 2 \times 10^3 (3 - x)$$

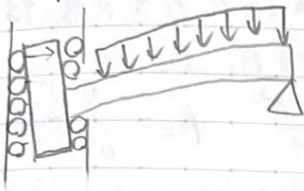
$$M = -\frac{q}{2}(l_1 + l_2 - x)^2 = -10^3 (3 - x)^2$$

• SFD

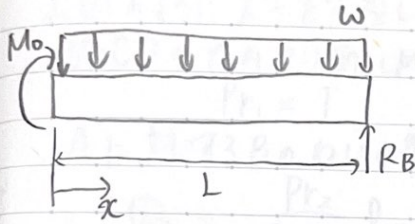
• BMD



7.8



左図は変形後の状態を表している。
左端では鉛直方向には力を受けないが、
水平方向に力を向けるためモーメントが残る。

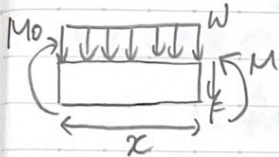


左図の力のつりあいから

$$R_B = wL$$

モーメントのつりあいから

$$M_0 = -\frac{w}{2}L^2 + R_B L = -\frac{w}{2}L^2$$



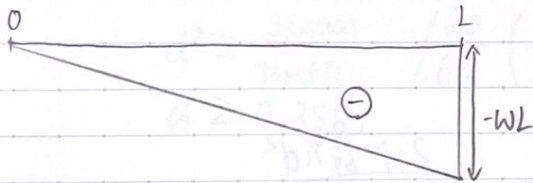
せん断力、曲げモーメントの分布は左図より

$$F = -wx$$

$$M = M_0 - \frac{w}{2}x^2$$

$$= -\frac{w}{2}(L^2 - x^2)$$

・ SFD



・ BMD

