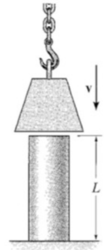
学年 2 組 4 番号 1 6 氏名 森 智紀

材料力学２　宿題９：締めきり（月）23:55，manaba

[1] Determine the speed v of the 20-Mg mass when it is over the top of the steel post. If after impact, the maximum stress developed in the post is 150MPa. The post has a length of L = 1m, a cross-sectional area of $0.01\mathrm{m}^2$ and Young's modulus of E = 100GPa. （1-Mg = 1×10^6 g = 1×10^3 kg）（Example 9.8 を参考，重りの運動エネルギー＝棒のひずみエネルギー）



断面積をA，ヤング率をE　衝撃荷重をP

棒の縮みをλとすると．エネルギー保存から

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}P\lambda$$
$$= \frac{P^2L^2}{2AE}$$

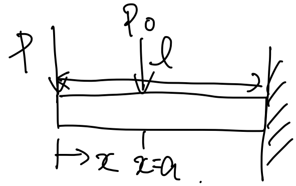
ここで応力をσとすると．

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{\sigma^2 AL}{2E}$$ となるので

$$v = \sigma\sqrt{\frac{AL}{mE}}$$
$$= 150\times10^6\sqrt{\frac{0.01\times1}{20\times10^3\times100\times10^9}}$$
$$= 0.335$$

$\therefore v = 0.34$ m/s.

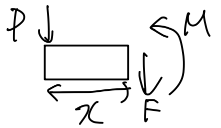
[2]



左図のように $x=a$ で 力 P がかかっていると仮定する。

1). モーメントの分布.

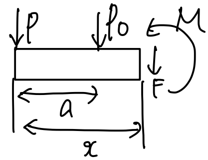
(i) $0 \leq x \leq a$



$F = -P$

$M = -Px$

(ii) $a \leq x \leq L$



$F = -P - P_0$

$M = -Px - P_0(x-a)$

2) 全体のエネルギーを U とする。

$$U = \int_0^a \frac{P^2 x^2}{2EI} dx + \int_a^L \frac{1}{2EI}\left(-Px - P_0(x-a)\right)^2 dx$$

3) $x=a$ での変位 δa は、カスチリアノの定理から.

$$\delta a = \frac{\partial U}{\partial P_0} = \int_a^L \frac{1}{2EI} 2 \cdot \left(-Px - P_0(x-a)\right)\left(-(x-a)\right) dx$$

$$= \frac{1}{EI}\int_a^L \left((P+P_0)x - P_0 a\right)(x-a)\, dx.$$

$$\xrightarrow{P_0 \to 0} \frac{1}{EI}\int_a^L Px(x-a)\, dx.$$

$$= \frac{P}{EI}\left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{a}{2}x^2\right]_a^L$$

$$= \frac{P}{6EI}\left(2L^3 - 3aL^2 - 2a^3 + 3a^3\right)$$

$$= \frac{P}{6EI}\left(2L^3 - 3aL^2 + a^3\right).$$

$$\therefore\ \delta a = \frac{P}{6EI}\left(2L^3 - 3aL^2 + a^3\right)$$