Recherche Opérationnelle
Sujet 1

Alexis Gosselin
Tom Bonetto

Département Sciences du Numérique - Deuxième année
2022-2023

1 Assemblage

On choisi le format lp pour le problème d'assemblage de voiture, car les données du problème sont fixées et n'ont pas besoin d'être généralisées avec des paramètres. Les variables L et S représentent le nombre de voitures de luxe et de voitures standard qu'il faut produire tout en maximisant le bénéfice. Ici, on parle de voiture, L et S sont donc des entiers et donc logiquement les résultats trouvés pour le PL et le cas PLNE sont les mêmes. On trouve un bénéfice maximal de 10 284 000 €.

2 Gestion de personnel

Pour ce problème, on ne connaît pas le nombre de personnes et de travaux, on va donc utiliser le format mod. Les données sont les personnes, les travaux et la matrice des coûts de formation qui indique pour chaque personne le coût de formation de chaque travail. La variable de décision Q est une matrice binaire qui indique quel travail a été associé à quelle personne (1 pour associer, 0 sinon). Les contraintes vérifient qu'un seul travail est affecté à une personne et que chaque personne n'a qu'un travail. Pour vérifier que le résultat est cohérent avec le but du problème qui est de minimiser le coût de formation, on peut prendre un jeu de données de dimension 3 qui se résout facilement.

$$Personnel : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, Travail : \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, Couts : \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

On trouve comme coût minimal 4 ce qui est cohérent avec la résolution à la main.

3 Ecommerce cas 1

Pour ce problème, on choisit le format mod. car même si on étudie un cas particulier ce qui est recherché ici, c'est la modélisation d'un cas général. Les données sont les fluides demandés par commande, les stocks de fluides par magasin et les coûts unitaires par magasin d'origine. La variable de décision Q est une matrice qui renseigne la répartition des fluides par magasin. Les contraintes vérifient que les demandes de fluides sont bien livrées et que la quantité d fluide prise dans un magasin ne dépasse pas le stock. On souhaite minimiser le coût total des livraisons. Il faut donc partager les livraisons entre les magasins tout en respectant le stock et la demande. Le stock de fluide peut pendre des valeurs à virgule, on travaille donc sur l'ensemble des nombres réels (positifs, un stock négatif n'aurait pas de sens). Pour vérifier que le résultat est cohérent avec l'objectif du problème, on peut prendre un jeu de données de petite dimension qui se résout facilement.

$$Fluide/Commande : \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, Stock/Magasin : \begin{bmatrix} 2.5 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, Couts/Magasin : \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

On trouve facilement à la main Q: $\begin{bmatrix} 2.5 & 1 \\ 0.5 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Ce qui nous donne un coût minimal de 9.5 une fois multiplié terme à terme avec la matrice des coûts et valide ainsi notre résolution.

4 Ecommerce cas 2

Ce problème est semblable en tout point à celui du cas 1. On remplace simplement les fluides par des produits, les valeurs des stocks sont maintenant des variables discrètes, ce qui change le domaine de définition de l'ensemble des nombres réels à l'ensemble des entiers naturels (toujours positifs).

$$Fluide/Commande : \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, Stock/Magasin : \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, Couts/Magasin : \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

On trouve facilement à la main Q: $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Ce qui nous donne un coût minimal de 10 une fois multiplié terme à terme avec la matrice des coûts et valide ainsi notre résolution.

5 Ecommerce cas 3

On souhaite désormais pendre en compte les coûts financiers d'expédition des colis des magasins aux clients.

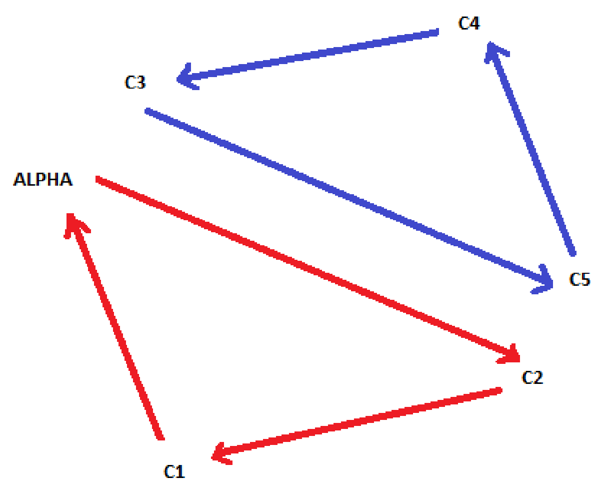
$$CoutsFixe : \begin{bmatrix} 110 & 90 & 100 \\ 110 & 90 & 100 \end{bmatrix}, CoutsVariable : \begin{bmatrix} 10 & 1 & 5 \\ 2 & 20 & 10 \end{bmatrix}$$

On rajoute une variable Y qui permet d'avoir le nombre de produit total par commande par magasin. On ajoute une contrainte qui définit Y comme la somme de Q selon la 3ème dimension et également les contraintes Big M Encoding. Selon la compréhension de l'énoncé, on conserve ou non le coût unitaire qui était présent dans les 2 cas d'avant. Sans le coût unitaire, on trouve 354 comme coût minimal et avec on trouve 368.

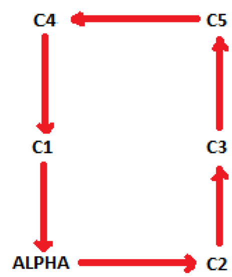
6 Ecommerce cas 4

Ce cas particulier correspond au problème théorique du voyageur de commerce. Tout comme les autres cas de Ecommerce, on modélise ici pour un cas général même si on étudie un cas particulier, on utilise donc toujours le format .mod. Les données sont les différents lieux que le livreur va devoir livrer et une matrice de distances qui indique la distance d'un lieu à un autre. La variable de décision Q est une matrice binaire qui indique le chemin suivi (Q[1,3] = 1 signifie que le livreur va de ALPHA à C3). Les contraintes vérifient que chaque lieu possède un lieu de départ et d'arrivé. Le livreur doit partir du magasin et doit passer par chaque client avant de revenir au magasin, le but étant de minimiser la distance pour effectuer ce parcours.

Si on s'arrête là pour la modélisation, les contraintes sont insuffisantes, car elles peuvent donner des sous-tours. Dans notre cas en particulier, voici le chemin solution que propose notre résolution. Ce chemin est bien celui qui a la plus courte distance (distance minimale de 6) mais il n'est pas cohérent avec notre problème.



On va donc rajouter une variable vecteur U et 2 contraintes associées qui vont nous permettre de modéliser la formulation MTZ qui permet de régler le problème des sous-tours dans les problèmes TSP (voyageur de commerce).



On a maintenant une seule boucle et la distance minimale est de 22.