

**Formulário:** página 6

$mv: x = \phi(t)$ , injectiva e derivável

$$\int f(x) dx = \left[ \int f(\phi(t)) \phi'(t) dt \right]_{t=\phi^{-1}(x)}$$

1. Resolva as primitivas aplicando a técnica de primitivação por substituição.

(a)  $\int \frac{3}{x^2 \sqrt{4-x^2}} dx;$

(b)  $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{1+9x^2}} dx;$

(c)  $\int \frac{1}{x \sqrt{x^2-9}} dx;$

(d)  $\int \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx;$

(e)  $\int \frac{e^x}{4+9e^{2x}} dx;$

2. (a) Recorrendo à definição de primitiva, prove a seguinte igualdade:

$$\int \sin^3(x) dx = -\cos(x) + \frac{\cos^3(x)}{3} + c, \quad c \in \mathbb{R}.$$

(b) Recorrendo à técnica de primitivação por substituição e à mudança de variável  $x = 2\sin(t)$ ,  $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ , mostre que o cálculo da primitiva  $\int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} dx$  reduz-se ao cálculo da primitiva da alínea anterior.

(c) Com base nas alíneas anteriores, determine  $\int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} dx$ .

3. Para cada uma das seguintes primitivas identifique uma mudança de variável, faça a respectiva substituição e simplifique a expressão obtida, sem efectuar a resolução da primitiva simplificada.

(a)  $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{4+x^2}} dx;$

(b)  $\int \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}} dx;$

(c)  $\int \frac{e^{2x}+1}{4e^x-1} dx.$

4. Resolva a primitiva  $\int \frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$  aplicando a técnica de primitivação por substituição e à mudança de variável  $x = t^2$ .